

À la recherche du meilleur coup au jeu d'Awalé

Nils Lelorieux

numéro de candidat : 24296

Introduction



Figure: Une partie d'Awalé



Figure: Photographie de Wole Soyinka

Un jeu ancien et important



Figure: Un ancien plateau de jeu découvert au Kenya

Problématique

L'étude théorique du jeu d'Awalé permet-elle de toujours jouer le meilleur coup, ou l'utilisation d'algorithmes est-elle indispensable ?

- 1 Présentation des règles du jeu et motivations
- 2 Échec de l'approche théorique et des premiers algorithmes
- 3 Des résultats concluents grâce à deux nouvelles techniques : la recherche arborescente de Monte-Carlo et l'analyse rétrograde

Règles du jeu

- Deux joueurs s'affrontent.
- 4 graines dans les 12 trous divisé en 2 rangée de 6.
- Le premier joueur choisi un puit et sème les graines.
- Si le dernier puit semé a 2 ou 3 pierres, il les récupère et fait la même chose dans le puit précédent, ...
- Le gagnant est le joueur qui a le plus de pierres

0	11 4	10 4	9 4	8 4	7 4	6 4	0
	4 0	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	

Figure: L'état du plateau au début de la partie

Déroulé d'une partie

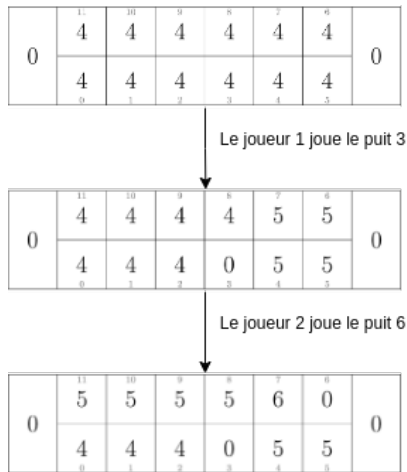


Figure: 2 coups joués par les 2 joueurs en début de partie

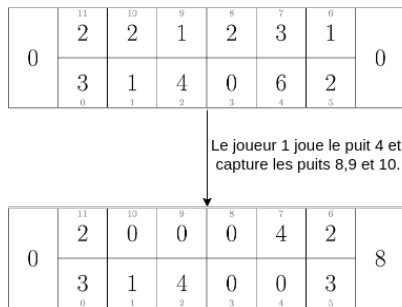


Figure: Position où le joueur 1 capture les pierres du joueur 2

- Le facteur d'embranchement est assez faible.
- Possibilité d'utiliser des algorithmes classiques de la théorie des jeux pour trouver le coup optimal
- Il y a moins de 10^{14} états possibles.

Une approche théorique

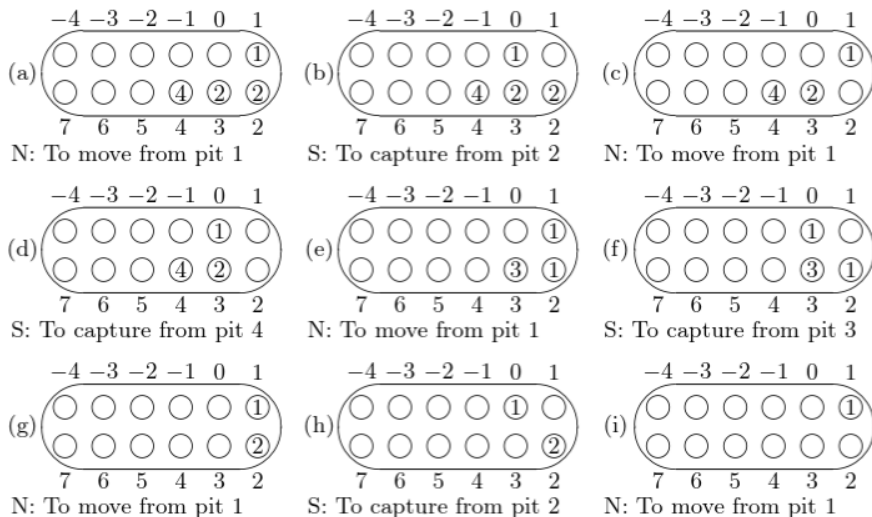


Figure: Un position déterminée

L'algorithme min-max

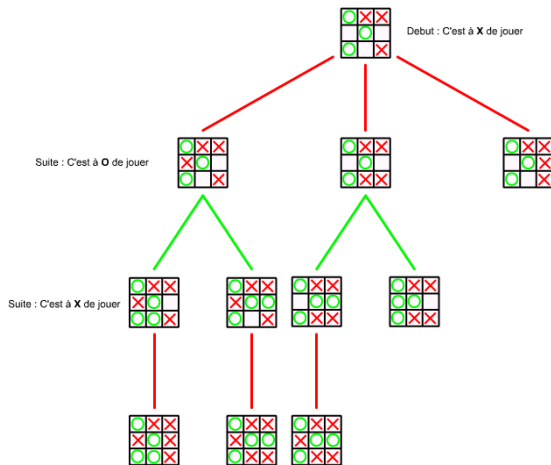
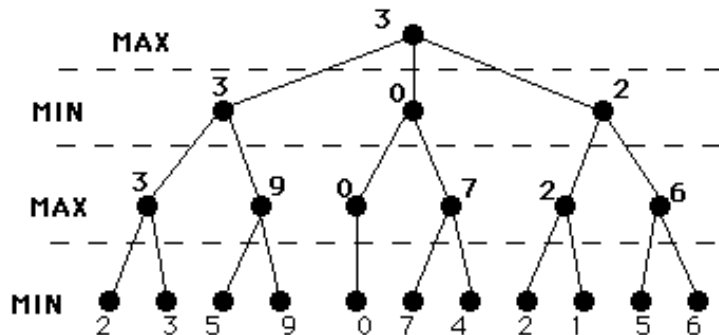


Figure: Un exemple de min max au jeu du morphy

Problème du min-max classique



Minimax of a hypothetical search space. Leaf nodes show heuristic values.

Figure: Un exemple de min max avec heuristique

Résultat min-max

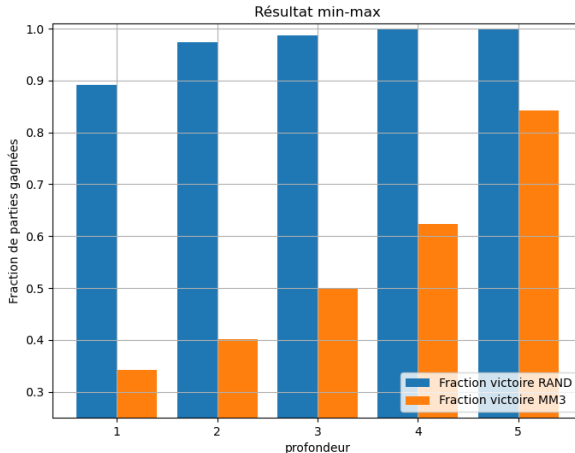


Figure: Résultats de l'algorithme min-max (1000 parties)

Un algorithme de Monte Carlo

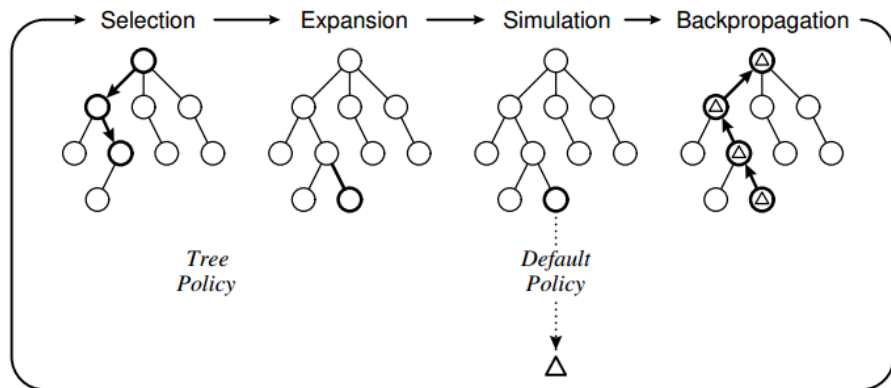


Figure: Principe de l'algorithme de Monte Carlo

Des résultats peu convaincants

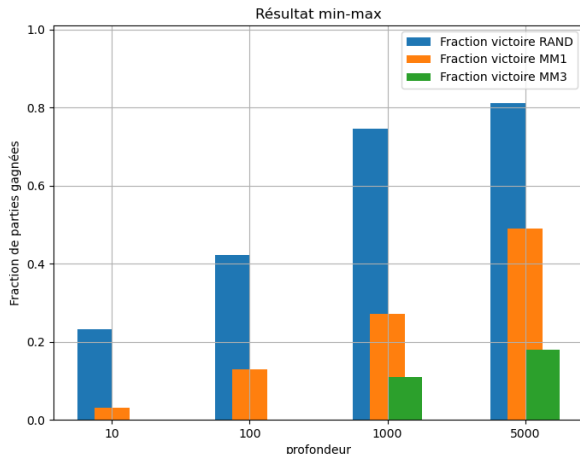


Figure: Résultat de l'algorithme flat Monte Carlo (1000 parties)

Une amélioration de l'algorithme précédent

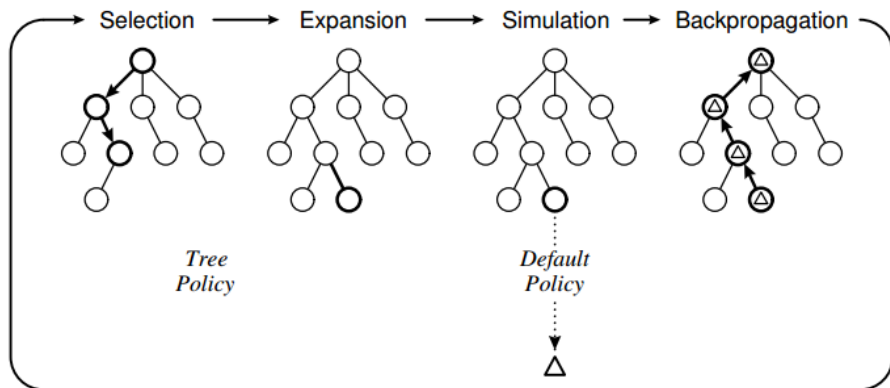


Figure: Principe de la recherche arborescente de Monte Carlo

Comment choisir le noeud à explorer ?

Score d'un noeud

On attribue à chaque noeud n un score Q qui correspond à la moyenne des gains remportés part toutes les parties contenant le noeud n . Étant donné un noeud n et son père p , on a :

$$Q(n) = \frac{1}{N(n)} \sum_{i=1}^{N(p)} \mathbb{I}_i(n) z_i$$

où $N(n)$ représente le nombre de visites du noeud n , z_i est le gain lors de la i ème visite de noeud n et $\mathbb{I}_i(n)$ vaut 1 si le noeud n a été choisie à la i visite par p , 0 sinon

Comment choisir le noeud à explorer (2) ?

Meilleur fils d'un noeud n

$$\arg \max_{n' \in \text{enfants de } n} \frac{Q(n')}{N(n')} + c \sqrt{\frac{2 \ln(N(n))}{N(n')}}$$

Visualisation des arbres

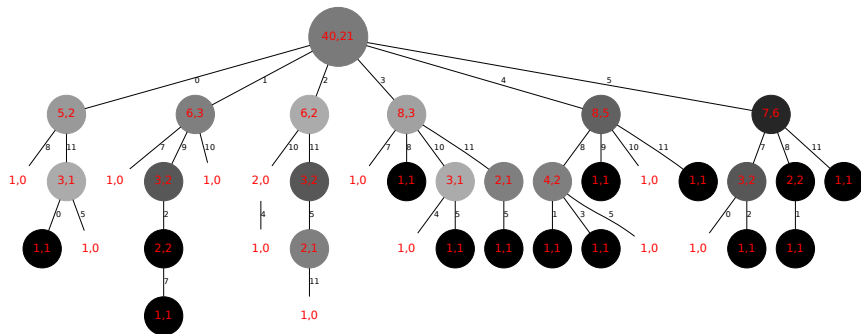


Figure: Un arbre de recherche pour le flat Monte Carlo

Visualisation des arbres

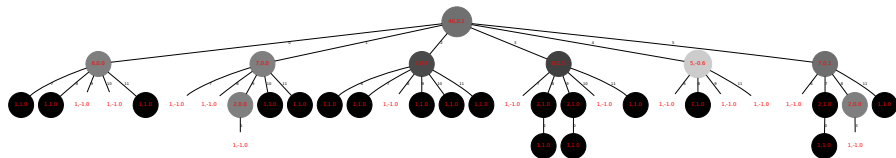


Figure: Un arbre de recherche pour la recherche arborescente de Monte Carlo

Résultats de la recherche arborescente de Monte Carlo

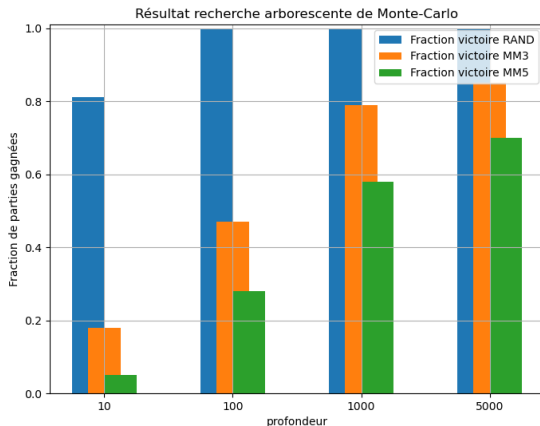


Figure: Résultats de la recherche arborescente de Monte Carlo

- Utilisation de la programmation dynamique

Anti-coups

Étant donné une configuration à n pierres A , on dit que A' est obtenue par anti-coup depuis la configuration A si il existe un coup jouable dans A' menant à la configuration A sans récolte

Explication de l'analyse rétrograde

L'algorithme se déroule en 3 étapes :

- Initialisation
- Convergence
- Stabilisation

Mais comment stocker toutes ses positions ?

Codage de Gödel

Vecteur \vec{c}

Étant donné une configuration A , on note $A(i)$ le nombre de pierre dans le puit i . On pose $\vec{c} = (c_0, \dots, c_{11})$ où $c_0 = A(0)$ et $c_{k+1} = A(k+1) + 1 + c_k$

Codage de Gödel

On note,

$$enc(\vec{c}) = \sum_{i=1}^{12} \binom{c_{i-1}}{i}$$

Et on appelle nombre de Gödel de A la quantité

$$\mathcal{E}(A) = n + 25 \times enc(\vec{c})$$

où n est le nombre de pierres de A

Base de donnée construite pour $n = 29$

Conclusion