

À la recherche du meilleur coup au jeu d'Awalé

Nils Lelorieux

numéro de candidat : 24296

Introduction



Figure: Une partie d'Awalé



Figure: Photographie de Wole Soyinka

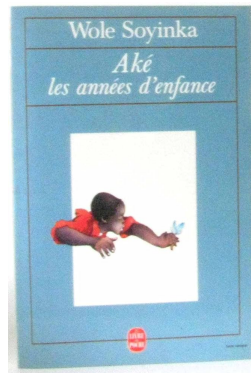


Figure: Couverture du livre "Aké les années d'enfance"

Un jeu ancien et important



Figure: Un ancien plateau de jeu découvert au Kenya

Problématique

L'étude théorique du jeu d'Awalé permet-elle de toujours jouer le meilleur coup, ou l'utilisation d'algorithmes est-elle indispensable ?

- 1 Présentation des règles du jeu et motivations
- 2 Échec de l'approche théorique et des premiers algorithmes
- 3 Des résultats concluents grâce à deux nouvelles techniques : la recherche arborescente de Monte-Carlo et l'analyse rétrograde

Déroulé d'une partie (1)

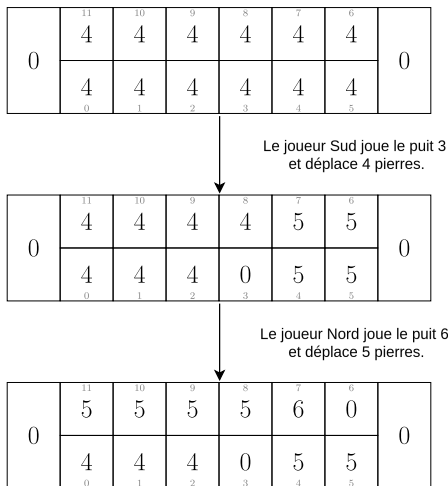


Figure: 2 coups joués par les 2 joueurs en début de partie

Déroulé d'une partie (2)

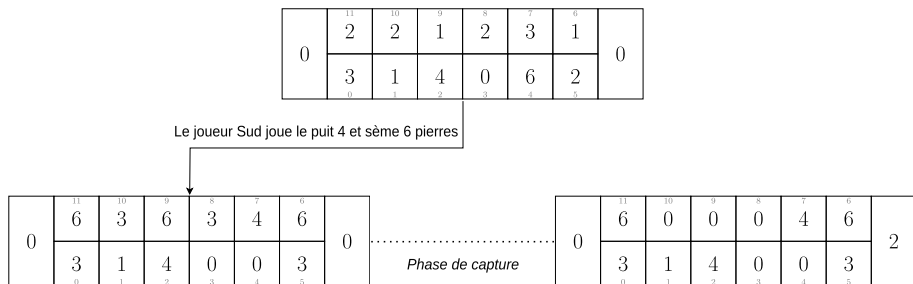


Figure: Position où le joueur Sud capture les pierres du joueur Nord

Règles du jeu

- Deux joueurs s'affrontent.
- 4 graines dans les 12 trous divisés en deux rangées de six.
- Le premier joueur choisi un puit et sème les graines.
- Si le dernier puit semé contient 2 ou 3 pierres, il les récupère et fait la même chose dans le puit précédent, ...
- Le gagnant est le joueur qui a le plus de pierres

Motivation

Pourquoi avoir choisi d'étudier le jeu d'Awalé ?

- C'est un jeu important.
- Le facteur d'embranchement est faible.
- Possibilité d'utiliser des algorithmes classiques de la théorie des jeux pour trouver le coup optimal
- Il y a 279 871 768 995 états possibles (2×10^{20} pour le puissance 4, un jeu résolu).

Une approche théorique

- Étude des positions déterminées : une position où Sud capture à tous les coups et laisse une seule pierre à Nord.
- Correspondance avec un autre jeu de Mancala : le jeu de Tchoukaillon ¹
- Il existe une périodicité sur le nombre de pierre dans une position déterminée : inutile pour notre étude. ²
- Il n'existe que 48 positions déterminées (le nombre de pierres).

¹B.Jones, L.Taalman, A.Tongen : Solitaire Mancala Games and the Chinese Remainder Theorem

²D.Broline, D.Loeb : The Combinatorics of Mancala-type games: Ayo, Tchoukaillon, and $\frac{1}{\pi}$

L'algorithme min-max

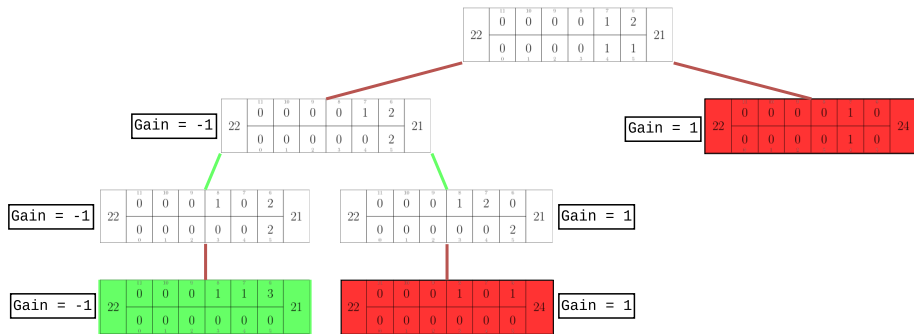


Figure: Déroulé min max au jeu de l'Awalé

Problème du min-max classique

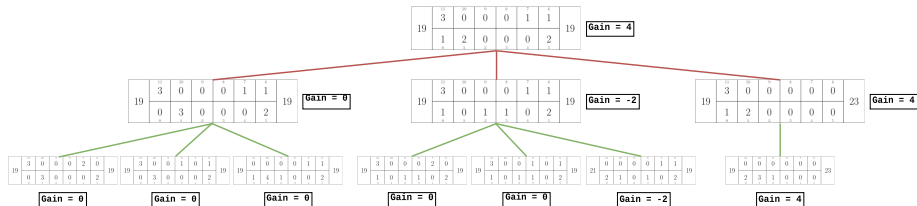


Figure: Un exemple de min max avec heuristique

Résultat min-max

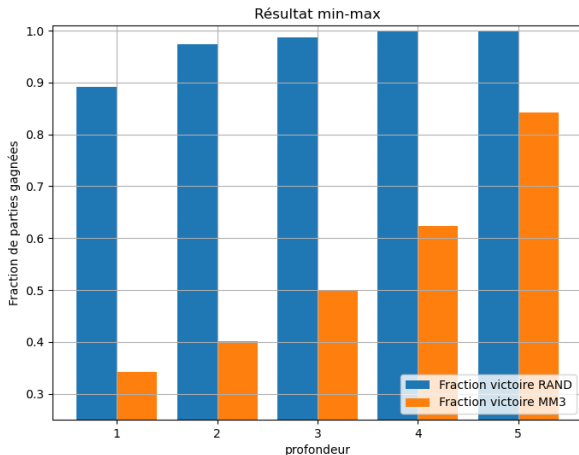


Figure: Résultats de l'algorithme min-max (1000 parties)

Un algorithme de Monte Carlo

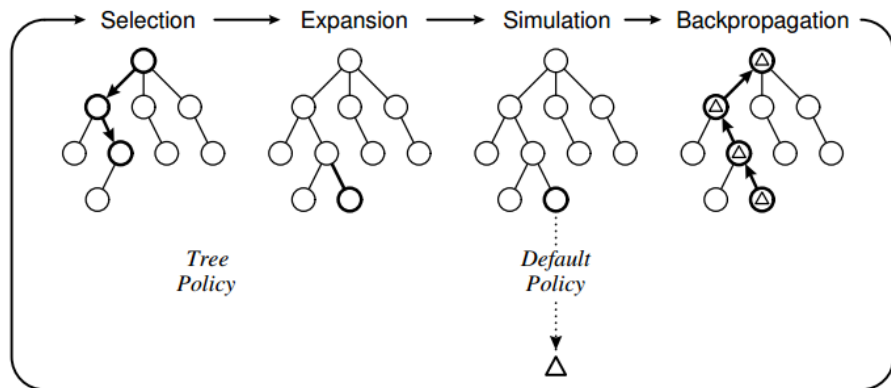


Figure: Principe de l'algorithme de Monte Carlo

Des résultats peu convaincants

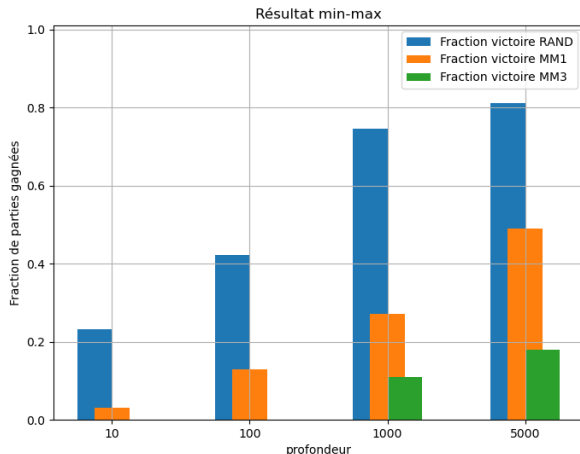


Figure: Résultat de l'algorithme flat Monte Carlo (1000 parties)

Une amélioration de l'algorithme précédent

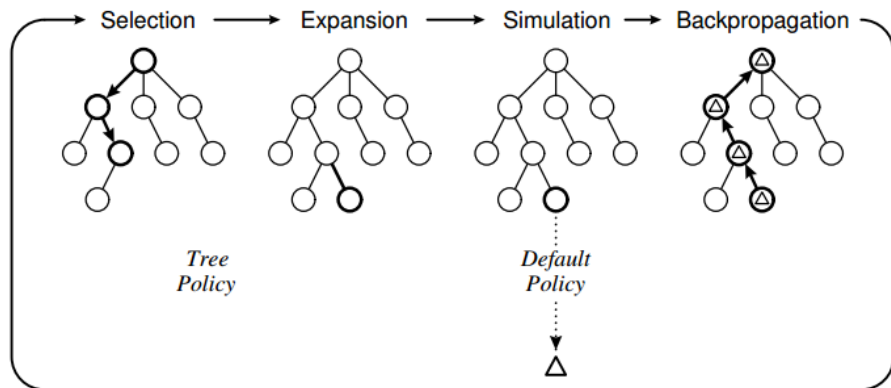


Figure: Principe de la recherche arborescente de Monte Carlo

Comment choisir le noeud à explorer ?

Score d'un noeud

On attribue à chaque noeud n un score Q qui correspond à la moyenne des gains remportés part toutes les parties contenant le noeud n . Étant donné un noeud n et son père p , on a :

$$Q(n) = \frac{1}{N(n)} \sum_{i=1}^{N(p)} \mathbb{I}_i(n) z_i$$

où $N(n)$ représente le nombre de visites du noeud n , z_i est le gain lors de la i ème visite de noeud n et $\mathbb{I}_i(n)$ vaut 1 si le noeud n a été choisie à la i visite par p , 0 sinon

Comment choisir le noeud à explorer (2) ?

Meilleur fils d'un noeud n

$$\arg \max_{n' \in \text{enfants de } n} \frac{Q(n')}{N(n')} + c \sqrt{\frac{2 \ln(N(n))}{N(n')}}$$

Visualisation des arbres

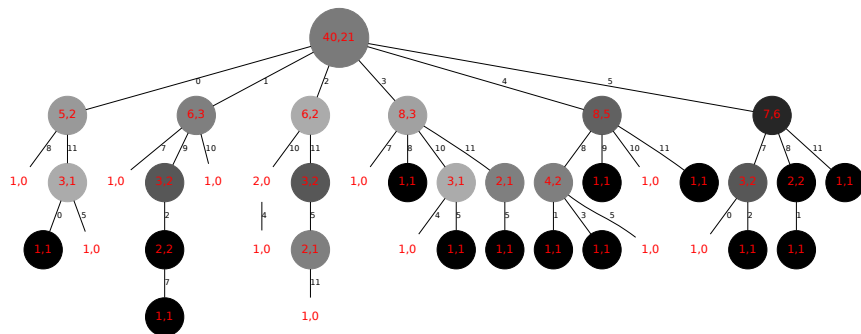


Figure: Un arbre de recherche pour le flat Monte Carlo

Visualisation des arbres

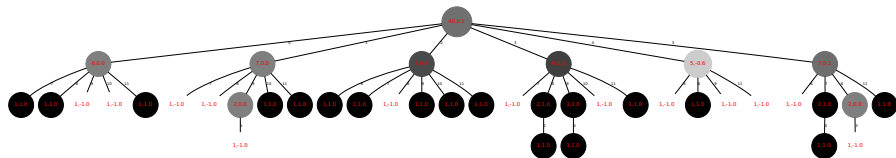


Figure: Un arbre de recherche pour la recherche arborescente de Monte Carlo

Résultats de la recherche arborescente de Monte Carlo

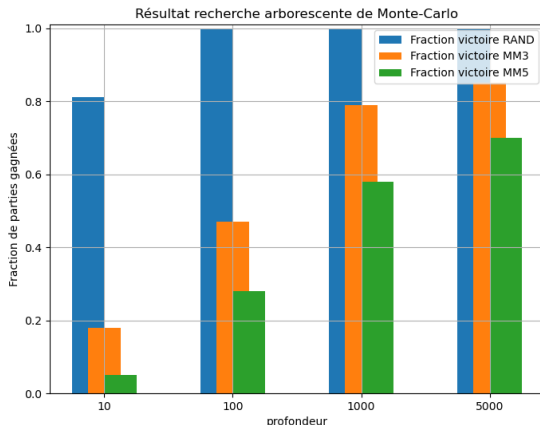


Figure: Résultats de la recherche arborescente de Monte Carlo

- Utilisation de la programmation dynamique

Anti-coups

Étant donné une configuration à n pierres A , on dit que A' est obtenue par anti-coup depuis la configuration A si il existe un coup jouable dans A' menant à la configuration A sans récolte

Explication de l'analyse rétrograde

L'algorithme se déroule en 3 étapes :

- Initialisation
- Convergence
- Stabilisation

Mais comment stocker toutes ses positions ?

Codage de Gödel

Vecteur \vec{c}

Étant donné une configuration A , on note $A(i)$ le nombre de pierre dans le puit i . On pose $\vec{c} = (c_0, \dots, c_{11})$ où $c_0 = A(0)$ et $c_{k+1} = A(k+1) + 1 + c_k$

Codage de Gödel

On note,

$$enc(\vec{c}) = \sum_{i=1}^{12} \binom{c_{i-1}}{i}$$

Et on appelle nombre de Gödel de A la quantité

$$\mathcal{E}(A) = n + 25 \times enc(\vec{c})$$

où n est le nombre de pierres de A

Base de donnée construite pour $n = 29$

Conclusion

Annexe 1 : Nombre d'états possible

Comment disposer n objets indiscernables dans k bacs (indexés) ?

La méthode des étoiles et des barres

Cela revient à dénombrer le nombre de manière de choisir $k - 1$ barres pour séparer n étoiles. Un bac pouvant être vide, tout arrangement d'étoiles et de barres se compose d'un total de $n + k - 1$ objets, dont n étoiles et $k - 1$ barres. On choisit donc $k - 1$ barres parmi les $n + k - 1$ positions possible.

Figure: Une façon de partitionner 8 étoiles dans 5 puits.



Il y a donc $\binom{48+12-1}{12-1} = 279\,871\,768\,995$ plateaux possibles.