

# Sintaxe de Tipos para a Linguagem $L_2$

Ver: `src/Types.ml`.

Existem, em  $L_2$ , os seguintes tipos:

- `Int`, números inteiros
- `Bool`, booleanos
- `Unit`, `unit ( )`, "void"
- `Reference t`, referência para um valor de tipo `t`

```
type tipo =  
  | Int  
  | Bool  
  | Unit  
  | Reference of tipo  
  | ErrorType of string  
;;
```

A fim de garantir a totalidade trivial (ou degenerada) do algoritmo de inferência estática de tipos, foi introduzido `ErrorType`, que representa um erro de tipagem obtido durante a inferência. Por exemplo,

```
if (1) then true else false : ErrorType "O tipo da condição `el` deve ser um booleano, mas  
foi `Int`"
```

Isso garante *apenas* que a inferência terminará. Não é uma garantia de que para todo termo tipável sobre  $L_2$ , o algoritmo `typeinfer` será capaz de derivar o tipo de `e`.

## `Int`, números inteiros

### Esquema de Regra Abstrata

$$\frac{}{\Gamma \vdash e : \text{int}} \text{ (T-Int)}$$

## Inferência de Tipo

```
let rec typeinfer (e: term) (env: ambiente) : tipo = (match e with  
  (** int n, número inteiro *)  
  | Integer _ -> Int  
  
  ...  
);;
```

isto é, qualquer **termo** inteiro (`Integer n`) tem o tipo `Int`. A implementação descarta o valor de `n`, pois não é importante para a tipagem; qualquer número inteiro é tipado como `Int`, etc.

## Regra Concreta

```
let rec infer' (e: term) (env: ambiente) (r: type_inference) : (tipo * ambiente *
type_inference) = (match e with
  (** valores *)
  | Integer n -> (
    (Int, env, {
      name = "T-Int";
      pre = "T";
      post = string_of_env env ^ " ⊢ '" ^ ast_of_term e ^ "' : Int";
    } :: r)
  )
  ...
);;
```

Pré-condição:  $T$  (sempre verdadeiro, sem pré-condição). Pós-condição:  $\Gamma \vdash e : \text{int}$ .

---

## Bool, booleanos

### Esquema de Regra Abstrata

$$\frac{}{\Gamma \vdash e : \text{bool}} \text{ (T-Bool)}$$

---

## Inferência de Tipo

```
let rec typeinfer (e: term) (env: ambiente) : tipo = (match e with
  ...
  (** b, booleano *)
  | Boolean _ -> Bool
  ...
);;
```

isto é, qualquer **termo** booleano (`Boolean b`) tem o tipo `Bool`. A implementação descarta o valor de `b`, pois não é importante para a tipagem; qualquer booleano é tipado como `Bool`, etc.

---

## Regra Concreta

```
let rec infer' (e: term) (env: ambiente) (r: type_inference) : (tipo * ambiente *
type_inference) = (match e with
  ...
  (** booleanos *)
  | Boolean b -> (
```

```

        (Bool, env, {
            name = "T-Bool";
            pre = "T";
            post = string_of_env env ^ " ⊢ '" ^ ast_of_term e ^ "' : Bool";
        } :: r)
    )

    ...

);;

```

Pré-condição:  $T$  (sempre verdadeiro, sem pré-condição). Pós-condição:  $\Gamma \vdash e : \text{bool}$ .

---

## Unit, unit ( ), "void"

### Esquema de Regra Abstrata

$$\frac{}{\Gamma \vdash e : \text{unit}} \text{ (T-Unit)}$$


---

### Inferência de Tipo

```

let rec typeinfer (e: term) (env: ambiente) : tipo = (match e with
...
(** unit, unit *)
| Unit -> Unit
...
);;

```

---

### Regra Concreta

```

let rec infer' (e: term) (env: ambiente) (r: type_inference) : (tipo * ambiente *
type_inference) = (match e with
...

(** unit, unit *)
| Unit -> (
    (Unit, env, {
        name = "T-Unit";
        pre = "T";
        post = string_of_env env ^ " ⊢ '" ^ ast_of_term e ^ "' : Unit";
    } :: r)
)

...

);;

```

Pré-condição:  $\top$  (sempre verdadeiro, sem pré-condição). Pós-condição:  $\Gamma \vdash e : \text{unit}$ .

---

## Reference $t$ , referência para um valor de tipo $t$

Este é o único tipo não-trivial em  $L_2$ . Uma referência a um tipo  $t$  , ou `Reference  $t$`  é o tipo *apontador para tipo  $t$*  .

## Esquema de Regra Abstrata

$$\frac{\Gamma \vdash e : t}{\Gamma \vdash \text{ref } e : \text{ref } t} \text{ (T-Ref)}$$

---

## Inferência de Tipo

```
let rec typeinfer (e: term) (env: ambiente) : tipo = (match e with
...
  (** ref e, aloca uma referência para um valor de tipo t *)
  | New e1 ->
    let t1 = typeinfer e1 env in
    (match t1 with
    | ErrorType msg -> ErrorType msg
    | _ -> Reference t1)
...
);;
```

Explicação:

1. Primeiro inferimos  $t_1 = \text{typeinfer } e1 \text{ env}$ 
  1. Se  $t_1$  for um erro, propagamos o erro
  2. Caso contrário, devolvemos `Ref  $t_1$`

Assim, o tipo de `New e1` é sempre `Reference (tipo(e1))` , conforme a regra abstrata.

---

## Regra Concreta

```
let rec infer' (e: term) (env: ambiente) (r: type_inference)
: (tipo * ambiente * type_inference) = (match e with
...

  (** Reference e, aloca um valor e cria uma referência *)
  | New e1 ->
    let (t1, env1, r1) = infer' e1 env r in
    let t =
      match t1 with
      | ErrorType _ -> t1
      | _ -> Reference t1
```

```

in
(t, env1, {
  name = "T-New";
  pre =
    (match t1 with
     | ErrorType _ -> "T (erro propagado)"
     | _ -> string_of_env env ^
        " ⊢ '" ^ ast_of_term e1 ^ "' : " ^ string_of_type t1);
  post =
    (match t with
     | ErrorType _ -> string_of_type t
     | _ -> string_of_env env ^
        " ⊢ ref(" ^ ast_of_term e1 ^ ") : " ^ string_of_type t);
} :: r1)

...
);;

```

Note que a **regra que cria novas referências** é `T-New`, isto é, a regra de tipagem para o termo `new e`. Como veremos em `terms/new e`, `new e : Reference (typeinfer e)`.

Pré-condição:  $\Gamma \vdash e : t$ . Pós-condição:  $\Gamma \vdash \text{new } e : \text{Reference } t$ .

## Inferência Estática de Tipos

1. A inferência de tipos é feita pela função `infer` e em `src/TypeInference.ml`.

É uma função que chama a função recursiva `let rec infer' (e: term) (env: ambiente) (r: type_inference) : (tipo * ambiente * type_inference)`.

Note que, cada vez que `infer'` é chamada, é necessário fornecer um termo e um ambiente de tipos. Também é passada a lista de regras de inferência obtidas até este ponto. As regras vão sendo acumuladas em uma lista, e ao final da inferência esta lista de regras é devolvida ao programador.

2. Uma regra de inferência é um objeto do tipo

```

(** `src/Constructions.ml` *)

type rule = {
  name:   string;
  pre:    string;
  post:   string;
} and type_inference = rule list
and evaluation = rule list;;

```

Note que uma inferência de tipo (`type_inference`) é uma lista de regras de inferência de tipos, e uma avaliação de termos (`evaluation`) é uma lista de regras de avaliação de termos.

3. O tipo de `infer` é `infer (e: term) : tipo * type_inference`. Dado um termo `e`, `infer` retorna o tipo de `e` e a lista de regras de inferência usadas para tipá-lo.

4. O ambiente de tipos `env` é passado em todos os passos de `infer`. O ambiente de tipos é somente uma lista de pares (identificador: `string` \* tipo: `tipo`). As funções `lookup` e `put` usadas para lidar com o ambiente de tipos são definidas em `src/Constructions.ml`.
- 

## Outras Coisas

### 1. `src/Representations.ml`

Representações em formato de `string` para termos, valores, tipos, ambiente de tipos, memória, regras de inferência de tipos e avaliação de termos. É comum que funções que retornam representação em `string` de um objeto, em OCaml, sejam escritas `string_of_t`, para algum tipo `t`, então `string_of_term` é uma função que recebe um `term` e retorna sua representação como `string`;

### 2. `src/Constructions.ml`

Este módulo define todas as *construções* sobre termos ou sobre tipos:

## ambiente de tipos: `ambiente` ;

Um ambiente é uma lista de `name_binding`. Um `name_binding` é um par `string` (identificador, `x`) e um tipo. Com isso, **associamos** um **nome** a um **tipo**. Um **ambiente de tipos**, então, é uma **lista de associações entre nomes e tipos**, ou

```
type ambiente = (string * tipo) list
```

Existem duas funções sobre ambientes de tipos: `lookup x env` e `put x t env`.

`lookup x env` retorna o tipo de `x` em `env`, se `x` estiver em `env`, e `None` caso contrário. `put x t env` adiciona/atualiza (`x,t`) no ambiente.

`put x t env` coloca o par `x` e `t` no ambiente `env` e retorna o ambiente resultante.

## regras de inferência de tipos e avaliação de termos

```
(**  
  Esquema de regra concreto para inferência estática de tipos  
  e para avaliação de termos  
**)  
type rule = {  
  name:   string;  
  pre:    string;  
  post:   string;  
} and type_inference = rule list  
and evaluation = rule list;;
```

note que uma inferência de tipo ( `type_inference` ) é uma lista de regras [de inferência de tipo], e uma avaliação de termo ( `evaluation` ) é uma lista de regras [de avaliação de termos]. Etc.

## tabela de símbolos

```
(** localização na memória, aliás int *)  
type location = int;;
```

```
(** uma tabela de símbolos é uma lista de pares (identificador, localização)
    e representa um mapeamento entre variáveis e posições na memória *)
type symbols = (string * location) list;;
```

em [nossa implementação de ]  $L_2$ , a memória é feita em dois passos:

1. identificadores são armazenados em uma *tabela de símbolos*, que associa identificadores a localizações na memória;
2. a memória é uma associação entre localizações e valores.

tanto a tabela de símbolos quanto a memória são listas: `symbols` é uma lista de pares `string * location` e `memory` é uma lista de pares `location * value`.

métodos sobre `symbols`:

```
(** verifica se a variável `x` está na tabela de símbolos `table` *)
let rec is_bound (x: string) (table: symbols) : bool = match table with
| [] -> false
| (y, l) :: table -> if x = y then true else is_bound x table
;;

(** retorna a localização da variável `x` na tabela de símbolos `table` *)
let rec search (x: string) (table: symbols) : location option = match table with
| [] -> None
| (y, l) :: table -> if x = y then Some l else search x table
;;

(** adiciona uma nova variável `x` na tabela de símbolos `table` *)
let rec extend (x: string) (l: location) (table: symbols) : symbols = (x, l) :: table;;
```

## memória

```
(**
    uma memória é uma lista de pares (localização, valor) e representa um mapeamento entre
    localizações e valores *)
type memory = (location * value) list;;

let rec exists (loc: location) (mem: memory) : bool = match mem with
| [] -> false
| (l, v) :: mem -> if loc = l then true else exists loc mem
;;

let rec get (loc: location) (mem: memory) : value option = match mem with
| [] -> None
| (l, v) :: mem -> if loc = l then Some v else get loc mem
;;

(** atualiza um local na memória e reordena a memória de acordo com a localização (fst mem)
    *)
let rec set (loc: location) (v: value) (mem: memory) : memory = (
    let rec aux acc = function
    | [] -> List.rev ((loc, v) :: acc)
```

```

    | (l, vv) :: tail ->
        if l = loc then List.rev_append acc ((loc, v) :: tail)
        else aux ((l, vv) :: acc) tail
in
aux [] mem
)

(** ordena a memória em função das localizações (loc, fst mem) *)
let sort (mem: memory) : memory =
    let compare (l1, _) (l2, _) = compare l1 l2 in
    List.sort compare mem
;;

(** retorna a próxima posição livre na memória *)
let where mem =
    mem
    |> List.map fst
    |> List.sort compare
    |> List.fold_left (fun expect l ->
        if l = expect then expect + 1 else expect
    ) 0

```

## Termos

### Sintaxe de termos

Sejam  $\Gamma$  o ambiente de tipos e seja  $\sigma$  a memória e símbolos a tabela de símbolos.

```

(** sintaxe de termos sobre `L2` *)
type term =
    | Integer of int (* n, termo número inteiro *)
    | Boolean of bool (* b, termo booleano *)
    | Identifier of string (* x, identificador *)
    | Conditional of term * term * term (* If, operador condicional *)
    | BinaryOperation of binary_operator * term * term (* bop, operação binária *)
    | While of term * term (* While e1 do e2 *)
    | Assignment of term * term (* x := e *)
    | Let of string * tipo * term * term (* let x: T = e1 in e2 *)
    | New of term (* new e *)
    | Dereference of term (* !e *)
    | Unit (* () *)
    | Sequence of term * term (* e1; e2 *)
    | Location of int (* l, local de memória *)
and binary_operator =
    | Add | Sub | Mul | Div (* operadores aritméticos *)
    | Eq | Neq | Lt | Leq | Gt | Geq (* operadores relacionais *)
    | And | Or (* operadores lógicos *)
;;

```

## Valores



Ver `src/Terms.ml`

Não existem propriamente, em  $L_2$ , *regras de avaliação* para *valores*, uma vez que valores são termos já avaliados; são formais normais ou presas, *stuck*.

São valores os termos

```
type term = ..
  | Integer of int      (* termo número inteiro *)
  | Boolean of bool     (* termo booleano *)
  | Unit              (* termo unitário *)
  | Location of int     (* local de memória *)
```

Estes termos são imediatamente avaliados para seus respectivos valores.

```
(** sintaxe de valores sobre `L2` *)
type value =
  | VInteger of int      (* n, valor número inteiro *)
  | VBoolean of bool     (* b, valor booleano *)
  | VUnit              (* (), unit *)
  | VLocation of int     (* l, local de memória *)
  | EvaluationError of string (* s, erro de avaliação *)
and name_binding = string * value (* associação entre um identificador e um valor *)
;;
```

O termo `Location` e o valor `VLocation` são discutidos `docs/outras_coisas.md` [#memória](#).

Note que `EvaluationError` não é um termo da linguagem  $L_2$ . Ao contrário, `EvaluationError` é definido somente na sintaxe dos *valores*. `EvaluationError` não é um valor da linguagem  $L_2$ , também, mas é o valor resultante da avaliação de um termo mal-formado ou que a avaliação falhou.

## Funções *helper*

1. `is_value_term: term →  $\mathbb{B}$` , verifica se um termo representa um valor.
2. `value_of_term: term → value →  $\mathbb{B}$` , converte um termo para um valor, (caso `is_value_term` e retorne verdadeiro para `e`).
3. `term_of_value: value → term →  $\mathbb{B}$` , converte um valor para um termo, (caso `value_of_term` e retorne verdadeiro para `e`).
4. `substitute string × value × term → term`, substitui um identificador por um valor em um termo.  $\{x/v\}e$ .

## Regras de Avaliação

Artificialmente, definimos as regras de avaliação para valores, a fim de, ao imprimí-las em tela, sabermos em que ponto da avaliação foi produzido o valor.

$$\frac{}{\text{Integer } n, \sigma \rightarrow \text{VInteger } n, \sigma} \text{ (E-Int)}$$

$$\frac{}{\text{Boolean } b, \sigma \rightarrow \text{VBoolean } b, \sigma} \text{ (E-Bool)}$$

$$\frac{}{\text{Unit}, \sigma \rightarrow \text{VUnit}, \sigma} \text{ (E-Unit)}$$

$$\frac{}{\text{Location } l, \sigma \rightarrow \text{VLocation } l, \sigma} \text{ (E-Location)}$$

```

(** faz um passo na avaliação de um termo, se for possível *)
let rec step    (e      : term)
               (mem    : memory)
               : (term * memory * eval_rule, string) result =
  match e with
  ...
  | Integer n -> Ok (VInteger n, mem, {
      name = "E-Int";
      pre  = "";
      post = ast_of_term e ^ ", " ^ string_of_mem mem ^ " -> "
            ^ string_of_value (VInteger n) ^ ", " ^ string_of_mem mem
    })

  | Boolean b -> Ok (VBoolean b, mem, {
      name = "E-Bool";
      pre  = "";
      post = ast_of_term e ^ ", " ^ string_of_mem mem ^ " -> "
            ^ string_of_value (VBoolean b) ^ ", " ^ string_of_mem mem
    })

  | Unit      -> Ok (VUnit, mem, {
      name = "E-Unit";
      pre  = "";
      post = ast_of_term e ^ ", " ^ string_of_mem mem ^ " -> "
            ^ string_of_value (VUnit) ^ ", " ^ string_of_mem mem
    })

  | Location l -> Ok (VLocation l, mem, {
      name = "E-Location";
      pre  = "";
      post = ast_of_term e ^ ", " ^ string_of_mem mem ^ " -> "
            ^ string_of_value (VLocation l) ^ ", " ^ string_of_mem mem
    })

  ...

```

## Identificadores (variáveis, Identifier x)

### Inferência de Tipo

$$\frac{x : T \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : T} \text{ (T-Var)}$$

Se o identificador `x` estiver no ambiente de tipos `Γ` com o tipo `T`, então o tipo do identificador `x` é `T`.

### Avaliação

$L_2$  não define explicitamente a avaliação de identificadores.

Identificadores são as variáveis que o programador define em seus programas. Estas variáveis são mapeadas em uma *tabela de símbolos*, que é uma lista de pares (identificador : string × localização na memória : int

). Um identificador **não** é o valor que ele aponta. Ao contrário, um identificador **avalia para a posição na memória apontada** por ele.

Se  $x$  estiver na *tabela de símbolos*, então `Identifier x` avalia para o valor posição na memória `VLocation l` para o qual  $x$  aponta. Se  $x$  não estiver na *tabela de símbolos*, então `Identifier x` avalia para `EvaluationError`.

$$\frac{x \in \text{símbolos}, \sigma}{\sigma \vdash \text{Identifier } x \rightarrow \text{VLocation } l} \quad (\text{E-Var})$$

---

## Condicional ( `if e1 then e2 else e3` )

Sintaxe: `Conditional (e1, e2, e3)`

### Inferência de Tipo

A expressão condicional exige que:

- a condição  $e_1$  tenha tipo `Bool`;
- ambos os ramos  $e_2$  e  $e_3$  tenham o **mesmo tipo**  $T$ .

A regra formal é:

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{Bool} \quad \Gamma \vdash e_2 : T \quad \Gamma \vdash e_3 : T}{\Gamma \vdash \text{if } e_1 \text{ then } e_2 \text{ else } e_3 : T} \quad (\text{T-If})$$

Se  $e_1$  não for booleano, ou se  $e_2$  e  $e_3$  tiverem tipos distintos, então a expressão não tem tipo válido.

### Avaliação

- Primeiro reduzimos a condição  $e_1$ , caso ela ainda não seja um valor.
- Se  $e_1$  reduz para `true`, escolhemos o ramo  $e_2$ .
- Se  $e_1$  reduz para `false`, escolhemos o ramo  $e_3$ .

As regras formais são as seguintes:

$$\frac{e_1 \rightarrow e'_1}{\text{if } e_1 \text{ then } e_2 \text{ else } e_3 \rightarrow \text{if } e'_1 \text{ then } e_2 \text{ else } e_3} \quad (\text{E-IfStep})$$
$$\frac{}{\text{if true then } e_2 \text{ else } e_3 \rightarrow e_2} \quad (\text{E-IfTrue})$$
$$\frac{}{\text{if false then } e_2 \text{ else } e_3 \rightarrow e_3} \quad (\text{E-IfFalse})$$

O condicional avalia primeiro a condição.

Se ela for verdadeira, retorna o ramo `then`.

Se for falsa, retorna o ramo `else`.

Se ainda não for um valor booleano, a condição é reduzida antes de continuar.

---

## Operações Binárias ( `BinaryOperation(op, e1, e2)` )

Sintaxe: `BinaryOperation (op, e1, e2)`

## Inferência de Tipo

A regra de tipos para operações binárias depende do operador `op`.

Dividimos em três classes:

1. **Operadores aritméticos:** `+`, `-`, `*`, `/`, `mod`

- Ambos os operandos devem ser do tipo `Int`
- O resultado é `Int`

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{Int} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{Int}}{\Gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 : \text{Int}} \quad (\text{T-BinOp } \{+, -, *, /, \text{mod}\})$$

2. **Operadores booleanos:** `and`, `or`

- Ambos os operandos devem ser `Bool`
- O resultado é `Bool`

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{Bool} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{Bool}}{\Gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 : \text{Bool}} \quad (\text{T-BinOp } \{\text{and}, \text{or}\})$$

3. **Operadores relacionais:** `=`, `<>`, `<`, `<=`, `>`, `>=`

- Ambos os operandos devem ser `Int`
- O resultado é `Bool`

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{Int} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{Int}}{\Gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 : \text{Bool}} \quad (\text{T-BinOp } \{=, <>, <, <=, >, >=\})$$

Também é possível comparar booleanos com `==` e `<>`.

Se os tipos não coincidirem com o esperado pelo operador, a expressão binária não tem tipo válido.

---

## Avaliação

A avaliação segue a ordem esquerda–direita:

- Reduzimos `e1` até virar um valor.
- Depois reduzimos `e2`.
- Quando ambos são valores, aplicamos o operador.

As regras formais são:

$$\frac{e_1 \rightarrow e'_1}{\text{op}(e_1, e_2) \rightarrow \text{op}(e'_1, e_2)} \quad (\text{E-BinOp 1})$$

$$\frac{e_2 \rightarrow e'_2}{\text{op}(v_1, e_2) \rightarrow \text{op}(v_1, e'_2)} \quad (\text{E-BinOp 2})$$

E quando ambos os operandos são valores:

$$\overline{\text{op}(v_1, v_2) \rightarrow v} \quad (\text{E-BinOp})$$

onde `v` é o resultado da computação real do operador sobre os valores `v1` e `v2`, por exemplo:

- `1 + 2 → 3`

- `4 < 2 → false`
- `true and false → false`

**Ordem de avaliação:** operações binárias avaliam sempre primeiro o lado esquerdo, depois o direito, e finalmente aplicam o operador quando ambos os operandos forem valores.

---

## Comando de Atribuição ( Assignment(x, e) )

Sintaxe: Assignment (Identifier x, e)

Semântica: **modifica a memória**, armazenando o valor de e na posição referenciada por x.

### Inferência de Tipo

Para que a atribuição seja válida:

1. x deve ter tipo ref T no ambiente.
2. e deve ter tipo T.
3. O comando retorna tipo Unit.

A regra formal é:

$$\frac{\Gamma \vdash x : \text{Ref } T \quad \Gamma \vdash e : T}{\Gamma \vdash x := e : \text{Unit}} \quad (\text{T-Atr})$$

Se x não for uma referência, ou e não tiver o tipo apontado por x, a atribuição é inválida.

### Avaliação

A avaliação segue a ordem:

1. Avaliamos x **até obter a localização** l.
2. Avaliamos e até obter o valor v.
3. Escrevemos v na memória no endereço l.
4. O comando retorna Unit.

Regras formais:

Avaliar o lado esquerdo:

$$\frac{x \rightarrow x'}{x := e \rightarrow x' := e} \quad (\text{E-Atr})$$

Avaliar o lado direito:

$$\frac{e \rightarrow e'}{l := e \rightarrow l := e'} \quad (\text{E-Atr})$$

Quando ambos lados são valores:

$$\frac{}{l := v \rightarrow \text{store}(l \mapsto v) \text{ VUnit}} \quad (\text{E-Atr})$$

A atribuição **muda a memória** e é avaliado para **valor** VUnit.

---

## Laço while ( While(e1, e2) )

Sintaxe: While (e1, e2)

Semântica: Enquanto a condição e1 for verdadeira, executar o corpo e2 .

### Inferência de Tipo

Para um while ser bem tipado:

- a condição e1 deve ser Bool ;
- o corpo e2 deve ter tipo Unit ;
- o tipo da expressão inteira é Unit .

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{Bool} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{Unit}}{\Gamma \vdash \text{while } e_1 \text{ do } e_2 : \text{Unit}} \quad (\text{T-While})$$

### Avaliação

Um while é açúcar sintático para:

$$\text{while } e_1 \text{ do } e_2 \quad \equiv \quad \text{if } e_1 \text{ then } (e_2; \text{while } e_1 \text{ do } e_2) \text{ else Unit}$$

A avaliação segue a mesma estratégia:

1. Avaliamos e1 .
2. Se e1 → true , então avaliamos e2 e depois repetimos o loop.
3. Se e1 → false , o laço termina retornando Unit .

Regras formais:

Passo sobre a condição:

$$\frac{e_1 \rightarrow e'_1}{\text{while } e_1 \text{ do } e_2 \rightarrow \text{while } e'_1 \text{ do } e_2} \quad (\text{E-While Step})$$

Caso verdadeiro:

$$\frac{}{\text{while true do } e_2 \rightarrow e_2; \text{while true do } e_2} \quad (\text{E-While True})$$

Caso falso:

$$\frac{}{\text{while false do } e_2 \rightarrow \text{Unit}} \quad (\text{E-While False})$$

Assim como em linguagens imperativas reais, o laço while produz sempre Unit — ele serve apenas para efeitos colaterais na memória.

---

## Sequência de Comandos ( e1 ; e2 )

Sintaxe: Sequence (e1, e2)

Semântica: **Avalia** e1 , ignora seu valor (que deve ser Unit ), e depois avalia e2 , cujo valor é o resultado da sequência.

### Inferência de Tipo

Para uma sequência ser bem tipada:

1.  $e_1$  deve ter tipo `Unit`.
2.  $e_2$  pode ter qualquer tipo  $T$ .
3. O tipo da sequência é o tipo de  $e_2$ .

Regra formal:

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{Unit} \quad \Gamma \vdash e_2 : T}{\Gamma \vdash e_1; e_2 : T} \quad (\text{T-Sequence})$$

A restrição de que  $e_1$  deve ser `Unit` garante que apenas comandos com efeitos colaterais (como atribuições, loops, etc.) possam aparecer na primeira posição. Valores como inteiros ou booleanos não são permitidos.

## Avaliação

A avaliação segue a ordem estrita da esquerda para direita:

1. Avaliamos  $e_1$  até obter `Unit`.
2. Avaliamos  $e_2$  e retornamos seu valor.

Regras formais:

Avaliar o primeiro comando:

$$\frac{e_1 \rightarrow e'_1}{e_1; e_2 \rightarrow e'_1; e_2} \quad (\text{E-Seq Step})$$

Quando o primeiro comando é `Unit`:

$$\frac{}{\text{Unit}; e_2 \rightarrow e_2} \quad (\text{E-Seq})$$

Se  $e_1$  avaliar para um valor diferente de `Unit`, ocorre erro de tipo em tempo de execução.

---

## Declaração Local `let x : T = e1 in e2`

Sintaxe: `Let (x, T, e1, e2)`

Semântica: **Vincula** o identificador  $x$  ao valor de  $e_1$  e avalia  $e_2$  no contexto estendido. O comportamento difere se  $T$  for tipo referência ( `ref T'` ) ou tipo não-referência.

## Inferência de Tipo

Para um `let` ser bem tipado:

1. A expressão  $e_1$  deve ter tipo  $T$  no ambiente atual.
2. O corpo  $e_2$  é avaliado no ambiente estendido com  $x : T$ .
3. O tipo do `let` é o tipo de  $e_2$  no ambiente estendido.

Regra formal:

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : T \quad \Gamma, x : T \vdash e_2 : T'}{\Gamma \vdash \text{let } x : T = e_1 \text{ in } e_2 : T'} \quad (\text{T-Let})$$

A inferência de tipos em L2 inclui:

- Para **tipos não-referência** (`int`, `bool`, `unit`): O tipo de `e1` deve coincidir exatamente com `T`.
- Para **tipos referência** (`ref T`): O tipo de `e1` também deve ser `ref T`.

## Avaliação

A avaliação segue duas estratégias distintas:

### Para tipos não-referência:

1. Avaliamos `e1` até obter um valor `v`.
2. Substituímos todas as ocorrências livres de `x` em `e2` por `v`.
3. Avaliamos a expressão resultante.

Regras:

$$\frac{e_1 \rightarrow e'_1}{\text{let } x : T = e_1 \text{ in } e_2 \rightarrow \text{let } x : T = e'_1 \text{ in } e_2} \quad (\text{E-Let-Step})$$

$$\frac{\text{valor}(v_1) \quad T \neq \text{Ref } T'}{\text{let } x : T = v_1 \text{ in } e_2 \rightarrow e_2\{v_1/x\}} \quad (\text{E-Let})$$

### Para tipos referência:

1. Avaliamos `e1` até obter um valor `VLocation(l)`.
2. Estendemos a tabela de símbolos para associar `x` à localização `l`.
3. Avaliamos `e2` com esta nova associação.

Regra:

$$\frac{\text{valor}(VLocation(l)) \quad T = \text{Ref } T'}{\text{let } x : T = VLocation(l) \text{ in } e_2 \rightarrow e_2 \quad (\text{com } x \mapsto l \text{ no ambiente})} \quad (\text{E-Let-Ref})$$

Se `e1` não for uma localização quando `T` é referência, ocorre erro de tipo em tempo de execução.

---

## Criação de Referência (new e)

Sintaxe: `New e`

**Aloca** uma nova posição `l` na memória, armazena o valor de `e` nessa posição e retorna a localização `l`.

## Inferência de Tipo

$$\frac{\Gamma \vdash e : T}{\Gamma \vdash \text{new } e : \text{Ref } T} \quad (\text{T-New})$$

## Avaliação

A expressão `e` pode ser qualquer termo válido: um valor, variável, ou expressão complexa. O tipo de `e` determina o tipo da referência criada.

Avaliação

A avaliação segue a ordem:



1. Avaliamos `e` até obter um valor `v`.
2. Alocamos uma **nova** posição `l` na memória  $\sigma$ .
3. Armazenamos `v` na célula `l`.
4. Retornamos a localização `l` como valor `VLocation l`.

Regras formais:

Enquanto `e` não é um valor, avalie-o até que seja.

$$\frac{e \rightarrow e'}{\text{new } e \rightarrow \text{new } e'} \quad (\text{E-New Step})$$

Quando `e` for um valor, alocar nova posição na memória:

$$\frac{l \notin \text{Dom}(\sigma)}{\text{new } e, \sigma \rightarrow \text{VLocation } l, \sigma[l \mapsto v]} \quad (\text{E-New 1})$$

## Dereferência (desreferenciação) `!e`

Sintaxe: `Dereference e`

**Acessa** o valor armazenado na localização referenciada `e`.

A expressão `e` deve ser uma referência.

## Inferência de Tipo

Para que `!e` seja bem tipado, é necessário que

1. `e` seja tipado em `ref t`
2. o tipo de `!e` seja `t`.

$$\frac{\Gamma \vdash e : \text{Ref } T}{\Gamma \vdash !e : T} \quad (\text{T-Deref})$$

## Avaliação

A avaliação segue os passos:

1. Avaliamos `e` até obter uma localização `VLocation(l)`.
2. Consultamos a memória no endereço `l` para obter o valor `v` armazenado.
3. Retornamos `v`.

Regras formais:

$$\frac{e \rightarrow e'}{!e \rightarrow !e'} \quad (\text{E-Deref Step})$$

$$\frac{l \in \text{Dom}(\sigma) \quad \wedge \quad \sigma(l) = v}{!VLocation(l) \rightarrow v} \quad (\text{E-Deref 1})$$

Se a localização `l` não existir na memória, ocorre erro de execução análogo a `EvaluationError("Localização inválida")`. Se `e` não for uma localização, também ocorre erro.

```
Dataview (inline field '='): Error:
```

```
-- PARSING FAILED -----
```

```
> 1 | =  
  | ^
```

Expected one of the following:

'(', 'null', boolean, date, duration, file link, list ('[1, 2, 3]'), negated field, number, object ('{ a: 1, b: 2 }'), string, variable