Universidade de São Paulo Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto Departamento de Economia Programa de Pós-Graduação em Economia – Área: Economia Aplicada

Lucas Argentieri Mariani

Modelos macro-financeiros com o uso de fatores latentes do tipo Nelson-Siegel

Orientador: Márcio Poletti Laurini

Ribeirão Preto 2015

Prof. Dr. Marco Antônio Zago Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Dante Pinheiro Martinelli Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto

> Prof. Dr. Renato Leite Marcondes Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Claudio Ribeiro Lucinda Coordenador do Programa de Pós-graduação em Economia – Área: Economia Aplicada

Lucas Argentieri Mariani

Modelos macro-financeiros com o uso de fatores latentes do tipo Nelson-Siegel

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia _ Área: Economia Aplicada da Faculdade de Administração Economia, e Contabilidade de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências. Versão Corrigida. original encontra-se disponível na FEA-RP/USP.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Polleti Laurini

Ribeirão Preto 2015

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Mariani, Lucas Argentieri. L.A.M.

Modelos macro-financeiros com o uso de fatores latentes do tipo Nelson-Siegel. Ribeirão Preto, 2015.

97 p.: il.; 30 cm

Dissertação de Mestrado, apresentada à Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto/USP. Área de concentração: Economia Aplicada.

Orientador: Laurini, Márcio Poletti.

1. Macro-Finanças. 2. Fatores Nelson-Siegel. 3. Modelo de previsão de câmbio. 4. Inflação implícita. 5. Espaço de Estado.

Agradecimentos

À toda minha família, especialmente ao meu pai Carlos, minha mãe Maria Luiza e meu irmão Marco, aos meus avós e tios que apesar da saudade da distância sempre me incentivaram durante toda a jornada. Agradeço também à minha namorada, além de colega, Jéssica, pelo carinho e os momentos bons que passamos juntos mas também aos "resumos bala" sem os quais não completaria essa etapa.

Ao Professor Márcio Poletti Laurini, que além de um ótimo pesquisador e orientador sempre me incentivou a ir além e buscar novos objetivos. Ele é o grande responsável pela minha formação acadêmica não só em termos de conteúdo mas támbem como ser um pesquisador (ou tentar ser). Ao Prof. Alex Luiz Ferreira, que além de estar tanto na minha qualificação, quanto na minha defesa, sempre com comentários pertinentes, me ajudou imensamente com sua matéria de Macroeconomia Internacional. Agradeço também aos Profs. Fábio Reis e Joâo Caldeira pelos comentários tanto na qualificação quanto na defesa dessa dissertação.

A todos professores e funcionários da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, que contribuíram direta ou indiretamente na minha formação e com os quais tive aula, conversei ou trabalhei junto. Especialmente aos Profs. Luciano Nakabashi, Rudinei e Sérgio Sakurai, com os quais trabalhei no CEPER. E particularmente agradecer aos funcionários da secretaria de Pós-Graduação Thiago, Matheus e Érika.

Aos meus amigos que fiz durante essa dura jornada de noites na salinha de estudos: ao Elder Sant' Anna, Caio Lopes, Renata Borges, Juliana Ortiz, Vinicius Poloni André Cardoso, Gabriela Fonseca e Myriã Bast. Em especial à Pedro Henrique França e Leonardo Assahide amigos que com certeza levarei para o resto da minha vda.

A CAPES e a FUNDACE, pelo auxílio financeiro que possibilitou que esse trabalho fosse desenvolvido de forma adequada.

Resumo

MARIANI, L. A. **Modelos** macro-financeiros com o uso de fatores latentes do tipo Nelson-**Siegel.** 2015. 97p. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2015.

Usar ativos financeiros para extrair as expectativas de mercado para algumas variáveis macroeconômicas é uma prática comum na literatura de Macro-Finanças. Nessa dissertação utilizamos títulos brasileiros para extrairmos as expectativas tanto do câmbio quanto da inflação com o uso de fatores latentes do tipo Nelson-Siegel. No primeiro capítulo desenvolvemos um modelo que tenta incorporar expectativas do mercado financeiro com os fundamentos macroeconômicos dessa variável. O modelo desenvolvido aqui difere dos modelos anteriores ao permitir volatilidades condicionais que parecem ser muito importantes no mercado cambial. Os resultados encontrados aqui indicam que os modelos com os fatores latentes e as variáveis macroeconômicas tem um poder de previsão melhor do que os modelos puramente macroeconômicos. Além disso, parece haver uma relação entre as variáveis macroeconômicas e a curva de diferencial de juros entre os países. Já no segundo capítulo utilizamos o diferencial entre rendimentos dos títulos reais e nominais usadas como preditores da inflação. O modelo aqui apresentado faz uma decomposição desse diferencial de juros, em prêmios de risco e inflação implícita usando um modelo paramétrico baseado em condições de não-arbitragem. As estimações da de inflação implícita do modelo se mostram estimadores não viesados da inflação futura para horizontes mais curtos e carregam informação para horizontes mais longos. Além disso, mostram resultados superiores que o uso somente do diferencial. Palavras chave: Estrutura a termo da taxa de juros, Fatores Nelson-Siegel e Macro-Finanças.

Palavras-Chave: 1. Macro-Finanças. 2. Fatores Nelson-Siegel. 3. Modelo de previsão de câmbio. 4. Inflação implícita. 5. Espaço de Estado.

Abstract

MARIANI, L. A. macro-financial models using Nelson-Siegel latent factors. 2015. 97p. Dissertation (Master) - Faculty of Economics, Business and Accounting of Ribeirão Preto, University of São Paulo, Ribeirão Preto, 2015.

Use financial assets to extract market expectations for some macroeconomic variables is a common practice in Macro-Finance literature. In this dissertation we use Brazilian securities to extract the expectations of both the exchange rate as inflation using Nelson-Siegel factors. In the first chapter we developed a model that incorporates these financial market expectations with macroeconomic variables, which are the foundations of this variable. The model developed here differs from previous models by allowing conditional volatilities that seem to be very important in the foreign exchange market. The study findings indicate that the models with latent factors and macroeconomic variables has better preditive power than purely macroeconomic models. In addition, indicates that there is a relationship between macroeconomic variables and the interest rate differential curve between countries. In the second chapter we use the spread between real and nominal bonds used as predictors of inflation. The model presented here is a decomposition of this interest differential in risk premiums and implied inflation using a parametric model based on no-arbitrage conditions. Estimates of implied inflation are non biased estimators of future inflation for shorter horizons and carry information over longer horizons. In addition, the implied inflation has superior results than that only using the differential. Keywords: Term structure of interest rates, Nelson-Siegel factors and Macro-Finance.

Keywords: 1. Macro-Finance. 2. Nelson-Siegel factors. 3. Exchange rate forecast model. 4. Implicit inflation. 5. State Space.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Fatores latentes estimados pelo modelo	19
Figura 2 – Fatores latentes estimados pelo modelo	20
Figura 3 – Fator de decaimento estimado pelo modelo	21
Figura 4 — Previsão um mês a frente dos fatores pelo Modelo 1	29
Figura 5 $-$ Previsão um mês a frente das volatilidades dos fatores pelo Modelo 1 $$.	30
Figura 6 – Previsão um mês a frente dos fatores pelo Modelo 2	31
Figura 7 — Previsão um mês a frente das volatilidades dos fatores pelo Modelo 2 .	32
Figura 8 – Participação por título	44
Figura 9 – Estoque Total de NTN-B	44
Figura 10 – Fatores de nível estimados	55
Figura 11 – Fatores inclinação e curvatura estimados	56
Figura 12 — Boletim Focus, Inflação Esperada do Modelo e IPCA realizado 6 meses	
à frente	59
Figura 13 — Boletim Focus, Inflação Esperada do Modelo e IPCA realizado 12 meses	
à frente	59
Figura 14 — Prêmios de risco para 6, 12, 24 e 60 meses de maturidade	60
Figura 15 — Ajustamento para a maturidade de 5 dias úteis	71
Figura 16 – Ajustamento para a maturidade de 1 mês	72
Figura 17 – Ajustamento para a maturidade de 2 meses	72
Figura 18 – Ajustamento para a maturidade de 3 meses	73
Figura 19 – Ajustamento para a maturidade de 6 meses	73
Figura 20 — Ajustamento para a maturidade de 1 ano	74
Figura 21 – Título real com maturidade 6 meses	76
Figura 22 – Título real com maturidade 12 meses	77
Figura 23 – Título real com maturidade 24 meses	77

Figura 24	– Título real com maturidade 48 meses	78
Figura 25	–Título real com maturidade 60 meses	78
Figura 26	-Título nominal com maturidade 12 meses	79
Figura 27	-Título nominal com maturidade 24 meses	79
Figura 28	-Título nominal com maturidade 48 meses	80
Figura 29	-Título nominal com maturidade 60 meses	80
Figura 30	$-BEI\ rates,$ inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade 3	
	meses	81
Figura 31	$-BEI\ rates,$ inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade 6	
	meses	82
Figura 32	$-BEI\ rates,$ inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade 9	
	meses	82
Figura 33	$-\ensuremath{\mathit{BEI \ rates}},$ inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade	
	12 meses	83
Figura 34	$-BEI\ rates,$ inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade	
	24 meses	83
Figura 35	$-BEI\ rates,$ inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade	
	36 meses	84
Figura 36	$-BEI\ rates,$ inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade	
	48 meses	84
Figura 37	$-BEI\ rates,$ inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade	
	60 meses	85

Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores dos paramêtros da Equação 1.8	19
Tabela 2 – Valores dos paramêtros da Equação 1.11	20
Tabela 3 – Valores dos paramêtros da Equação 1.7	21
Tabela 4 – Regressão Modelo 1	22
Tabela 5 – Regressão Modelo 2	23
Tabela 6 – Regressão volatilidades estocásticas com Modelo 1	25
Tabela 7 – Regressão volatilidades estocásticas com Modelo 2	26
Tabela 8 – Testes de Especificação do Modelo 1	29
Tabela 9 – Testes de Especificação do Modelo 2	31
Tabela 10 — Comaparativo dos modelos propostos por um benchmark	32
Tabela 11 — Comparação entre o Modelo 1 e o Modelo somente com as variáveis	
macroecomômicas	33
Tabela 12 — Comparação entre o Modelo 2 e o Modelo somente com as variáveis	
macroecomômicas	33
Tabela 13 — Comparação dos modelos com o de passeio aleatório	34
Tabela 14 – Teste Diebold-Mariano de acurácia de previsão	34
Tabela 15 – Analise de componentes principais dos títulos indexados e nominais	49
Tabela 16 - Analise de componentes principais dos títulos indexados	50
Tabela 17 - Análise de componentes principais dos títulos nominais	50
Tabela 18 – Testes de Especificação	54
Tabela 19 — Parâmetros Estimados do modelo escolhido	54
Tabela 20 — Medidas de ajustamento	57
Tabela 21 — Grau de ajustamento	58
Tabela 22 – OLS das inflações implícitas do modelo	61
Tabela 23 – TSLS das inflações implícitas do modelo	62
Tabela 24 – GMM das inflações implícitas do modelo	62

Tabela 25	-VAR completo Modelo 1	65
Tabela 26	–VAR completo modelo 2	66
Tabela 27	– Testes de Especificação do Modelo 1	67
Tabela 28	– Modelo Empírico escolhido para o modelo teórico 1	68
Tabela 29	-Testes de Especificação do Modelo 2	69
Tabela 30	– Modelo empírico escolhido para o modelo teórico 2	70
Tabela 31	-OLS para as <i>BEI rates</i>	86
Tabela 32	-TSLS para as <i>BEI rates</i>	86
Tabela 33	-GMM para as <i>BEI rates</i>	86

Sumário

Li	sta d	e ilustra	ações	1
Li	sta d	e tabela	as	3
Sı	umári	о		5
1	Mod	delo Ma	acro-Financeiro de Câmbio com fatores Nelson-Siegel e volatili-	
	dad	es esto	cásticas multivariadas	7
	1.1	Introd	ução	7
	1.2	Modelo	O	11
		1.2.1	Modelo Teórico	11
			1.2.1.1 Abordagem empírica	13
	1.3	Dados		17
	1.4	Result	ados	18
		1.4.1	UIP com fatores latentes e volatilidades condicionais $\ \ldots \ \ldots$	18
		1.4.2	Fundamentos macroeconômicos e seus feedbacks	21
		1.4.3	Previsão	27
	1.5	Conclu	ısão	35
2	Mo	delo N	elson-Siegel com condições de não arbitragem para previsão de	
	infla	ıção a p	partir do mercado de títulos brasileiro	37
	2.1	Introd	ução	37
	2.2	Revisã	o Bibliográfica e o mercado de títulos de dívida Nacional	40
		2.2.1	Revisão Bibliográfica	40
		2.2.2	Mercado de títulos de dívida Nacional \dots	43
	2.3	Modelo	0	43
		2.3.1	Discussão teórica	44
		2.3.2	Abordagem empírica	48

2.4	E	stin	nação	53
2.5	R	esu	ltados	55
	2.	5.1	Fatores Latentes	55
	2.	5.2	Ajustamento aos títulos	56
	2.	5.3	Inflação Implícita e Prêmios de Risco	58
	2.	5.4	Inflação implícita como preditor da inflação futura	60
2.6	6 C	one	elusão	63
I Ar	1exc	o:	Modelo Macro-Financeiro de Câmbio com fatores Nelson) –
Sie	ege	Ιe	volatilidades estocásticas multivariadas	64
ANEX	(O	Α	VARs Completos	65
ANEX	O	В	Testes de especificação e modelos escolhidos	67
ANEX	O	C	Ajustamento das curvas de juros	71
II Ar	ıexo	o:	Modelo Nelson-Siegel com condições de não arbitra-	
ge	m	paı	ra previsão de inflação a partir do mercado de títulos	
bra	asil	eir	o	75
ANEX	O	D	Gráficos de ajustamento do modelo aos títulos	76
ANEX	O	E	Gráficos para cada maturidade das BEI rates, inflação implícita e	
			os prêmios de risco	81
ANEX	O	F	Testes de poder de previsão da inflação futura para as BEI rates	86
Referé	ência	as		87

1 Modelo Macro-Financeiro de Câmbio com fatores Nelson-Siegel e volatilidades estocásticas multivariadas

1.1 Introdução

A taxa de câmbio é uma variável complexa, pois tem relação tanto com fundamentos macroeconômicos quanto com as expectativas dos mercados financeiros. Essa variável tem efeitos para praticamente todos os agentes econômicos, efeitos estes macroeconômicos e microeconômicos. Tanto formuladores de política econômica, quanto empresas e investidores tem se preocupado em prever as variações da taxa de câmbio e saber quais seus determinantes (e.g. Taylor (2001)). Entretanto devido as especificidades dessa variável há uma dificuldade na determinação da taxa de câmbio bem como na previsão.

Entender a ligação entre a taxa de câmbio e seus fundamentos macroeconômicos tem sido um grande desafio entre macroeconomistas. Essa dificuldade pode advir do fato de que, além ser uma variável macroeconômica, a taxa de câmbio também é um ativo financeiro que tem embutido em si expectativas e prêmios de risco. Assim, tem surgido uma vasta literatura no sentido de incorporar os fundamentos macroeconômicos da taxa de câmbio com fatores financeiros, unindo esses dois campos da economia (e.g. Svensson (1994) e Lowenkron (2006)).

Modelos teóricos ¹ sugerem que a taxa de câmbio é determinada por diversos fatores como diferenciais de inflação, diferenciais de juros, taxas de crescimentos diferentes, balanço de pagamentos, entre outros. Apesar dessa vasta literatura teórica, os primeiros modelos empíricos tinham um baixo poder preditivo. Evans (2010) indica que há um exchange-rate disconnect puzzle entre a taxa de câmbio e as variáveis macroeconômicas. O problema desses primeiros modelos é que eles não incorporavam uma dinâmica de curtíssimo-prazo, que são as mudanças de expectativa dos mercados financeiros.

e.g. Dornbusch (1976), Hooper e Morton (1982) e Frankel (1987)

Apesar disso, como salienta Evans (2010) entre 20 e 30% da variância dos excessos de retorno pode ser explicada pelos fatores macroeconômicos para horizontes de um e dois meses. Mese e Rogoff (1983) testaram diversos modelos estruturais e estatísticos para a previsão da taxa de câmbio. Esse trabalho sugeriu que o modelo passeio aleatório era melhor do qualquer modelo testado, no curto prazo.

Trabalhos mais recentes como Engel, Mark e West (2007) usam modelos que seguem uma Regra de Taylor explícita. Esta é uma regra de política monetária em que os bancos centrais escolhem as taxas de juros de modo a obter as metas definidas para inflação e crescimento. Esses modelos mais recentes se mostraram melhores tanto dentro quanto fora da amostra, principalmente para países com políticas de controle inflacionário crveis. Um ponto levantado pelos autores nesse artigo é que eles não analisam possíveis prêmios de risco na paridade descoberta de taxa de juros. Esses prêmios de risco podem ser responsáveis por explicar parte da variação da taxa de câmbio. Esse "fundamento não observado" pode ser importante na determinação da taxa. Ou seja, expectativas do mercado podem estar sendo ignoradas nesses modelos puramente macroeconômicos.

De fato, modelos que incorporam somente fatores macroeconômicos tendem a falhar em previsões de curto prazo. Isso se deve ao fato que reações de curto prazo ocorrem no mercado financeiro. Por sua vez, modelos que incorporam somente fatores financeiros tendem a fazer previsões piores para horizontes mais longos. Pela especificidade do mercado cambial que é determinado tanto pelo mercado de ativos quanto por fatores macroeconômicos, um modelo que incorpore esses dois mercados conjuntamente deve gerar resultados melhores.

Bekaert, Wei e Xing (2007) argumentam que a relação entre a taxa de câmbio e os juros pode não se manter no curto prazo devido a fricções de mercado, mas deve se manter no longo prazo. Além disso, os autores pontuam que se a hipótese das expectativas da estrutura a termo da taxa de juros se mantiver, então a relação entre taxa de juros e câmbio se manterá pela relação da paridade descoberta da taxa de juros. Outro ponto levantado pelos autores é que, pela paridade descoberta da taxa de juros, podemos ver que possíveis prêmios de risco no mercado de juros também devem ser percebidos no mercado cambial pois os dois mercados tem os mesmos fundamentos.

Dessa forma, podemos representar o setor financeiro como a estrutura termo da taxa de juros e relacioná-lo com o resto da economia. Há uma vasta literatura indicando o poder de previsão da estrutura termo sobre a expectativa de inflação, nível de atividade e taxa de câmbio ². Por outro lado, a taxa de juros e a volatilidade da estrutura termo são fortemente determinadas pelo produto e pelas expectativas de inflação.

Uma abordagem muito utilizada para relacionar o mercado de câmbio e os fundamentos é com o uso da paridade descoberta da taxa de juros ³. O uso dessa abordagem é interessante pois relaciona o mercado cambial com as expectativas presentes e futuras dos fundamentos macroeconômicos. Além disso, ela permite que hajam prêmios de risco entre os países e que esses sejam variantes no tempo.

Engel, Mark e West (2007) argumentam que nessa formulação as expectativas são mais importantes para explicar a dinâmica das taxas de câmbio do que os valores correntes dos fundamentos. Vários artigos falham nesse quesito como, por exemplo, Engel e West (2004) que usam os valores correntes. Engel, Mark e West (2007) tentam contornar esse problema usando as expectativas de mercado das instituições financeiras.

Já pelo lado financeiro a taxa de câmbio é vista como um ativo financeiro que reflete expectativas e riscos de mercado sobre o valor presente desses fundamentos que a regem. Essa literatura aponta que existe um excesso de retorno no mercado de moeda, tanto entre diferentes carteiras, quanto no tempo, devido aos riscos financeiros. Como uma forma de embutir nos modelos os riscos e expectativas de mercado, muitos autores se utilizam do uso dos fatores latentes ⁴.

Nesse trabalho, usamos além desses fatores latentes, um vetor autoregressivo para relacionar os fatores macroeconômicos com essas expectativas e riscos de mercado presentes na estrutura a termo relativa entre os países. O modelo desenvolvido aqui é próximo ao desenvolvido por Chen e Tsang (2009) incorporando volatilidades estocásticas nos fatores latentes e relacionando os com os fundamentos macroeconômicos através de um VAR, como em Hautsch e Ou (2012).

No Brasil ainda são escassos os trabalhos que tentam incorporar aspectos financeiros

² e.g.Ang e Piazzesi (2003)

³ e.g. Engel e West (2004), Engel, Mark e West (2007), Chen e Tsang (2009) e Rossi (1996)

⁴ e.g. Ang e Piazzesi (2003), Laurini e Caldeira (2013), Chen e Tsang (2009) e Shousha (2008)

para explicar a dinâmica macroeconômica ⁵. Esses poucos trabalhos se concentram mais no mercado de juros. No mercado de câmbio os trabalhos relacionados a determinação do câmbio estão mais ligados aos fundamentos macroeconômicos. Como exemplos dessas tentativas de modelo puramente macroeconômicos temos os trabalhos de Rossi (1996) e o de Sicsú (2002). No trabalho de Rossi (1996) o autor utiliza o modelo monetário baseado na paridade de poder de compra (PPP) e na paridade de juros (IRP) com um modelo da correção de erros (ECM). Como conclusão do trabalho o autor achou que o modelo não tem grande poder preditivo.

O trabalho de Perdomo e Botelho (2007) compara os resultados das previsões para o câmbio do ranking Top-5 do Boletim Focus do Banco Central com as previsões do modelo passeio aleatório para o mercado cambial brasileiro. Os autores analisam os resultados para três horizontes diferentes e, com isso acham que o modelo passeio aleatório tem uma performance empírica superior a qualquer modelo estrutural das instituições do mercado.

O presente trabalho visa utilizar toda a informação da curva de diferencial de juros entre os países para incorporar as expectativas de mercado na previsão de câmbio. No nosso modelo estimaremos a curva de diferencial de juros pelos fatores Nelson-Siegel com volatilidades estocásticas e através de um Vetor Autorregressivo estimaremos um modelo conjunto que incorpore os fundamentos macroeconômicos com as expectativas do mercado financeiro. Para horizontes de até 12 meses, os resultados indicam que o uso de fatores latentes juntamente com os fundamentos macroeconômicos gera resultados melhores que outros modelos puramente macroeconômicos ou modelos somente baseados nos contratos de câmbio futuros para um mês a frente.

Na Seção 1.2 apresentaremos os modelos teóricos usados no artigo e a abordagem empírica proposta. Na Seção 1.3 apresentamos os dados usados nesse trabalho e suas principais fontes. Já na Seção 1.4 são apresentados os principais resultados, os feedbacks das variáveis macro e os modelos conjuntos com melhor previsão para o câmbio. Para finalizar na Seção 1.5 apresentamos as principais conclusões do trabalho e a sua contribuição para a literatura.

 $^{^{5}\,}$ e.g. Lowenkron (2006), Shousha (2008) e Silveira (2005)

1.2 Modelo

Nessa seção apresentaremos o modelo teórico usado neste estudo, assim como, a abordagem empírica. Para o modelo teórico utilizaremos a Paridade de Juros descoberta ajustada pelo risco para apresentar a ligação entre a estrutura a termo das taxas de juros e da desvalorização cambial. Ligamos os fundamentos macroeconômicos e a estrutura a termo através de regras de política monetária baseadas na Regra de Taylor (e.g. McCallum (1994)). Já na abordagem empírica estimaremos a dinâmica da estrutura a termo do diferencial das taxas de juros pelos fatores Nelson-Siegel aqui representando a Paridade de Juros descoberta ajustada pelo risco. Em seguida faremos a ligação entre a estrutura a termo e as variáveis macroeconômicas da Regra de Taylor estimando um VAR com os fatores latentes.

1.2.1 Modelo Teórico

Nosso modelo teórico se baseia na paridade de juros descoberta ajustada pelo risco (*Uncovered Interest Parity* - UIP). O diferencial de juros entre os países em determinada maturidade se iguala com a depreciação esperada do câmbio mais um prêmio de risco de se reter moeda estrangeira. Portanto:

$$i_t^m - i_t^{m,*} = E_t(s_{t+m} - s_t) + \rho_t^{\sim m}$$
(1.1)

sendo m a maturidade dos títulos e ρ o prêmio risco de se possuir moeda estrangeira.

Num primeiro momento usaremos uma formulação padrão da regra de Taylor com uma extensão. No nosso modelo o país doméstico incorpora também as expectativas de desvalorização do câmbio através do mercado futuro de contratos de câmbios negociados na BM&F/Bovespa. Consideramos que o Brasil segue uma regra de política monetária em que determina a taxa de juros i_t enquanto o país estrangeiro determina seus juros i_t^* . O país estrangeiro tem metas de inflação e crescimento, já o Brasil, além disso, tem metas também de taxa de câmbio ajustadas pelas expectativas de câmbio futuro 1 mês a frente. Essa formulação captura aumentos de taxas de juros a fim de conter desvalorizações do câmbio, inflação e desvios do hiato do produto. Assim a forma da regra de política

monetária dos países são:

$$i_t^* = \mu_t^* + \beta_y y_t^* + \beta_\pi \pi_t^* + u_t^* \tag{1.2}$$

$$i_t = \mu_t + \beta_u y_t + \beta_\pi \pi_t + \delta_1 \Delta s_t + \delta_2 (\Delta f f x_t) + u_t \tag{1.3}$$

sendo y_t o hiato do produto, π_t a inflação, Δs_t a desvalorização do câmbio e $\Delta f f x_t$ e a variação do preço do câmbio contratado 1 mês a frente. O hiato do produto e a inflação entram no modelo como diferenciais entre os países, enquanto a desvalorização do câmbio e do câmbio futuro são denominadas em variação da moeda nacional.

Num segundo momento consideraremos que o Brasil utiliza uma Regra de Taylor que depende da taxa de juros internacional, das metas de inflação, da capacidade utilizada da indústria brasileira, das metas para taxa de câmbio e das expectativas de câmbio futuro 1 mês a frente. A capacidade utilizada entra no modelo como medida de uma pressão sobre a oferta que poderia levar a um aumento de preços. Com isso, o governo poderia aumentar os juros a fim de conter a demanda e os preços. A dinâmica de juros e câmbio é a mesma do modelo anterior. Assim supomos uma regra de política monetária nesse segundo exercício do seguinte modo:

$$i_t = i_t^* + \mu_t + \beta_{CU}CU_t + \beta_{\pi}\pi_t + \delta_1\Delta s_t + \delta_2(\Delta f f x_t) + u_t$$
(1.4)

sendo CU_t a capacidade utilizada, π_t a inflação, Δs_t a desvalorização do câmbio e $\Delta f f x_t$ e a variação do preço do câmbio contratado 1 mês a frente. A capacidade utilizada entra como porcentagem da capacidade industrial utilizada no mês, a inflação é a variação mensal dos preços ao consumidor e a desvalorização do câmbio e do câmbio contratado 1 mês a frente entram do mesmo modo ao modelo anterior.

Usando as equações 1.2 e 1.3 ou a equação 1.4 podemos estender o modelo de estrutura a termo de taxa de juros com fatores latentes e variáveis macroeconômicas para o mercado de cambial. Com isso podemos relacionar as regras de política monetária e paridade de juros descoberta ajustada pelo risco.

1.2.1.1 Abordagem empírica

Um modo de incorporarmos as expectativas da UIP representada na equação 1.1 é estimarmos a estrutura a termo do diferencial de juros entre os dois países. Com isso, conseguimos recuperar as expectativas de depreciação para todas as maturidades disponíveis, para o nosso caso: 5 dias e 1, 2, 3, 6 e 12 meses.

Aqui, usamos os fatores latentes Nelson-Siegel para recuperar toda estrutura a termo do diferencial de juros. Nessa seção apresentaremos uma especificação dos fatores Nelson-Siegel a partir das *yield* relativas e usando a paridade de juros descoberta ajustada pelo risco como em Chen e Tsang (2009), além de componentes de volatilidade estocástica, como usados por Hautsch e Ou (2012). O parâmetro de decaimento, λ_t , também é tratado como um fator latente variante no tempo a ser estimado.

Num segundo momento estimaremos um Vetor Autoregressivo (VAR) clássico com os fatores latentes e as variáveis macroeconômicas para avaliarmos qual dos dois modelos apresentados anteriormente se mostra mais apropriado, seguindo a abordagem de Hautsch e Ou (2012). Ainda seguindo a abordagem de Hautsch e Ou (2012) analisaremos através de um VAR quais são os determinantes das volatilidades estocásticas das variáveis latentes e se as variáveis macroeconômicas ajudam a explicar as volatilidades. Por último analisaremos se os fatores latentes e suas volatilidades aumentam o poder preditivo do modelo em relação ao câmbio.

A especificação usada nos dois modelos deste trabalho não garante a imposição de não-arbitragem. Entretanto, conforme demonstrado em diversos trabalhos, essa abordagem possui uma excelente performance empírica. Diebold e Rudebusch (2011) mostram que podemos ter um modelo Nelson Siegel com estrutura afim sem arbitragem adicionando apenas um termo de correção. Os autores mostram que a imposição de não arbitragem não aumenta o poder preditivo. Por essa razão, usaremos o modelo sem correção.

A especificação usada aqui para a UIP é a adaptação do modelo desenvolvido em Hautsch e Ou (2012) para o contexto internacional. Os diferenciais de juros podem ser

estimados em função dos fatores latentes relativos, com a seguinte equação de medida:

$$i_{t}^{m} - i_{t}^{*,m} = \beta_{1,t}^{R} + \beta_{2,t}^{R} \left(\frac{1 - \exp(-\lambda_{t}m)}{\lambda_{t}m} \right) + \beta_{3,t}^{R} \left(\frac{1 - \exp(-\lambda_{t}m)}{\lambda_{t}m} - \exp(-\lambda_{t}m) \right) + \epsilon_{t}\sigma_{t}$$
(1.5)

$$ln\sigma_t^2 = \mu_\sigma + \phi_\sigma ln\sigma_{t-1}^2 + e_t \tag{1.6}$$

$$ln\lambda_t = \mu_\lambda + \phi_\lambda ln\lambda_{t-1} + v_t \tag{1.7}$$

onde $i_t^R(m)$ representa o diferencial de juros entre os países no período t na maturidade m, $\beta_{1,t}^R$, $\beta_{2,t}^R e \beta_{3,t}^R$ representam os fatores latentes relativos na interpretação usual: nível, inclinação e curvatura respetivamente. A equação 1.6 representa a dinâmica da volatilidade do erro da equação de medida ϵ_t . A equação 1.7 representa a dinâmica do logaritmo do fator que determina o máximo do fator curvatura, o uso do logaritmo é feito para assegurar que esse parâmetro seja positivo.

A equação de transição não possui nenhum tipo de restrição, isto é feito para incorporar qualquer feedback entre os fatores latentes, mesmo os que poderíamos ter ignorado. Assim a equação de transição assume a seguinte forma:

$$\begin{pmatrix}
\beta_{1,t}^{R} \\
\beta_{2,t}^{R} \\
\beta_{3,t}^{R}
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
\mu_{1} \\
\mu_{2} \\
\mu_{3}
\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}
\phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\
\phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\
\phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33}
\end{pmatrix} \begin{pmatrix}
\beta_{1,t-1}^{R} \\
\beta_{2,t-1}^{R} \\
\beta_{3,t-1}^{R}
\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}
v_{1,t} \\
v_{2,t} \\
v_{3,t}
\end{pmatrix}$$
(1.8)

Para simplificar as notações podemos reescrever 1.5 e 1.8, respetivamente, como:

$$i_t = \Lambda(\lambda_t) f_t + \sigma_t \epsilon_t \tag{1.9}$$

e

$$f_t = \mu + \Phi f_{t-1} + v_t \tag{1.10}$$

onde $f_t = (\beta_{1,t}^R, \beta_{2,t}^R, \beta_{3,t}^R)$ é matriz das variáveis e $v_t = \epsilon_t h_t$. Portanto a matriz de covariância do VAR(1) é variante no tempo enquanto os choques na Yield Curve podem ser autocorrelacionadas e heterocedásticas. Propomos uma estrutura completa da dinâmica da volatilidade dos fatores latentes. Seguindo Caldeira, Laurini e Portugal (2010)

usaremos uma formulação de volatilidade estocástica log-normal:

$$\begin{pmatrix} lnh_{1,t}^{2} \\ lnh_{21,t}^{2} \\ lnh_{3,t}^{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{h,1} \\ \mu_{h,2} \\ \mu_{h,3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} lnh_{1,t-1}^{2} \\ lnh_{21,t-1}^{2} \\ lnh_{3,t-1}^{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \\ u_{3,t} \end{pmatrix}$$
(1.11)

O modelo descrito pelas equações 1.5 a 1.11 nos fornece uma abordagem conjunta da estrutura a termo do diferencial da taxa de juros e da taxa de câmbio. Além disso, permite saber como essa relação tem mudado durante o tempo permitindo uma volatilidade variante no tempo, representando aqui a UIP. Isso é importante principalmente na variável que queremos estimar, a taxa de câmbio, que apresenta momentos de maior volatilidade em momentos de incerteza tanto nos mercados financeiros analisados pela estrutura a termo da taxa de juros, quanto pela instabilidade macroeconômica.

Para estimar o modelo representado pelas Equações 1.5 a 1.11 usaremos o método de estimação Bayesiana de Markov Chain Monte Carlo. A estrutura das volatilidades bem como a não linearidade do modelo fazem com que não possamos utilizar o método de Filtro de Kalman. Além disso, o grande número de parâmetros a ser estimados faz com que a estimação bayesiana seja uma alternativa mais apropriada para estimação. Definindo Θ como o vetor dos parâmetros, $F_t = (\beta_{1,t}^R, \beta_{2,t}^R, \beta_{3,t}^R)$ como os fatores latentes Nelson Siegel e $V_t = (ln\sigma_t^2, lnh_{1,t}^2, lnh_{2,t}^2, lnh_{3,t}^2)$ sendo as volatilidades estocásticas. Desta forma, podemos escrever pelo Teorema de Bayes que a informação adicionada observando-se uma quantidade aleatória de y é igual a:

$$p(\Theta|y) = \frac{p(y|\Theta; F_t; V_t)p(\Theta)}{p(y)} \propto l(y|\Theta; F_t; V_t)p(\Theta)$$
(1.12)

onde $l(y|\Theta; F_t; V_t)$ é a Máxima Verossimilhança de y dados os fatores Nelson-Siegel, suas volatilidades e os parâmetros. O termo $p(\Theta)$ representa o vetor de priores dadas aos parâmetros. Como os fatores latentes e as volatilidades são não observáveis podemos reescrever $l(y|\Theta; F_t; V_t)$ como: como:

$$l(y|\Theta; F_t; V_t)) = p(y|F_1, F_2, \dots, F_t, V_1, V_2, \dots, V_t, \Theta) \times p(F_1, F_2, \dots, F_t|V_1, V_2, \dots, V_t, \Theta) \times p(V_1, V_2, \dots, V_t|\Theta)$$
(1.13)

assim, particionando o vetor, podemos resolver as seguintes integrais múltiplas para achar a Verossimilhança:

$$p(y|\Theta) = \int_{F_1} \int_{F_2} \dots \int_{F_t} p(y|\Theta, F_1, F_2, \dots, F_t) p(F_1, F_2, \dots, F_t|\Theta) dF_1, dF_2 \dots, dF_t \quad (1.14)$$

e como os fatores também dependem das volatilidades:

$$p(F_1, F_2, \dots, F_t | \Theta) = \int_{V_1} \int_{V_2} \dots \int_{V_t} p(F_1, F_2, \dots, F_t | \Theta, V_1, V_2, \dots, V_t) p(V_1, V_2, \dots, V_t | \Theta) dV_1 \dots, dV_t$$
(1.15)

essa função de Máxima Verossimilhança não tem forma analítica fechada portanto temos que usar métodos de aproximação numérica. No nosso caso propusemos uma estimação por Markov Chain Monte Carlos (MCMC) (e.g. Gamerman e Lopes (2006) e Robert e Casella (2004)). Para se estimar as distribuições posteriores conjugadas utiliza-se o procedimento de Gibbs Sampling e para se estimar os fatores latentes e o parâmetro de decaimento λ_t usa-se o algoritmo de Metropolis-Hastings.

Nesse modelo a estrutura definida para as distribuições priores 6 dos parâmetros do vetor autoregressivos dos fatores de intercepto, inclinação e curvatura é uma distribuição normal multivariada com matriz de precisão dada por uma distribuição Wishart. O parâmetro para o fator de decaimento λ_t segue uma distribuição Log-Normal com precisão dada por uma Gamma inversa. Já estrutura das distribuições priores dos fatores latentes de intercepto, inclinação e curvatura seguem uma distribuição Normal com precisão definida por uma distribuição Log-Normal inversa. Ainda assume-se que as *yields* seguem uma distribuição Normal com parâmetros de precisão dados também por uma distribuição Log-Normal inversa. Para finalizar a especificação do nosso modelo as médias e parâmetros de persistência das volatilidades são definidos por uma Normal com precisão definida por uma distribuição Gamma.

O modelo somente com a estrutura a termo do diferencial de juros incorpora as expectativas do mercado de juros sobre a taxa de câmbio. Porém os fundamentos macroeconômicos devem trazer informações relevantes para a previsão da taxa de câmbio futura. Foi vastamente demonstrado na literatura (Ang e Piazzesi (2003), Wu (2001), Hordahl,

 $^{^{6}~}$ Os valores assumidos para as priores não são mostrados mas podem ser obtidos com o autor.

Tristani e Vestin (2006)) que as variáveis macroeconômicas influenciam na estrutura a termo de juros, e por consequência os fatores latentes.

Porém os fatores latentes são variáveis não-observáveis. Assim, usando a mesma abordagem adotada por Hautsch e Ou (2012), num primeiro estágio, estimaremos os fatores Nelson-Siegel e suas volatilidades, como apresentado anteriormente. E num segundo momento, estimaremos um VAR para analisar se as variáveis macroeconômicas também ajudam a explicar o mercado cambial assim como o mercado de juros.

Assim representaremos o primeiro modelo teórico resumido pela seguinte equação:

$$i_t - i_t^* = (\mu_t - \mu_t^*) + \beta_y (y_t - y_t^*) + \beta_\pi (\pi_t - \pi_t^*) + \delta_1 (\Delta s_t - \Delta p_t + \Delta p_t^*) + \delta_2 (\Delta f f x_t) + \epsilon_t \quad (1.16)$$

que é simplesmente a subtração da regra de política monetária do país doméstico (equação 1.3) pela do país estrangeiro (equação 1.2). Assim podemos representar o nosso modelo teórico completo por um VAR, relacionando os fatores latentes extraídos com os fatores macroeconômicos dos modelos teóricos apresentados. No nosso caso, diferentemente de Hautsch e Ou (2012), escolheremos a defasagem do VAR pelos critérios de informação.

1.3 Dados

Os dados utilizados aqui vem de várias fontes diferentes. Usamos a Ptax para as taxas de câmbio spot encontradas no site do Banco Central do Brasil. Os contratos de câmbio futuros foram retirados da BM&F, a Bolsa de Mercadorias e Futuro. Quanto às curvas de juros, utilizaremos para construir os diferenciais de juros os dados de contratos de juros DI transacionados na BM&F e para os juros internacionais utilizaremos o LIBOR, que a taxa de juros interbancária da Bolsa de Londres. A escolha dessa variável se dá ao fato de que é ela é muito usada como referência para transações internacionais. Já para construirmos os diferenciais de hiato do produto e os diferenciais de inflação utilizaremos os dados obtidos nos site do Banco Central do Brasil, produto brasileiro, do IBGE, para a taxa de inflação brasileira e para os dados americanos usaremos o FRED, o Federal Reserve Economic Data. Os dados de inflação utilizam a variação em relação ao mês

anterior. Os dados de produto estão disponíveis somente de forma trimestral, portanto completamos os valores faltantes por um *spline* quadrático. A partir desses valores mensais dessasonalizados construímos os hiatos a partir de um Filtro Hodrick-Prescott, um instrumento matemático amplamente utilizado em macroeconomia, para decompor series temporais em um componente cíclico e em um componente de tendência. O segundo modelo desenvolvido utiliza dados de capacidade utilizada retirada do site da Confederação Nacional das Indústrias.

Os dados diários utilizados extraídos aqui vão do dia 19/10/1999 a 28/2/2014, assim temos 3745 observações. Usamos esse período pois até essa data havia pouca liquidez no mercado de juros DI e de contratos futuros de câmbio. Já os dados mensais vão de outubro de 1999 a fevereiro de 2014, totalizando 173 observações.

1.4 Resultados

A seguir apresentaremos os principais resultados obtidos pela abordagem empírica descrita anteriormente. Primeiramente mostraremos os fatores latentes do diferencial das curvas de juros e suas volatilidades estimados. A seguir proporemos testes para identificar possíveis feedbacks entre esses fatores latentes e as variáveis macroeconômicas dos modelos teóricos. E para finalizar usaremos os erros de previsão fora da amostra para encontrar o modelo que nos gera um maior poder preditivo.

1.4.1 UIP com fatores latentes e volatilidades condicionais

Nessa seção analisaremos os fatores latentes e suas volatilidades estimados a partir da Inferência Bayesiana seguindo a abordagem empírica apresentada anteriormente. Os resultados dos fatores latentes estimados estão presentes na Figura 1. O primeiro fator representa o intercepto da curva de diferencial de juros. Esse fator apresenta uma média de 12,84% com momentos de mais volatilidade entre 2000 e 2003, atingindo um valor máximo no final de 2002 e começo de 2003. Já os fatores de inclinação e curvatura apresentam um comportamento bem parecido durante todo o período. Esses fatores apresentam valores próximos a zero alternando entre períodos com valores negativos e de valores positivos.

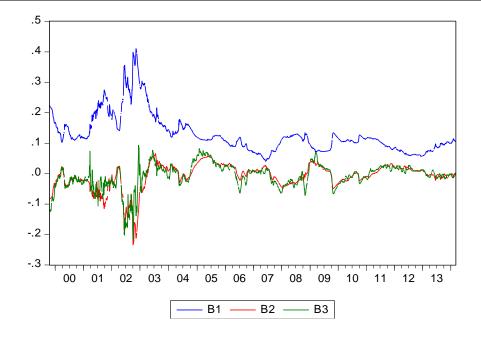


Figura 1 – Fatores latentes estimados pelo modelo

Na Tabela 1 apresentamos os parâmetros estimados para Equação 1.8. Vemos claramente que os fatores latentes estimados aqui são altamente persistentes. Os dois primeiros fatores parecem não ter influência entre si. O terceiro fator parece ser explicado pelas defasagens de todos os fatores e parece ajudar a explicar os outros dois fatores.

Tabela 1 – Valores dos paramêtros da Equação 1.8

	$\beta_{1,t}$	$\beta_{2,t}$	$\beta_{3,t}$
$\beta_{1,t-1}$	0.996	0.001	0.004
	(0.001)	(0.001)	(0.002)
$\beta_{2,t-1}$	0.001	0.985	0.015
	(0.002)	(0.002)	(0.005)
$\beta_{3,t-1}$	-0.008	0.017	0.981
	(0.002)	(0.002)	(0.004)
Constante	0.000	-0.000	-0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)

Na figura 2 apresentamos as volatilidades dos fatores latentes. Assim como pudemos observar nos gráficos dos fatores latentes aqui podemos observar que entre 2001 e 2003 observamos uma grande volatilidade nos fatores latentes. A volatilidade do terceiro fator latente parece ser bem maior que o dos outros dois fatores. A Tabela 2 apresenta os parâmetros estimados da Equação 1.11. Podemos ver que assim como no caso dos fatores

as volatilidades são altamente persistentes e dependentes entre si.

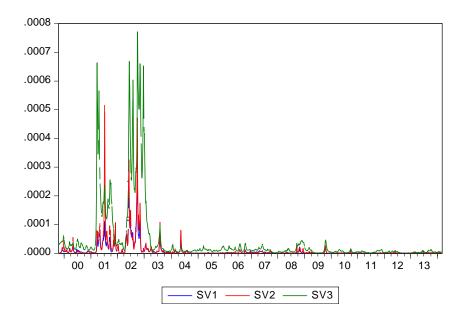


Figura 2 – Fatores latentes estimados pelo modelo

Tabela 2 – Valores dos paramêtros da Equação 1.11

	$h_{1,t}$	$h_{2,t}$	$h_{3,t}$
$h_{1,t-1}$	1.051	0.129	0.277
	(0.007)	(0.012)	(0.013)
$h_{2,t-1}$	-0.036	0.912	-0.079
	(0.005)	(0.008)	(0.009)
$h_{3,t-1}$	-0.007	-0.009	0.965
	(0.001)	(0.002)	(0.002)
Constante	0.000	0.000	-0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)

Na Figura 3 apresentamos os valores estimados para o parâmetro de decaimento (λ_t) da Equação 1.8. Essa série parece ser bastante volátil. Esse fator, assim como os demais, apresenta uma persistência muito grande e um parâmetro de média negativo.

No Anexo C apresentamos os valores previstos para as yield curves do diferencial de juros para as maturidades de 5 dias, 1 mês, 3 meses, 6 meses e 1 ano. Para todas as maturidades vemos um ajuste muito bom a curva para todas as maturidades.

 ${\bf Figura~3}-{\bf Fator~de~decaimento~estimado~pelo~modelo}$ Nesse gráfico o eixo de tempo está em dias iniciando-se no dia 19/10/1999

Tempo

Tabela 3 – Valores dos paramêtros da Equação 1.7

	λ_t
λ_{t-1}	0.991
	(0.007)
Constante	-0.030
	(0.028)

1.4.2 Fundamentos macroeconômicos e seus feedbacks

Nessa seção, analisaremos se os modelos teóricos propostos são pertinentes. Desse modo veremos se os fatores latentes da curva de diferencial de juros e suas volatilidades condicionais estão conectadas com as variáveis macroeconômicas dos dois modelos propostos. Realizamos testes de estacionariedade para analisar o comportamento de nossas variáveis. O fator de intercepto parece ter um comportamento não estacionário, por isso estamos o usando em sua primeira diferença. Já as variáveis macroeconômicas, vemos que somente os contratos futuros de câmbio um mês a frente e a taxa de câmbio parecem ter um comportamento não estacionário, por isso também utilizamos essas variáveis em primeira diferença. As outras variáveis utilizadas nos nossos dois modelos são estacionárias e entram na estimação em nível.

Num primeiro momento, regredimos os fatores latentes encontrados na estimação bayesiana com as variáveis macroeconômicas dos modelos propostos. Os resultados dessas estimações estão nas tabelas 4 e 5. Analisando esses resultados podemos ver que realmente há uma relação entre os fatores e as variáveis macroeconômicas escolhidas tanto para o primeiro modelo quanto para o segundo modelo. Nesse primeiro exercício controlamos, em cada estimação, o respectivo fator analisado pelos outros dois fatores restantes.

Vemos que os fatores de intercepto e inclinação são influenciados pelo fator de curva-

Tabela 4 – Regressão Modelo 1

	$d(\beta_{1,t})$	$\beta_{2,t}$	$\beta_{3,t}$
$d(\beta_{1,t})$		-0.085	-0.192**
		(0.099)	(0.089)
$\beta_{2,t}$	-0.052		0.752***
	(0.061)		(0.040)
$\beta_{3,t}$	-0.142**	0.901***	
	(0.066)	(0.049)	
$y_t - y_t^*$	0.000	-0.470***	0.214**
	(0.089)	(0.108)	(0.103)
ffx_t	0.218***	0.013	-0.048
	(0.041)	(0.057)	(0.052)
$\pi_t - \pi_t^*$	-0.486***	-0.782***	0.476**
	(0.162)	(0.203)	(0.190)
Δs_t	-0.144***	-0.017	-0.030
	(0.030)	(0.041)	(0.037)

Os asteriscos determinam o nivel de significância do parâmetro ⁷

tura, com relações positiva para o primeiro e negativa para segundo. Tanto o intercepto quanto a inclinação tem efeito significante sobre o fator de curvatura. O fator de intercepto está fortemente relacionado com as variáveis macroeconômicas do primeiro modelo sendo determinado pela variação do câmbio e dos valores dos contratos de câmbio um mês a frente e pelo diferencial de inflação entre os países no mês. Já o fator de inclinação é determinado somente pela variável de diferencial dos hiatos do produto e pelo diferenciais de inflação entre os países. Assim como o fator inclinação, o fator de curvatura tem uma relação somente com os diferenciais de hiato do produto e com os diferenciais de inflação, mas com os coeficientes apresentando sinais diferentes nos dois fatores. Já quando fazemos uma regressão somente com as variáveis macroeconômicas, vemos que em quase todos os

casos os mesmos coeficientes das variáveis macroeconômicas são significantes, a não ser no caso dos diferenciais de inflação para inclinação e curvatura, explicando 22,05%, 21,06% e 15,68% das variações dos fatores de intercepto, inclinação e curvatura, respectivamente.

Na Tabela 5 podemos ver que os fatores de intercepto e inclinação são influenciados

Tabela 5 – Regressão Modelo 2

	$\mathrm{d}(\beta_{1,t})$	$\beta_{2,t}$	$\beta_{3,t}$
$d(\beta_{1,t})$		-0.215**	-0.049
		(0.082)	(0.084)
$\beta_{2,t}$	-0.183**	, ,	0.851***
	(0.070)		(0.040)
$\beta_{3,t}$	-0.042	0.856***	
	(0.071)	(0.041)	
CU_t	0.000***	0.000***	-0.000***
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
ffx_t	0.180***	-0.029	-0.011
	(0.040)	(0.046)	(0.046)
π_t	-1.579***	-3.657***	2.677***
	(0.380)	(0.326)	(0.378)
Δs_t	-0.150***	-0.037	-0.006
	(0.029)	(0.034)	(0.034)

Os asteriscos determinam o nivel de significância do parâmetro ⁸

pelo fator de curvatura, com relações positiva para o primeiro e negativa para segundo. Mas o fator inclinação também é negativamente determinado pelo fator intercepto. Diferentemente do modelo anterior o intercepto não influencia a curvatura mas a inclinação continua tendo efeito significante sobre o fator de curvatura. O fator de intercepto está fortemente relacionado com as variáveis macroeconômicas do segundo modelo sendo determinada por todas as variáveis propostas: variação do câmbio e dos valores dos contratos de câmbio um mês a frente, inflação e capacidade utilizada da indústria do mês. Já o fator de inclinação é determinado somente pela variável de capacidade instalada e pelo índice de preços. Assim como o fator inclinação, o fator de curvatura tem uma relação somente com essas duas variáveis macroeconômicas, mas como no modelo anterior com sinais diferentes. Assim como no modelo anterior quando estimamos o modelo somente com as variáveis macroeconômicas algumas se tornam insignificantes. Com essas estima-

O número de asteriscos determina a siginificância do paramêtro sendo: três asteriscos para p-value<0.001, dois asteriscos para p-value<0.05 e um asterisco para p-value<0.1

ções sem os fatores vemos que as variáveis macroeconômicas explicam 21,83%, 29,86% e 15,96% da variação dos fatores de intercepto, inclinação e curvatura, respectivamente.

Assim como os fatores são influenciados pelas variáveis macroeconômicas, suas volatilidades também podem sofrer os impactos de mudanças dessas variáveis. Pela equação 1.11 estimamos as volatilidades dos fatores conjuntamente com os próprios fatores. Usando uma abordagem próxima ao que foi feito para os fatores anteriormente, regrediremos as volatilidades pelos fatores, variáveis macroeconômicas e as demais volatilidades. Para extrairmos as volatilidades das variáveis macroeconômicas usaremos uma abordagem próxima a de Hautsch e Ou (2012), em que os autores estimam modelos ARMA-GARCH. Nesse trabalho controlamos para possíveis efeitos do tipo ARMA e usamos para descrever as volatilidades das variáveis macroeconômicas o modelo GARCH(1,1), que como mostrado em Hansen e Lunde (2005) é superior a modelos mais sofisticados em grande parte das vezes.

Para o primeiro modelo proposto podemos ver que as variáveis macroeconômicas geralmente tem pouco ou nenhum efeito sobre as volatilidades estocásticas dos fatores, tanto pelo efeito da própria variável quanto pelas suas volatilidades estimadas. Na Tabela 6 podemos ver as estimações propostas para explicar as volatilidades como descrito no parágrafo anterior. Podemos ver que a volatilidade do fator de intercepto sofre, entre as variáveis macroeconômicas, efeitos somente da desvalorização do câmbio e da volatilidade do diferencial dos hiatos do produto dos países. Já com relação aos fatores podemos ver que tanto o fator inclinação quanto a sua volatilidade, além da curvatura, influenciam a volatilidade estocástica do intercepto. A volatilidade estocástica do fator inclinação parece ser explicada somente pela volatilidade dos diferenciais de hiato do produto e pela volatilidade do fator de intercepto. Já a volatilidade do terceiro fator parece ser o que tem mais previsibilidade fornecida pelas variáveis macroenômicas, sendo que o diferencial entre os hiatos dos produtos, a desvalorização do câmbio, do contrato futuro um mês a frente de câmbio e as volatilidades dessas últimas duas variáveis ajudam a explicá-la.

O número de asteriscos determina a siginificância do paramêtro sendo: três asteriscos para p-value<0.001, dois asteriscos para p-value<0.05 e um asterisco para p-value<0.1

	$h_{1,t}$	$h_{2,t}$	$h_{3,t}$
$h_{1,t}$		1.162***	1.162
,		(0.030)	(0.642)
$h_{2,t}$	0.781***		1.163
	(0.020)		(0.526)
$h_{3,t}$	0.012	0.016	
	(0.010)	(0.012)	
$\Delta \beta_{1,t}$	-0.000	0.000	-0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$\beta_{2,t}$	0.000**	-0.000	-0.002***
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$\beta_{3,t}$	-0.000**	0.000	0.001***
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$y_t - y_t^*$	0.000	-0.000	0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$\pi_t - \pi_t^*$	0.000	-0.000	-0.002*
	(0.000)	(0.000)	(0.001)
ffx_t	0.000	-0.000	0.000*
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Δs_t	-0.000**	0.000	0.000*
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$h_{(\pi_t - \pi_t^*), t}$	0.076	-0.082	0.708
	(0.051)	(0.063)	(0.415)
$h_{(y_t - y_t^*), t}$	-0.000*	0.000*	0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$h_{(\Delta s_t),t}$	0.000	-0.000	-0.002*
	(0.000)	(0.000)	(0.001)
$h_{(ffx_t),t}$	-0.000	-0.000	0.013***
	(0.000)	(0.000)	(0.005)

Os asteriscos determinam o nivel de significância do parâmetro ⁹

Para a volatilidade da curvatura vemos que somente os fatores de inclinação e curvatura a influenciam, sem efeitos contemporâneos das outras volatilidades.

Os resultados desse teste para o Modelo 2 são muito parecidos com os do teste anterior, com as variáveis macroeconômicas tendo muito pouco efeito sobre as volatilidades estocásticas. Esses resultados são apresentados na Tabela 7. Podemos ver que para esse modelo, dentre as variáveis macroeconômicas somente a desvalorização do câmbio, a capacidade utilizada e a volatilidade da capacidade utilizada tem efeito sobre a volatilidade

O número de asteriscos determina a siginificância do paramêtro sendo: três asteriscos para p-value<0.001, dois asteriscos para p-value<0.05 e um asterisco para p-value<0.1

Tabela 7 – Regressão volatilidades estocásticas com Modelo 2

	$h_{1,t}$	$h_{2,t}$	$h_{3,t}$
$h_{1,t}$		1.162***	1.162
,		(0.029)	(0.641)
$h_{2,t}$	0.781***		1.162
	(0.020)		(0.526)
$h_{3,t}$	0.012	1.163	
	(0.010)	(0.012)	
$\Delta \beta_{1,t}$	-0.000	0.000	-0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$\beta_{2,t}$	0.000**	-0.000*	-0.002***
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$\beta_{3,t}$	-0.000***	0.000**	0.002***
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
CU_t	0.000*	-0.000*	0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
ffx_t	0.000	-0.000	0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
π_t	0.000	-0.000	-0.001
	(0.000)	(0.000)	(0.001)
Δs_t	-0.000*	0.000	0.000**
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
h_{CU_t}	-0.000**	0.000**	0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)
h_{ffx_t}	-0.000	-0.000	0.013**
	(0.000)	(0.000)	(0.005)
h_{π_t}	0.076	-0.082	0.708*
	(0.051)	(0.063)	(0.415)
$h_{\Delta s_t}$	0.000	-0.000	-0.001
	(0.000)	(0.000)	(0.001)

Os asteriscos determinam o nivel de significância do parâmetro 10

do fator intercepto. Os resultados de interdependência entre essa volatilidade e os fatores e as outras volatilidades são os mesmos do primeiro modelo. O mesmo acontece com a volatilidade do segundo fator sendo que as mesmas variáveis macroeconômicas que tem poder explicativo sobre a volatilidade do primeiro fator tem efeito significativo, porém com sinais diferentes, sobre a do segundo, exceto a desvalorização cambial, que se torna não significativa. A volatilidade da inclinação também é explicada pela volatilidade do intercepto e pelos fatores inclinação e curvatura. Já para a volatilidade do terceiro fator, podemos ver que a desvalorização do câmbio e as volatilidades da inflação e das variações dos contratos de câmbio, dentre as variáveis macroeconômicas, e os fatores de inclinação

e curvatura são as únicas variáveis que tem efeito sobre ela.

Esses resultados indicam que apesar das variáveis macroeconômicas, em geral, ajudarem a explicar os fatores, estes não tem grande influência sobre as volatilidades. A seguir estimaremos um VAR para ver as possíveis interdependências entre os fatores do diferencial de juros, suas volatilidades e as variáveis macroeconômicas. Usando o critério de informação de Schwarz vemos que tanto para os modelos completos e como para os restritos sem algumas variáveis endógenas, em geral, o modelo com uma defasagem é escolhido. Apesar de outros testes indicarem mais defasagens para as variáveis endógenas escolhemos essa especificação pois ela é mais parcimoniosa e deve gerar previsões fora da amostra melhores. Na seção a seguir analisaremos quais variáveis contribuem para a previsão do câmbio nos dois modelos propostos. Partindo dos Modelos 25 e 26 apresentados no Anexo A, usaremos medidas de ajuste do modelo fora da amostra para decidir a especificação mais adequada.

1.4.3 Previsão

O intuito do modelo desenvolvido aqui é gerar uma previsão mais apurada do câmbio. Como já destacado em Meese e Rogoff (1983) o poder preditivo de modelos puramente macroeconômicos é muito baixo. Acreditamos que ao acrescentarmos informações da estrutura a termo da taxa de juros iremos aumentar o poder preditivo. Como nosso interesse aqui é somente o poder preditivo do modelo e não queremos analisar nenhum tipo de modelo estrutural, a abordagem de escolha das variáveis não se dá pela significância do parâmetro. Outro ponto que merece ser citado é que se analisarmos somente o poder preditivo dentro da amostra podemos chegar a modelos que não tenham poder de prever a variável para períodos a frente. Por isso aqui usaremos os erros de previsão fora da amostra analisada. Assim, estimaremos os modelos 6, 12 e 24 meses atrás e então faremos uma previsão dinâmica para essa janela. Com isso, usaremos três critérios de escolha a partir do erro de previsão: o Erro Médio, o Erro Quadrático Médio e o Erro Absoluto Médio ¹¹.

Os modelos estimados e testes de especificação estão nos Anexos A e B

Para chegarmos a uma melhor especificação usamos o seguinte método de escolha: primeiramente excluímos a variável na qual o parâmetro na equação do câmbio spot tem menor significância. E então fazemos previsões dentro da amostra para os horizontes já citados. A seguir calculamos os testes de especificação a partir do erro de previsão, tomando o erro quadrático médio como principal critério de escolha do modelo. Se o erro quadrático médio diminui então o poder de previsão do modelo fora da amostra está melhor, com isso escolhemos o modelo restrito. Caso contrário, a variável tem poder de previsão no modelo e então ela é colocada novamente nele. A seguir, estimamos o VAR sem a variável que tem a segunda menor significância e realizamos os mesmos testes. Fazemos isso para todas as variáveis do modelo a fim de termos o modelo mais parcimonioso com o melhor poder de previsão. Apesar do erro quadrático médio ser o critério de escolha, reportamos os erros médios e erros absolutos médios que também servem de norte para vermos se nossa escolha está correta.

Na Tabela 8 estão os resultados dos testes de especificação do Modelo 1. Podemos ver que a especificação com todas as variáveis tem um erro quadrático médio quase 10% maior do que o do modelo restrito (sem a volatilidade do diferencial de inflação, o diferencial de hiato do produto e o fator de curvatura) para o horizonte mais curto de 6 meses, já para o horizonte de 12 meses os ganhos da restrição caem para 1,3% e para 24 meses não temos ganhos no erro quadrático médio quando estimamos um modelo com menos variáveis. Olhando para os valores dos erros médios e os erros absolutos médios vemos que temos ganhos para todos os horizontes analisados, o que corrobora com os resultados do erro quadrático médio. Com isso o melhor modelo de previsão para o Modelo Teórico 1 é o apresentado na Tabela 28 no Anexo B.

Na figura 4 apresentamos os valores dos fatores latentes estimados um período a frente. Os resultados mostram que as estimativas dos fatores latentes com variáveis macroeconômicas não parece diferir muito dos fatores estimados somente com a curva de diferencial de juros. Mas se olharmos as previsões 1 mês a frente das volatilidades na Figura 5 vemos que estimar as volatilidades somente pelos feedbacks das volatilidades dos fatores latentes pode não estar incorporando todos os determinantes das volatilidades.

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio
Modelo Completo			
6 meses	0.018	0.001	0.035
12 meses	0.009	0.001	0.028
24 meses	0.012	0.001	0.030
Modelo Restrito 1			
$(\text{sem } h_{\pi_t - \pi_t^*})$			
6 meses	0.018	0.002	0.035
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.012	0.001	0.030
Modelo Restrito 2			
$(\text{sem } h_{\pi_t - \pi_t^*} \in \beta_3, t)$			
6 meses	0.016	0.001	0.034
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 3			
$(\text{sem } h_{\pi_t - \pi_t^*}, \beta_3, t \in y_t - y_t^*)$			
6 meses	0.016	0.002	0.033
12 meses	0.008	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030

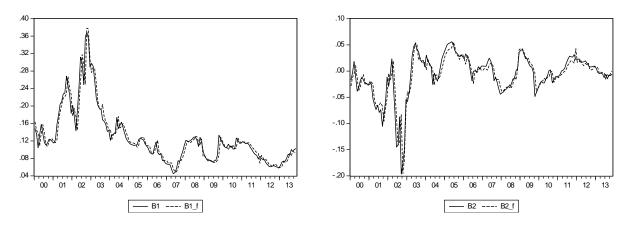


Figura 4 – Previsão um mês a frente dos fatores pelo Modelo 1

Já na Tabela 9 estão os resultados dos testes de especificação do Modelo 2. O modelo restrito (que não tem a volatilidade da capacidade instalada e do câmbio spot, a inflação e o fator de curvatura) tem um erro quadrático médio mais de 10% menor para o horizonte de 6 meses. Já para o horizonte de 12 meses os ganhos da restrição caem para 1,3% e para 24 meses temos ganhos de 2,1% no erro quadrático médio quando estimamos um

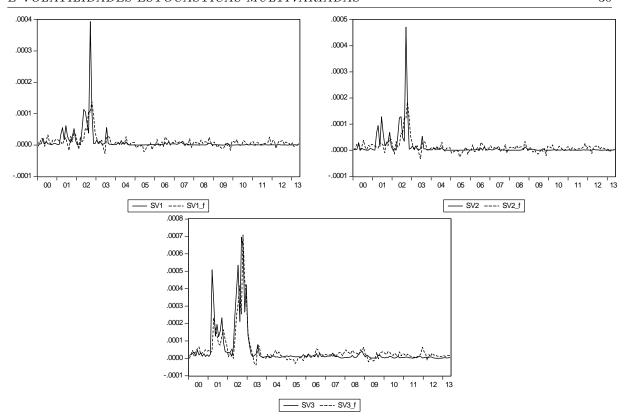


Figura 5 – Previsão um mês a frente das volatilidades dos fatores pelo Modelo 1

modelo com menos variáveis. Assim como para o Modelo 1 o VAR restrito apresenta erros médios e erros absolutos médios menores para todos os horizontes se comparados com essas medidas do VAR completo. Com isso o melhor modelo de previsão para o Modelo Teórico 2 é o apresentado na Tabela 30 no Anexo B.

Assim como no Modelo 1, os fatores latentes não diferem muito entre os valores previstos um mês a frente e os achados na estimação somente pelo diferencial de juros. As volatilidades novamente apresentam um comportamento bem diferente se levarmos as variáveis macro em conta. Os resultados apresentados nos dois modelos indicam que talvez haja parte da variação das volatilidades que não esteja totalmente explicada por um modelo só com os fatores latentes das *yield curves*.

Na tabela 10 seguem os valores dos testes de poder de previsão dos dois modelos escolhidos e de um modelo benchmark, um VAR(1) somente com as variáveis de Câmbio Spot e de Câmbio Futuro. Podemos ver que nossos modelos são melhores que esse modelo

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio
Modelo Completo			
6 meses	0.017	0.0017	0.035
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 1			
$(\text{sem } h_{CU_t})$			
6 meses	0.017	0.002	0.035
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 2			
$(\text{sem } h_{CU_t} \in \pi_t)$			
6 meses	0.017	0.002	0.035
12 meses	0.008	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 3			
$(\text{sem } h_{CU_t}, \pi_t \in h_{\Delta s_t})$			
6 meses	0.016	0.001	0.034
12 meses	0.008	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 4			
$(\text{sem } h_{CU_t}, \pi_t, h_{\Delta s_t} \in \beta_{3,t})$			
6 meses	0.014	0.001	0.033
12 meses	0.007	0.001	0.029
24 meses	0.010	0.001	0.030

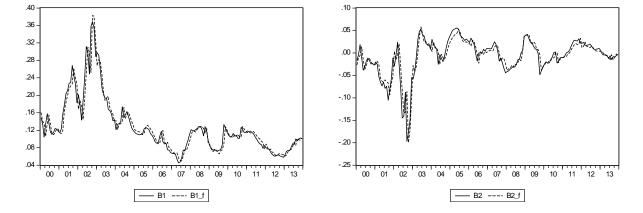


Figura 6 – Previsão um mês a frente dos fatores pelo Modelo 2

benchmark para todas as maturidades, indicando que nossas variáveis, tanto os fatores quanto as macroeconômicas, aumentam o poder de previsão.

Outro teste realizado é se a inclusão dos fatores latentes aumenta o poder de previsão

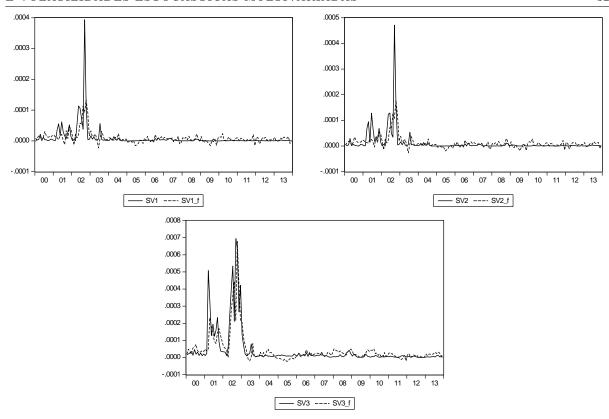


Figura 7 – Previsão um mês a frente das volatilidades dos fatores pelo Modelo 2

em modelos somente com fundamentos macroeconômicos. Para isso comparamos os testes do erro de previsão de um modelo puramente macroeconômico com os dos modelos escolhidos anteriormente também com os fatores latentes da curva de diferencial de juros

Tabela 10 – Comaparativo dos modelos propostos por um benchmark

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio
Câmbio Spot e Futuro			
6 meses	0.016	0.002	0.034
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo 1			
6 meses	0.016	0.002	0.033
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo 2			
6 meses	0.014	0.002	0.032
12 meses	0.007	0.001	0.029
24 meses	0.010	0.001	0.030

Os valores em negrito indicam que o valor da estatística é menor que o do modelo benchmark

e suas volatilidades. Podemos ver nas Tabelas 11 e 12 que os modelos que incorporam a curva de diferencial de juros tem uma melhor previsão fora da amostra se comparados com os seus modelos análogos somente com as variáveis macroeconômicas para períodos mais curtos. Para os horizontes de 6 e 12 meses os dois modelos escolhidos se mostram superiores, já para o horizonte de 24 meses os modelos puramente macroeconômicos são melhores. Vemos que os teste de especificação dos dois modelos escolhidos aqui, indicam que o Modelo 2 é superior ao Modelo 1 para todas as janelas analisadas. Para finalizar

Tabela 11 – Comparação entre o Modelo 1 e o Modelo somente com as variáveis macroecomômicas

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio
Macro 1			
6 meses	0.016	0.002	0.034
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo 1			
6 meses	0.0163	0.002	0.033
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030

Os valores em negrito indicam que o valor da estatística é menor que o do modelo benchmark

Tabela 12 – Comparação entre o Modelo 2 e o Modelo somente com as variáveis macroecomômicas

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio
Macro 2			
6 meses	0.014	0.002	0.033
12 meses	0.007	0.001	0.029
24 meses	0.010	0.001	0.030
Modelo 2			
6 meses	0.014	0.002	0.033
12 meses	0.007	0.001	0.029
24 meses	0.010	0.001	0.030

Os valores em negrito indicam que o valor da estatística é menor que o do modelo benchmark

compararemos nossos resultados com o modelo passeio aleatório, desde Meese e Rogoff (1983) esse foi o modelo usado frequentemente como *benchmark* para previsões fora da amostra para o câmbio. Podemos ver na Tabela 13 que para o Modelo 1, os resultados

não são tão robustos se usamos como critério de comparação as estatísticas construídas com os erros de previsão. Já o Modelo 2 parece ser superior para todos os horizontes comparados.

Tabela 13 – Comparação dos modelos com o de passeio aleatório

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio
Passeio Aleatório			
6 meses	0.001	0.000	0.002
12 meses	0.001	0.000	0.003
24 meses	0.001	0.000	0.005
Modelo 1			
6 meses	0.001	0.000	0.002
12 meses	0.001	0.000	0.003
24 meses	0.002	0.000	0.005
Modelo 2			
6 meses	0.001	0.000	0.002
12 meses	0.001	0.000	0.003
24 meses	0.002	0.000	0.005

Os valores em negrito indicam que o valor da estatística é menor que o do modelo passeio aleatório

Já quando utilizamos o Teste de Diebold-Mariano (apresentado na Tabela 14) para comparar os modelos podemos ver que as estatísticas marginalmente inferiores dos modelos propostos não são significantes. Isso parece indicar que tanto o modelo passeio aleatório quanto os modelos escolhidos aqui tem um poder de previsão muito parecidos

Tabela 14 – Teste Diebold-Mariano de acurácia de previsão

Modelo1	Estatística	P-valor
6 meses	0.000	0.875
12 meses	0.000	0.604
24 meses	0.000	0.370
Modelo 2		
6 meses	0.000	0.211
12 meses	0.000	0.488
24 meses	0.000	0.343

1.5 Conclusão

O principal objetivo do presente trabalho foi analisar se um modelo com fatores latentes do tipo Nelson-Siegel com volatilidades estocásticas e variáveis macroeconômicas é um bom previsor do câmbio spot. Para vermos essa hipótese, estimamos os fatores latentes do diferencial de juros entre os países usando métodos de inferência bayesiana com volatilidades estocásticas mutlivariadas para os fatores. Os fatores latentes aqui representam a paridade de juros descoberta e incorpora as expectativas de mercado para o diferencial de juros entre os países. Já as variáveis macro utilizadas, representam a Regra de Taylor de política monetária. Para incorporarmos os fundamentos macroeconômicos do câmbio juntamente com os fatores latentes, primeiramente, fizemos o uso um VAR não-estrutural. Nesse objetivo estão embutidas outras duas perguntas: se os fatores latentes ajudam na previsão do câmbio e se um modelo conjunto de variáveis macroeconômicas e fatores tem um poder de previsão maior. Além disso, analisamos também os feedbacks entre os fatores latentes e as variáveis macro.

Para tanto, propusemos dois modelos com variáveis macroeconômicas: no primeiro, temos o diferencial de inflação e de hiatos do produto entre o Brasil e os EUA. No segundo, incorporamos a capacidade utilizada e a inflação interna. Além disso, para os dois modelos, temos o retorno dos contratos de câmbio 1 mês a frente. O que vimos na Seção 1.4.2 é que existe uma relação muito forte entre os fatores latentes as variáveis macroeconômicas. Além disso, essas variáveis explicam boa parte da variação tanto dos fatores quanto das volatilidades. Para ambos os modelos vemos que tanto o câmbio spot quanto o câmbio futuro carregam muita informação do fator de intercepto. Vemos que no Modelo 1 a maior parte da informação advinda das variáveis macroeconômicas vem do diferencial de inflação para os fatores. Já o Modelo 2 a capacidade utilizada parece ser muito importante para explicar os fatores assim como a inflação. As volatilidades dos fatores parecem ser explicadas pelo câmbio spot e pelas volatilidades macroeconômicas. Isso tudo nos leva a crer que existe uma relação entre os fatores latentes e as variáveis macroeconômicas.

Quanto ao melhor modelo de previsão, usamos uma abordagem de escolha das variáveis

endógenas do modelo empírico pelo aumento do poder de previsão vinda de cada variável endógena. Assim vemos que nossos modelos são superiores que um modelo somente com as desvalorizações do câmbio spot e a variação dos contratos de câmbio futuro um mês a frente. Além disso, comparamos nossos modelos escolhidos com seus modelos análogos somente com variáveis macroeconômicas vendo que os fatores latentes do diferencial da curva de juros assim como suas volatilidades melhoram o poder de previsão do modelo para horizontes mais curtos (6 e 12 meses) enquanto pioram para horizontes mais longos (24 meses). Além disso, o Modelo 2 parece gerar melhores previsões do câmbio spot para todos os horizontes analisados se comparado com o Modelo 1.

Usando como benchmark o modelo passeio aleatório, que se tornou benchmark padrão da literatura. Vemos que as estatísticas provenientes dos erros de previsão não são consistentemente inferiores que o modelo passeio aleatório para o Modelo 1. Já para o Modelo 2 vemos que as previsões para os horizontes analisados são menores. Usando um teste de comparação de precisão das previsões vemos que nenhum dos dois modelos é significantemente superior ao modelo passeio aleatório. Portanto parece que os fatores latentes incorporam os efeitos de curto prazo desejados porém isso não faz com que tenhamos um modelo de previsão melhor que o passeio aleatório.

2 Modelo Nelson-Siegel com condições de não arbitragem para previsão de inflação a partir do mercado de títulos brasileiro

2.1 Introdução

Uma boa gestão da política monetária exige que os Bancos Centrais tenham estimativas corretas das expectativas de inflação dos consumidores e empresários. Essas expectativas dos agentes são importantes na determinação da inflação futura. Em geral os dados de inflação futura vem de duas fontes principais: pesquisas (surveys) e a informação contida em ativos no mercado financeiro. Dados provenientes de pesquisas tem uma frequência mais baixa do que os dados do mercado financeiro (no mínimo frequência diária). Outra limitação das pesquisas é que temos expectativas de mercado nas pesquisas somente para horizontes de 1 ano o que faz com que não tenhamos acesso a inflação de longo prazo. Isso faz com que o Banco Central não possa verificar se as expectativas de mercado da inflação de longo prazo estão alinhadas com as metas da autoridade monetária.

Já no caso dos ativos do mercado financeiro, tais dados podem ser acessados diariamente ou até mesmo de forma *intra-day*. Além disso podem gerar informação para uma variedade maior de horizontes. No caso brasileiro podemos estimar a inflação esperada de até 5 anos a frente ¹. Além disso, como pondera Val, Barbedo e Maia (2011) as pesquisas refletem a opinião das instituições financeiras mas não as apostas que elas fazem no mercado. Assim quando analisamos as informações do mercado financeiro temos informações diariamente atualizadas, com horizontes diferentes e de forma que reflita as expectativas futuras que foram diretamente precificadas pelos agentes.

Devido a estes problemas com as expectativas retiradas de surveys, diversas formas de extração de expectativas implícitas em ativos financeiros foram propostas. Um trabalho

Devido às maturidades dos títulos.

fundamental nesta literatura foi Svensson e Soderling (1997), que discute como retirar expectativas de variações de preços de ativos. Os autores propõem extrair as expectativas de inflação usando as curvas de rendimento de títulos nominais e indexados à inflação. Para fazermos isso devemos ver os diferenciais de juros entre os títulos nominais, que pagam um montante fixo de juros, e os títulos indexados, que são indexados a índices de preços mais um juro nominal. Os títulos nominais tem embutidos neles a chamada inflação implícita. No presente trabalho para estimarmos a inflação esperada utilizamos as Letras do Tesouro Nacional (ou LTN), que são um título nominal, e as Notas do Tesoura Nacional do tipo B (ou NTN-B), que são títulos indexados ao IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo). Utilizamos a NTN-B pois a inflação que serve de âncora para a tomada de decisão dos formuladores de política monetária para cumprimento das metas de inflação é o IPCA.

Os diferenciais de juros entre os títulos nominais e reais de mesma maturidade é conhecido como breakeven inflation (BEI). A BEI é um indicador da inflação esperada porém é um indicador imperfeito pelo fato de incluir prêmios de risco da inflação. Ou seja, podemos ter uma sobreestimação da inflação se levarmos a BEI em consideração, pois se houver grande incerteza no mercado os agentes exigirão um grande prêmio de risco e portanto uma BEI muito maior do que a inflação esperada pelo mercado. O grande problema é que a estimação do prêmio de risco em geral depende da especificação de um modelo paramétrico, que define o prêmio de risco de mercado para a incerteza associada a inflação futura.

A decomposição da taxa BEI em prêmio de risco de inflação e expectativa de inflação usando um modelo paramétrico para o prêmio de risco pode ser feita através de um modelo de não arbitragem afim (AF), que é o mais usado para representar a estrutura a termo da taxa de juros na área de finanças. Esses modelos são normalmente especificados usando um conjunto de fatores latentes que capturam os movimentos nas curvas de juros no tempo. Duffie e Kan (1996) afirmam que esse modelo é popular porque faz com que as curvas de rendimento sejam uma função linear dos fatores latentes e das cargas, o que representa uma vantagem devido a existência de soluções analíticas e o fato que esta estrutura linear pode ser estimada usando o Filtro de Kalman. No entanto a

forma canônica desse modelo sofre de dois problemas. O primeiro é que a estimação por máxima verossimilhança dessa classe de modelos é sujeita a um problema de máximos locais. Assim sendo podemos obter estimações com implicações econômicas diferentes, e a performance empírica no ajuste do modelo as curvas observadas e na construção de previsões em geral é bastante pobre, como discutido em Duffee (2002).

Outra linha de pesquisa paralela na modelagem da estrutura a termo é baseada em modelos estatísticos. Esses modelos são baseados em representações fatoriais sem nenhuma interpretação econômica direta, como decomposições de componentes principais e modelos baseados na parametrização de Nelson e Siegel (1987a). Estes modelos obtêm ajustes e previsões mais acuradas que os modelos afins, e por isso foram adotados intensivamente na modelagem de curvas de juros, como discutido em Diebold e Rudebusch (2011).

Esses modelos tem uma motivação puramente estatística, sem interpretação econômica. Portanto, esses modelos sem a imposição de condições de não-arbitragem nem formas explícitas para prêmios de risco impedem seu uso em aplicações que necessitem de uma interpretação estrutural dos resultados. Uma versão dos modelos Nelson-Siegel dinâmicos com a imposição de condições de não-arbitragem em uma formulação afim foi proposta em Christensen, Diebold e Rudebusch (2011), obtendo uma representação com poder de ajuste e consistência com não-arbitragem. Assim a grande contribuição do presente trabalho é comparar os resultados de um modelo Nelson-Siegel com e sem restrições de não arbitragem no estudo da extração das expectativas de inflação. No artigo de Christensen, Lopez e Rudebusch (2010) os autores mostram que pode-se construir um modelo Nelson-Siegel impondo não-arbitragem com uma estimação conjunta dos rendimentos reais e nominais. Através deste modelo conseguimos então decompor a BEI em inflação esperada e prêmio de risco. Replicamos aqui essa abordagem visando comparar os modelos entre eles e com as previsões do Boletim Focus como benchmark para o mercado brasileiro.

O trabalho está dividido da seguinte forma: na seção a seguir discutiremos os trabalhos realizados na área e o mercado de dívida pública no Brasil. A seguir na Seção 2.3 descreveremos o modelo e como podemos decompor os diferenciais de juros dos títulos

indexados e nominais em inflação esperada e prêmio de risco. Posteriormente apresentaremos a metodologia utilizada, a escolha da especificação e os coeficientes encontrados na Seção 2.4. Na penúltima seção 2.5 apresentamos os principais resultados encontrados, o ajustamento do modelo e testaremos se nossa medida de inflação implícita é útil para previsão da inflação futura, comparando os resultados do modelo com as previsões do Boletim Focus. Para finalizar na Seção 2.6 apresenta as conclusões e os resultados mais relevantes do trabalho.

2.2 Revisão Bibliográfica e o mercado de títulos de dívida Nacional

Essa seção, primeiramente, discute as pesquisas realizadas até agora pela literatura, mostrando a importância crescente do uso dos títulos indexados para se recuperar a inflação esperada. Posteriormente mostraremos a evolução do mercado de títulos públicos no Brasil.

2.2.1 Revisão Bibliográfica

Em seu trabalho Soderlind e Svensson (1997) propõem que as técnicas de asset pricing devem ser usadas para extrair informações sobre as expectativas de mercado para diversas variáveis macroeconômicas como taxa de juros futura, taxa de câmbio e inflação. Os autores dizem que esses métodos devem gerar resultados melhores que os obtidos com as "expectativas de mercado" publicadas pelos bancos centrais. Normalmente quando essas expectativas são divulgadas pode haver algum incentivo a não se reportar os valores verdadeiros, devido a revelação de estratégias e conflitos de interesses.

Diversos trabalhos foram feitos utilizando os títulos do governo para extrair a inflação esperada para o mercado internacional. Woodward (1990) usa títulos de dívida soberanos britânicos prefixados e indexados para estimar as expectativas. O autor pressupõe risco de inflação igual a zero. Já Deacon e Derry (1994), discutem diversos métodos para comparar os títulos indexados com os prefixados. Os autores chegam a conclusão que os prêmios de risco são muito importantes para se extrair a inflação esperada. Outros autores apontam que para alguns casos a liquidez dos mercados pode não ser igual fazendo

com que as medidas de inflação esperada se tornem imprecisas. Shen e Corning (2001) encontram medidas imprecisas de inflação esperada devido a prêmios de risco muito grandes e variantes no tempo para o mercado americano.

Utilizando a BEI rate Alonso, Blanco e Rio (2001) a partir dos títulos indexados franceses, concluem que é possível gerar informações relevantes para a tomada de decisão por parte da autoridade monetária. Christensen, Dion e Reid (2004) acham uma BEI rate consistentemente maior que as expectativas de mercado para o caso do mercado canadense. Concluem portanto que a pesquisa de mercado é a estimativa consistente das expectativas de inflação e que a BEI rate é uma estimativa viesada pela presença de prêmios de risco.

O trabalho de Scholtes (2002) conclui, que para o caso inglês, a BEI rate possui uma performance empírica superior a das pesquisas a respeito das expectativas de inflação. Já Christensen, Dion e Reid (2004) criticam o uso das pesquisas de mercado como critério de comparação pelo fato de haver pouco incentivo em se passar as informações corretas. Isso não parece ser o caso para o Brasil pois estar entre os melhores do Boletim Focus gera um status e reflete nos salários e reputação dos forecasters.

No trabalho de Christensen, Lopez e Rudebusch (2010) os autores utilizam o Modelo Nelson-Siegel sem arbitragem com uma estimação conjunta dos rendimentos dos títulos nominais e reais com quatro fatores (dois de interceptos, um de inclinação e um de curvatura) para dados dos Estados Unidos. Com isso conseguem decompor a BEI rate em inflação implícita e prêmio de risco. Os autores concluem que suas estimativas estão próximas das pesquisas de mercado e os prêmios de risco variam em torno de zero. Além disso, sugerem que as expectativas de longo prazo estão bem ancoradas. Dizem também que essa abordagem usada por eles tem a vantagem de ser facilmente atualizada e reestimada pelo Filtro de Kalman, gerando a vantagem de se ter resultados em alta frequência o que é desejável para os formuladores de política monetária e profissionais do mercado financeiro.

Para o mercado brasileiro podemos citar o trabalho Val, Barbedo e Maia (2011) que aplica metodologias diferentes para estimar a inflação implícita e o prêmio de risco e compará-las com as estimativas da BEI *rate*. Os autores encontram um prêmio de risco inflacionário relativamente baixo para o mercado brasileiro. Ainda dizem que as pesquisas

de mercado embutem um prêmio de risco maior que os próprios títulos negociados. Os autores ressaltam ainda que essa abordagem pode ser útil para verificar a ancoragem das expectativas de longo prazo as metas de inflação, mesmo com os problemas de medição do prêmio de risco. Outro ponto importante levantado pelos autores é que o mercado de títulos indexados só passou a ter participação importante a partir de 2006, com aumentos de liquidez e volume negociados.

No trabalho de Vicente e Guillen (2013) os autores testam se a breakeven inflation é uma boa medida da inflação futura. Com dados dos títulos do governo brasileiros os autores realizam dois testes, usando métodos de regressão univariadas. Primeiramente testam se as breakeven inflation fornecem alguma informação sobre a inflação futura para os horizontes de 3, 6, 12, 18, 24, 30 meses. A seguir realizam um teste para ver se essas breakeven inflation são um estimador não viesado das inflações futuras para as mesmas maturidades. Os autores acham evidências de que a breakeven inflation é um estimador não viesado para horizontes curtos (3 e 6 meses), já para horizontes de médio prazo (12 e 18 meses) essa variável tem pouco poder explicativo e em horizontes mais longos (24 e 30 meses) acham um resultado contraintuitivo de há uma relação negativa entre a inflação futura e as BEI rates.

Caldeira e Furlani (2014) utilizam um modelo Svensson (1994) com quatro fatores latentes para os títulos nominais e quatro fatores para os títulos reais. A partir desse modelo acham a *BEI rate* pelo diferencial entre os rendimentos dos títulos. A seguir adotam um teste semelhante ao utilizado por Vicente e Guillen (2013) mas além de fazer regressões simples também utilizam uma formulação em espaço de estado para realizar o teste. Com isso os autores acham que a *breakeven inflation* é um estimador não viesado para a inflação 3 meses a frente e que ela fornece informação somente para horizontes mais curtos. Além disso, comparam as previsões do modelo com as de um modelo VAR e das expectativas de mercado dos Top5 do Boletim Focus. As *BEI rates* se mostram superiores aos modelos VAR propostos pelos autores porém piores que as dos Top5.

2.2.2 Mercado de títulos de dívida Nacional

Os títulos indexados com base em índices econômicos negociados no mercado nacional são as Notas do Tesouro Nacional. Dentre esses títulos temos as NTN-B e as NTN-C indexados, respectivamente, ao Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) e o Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M). Para o presente trabalho estamos interessados na NTN-B pois o IPCA é índice usado pelo Banco Central para condução de políticas de Metas de Inflação além de podermos comparar com as previsões médias de mercado do Boletim Focus.

Uma NTN-B tem seu valor atualizado pela variação do IPCA do mês anterior, desde a data-base de emissão do título. Esse título paga cupom semestralmente sendo que o primeiro cupom de juros a ser pago contempla a taxa integral para seis meses, independente da data de liquidação da compra. Na data de emissão dos títulos as taxas são definidas, na prática, todas as NTN-B emitidas possuem pagamento semestral de cupom de juros de 6% ao ano.

Utilizamos como amostra da estimação o ano de 2006, isso se deve ao fato de que o volume negociado e o estoque das NTN-B cresceram significativamente, aumentando sua liquidez. Podemos ver na Figura 8 que as NTN-Bs passaram de uma participação no total de estoque de títulos de dívida nacional de 6,7% em janeiro de 2004 para 64,1% em novembro de 2013, sendo o principal título em termos de estoque de títulos de dívida hoje em dia. E o estoque total passou de 17,4 milhões para mais de 7 bilhões de reais no mesmo período, como podemos ver na Figura 2.4.

2.3 Modelo

Nesta seção desenvolveremos um Modelo Livre de Arbitragem Nelson-Siegel em dados diários retirados da BM&F/BOVESPA para os títulos prefixados e NTN-B zero cupom. Com esse modelo podemos decompor o diferencial de juros entre inflação esperada e um

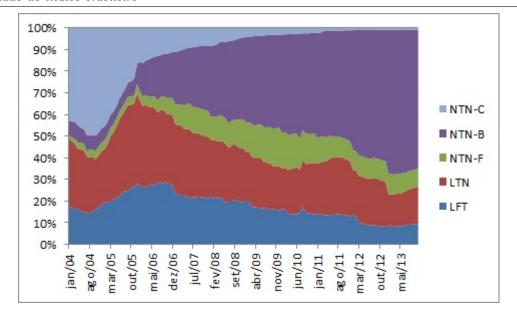


Figura 8 – Participação por título

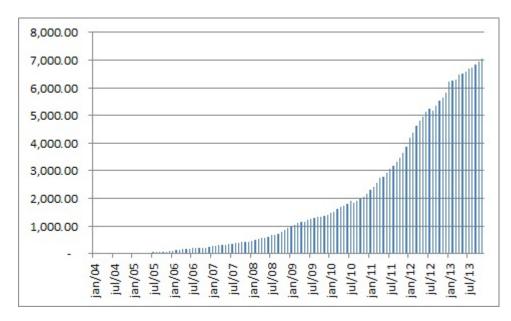


Figura 9 – Estoque Total de NTN-B

prêmio de risco. A seguir apresentaremos um discussão teórica de como decompor os diferenciais de juros em inflação implícita e prêmios de risco e a abordagem empírica utilizada no trabalho.

2.3.1 Discussão teórica

Seguindo Cochrane (2005), para facilitar a análise sobre as relações entre os titulos reais, nominais e a inflação faremos a discussão teórica em tempo contínuo. Seguindo a abordagem de Christensen, Lopez e Rudebusch (2010) faremos a decomposição do *spread*

dos títulos nominais e reais em inflação implícita e prêmio de risco. Definindo M_t^R e M_t^N como os fatores de desconto estocásticos para os títulos reais e nominais, respectivamente. Pelas condições de não-arbitragem temos que que:

$$P_t^i M_t^i = E_t^P \left[P_{t+\tau}^i M_{t+\tau}^i \right] \tag{2.1}$$

sendo P_t^i o preço do ativo i, E_t^P a expectativa em t e i=R,N. Essa equação representa a tomada de decisão do agente abrindo mão de consumo presente para investir e consumir no futuro, a igualdade em 2.1 é derivada da condição de primeira ordem, para maiores detalhes consulte Cochrane (2005). Assim podemos normalizar o preço de $P_{t+\tau}^i=1$, ou seja, um payoff unitário no período τ e reescrever os preços como:

$$P(\tau)_t^i = E_t^P \left[\frac{M_{t+\tau}^i}{M_t^i} \right] \tag{2.2}$$

Além disso, a condição de não arbitragem exige que haja consistência entre os preços dos títulos reais e nominais. Assim podemos definir Q_t como o nível geral de preços, que nada mais é do que a relação entre os fatores de desconto estocásticos:

$$Q_t = \frac{M_t^R}{M_t^N} \tag{2.3}$$

Definindo que os fatores de desconto estocásticos tem a seguinte dinâmica:

$$\frac{dM_t^i}{M_t^i} = -r_t^i dt - \Gamma_t dW_t^P \tag{2.4}$$

ou seja, a parte de drift do processo é determinada pela taxa juros instantânea, que varia para cada um dos tipos de títulos, e uma parte de difusão de que depende Γ_t , que é o preço de risco constante entre os tipos de títulos, e dos choques do movimento browniano. A partir de 2.3, podemos então achar pelo Lema de Itô a dinâmica do nível de preços:

$$\begin{split} dQ_t &= \frac{\partial Q_t}{\partial M_t^N} dM_t^N + \frac{\partial Q_t}{\partial M_t^R} dM_t^R + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 Q_t}{\partial M_t^{N^2}} (dM_t^N)^2 + 2 \frac{\partial Q_t}{\partial M_t^N} \frac{\partial Q_t}{\partial M_t^R} dM_t^N dM_t^R + \frac{\partial^2 Q_t}{\partial M_t^{R^2}} (dM_t^R)^2 \right) \\ &= \frac{M_t^R}{(M_t^N)^2} dM_t^N + \frac{1}{M_t^N} dM_t^R - \frac{M_t^R}{(M_t^N)^3} (dM_t^N)^2 + \frac{1}{(M_t^N)^2} dM_t^N dM_t^R \\ &= \frac{M_t^R}{M_t^N} (-r_t^N dt - \Gamma_t dW_t^P) - \frac{M_t^R}{M_t^N} (-r_t^R dt - \Gamma_t dW_t^P) - \frac{M_t^R}{M_t^N} (\Gamma_t^2 dt) + \frac{M_t^R}{M_t^N} (\Gamma_t^2 dt) \\ &= \frac{M_t^R}{M_t^N} (r_t^R - r_t^N) dt \\ &= (r_t^R - r_t^N) Q_t dt \end{split} \tag{2.5}$$

portanto na ausência de arbitragem a taxa instantânea de crescimento dos preços é determinada pelo diferencial das taxas instantâneas de juros entre os títulos nominais e reais, Dessa forma, a equação de Fisher se mantém para a taxa instantânea e não há prêmio de risco. Novamente utilizando o Lema de Itô, podemos ver que:

$$dln(Q_t) = \frac{1}{Q_t}dQ_t - \frac{1}{2}\frac{1}{Q_t}dQ_t^2 = \frac{1}{Q_t}dQ_t = (r_t^R - r_t^N)dt$$
 (2.6)

assim integrando dos dois lados e tomando o exponencial, temos:

$$Q_{t+\tau} = Q_t e^{\int_t^{t+\tau} (r_t^R - r_t^N)dt}$$
 (2.7)

Com isso podemos escrever o preço do título nominal em função do nível de preço e do preço dos títulos reais, assim:

$$P(\tau)_{t}^{N} = E_{t}^{P} \left[\frac{M_{t+\tau}^{N}}{M_{t}^{N}} \right] = E_{t}^{P} \left[\frac{M_{t+\tau}^{R}/Q_{t+\tau}}{M_{t}^{R}/Q_{t}} \right]$$

$$= E_{t}^{P} \left[\frac{M_{t+\tau}^{R}}{M_{t}^{R}} \right] \times E_{t}^{P} \left[\frac{Q_{t}}{Q_{t+\tau}} \right] + cov(\frac{M_{t+\tau}^{R}}{M_{t}^{R}}, \frac{Q_{t}}{Q_{t+\tau}})$$

$$= E_{t}^{P} \left[\frac{M_{t+\tau}^{R}}{M_{t}^{R}} \right] \times E_{t}^{P} \left[\frac{Q_{t}}{Q_{t+\tau}} \right] \times \left(1 + \frac{cov(\frac{M_{t+\tau}^{R}}{M_{t}^{R}}, \frac{Q_{t}}{Q_{t+\tau}})}{E_{t}^{P} \left[\frac{M_{t+\tau}^{R}}{M_{t}^{R}} \right] \times E_{t}^{P} \left[\frac{Q_{t}}{Q_{t+\tau}} \right] \right)$$

$$(2.8)$$

convertendo o preço dos ativos em yield:

$$P(\tau)_{t}^{N} = P_{t}^{N} e^{y_{t}^{N}} \to y_{t}^{N} = -\frac{1}{\tau} ln \left[P_{t}^{N} / P(\tau)_{t}^{N} \right]$$
 (2.9)

assim podemos reescrever 2.8 como:

$$y_t^N(\tau) = y_t^R(\tau) + \pi_t^e(\tau) + \phi_t(\tau)$$
 (2.10)

sendo $y_t^N(\tau)$ o rendimento dos títulos nominais para a maturidade τ , $y_t^R(\tau)$ o rendimento dos títulos reais para a mesma maturidade, $\pi_t^e(\tau)$ a inflação implícita do mercado de títulos no período t para o período $t + \tau$ e $\phi_t(\tau)$ o prêmio de risco de se manter um título nominal com rendimento em $t + \tau$. Podemos escrever a inflação implícita como:

$$\pi_t^e(\tau) = -\frac{1}{\tau} ln \left[Q_t / Q_{t+\tau} \right] = -\frac{1}{\tau} ln E_t^P \left[e^{-\int_t^{t+\tau} (r_t^R - r_t^N) dt} \right]$$
 (2.11)

e o prêmio de risco como:

$$\phi_t(\tau) = -\frac{1}{\tau} ln \left(1 + \frac{cov(\frac{M_{t+\tau}^R}{M_t^R}, \frac{Q_t}{Q_{t+\tau}})}{E_t^P \left[\frac{M_{t+\tau}^R}{M_t^R} \right] \times E_t^P \left[\frac{Q_t}{Q_{t+\tau}} \right]} \right)$$
(2.12)

portanto o prêmio de risco em se manter um título nominal pode ser positivo ou negativo. O prêmio de risco só será positivo se a $cov(\frac{M_{t+\tau}^R}{M_t^R}, \frac{Q_t}{Q_{t+\tau}}) < 0$, ou seja, um aumento do nível de preços, que é um momento de perda de poder aquisitivo, tem efeito positivo sobre o preço dos títulos reais. Assim sendo, as pessoas preferem investir nesses títulos ao invés dos nominais e exigem um retorno extra para os títulos não-indexados. Isso está relacionado com as pessoas preferirem um consumo mais suave durante a vida, então os agentes preferem ativos que tenham covariância negativa com seu consumo.

Assim como definimos na primeira parte desse trabalho a BEI (breakeven inflation) para $t + \tau$ é o diferencial de juros entre os títulos nominais e reais para a maturidade τ . Assim conforme vimos na equação 2.10 podemos decompor a BEI em inflação implícita e

prêmio de risco:

$$BEI(\tau)_t = y_t^N(\tau) - y_t^R(\tau) = \pi_t^e(\tau) + \phi_t(\tau)$$
 (2.13)

2.3.2 Abordagem empírica

Para sabermos qual a melhor especificação para o modelo conjunto com os rendimentos dos títulos reais e nominais precisamos determinar o número de fatores latentes para o modelo. Em geral os modelos para estrutura termo de taxa de juros utilizam três fatores: o de nível, o de inclinação e o de curvatura. Esses fatores geralmente são suficientes para explicar a variação cross-section dos títulos. O primeiro termo é o nível que determina os fatores de longo prazo. O segundo fator pode ser considerado a inclinação ou fator de curto prazo ou ainda o spread enquanto o terceiro fator é considerado a curvatura ou fator de médio prazo.

Para testarmos quantos fatores devemos utilizar usaremos a análise de componentes principal, analisando os dados de Janeiro de 2006 até Outubro de 2013 para os títulos nominais com maturidade de 1, 3, 6, 12, 15, 18, 21, 24, 30, 36, 42, 48 e 60 meses e para os títulos indexados para as mesmas maturidades. Na Tabela 16 estão reportados os resultados indicando o uso de 3 fatores para os títulos indexados, assim como para os títulos nominais na Tabela 17. Já se fizermos uma análise conjunta dos títulos nominais e reais os resultados indicam que deveríamos usar 6 fatores. Mas seguindo o paper de Christensen, Lopez e Rudebusch (2010) e pela Tabela 15 podemos ver que usando somente 4 fatores estaremos explicando mais de 99,2% das curvas. Assim propomos um modelo com: dois fatores de nível diferentes, um para cada tipo de título, um fator inclinação e um fator curvatura comuns.

Christensen, Lopez e Rudebusch (2010) mostraram que o modelo Livre de Arbitragem com Fatores Nelson-Siegel tem um bom grau de ajustamento para estrutura termo de taxa

 ${\bf Tabela}\ {\bf 15}-{\bf Analise}\ {\bf de}\ {\bf componentes}\ {\bf principais}\ {\bf dos}\ {\bf títulos}\ {\bf indexados}\ {\bf e}\ {\bf nominais}$

Maturidade						
Real	1º PC	2º PC	3° PC	4º PC	5° PC	6° PC
1 Mês	0.134	0.467	0.014	0.785	-0.278	0.258
3 Meses	0.167	0.357	-0.049	0.114	0.344	-0.696
6 Meses	0.179	0.265	-0.063	-0.057	0.038	-0.290
9 Meses	0.184	0.190	-0.070	-0.147	-0.067	-0.124
12 Meses	0.185	0.142	-0.088	-0.173	-0.136	-0.029
15 Meses	0.187	0.102	-0.114	-0.160	-0.166	-0.016
18 Meses	0.187	0.069	-0.142	-0.138	-0.158	0.002
21 Meses	0.187	0.044	-0.161	-0.120	-0.138	0.036
24 Meses	0.188	0.024	-0.171	-0.101	-0.111	0.061
26 Meses	0.188	0.014	-0.177	-0.091	-0.097	0.075
30 Meses	0.188	0.002	-0.190	-0.072	-0.067	0.095
36 Meses	0.187	-0.011	-0.208	-0.050	-0.011	0.109
42 Meses	0.187	-0.015	-0.217	-0.035	0.040	0.136
48 Meses	0.187	-0.015	-0.225	-0.026	0.096	0.159
60 Meses	0.185	-0.010	-0.254	-0.022	0.192	0.217
Nominal						
1 Mês	0.174	0.244	0.298	-0.131	0.433	0.344
3 Meses	0.178	0.184	0.323	-0.129	0.265	0.226
6 Meses	0.183	0.087	0.325	-0.112	0.041	0.086
9 Meses	0.185	0.013	0.303	-0.082	-0.090	0.003
12 Meses	0.185	-0.046	0.267	-0.049	-0.166	-0.054
15 Meses	0.186	-0.094	0.225	-0.018	-0.196	-0.084
18 Meses	0.185	-0.131	0.186	0.012	-0.192	-0.089
21 Meses	0.185	-0.160	0.149	0.040	-0.161	-0.080
24 Meses	0.185	-0.182	0.116	0.064	-0.115	-0.079
26 Meses	0.184	-0.194	0.099	0.081	-0.083	-0.076
30 Meses	0.183	-0.214	0.064	0.114	-0.021	-0.065
36 Meses	0.182	-0.230	0.014	0.154	0.072	-0.061
42 Meses	0.181	-0.237	-0.031	0.179	0.168	-0.038
48 Meses	0.180	-0.245	-0.062	0.196	0.245	-0.019
60 Meses	0.178	-0.254	-0.115	0.223	0.346	0.008
% explicado	0.921	0.964	0.981	0.992	0.996	0.998

 ${\bf Tabela}\ {\bf 16}-{\bf Analise}\ {\bf de}\ {\bf componentes}\ {\bf principais}\ {\bf dos}\ {\bf títulos}\ {\bf indexados}$

Maturidade	1º PC	2º PC	3° PC
1 mês	0.120	0.789	0.554
3 meses	0.244	0.397	-0.464
6 meses	0.259	0.208	-0.368
9 meses	0.263	0.078	-0.299
12 meses	0.264	0.005	-0.213
15 meses	0.265	-0.042	-0.133
18 meses	0.265	-0.078	-0.056
21 meses	0.265	-0.105	0.007
24 meses	0.264	-0.124	0.059
26 meses	0.264	-0.134	0.087
30 meses	0.264	-0.144	0.128
36 meses	0.263	-0.155	0.169
42 meses	0.263	-0.157	0.194
48 meses	0.262	-0.156	0.207
60 meses	0.261	-0.156	0.225
% explicada	0.943	0.985	0.995

 ${\bf Tabela}\ {\bf 17}-{\bf Análise}\ {\bf de}\ {\bf componentes}\ {\bf principais}\ {\bf dos}\ {\bf títulos}\ {\bf nominais}$

Maturidade	1º PC	2º PC	3º PC
1 mês	0.237	0.511	0.464
3 meses	0.246	0.446	0.235
6 meses	0.256	0.325	-0.046
9 meses	0.260	0.220	-0.120
12 meses	0.262	0.126	-0.277
15 meses	0.264	0.046	-0.296
18 meses	0.264	-0.019	-0.275
21 meses	0.264	-0.073	-0.227
24 meses	0.264	-0.115	-0.167
26 meses	0.263	-0.139	-0.128
30 meses	0.262	-0.181	-0.046
36 meses	0.260	-0.227	0.0802
42 meses	0.259	-0.257	0.212
48 meses	0.257	-0.280	0.309
60 meses	0.253	-0.316	0.450
% explicada	0.947	0.992	0.999

de juros além de gerar boas previsões fora da amostra. Além disso, esse modelo pode ser estimado de forma fácil e robusta, diferentemente do modelo sem arbitragem canônico, como mostram Duffie e Kan (1996).

O vetor de estados do nosso modelo conjunto para títulos nominais e reais é denotado por $X_t = (L_t^N, L_t^R, S_t, C_t)$ e a taxa de juros instantâneas por:

$$r_t^N = L_t^N + S_t (2.14)$$

$$r_t^R = L_t^R + \alpha S_t \tag{2.15}$$

Para capturar possíveis diferenças de escala entre as inclinações dos títulos nominais e reais estimamos também o α , o que não foi feito em trabalhos anteriores.

Para impormos restrições de não arbitragem a dinâmica neutra ao risco dos fatores é dada pelas seguintes equações diferenciais estocásticas:

$$\begin{pmatrix}
dL_t^N \\
dS_t \\
dC_t \\
dL_t^R
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\lambda & \lambda & 0 \\
0 & 0 & -\lambda & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix} \begin{pmatrix}
L_{t-1}^N - \theta_1^{P,J} \\
S_{t-1} - \theta_2^{P,J} \\
C_{t-1} - \theta_3^{P,J} \\
L_{t-1}^R - \theta_4^{P,J}
\end{pmatrix} dt + \Sigma^j \begin{pmatrix}
DW^{L_t^N,P} \\
DW^{S,P} \\
DW^{C,P} \\
DW^{L_t^R,P}
\end{pmatrix}$$
(2.16)

assim como demonstrado por Duffie e Kan (1996) esse modelo é livre de arbitragem apenas com a adição de um termo de correção. Assim para podermos resolver as EDOs precisamos encontrar a dinâmica avessa ao risco:

$$\begin{pmatrix} dL_{t}^{N} \\ dS_{t} \\ dC_{t} \\ dL_{t}^{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11}^{P,J} & K_{12}^{P,J} & K_{13}^{P,J} & K_{14}^{P,J} \\ K_{21}^{P,J} & K_{22}^{P,J} & K_{23}^{P,J} & K_{24}^{P,J} \\ K_{31}^{P,J} & K_{32}^{P,J} & K_{33}^{P,J} & K_{34}^{P,J} \\ K_{41}^{P,J} & K_{42}^{P,J} & K_{43}^{P,J} & K_{44}^{P,J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{t-1}^{N} - \theta_{1}^{P,J} \\ S_{t-1} - \theta_{2}^{P,J} \\ C_{t-1} - \theta_{3}^{P,J} \\ L_{t-1}^{R} - \theta_{4}^{P,J} \end{pmatrix} dt + \Sigma^{j} \begin{pmatrix} DW^{L_{t}^{N},P} \\ DW^{S,P} \\ DW^{C,P} \\ DW^{L_{t}^{R},P} \end{pmatrix}$$

$$(2.17)$$

com Σ^j diagonal. Como vimos na seção anterior a dinâmica P é muito importante para decompormos a BEI em inflação implícita e prêmio de risco. As *yield curves* são:

$$y(\tau)^{N} = L_{t}^{N} + S_{t}((1 - e^{-\lambda \tau})/\lambda \tau) + C_{t}((1 - e^{-\lambda \tau})/\lambda \tau - e^{-\lambda \tau}) + \epsilon_{N,\tau}$$
 (2.18)

$$y(\tau)^R = L_t^R + \alpha S_t((1 - e^{-\lambda \tau})/\lambda \tau) + \alpha C_t((1 - e^{-\lambda \tau})/\lambda \tau - e^{-\lambda \tau}) + \epsilon_{R,\tau}$$
 (2.19)

Por facilitar a estimação faremos uma discretização desse processo como Mouabbi (2013), sendo $X_t = (L_t^N, S_t, C_t, L_t^R)$ podemos reescrever a equação 2.17 como:

$$X_T = [I - e^{K^P(T-t)}]\theta^P + e^{K^P(T-t)}X_t + \eta_t$$
 (2.20)

desse modo a equação de transição pode ser estimada em tempo discreto como sendo um VAR(1) Esse procedimento de estimação já foi utilizado em Christensen, Lopez e Rudebusch (2012), nesse trabalho o autor prova que se os erros são Gaussianos podemos fazer essa aproximação por quasi-máxima verosimilhança. Essa transformação nos permite estimar e recuperar os parâmetros da dinâmica P da equação 2.17. No trabalho de Christensen, Lopez e Rudebusch (2010) os autores demonstram que para uma abordagem gaussiana podemos reescrever a equação:

$$E_t^P \left[e^{-\int_t^{t+\tau} (r_t^R - r_t^N) dt} \right] = \exp\left[B^{\pi}(\tau) X_t + A^{\pi}(\tau) \right]$$
 (2.21)

sendo $B^{\pi}(\tau)$ e $A^{\pi}(\tau)$ soluções das equações diferenciais resolvidas pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem (e.g. Christensen, Lopez e Rudebusch (2012)), dados por:

$$\frac{dB(\tau)}{dt} = -\rho_1 - K^{p'}B(\tau) \tag{2.22}$$

$$\frac{dA(\tau)}{dt} = -\rho_0 - B'(\tau)K^p\theta^p + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^4 (\Sigma'B(\tau)B'(\tau)\Sigma)$$
 (2.23)

com as condições de contorno B(0) = A(0) = 0, ρ_1 e ρ_0 de modo a igualar a inflação instantânea. A partir da inflação implícita do modelo podemos calcular os prêmios de risco como resíduo.

2.4 Estimação

As estimações feitas nesse trabalho utilizaram a metodologia do Filtro de Kalman. As equações de medida 2.18 e 2.19 podem ser reescritas como:

$$y_t = BX_t + \epsilon_t \tag{2.24}$$

sendo que ϵ_t representam os erros das equações de medida que são por hipótese independentes e identicamente distribuídos (iid) para cada maturidade. A equação de estado é dada pela Equação 2.20, pode ser reescrita como:

$$X_t = \mu + \Theta X_{t-1} + \eta_t \tag{2.25}$$

com estrutura do erro dada por:

$$\begin{pmatrix} \eta_t \\ \epsilon_t \end{pmatrix} \sim N \begin{pmatrix} 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{pmatrix} \tag{2.26}$$

onde $R = diag(\sigma_i^2)$ (4×4) e as equações de medida tem a mesma variância com $Q = diag(\sigma^2)$. Além disso, pela otimalidade do Filtro de Kalman necessitamos que os erros sejam ortogonais à variável de estado: $E(X_t\eta_t) = 0$ e $E(X_t\epsilon_t) = 0$.

Uma estimação deve ser ao mesmo tempo flexível e parcimoniosa. Por isso é importante que o modelo esteja esteja bem especificado Além disso para decompormos a BEI rate é muito importante que nossa dinâmica P esteja correta. Para tanto conduzimos testes estatísticos de critério de informação para escolha da melhor especificação, saindo do modelo irrestrito e indo até o modelo com 12 restrições. Saímos da forma funcional mais flexível com todos o parâmetros estimados e fomos impondo que os menos significantes fossem iguais a zero e reestimando o modelo. O modelo com uma restrição, por exemplo, impôs que $\phi_{13} = 0$ e o modelo diagonal em que somente os parâmetros ϕ_{11} , ϕ_{22} , ϕ_{33} e ϕ_{44} sejam diferentes de zero.

Os resultados destes testes estão presentes na tabela 18. Para testarmos as especificações mostramos na tabela o valor do logaritmo da máxima verossimilhança, o número de parâmetros estimados, o teste Akaike Information Criterio, o teste Bayesian Information

Tabela 18 – Testes de Especificação

			Testes	5	
	logL	Parâmetros	AIC	BIC	Hannan-Quinn
Irrestrito	-32612	27	34.106	34.184	34.135
1 restrição	-32853	26	34.339	34.414	34.367
2 restrições	-32836	25	34.320	34.392	34.346
3 restrições	-32546	24	34.016	34.085	34.041
4 restrições	-32569	23	34.038	34.105	34.063
5 restrições	-32393	22	33.854	33.917	33.877
6 restrições	-32339	21	33.796	33.857	33.818
7 restrições	-32338	20	33.794	33.852	33.815
8 restrições	-32339	19	33.794	33.849	33.815
9 restrições	-32159	18	33.605	33.657	33.624
10 restrições	-32161	17	33.606	33.655	33.624
11 restrições	-31986	16	33.422	33.468	33.439
Diagonal	-31972	15	33.407	33.450	33.423

Impusemos que o parâmetro menos significante fosse igual a zero em cada restrição.²

Criterio e o teste Hannan-Quinn. Usamos como critério de escolha os três últimos testes citados e todos eles indicam que a melhor especificação é a do modelo diagonal.

Tabela 19 - Parâmetros Estimados do modelo escolhido

	$\phi, 1$	$\phi, 2$	$\phi, 3$	$\phi, 4$	μ	α	λ
$\phi 1$,	0.995				-0.016	0.972	0.193
	(0.001)				(0.009)	(0.000)	(0.000)
$\phi 2$,		0.878			0.264		
		(0.002)			(0.007)		
$\phi 3$,		,	0.972		0.060		
			(0.003)		(0.017)		
$\phi 4$,				1.000	-0.007		
				(0.000)	(0.000)		

A tabela 19 apresenta os valores estimados para o modelo escolhido. Nessa tabela apresentamos os parâmetros estimados para a matriz ϕ , os θ , os Σ além do fator de decai-

Modelo com 1 restrição: $\phi_{1,4}=0$. Modelo com 2 restrições: $\phi_{1,4}=\phi_{4,1}=0$. Modelo com 3 restrições: $\phi_{1,4} = \phi_{4,1} = \phi_{4,3} = 0$. Modelo com 4 restrições: $\phi_{1,4} = \phi_{4,1} = \phi_{4,3} = \phi_{3,4} = 0$. Modelo com 5 restrições: $\phi_{1,4} = \phi_{4,1} = \phi_{4,3} = \phi_{3,4} = \phi_{2,4} = 0$. Modelo com 6 restrições: $\phi_{1,4} = \phi_{4,1} = \phi_{4,3} = \phi_{4,3} = 0$ $\phi_{3,4}=\phi_{2,4}=\phi_{3,1}=0. \text{ Modelo com 7 restrições: } \phi_{1,4}=\phi_{4,1}=\phi_{4,3}=\phi_{3,4}=\phi_{2,4}=\phi_{3,1}=\phi_{4,2}=0.$ Modelo com 8 restrições: $\phi_{1,4} = \phi_{4,1} = \phi_{4,3} = \phi_{3,4} = \phi_{2,4} = \phi_{3,1} = \phi_{4,2} = \phi_{1,3} = 0$. Modelo com 9 restrições: $\phi_{1,4} = \phi_{4,1} = \phi_{4,3} = \phi_{3,4} = \phi_{2,4} = \phi_{3,1} = \phi_{4,2} = \phi_{1,3} = \phi_{2,1} = 0$. Modelo com 10 restrições: $\phi_{1,4} = \phi_{4,1} = \phi_{4,3} = \phi_{3,4} = \phi_{2,4} = \phi_{3,1} = \phi_{4,2} = \phi_{1,3} = \phi_{2,1} = \phi_{1,2} = 0$. Modelo com 11 restrições: $\phi_{1,4} = \phi_{4,1} = \phi_{4,3} = \phi_{3,4} = \phi_{2,4} = \phi_{3,1} = \phi_{4,2} = \phi_{1,3} = \phi_{2,1} = \phi_{1,2} = \phi_{3,2} = 0$.

2.5 Resultados

Nessa seção apresentaremos primeiramente os valores encontrados para os fatores latentes, assim como as projeções para os títulos analisados. Posteriormente mostraremos os valores encontrados para a inflação implícita e para os prêmios de risco para o mercado nacional.

2.5.1 Fatores Latentes

A Figura 10 mostra os fatores de nível estimados para os títulos nominais e reais, a correlação entre esses dois fatores é de 91,71%. Já a Figura 11 mostra os fatores inclinação e curvatura para o período analisado.

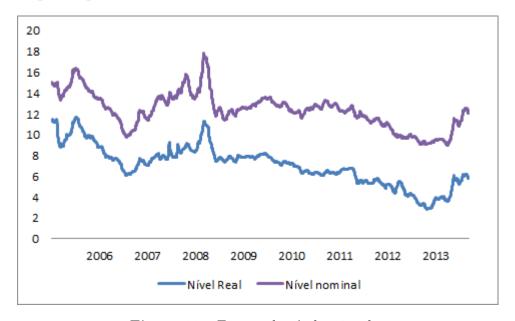


Figura 10 – Fatores de nível estimados

Voltando a figura 10 que tanto o fator nível real quanto o nominal apresentam um

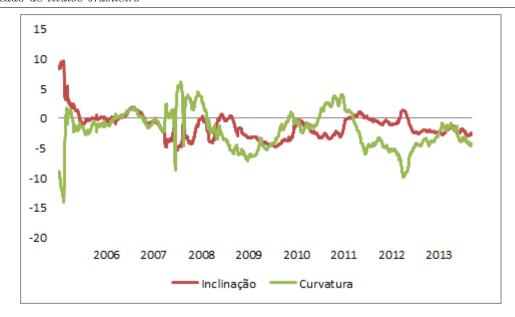


Figura 11 – Fatores inclinação e curvatura estimados

aumento para 2008, período da crise do Lehmann Brothers, como fator nível afeta os títulos para todas as maturidades de forma igual isso mostra que a crise influenciou tanto os títulos reais quanto nominais provavelmente pelo canal macroeconômico. No trabalho de Diebold, Rudebusch e Aruoba (2006) os autores indicam que a inflação presente influencia o fator nível. Isso deve explicar o aumento desse fator tanto para 2008 quanto para 2013. Já os fatores nível e inclinação são bem menos voláteis que os de nível seguindo a literatura, como Diebold e Li (2006).

2.5.2 Ajustamento aos títulos

No Anexo D apresentamos os gráficos que comparam as *yields* realizadas e projetadas pelo modelo. Podemos ver que para todos esses títulos parece que nosso modelo tem bom poder preditivo. Na Tabela 20 temos como medidas de ajustamento, a partir dos erros de previsão, do modelo: o Erro Médio e o Erro Quadrático Médio. Essas medidas mostram que o modelo em geral oferece um bom grau de ajustamento, principalmente para os títulos reais e de menor maturidade, isso pode ser visto tanto nos Erros Quadráticos quanto nos gráficos do Anexo D.

Tabela 20 – Medidas de ajustamento

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio
Real		
Maturidade 1 Mês	-0.095	2.798
Maturidade 3 Meses	0.054	0.571
Maturidade 6 Meses	-0.015	0.195
Maturidade 9 Meses	-0.007	0.113
Maturidade 12 Meses	0.001	0.086
Maturidade 15 Meses	-0.001	0.077
Maturidade 18 Meses	-0.000	0.074
Maturidade 21 Meses	-0.002	0.077
Maturidade 24 Meses	-0.007	0.079
Maturidade 26 Meses	-0.009	0.081
Maturidade 30 Meses	-0.007	0.083
Maturidade 36 Meses	0.010	0.085
Maturidade 42 Meses	0.036	0.092
Maturidade 48 Meses	0.063	0.100
Maturidade 60 Meses	0.128	0.139
Nominal		
Maturidade 1 Mês	0.042	0.876
Maturidade 3 Meses	0.026	0.405
Maturidade 6 Meses	0.028	0.224
Maturidade 9 Meses	0.046	0.199
Maturidade 12 Meses	0.047	0.203
Maturidade 15 Meses	0.028	0.209
Maturidade 18 Meses	0.009	0.210
Maturidade 21 Meses	-0.007	0.204
Maturidade 24 Meses	-0.023	0.197
Maturidade 26 Meses	-0.032	0.194
Maturidade 30 Meses	-0.040	0.193
Maturidade 36 Meses	-0.041	0.196
Maturidade 42 Meses	-0.049	0.203
Maturidade 48 Meses	-0.053	0.211
Maturidade 60 Meses	-0.049	0.235

2.5.3 Inflação Implícita e Prêmios de Risco

A parir da solução das EDOs como apresentado por Christensen, Lopez e Rudebusch (2010), podemos calcular a inflação implícita do nosso modelo. Como discutimos na seção 2.3, a *BEI rate* pode ser decomposta em inflação implícita e prêmio de risco. A partir da equação:

$$BEI(\tau)_t = y_t^N(\tau) - y_t^R(\tau) = \pi_t^e(\tau) + \phi_t(\tau)$$
 (2.27)

e tomando a inflação implicíta como descrito anteriormente podemos calcular os prêmio de risco para cada maturidade.

Utilizando a mesma abordagem de Christensen, Lopez e Rudebusch (2010), comparamos nossos resultados com as previsões de mercado. No presente trabalho usamos como benchmark as previsões médias das expectativas de mercado publicadas no Boletim Focus. Os resultados do modelo se aproximam das previsões do Boletim Focus com o passar do tempo. Isso pode ser resultado de um mercado mais eficiente de títulos ou da perda de credibilidade do BC na condução da política monetária levando os agentes a reportarem previsões menos conservadoras.

Podemos ver na Figuras 12 e 13 que a inflação implícita do modelo tem um Erro Quadrático Médio menor do que as previsões do Focus tanto para o horizonte de 6 quanto de 12 meses. Quando realizamos novamente os testes de medida de ajuste a partir dos erros de previsão vemos que tanto o erro médio quanto o erro quadrático médio são menores do que os das previsões do Focus, como podemos ver na Tabela 21. Quando comparamos as *BEI rates* com a inflação implícita também vemos que a inflação implícita parece ser um preditor superior.

Tabela 21 – Grau de ajustamento

	6 m	eses	12 meses			
	EM	EQM	\mathbf{EM}	\mathbf{EQM}		
Implícita	-0.049	0.592	0.006	1.127		
BEIR	0.043	0.758	0.195	1.247		
$FOCUS^3$	0.454	1.471	0.619	1.456		

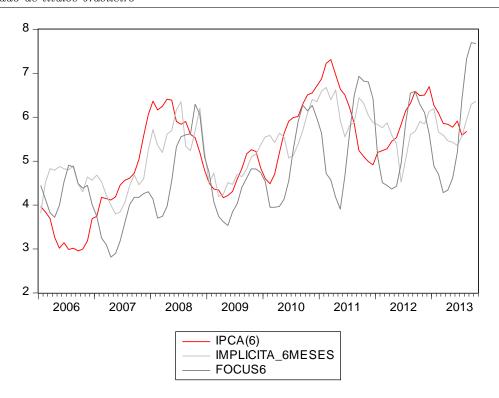


Figura 12 – Boletim Focus, Inflação Esperada do Modelo e IPCA realizado 6 meses à frente

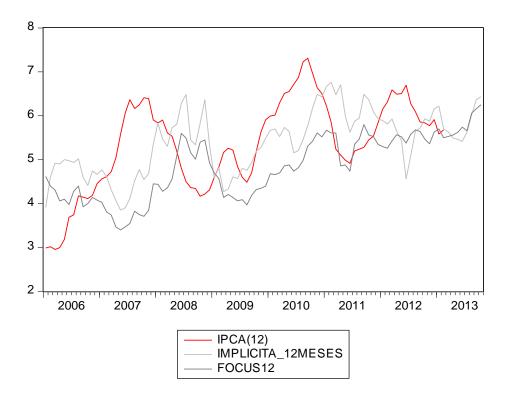


Figura 13 – Boletim Focus, Inflação Esperada do Modelo e IPCA realizado 12 meses à frente

12, 24 e 60 meses. Vemos que prêmios de risco são maiores para horizontes mais curtos. A dinâmica dos prêmios de risco parece ser igual entre os títulos de até 24 meses, apre-

Figura 14 – Prêmios de risco para 6, 12, 24 e 60 meses de maturidade

sentando apenas uma diferença de nível. Já para horizontes mais longos (60 meses) os agentes podem ancorar suas expectativas na inflação de longo prazo o que pode explicar a dinâmica diferente para esses títulos. Outro ponto interessante do presente trabalho é que os prêmios de risco parecem ser variantes tanto no tempo quanto na maturidade.

2.5.4 Inflação implícita como preditor da inflação futura

Os trabalhos de Vicente e Guillen (2013) e Caldeira e Furlani (2014) propõem uma metodologia para testar o poder preditivo da inflação implícita sobre a inflação futura. Definindo $h(1)_t$ como a taxa anual de juros continuamente composta, podemos definir a inflação acumulada entre o período t e $t + \tau$ como: $h(\tau)_t = \frac{1}{\tau} \sum_{j=t}^{j=t+\tau} h_j(1)$. Podemos testar se a inflação implícita tem poder preditivo sobre a inflação utilizando uma regressão com a seguinte forma funcional:

$$h(\tau)_t = c_0 + c_1 \pi_t^e(\tau) + \epsilon_{t+\tau}$$
 (2.28)

a equação 2.28 mostra que se o termo c_1 for significante, então a inflação implícita fornece alguma informação sobre a inflação futura, e se $c_0=0$ e $c_1=1$ a inflação implícita é um estimador não viesado da inflação futura. Assim como Vicente e Guillen (2013), estimamos primeiramente a equação 2.28 pelo Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (OLS). Posteriormente para evitarmos possíveis problemas de endogeneidade faremos uma estimação por Mínimos Quadrados em dois estágios (TSLS) com a primeira defasagem da inflação implícita como instrumento e uma estimação pelo Método dos Momentos generalizado (GMM) com as três primeiras defasagens como instrumentos. Os autores propõem uma estimação por TSLS e GMM pois a inflação futura deve ser influenciada pelas expectativas de inflação assim como as expectativas são contaminadas pela inflação realizada, gerando endogeneidade. Testaremos a significância de c_1 e se $c_0=0$ e $c_1=1$ através de um teste de Wald. Outro ponto que merece ser notado é que Vicente e Guillen (2013) afirmam que suas estimativas só estarão corretas sob a hipótese de que os prêmios de risco são constantes no tempo, o que não parece ser verdade para o caso brasileiro.

Nas tabelas 22, 23 e 24 temos os testes utilizando as estimações propostas por Vicente e Guillen (2013). Podemos ver que em geral os testes são robustos e indicam os mesmos resultados. Podemos ver pela estimação por OLS que a inflação implícita extraída pelo modelo parece ser estimador não viesado para horizontes de até 9 meses. Já utilizando as estimações por TSLS e GMM os resultados indicam que elas são estimadores não viesados da inflação realizada para os horizontes de 6, 9 e 36 meses. Apesar de o horizonte de 48 meses apresentar um resultado contraintuitivo, parece que a inflação implícita fornece informação relevante sobre a inflação realizada para os horizontes 3, 6, 9, 36 e 60 meses.

Já para as BEI rates os resultados não são robustos, indicando resultados diferentes

Tabela 22 – OLS das inflações implícitas do modelo

	Maturidade										
	3	6	9	12	24	36	48	60			
c_0	1.154	1.103	0.827	0.426	0.101	0.652	-0.525	0.404			
	[0.000]	[0.000]	[0.000]	[0.004]	[0.411]	[0.000]	[0.001]	[0.002]			
c_1	-1.021	-0.594	0.882	3.077	5.086	2.037	8.715	3.751			
	[0.077]	[0.327]	[0.227]	[0.000]	[0.000]	[0.002]	[0.000]	[0.000]			
R^2	0.567	0.514	0.301	0.092	0.009	0.353	0.243	0.238			
F-test	0.017	0.550	0.423	0.001	0.000	0.005	0.000	0.000			

Os valores abaixo dos coeficientes são do P-valor dos coeficientes

Tabela 23 – TSLS das inflações implícitas do modelo

	Maturidade												
	3 6 9 12 24 36 48 60												
c_0	1.351	1.178	0.838	0.370	0.158	0.839	-0.720	0.498					
	[0.000]	[0.000]	[0.000]	[0.030]	[0.269]	[0.000]	[0.000]	[0.002]					
c_1	-2.096	-0.994	0.840	3.403	4.788	0.994	9.824	3.209					
	[0.002]	[0.160]	[0.321]	[0.000]	[0.000]	[0.191]	[0.000]	[0.001]					
R^2	0.568	0.507	0.279	0.069	-0.003	0.359	0.308	0.234					
F-test	0.001	0.334	0.565	0.002	0.000	0.244	0.000	0.000					

Os valores abaixo dos coeficientes são do P-valor dos coeficientes

Tabela 24 – GMM das inflações implícitas do modelo

	Maturidade											
	3	6	9	12	24	36	48	60				
c_0	1.196	1.053	0.762	0.270	-0.016	0.697	-0.700	0.405				
	[0.000]	[0.000]	[0.000]	[0.168]	[0.925]	[0.000]	[0.000]	[0.022]				
c_1	-1.388	-0.292	1.266	3.996	5.862	1.596	9.679	3.815				
	[0.172]	[0.787]	[0.248]	[0.001]	[0.000]	[0.089]	[0.000]	[0.000]				
R^2	0.557	0.499	0.267	0.053	-0.014	0.343	0.343	0.228				
F-test	0.020	0.963	0.450	0.001	0.000	0.194	0.000	0.001				

Os valores abaixo dos coeficientes são do P-valor dos coeficientes

dependendo de qual método de estimação estamos usando. Vicente e Guillen (2013) pontuam que a hipótese básica do teste proposto por eles é que os prêmios de risco são constantes no tempo, o que para o caso brasileiro parece não ser verdade. As estimações do teste para as *BEI rates* estão presentes no Anexo F.

A inflação implícita parece ser estimador não viesados para até 9 meses, mostrandose resultados superiores aos encontrados nos trabalhos de Vicente e Guillen (2013) e
Caldeira e Furlani (2014). Os resultados também corroboram que para o médio prazo
(de 24 a 48 meses) os títulos não parece fornecer boas informações. Os resultados para
inflação implícita para 36 meses indicam que ele é estimador não viesado da inflação
realizada. Para o longo prazo (60 meses), a inflação implícita parece fornecer informações
explicando mais de 20% da variação da inflação. Os resultados quanto a superioridade
de uma das medidas indicam que temos ganhos ao impor de restrições de não-arbitragem
nas previsões da inflação, visto que além de fornecer informação sobre a inflação futura
deve gerar resultados melhores para em que o prêmio de risco for muito grande.

2.6 Conclusão

O objetivo do presente trabalho foi utilizar o mercado de títulos pré-fixados e indexados e estimar a inflação a partir deles. Para isso utilizamos de títulos nominais e das Notas do Tesouro Nacional do tipo B. Utilizamos a metodologia de fatores latentes proposta por Nelson e Siegel (1987b) na sua forma dinâmica, baseando-se no trabalho de Christensen, Lopez e Rudebusch (2010) estimamos um modelo livre de arbitragem que usa 4 fatores: 2 diferentes para o fator nível e 2 comuns para os fatores inclinação e curvatura. A partir de critérios de escolha de especificação escolhemos o modelo mais parcimonioso Esse modelo com quatro fatores na sua forma diagonal mostrou bom ajuste aos valores dos rendimentos dos títulos nominais e indexados.

Os resultados apresentados aqui tanto para a inflação implícita quanto para as *BEI* rates se mostram superiores nas previsões para 6 e 12 meses à frente se comparados com a média das previsões de mercado apresentadas no Boletim Focus. Os resultados do teste proposto por Vicente e Guillen (2013) mostram que a imposição de restrições de não-arbitragem aumentam o poder preditivo do modelo. Além disso, o teste parece não ser consistente para as *BEI* rates, pois tem por hipótese de que os prêmios de risco não são variantes no tempo (nosso modelo apresentou prêmios de risco variantes no tempo). Esse teste indica que para horizontes mais curtos a inflação implícita é estimador não viesado da inflação futura para horizontes de até 9 meses. Já para horizontes de médio prazo e longo prazo os resultados não são conclusivos, como já mostrado em outros trabalhos aplicados ao mercado brasileiro. Esse trabalho fecha um *gap* na literatura do uso de títulos públicos para previsão de inflação com restrições de arbitragem para o mercado brasileiro.

Parte I

Anexo: Modelo Macro-Financeiro de Câmbio com fatores Nelson-Siegel e volatilidades estocásticas multivariadas

ANEXO A – VARs Completos

Estimações dos VARs com todas as variáveis endógenas.

Tabela 25 – VAR completo Modelo 1

	$\pi_t - \pi_t^*$	$(y_t - y_t^*), t$	ffx_t	Δs_t	$\beta_{3,t}$	$\beta_{2,t}$	$\Delta \beta_{1,t}$	$h_{1,t}$	$h_{2,t}$	$h_{3,t}$	$h_{(y_t - y_t^*), t}$	h_{ffx_t}	$h_{\pi_t - \pi_t^*}$	$h_{\Delta s_t}$
$\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*$	0.229***	-0.042	0.131	0.335	0.370	0.247	-0.241	-0.000	-0.000	0.000	0.000	0.011	0.001**	-0.019
	(0.085)	(0.069)	(0.452)	(0.380)	(0.287)	(0.233)	(0.247)	(0.000)	(0.000)	(0.001)	(0.000)	(0.009)	(0.000)	(0.033)
$(y_t - y_t^*)_{t-1}$	0.020	0.885***	0.242	-0.158	0.154	-0.065	0.177	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.007
	(0.039)	(0.032)	(0.209)	(0.176)	(0.133)	(0.108)	(0.114)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.004)	(0.000)	(0.015)
ffx_{t-1}	0.059	-0.043	0.458***	1.248	-0.058***	0.023***	-0.012**	-0.000***	-0.000***	-0.000***	0.000	0.007	0.000	0.003
	(0.018)	(0.015)	(0.100)	(0.084)	(0.064)	(0.052)	(0.055)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.002)	(0.000)	(0.007)
Δs_{t-1}	0.004	0.009	-0.212***	-0.641***	0.033	-0.033	0.027	0.000**	0.000**	0.000	0.000**	-0.000	-0.000	0.023***
	(0.013)	(0.011)	(0.072)	(0.061)	(0.046)	(0.037)	(0.040)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.001)	(0.000)	(0.005)
$\beta_{3,t-1}$	0.035	-0.022	-0.497***	-0.008	0.681***	0.370***	-0.251**	-0.000***	-0.001***	-0.001***	0.000	0.001	-0.000	-0.005
	(0.034)	(0.027)	(0.180)	(0.151)	(0.114)	(0.093)	(0.098)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.003)	(0.000)	(0.013)
$\beta_{2,t-1}$	-0.059	-0.037	0.470**	-0.010	0.153	0.481***	0.329***	0.000**	0.000**	0.000	0.000	-0.002	-0.000	0.010
	(0.038)	(0.031)	(0.203)	(0.170)	(0.129)	(0.104)	(0.111)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.003)	(0.000)	(0.015)
$\Delta \beta_{1,t-1}$	-0.079**	0.008	0.140	0.332**	0.029	0.044	-0.026	-0.000***	-0.000***	-0.000	0.000**	-0.000	0.000	-0.023*
	(0.036)	(0.029)	(0.191)	(0.160)	(0.122)	(0.099)	(0.104)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.003)	(0.000)	(0.013)
$h_{1,t-1}$	-174.340**	78.514	474.038	1595.037***	-399.468	-17.954	-54.568	1.110***	1.072**	1.974**	-0.080	-7.192	-0.851*	-18.963
	(83.258)	(67.618)	(442.986)	(372.266)	(281.534)	(228.019)	(242.072)	(0.390)	(0.482)	(0.896)	(0.135)	(8.400)	(0.477)	(32.223)
$h_{1,t-1}$	183.005***	-42.645	-384.795	-1306.281***	400.925*	-27.960	110.638	-0.703**	-0.595	-1.316*	0.068	5.312	0.532	29.253
	(68.312)	(55.479)	(363.462)	(305.437)	(230.994)	(187.086)	(198.615)	(0.320)	(0.396)	(0.735)	(0.110)	(6.892)	(0.391)	(26.442)
$h_{1,t-1}$	-15.204	-13.479	86.603	43.481	-29.532	-64.814**	42.000	0.098**	0.116*	0.552***	-0.009	-0.305	-0.083	7.332*
	(10.438)	(8.477)	(55.537)	(46.670)	(35.295)	(28.586)	(30.348)	(0.049)	(0.060)	(0.112)	(0.017)	(1.053)	(0.060)	(4.040)
$h_{(y_t - y_t^*), t-1}$	-18.374	-33.758	53.454	112.252	86.965	78.010	-63.430	-0.047	-0.027	-0.070	0.706***	1.077	0.662***	0.157
	(35.565)	(28.884)	(189.228)	(159.019)	(120.262)	(97.402)	(103.405)	(0.167)	(0.206)	(0.383)	(0.057)	(3.589)	(0.204)	(13.767)
$h_{ffx_{t-1}}$	2.466***	-0.802	-1.850	1.642	1.620	3.501	-2.734	-0.004	-0.006	-0.010	0.003*	0.538***	0.028***	0.634*
	(0.846)	(0.687)	(4.504)	(3.785)	(2.862)	(2.318)	(2.461)	(0.004)	(0.005)	(0.009)	(0.001)	(0.085)	(0.005)	(0.328)
$h_{\pi_{t-1}-\pi_{t-1}}$	-13.386	1.335	-0.575	8.318	-0.289	-25.613	18.909	0.002	0.006	0.006	0.002	-1.352	0.364***	-5.085
	(9.608)	(7.803)	(51.120)	(42.959)	(32.489)	(26.313)	(27.935)	(0.0450)	(0.056)	(0.103)	(0.016)	(0.969)	(0.0551)	(3.719)
$h_{\Delta s_{t-1}}$	-0.109	-0.021	1.625	0.619	1.822***	0.576	-0.332	0.002**	0.003**	0.009***	0.000	0.029	0.005***	0.025
	(0.206)	(0.167)	(1.097)	(0.922)	(0.697)	(0.564)	(0.599)	(0.001)	(0.001)	(0.002)	(0.000)	(0.021)	(0.001)	(0.080)
Constante	-0.001	0.002*	-0.005	-0.008	-0.010**	-0.005	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000***	0.000***	-0.000***	0.001***
	(0.001)	(0.001)	(0.007)	(0.005)	(0.004)	(0.004)	(0.004)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)

Tabela 26 – VAR completo modelo 2

	π_t	CU_t	ffx_t	Δs_t	$\beta_{3,t}$	$\beta_{2,t}$	$\Delta \beta_{1,t}$	$h_{1,t}$	$h_{2,t}$	$h_{3,t}$	h_{CU_t}	h_{ffx_t}	h_{π_t}	$h_{\Delta s_t}$
π_{t-1}	0.472***	0.321	-0.159	-0.505	0.931	0.322	-0.049	-0.000	-0.000	0.001	0.138	0.048***	0.000***	0.015
	(0.075)	(30.259)	(0.976)	(0.813)	(0.623)	(0.450)	(0.533)	(0.001)	(0.001)	(0.002)	(1.929)	(0.018)	(0.000)	(0.070)
CU_{t-1}	0.000	0.737***	0.002	-0.001	0.000	-0.000	0.001	0.000	0.000	-0.000	0.015***	0.000	-0.000	0.000*
	(0.000)	(0.050)	(0.001)	(0.001)	(0.001)	(0.001)	(0.001)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.003)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
ffx_{t-1}	0.000**	-6.350	0.443**	1.251	-0.042***	0.022***	-0.019**	-0.000***	-0.000***	-0.000***	-0.217	0.008	-0.000	0.001
	(0.008)	(3.057)	(0.099)	(0.082)	(0.063)	(0.050)	(0.054)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.194)	(0.002)	(0.000)	(0.007)
Δs_{t-1}	0.014**	2.383	-0.218***	-0.661***	0.040	-0.031	0.023	0.000**	0.000**	0.000**	0.125	0.001	0.000	0.022***
	(0.006)	(2.276)	(0.073)	(0.061)	(0.047)	(0.038)	(0.040)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.145)	(0.001)	(0.000)	(0.005)
$\beta_{3,t-1}$	0.024	4.692	-0.395**	0.108	0.670***	0.367***	-0.233**	-0.001***	-0.001***	-0.001***	-0.151	-0.003	0.000	-0.006
	(0.015)	(5.930)	(0.191)	(0.159)	(0.122)	(0.098)	(0.104)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.378)	(0.004)	(0.000)	(0.014)
$\beta_{2,t-1}$	-0.032*	-5.017	0.342	-0.131	0.179	0.499***	0.294**	0.000**	0.001**	0.001	0.314	0.004	-0.000*	0.010
	(0.017)	(6.895)	(0.222)	(0.185)	(0.142)	(0.114)	(0.121)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.440)	(0.004)	(0.000)	(0.016)
$\Delta \beta_{1,t-1}$	-0.033**	6.392	0.096	0.296*	0.059	0.086	-0.094	-0.000***	-0.000***	0.000	0.494	0.000	0.000	-0.032**
	(0.015)	(6.024)	(0.194)	(0.162)	(0.124)	(0.099)	(0.106)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.384)	(0.004)	(0.000)	(0.014)
$h_{1,t-1}$	-70.563**	20674.854	551.579	1662.868***	-384.906	14.202	-48.874	1.044***	0.998**	1.986**	-158.250	-10.818	0.015	-18.659
	(34.089)	(13699.900)	(442.061)	(368.235)	(282.224)	(226.194)	(241.118)	(0.386)	(0.478)	(0.886)	(873.464)	(8.258)	(0.046)	(31.884)
$h_{2,t-1}$	72.741***	-16417.800	-431.368	-1361.519***	406.704*	-52.724	116.501	-0.663**	-0.551	-1.355*	93.354	9.161	-0.070*	30.459
	(28.043)	(11270.121)	(363.657)	(302.925)	(232.169)	(186.076)	(198.354)	(0.317)	(0.393)	(0.729)	(718.547)	(6.793)	(0.038)	(26.229)
$h_{3,t}$	4.049	550.878	82.742	44.886	-39.761	-66.566**	46.760	0.093*	0.110*	0.526***	75.413	-0.251	0.004	9.233**
	(4.235)	(1702.015)	(54.919)	(45.748)	(35.062)	(28.101)	(29.955)	(0.048)	(0.059)	(0.110)	(108.515)	(1.025)	(0.006)	(3.961)
$h_{CU_{t-1}}$	-0.000	-1.4710*	0.014	0.023	0.010	0.019**	-0.015	0.000	-0.000	-0.000	0.809***	-0.000	0.000*	-0.001
	(0.001)	(0.590)	(0.019)	(0.016)	(0.012)	(0.010)	(0.010)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.038)	(0.000)	(0.000)	(0.001)
$h_{ffx_{t-1}}$	-0.431	-301.959**	0.091	7.561**	3.348	5.124***	-4.092*	-0.008**	-0.010**	-0.015*	-25.748***	0.497***	-0.000**	0.440
	(0.296)	(119.062)	(3.842)	(3.200)	(2.453)	(1.966)	(2.096)	(0.003)	(0.004)	(0.008)	(7.591)	(0.072)	(0.000)	(0.277)
$h_{\pi_{t-1}}$	18.606	-8451.818	-117.027	-496.770**	-43.879	-156.065	38.133	0.422	0.518	0.441	2093.997***	2.619	0.774***	-22.121
	(23.044)	(9260.860)	(298.825)	(248.924)	(190.778)	(152.903)	(162.991)	(0.261)	(0.323)	(0.600)	(590.445)	(5.582)	(0.031)	(21.553)
$h_{\Delta s_{t-1}}$	0.034	-85.183**	1.274	0.081	1.724**	0.505	-0.494	0.003***	0.003***	0.010***	2.945	0.035*	0.001***	-0.003
	(0.087)	(35.062)	(1.131)	(0.942)	(0.722)	(0.579)	(0.617)	(0.001)	(0.001)	(0.002)	(2.235)	(0.021)	(0.000)	(0.081)
Constante	-0.007	23.951***	-0.162	0.045	-0.043	0.003	-0.088	0.000	0.000	0.000	-1.000***	-0.002	0.000	-0.014
	(0.010)	(4.180)	(0.135)	(0.112)	(0.086)	(0.069)	(0.074)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.267)	(0.003)	(0.000)	(0.010)

ANEXO B – Testes de especificação e modelos escolhidos

Resultados dos testes de especificação dos modelos restritos escolhidos para o Modelo Teórico 1:

Tabela 27 – Testes de Especificação do Modelo 1

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio
Modelo Completo			
6 meses	0.018	0.002	0.035
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.012	0.001	0.030
Modelo Restrito 1			
$(\text{sem } h_{\pi_t - \pi_t^*})$			
6 meses	0.018	0.002	0.035
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.012	0.001	0.030
Modelo Restrito 2			
$(\text{sem } h_{\pi_t - \pi_t^*} \in \beta_3, t)$			
6 meses	0.017	0.002	0.034
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 3			
$(\text{sem } h_{\pi_t - \pi_t^*}, \beta_3, t \in y_t - y_t^*)$			
6 meses	0.016	0.002	0.033
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030

Modelo empírico escolhido:

 ${\bf Tabela~28}-{\rm Modelo~Emp\'irico~escolhido~para~o~modelo~te\'orico~1}$

	Δs_t	$\pi_t - \pi_t^*$	ffx_t	$\Delta(eta_{1,t})$	$\beta_{2,t}$	$h_{1,t}$	$h_{2,t}$	$h_{3,t}$	$h_{y_t - y_t^*}$	h_{ffx_t}	$h_{\Delta s_t}$
Δs_{t-1}	-0.649***	0.000803	-0.154**	0.039	-0.058	0.000***	0.000**	0.000	0.000	0.000	0.025***
	(0.066)	(0.015)	(0.078)	(0.045)	(0.044)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.002)	(0.006)
$\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*$	0.321	0.211**	0.094	-0.334	0.396	-0.000	-0.001	-0.000	0.000	0.012	-0.034
	(0.413)	(0.091)	(0.489)	(0.280)	(0.272)	(0.000)	(0.000)	(0.001)	(0.000)	(0.009)	(0.036)
ffx_{t-1}	1.221***	0.064***	0.459***	0.019	-0.017	0.000	0.000	0.000	0.000	0.008***	0.005
	(0.092)	(0.020)	(0.109)	(0.062)	(0.060)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.002)	(0.008)
$\Delta(\beta_{1,t-1})$	0.331**	-0.084**	0.262**	0.005	-0.017	-0.000**	-0.000**	0.000	0.000***	0.000	-0.021**
	(0.165)	(0.036)	(0.195)	(0.112)	(0.109)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.004)	(0.015)
$\beta_{2,t-1}$	-0.014	-0.027	-0.005	0.092	0.818***	-0.000	-0.000	-0.000*	0.000**	-0.000	0.005
	(0.093)	(0.021)	(0.111)	(0.064)	(0.062)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.002)	(0.008)
$h_{1,t-1}$	1569.662***	-195.585**	810.994*	79.524	-199.958	1.388***	1.408***	2.546***	-0.082	-7.792	-16.190
	(378.813)	(83.215)	(448.765)	(257.326)	(249.954)	(0.422)	(0.522)	(0.959)	(0.118)	(8.645)	(33.428)
$h_{2,t-1}$	-1280.567***	193.048***	-599.440	35.175	62.078	-0.845**	-0.766*	-1.646**	0.060	5.532	27.929
	(314.678)	(69.126)	(372.787)	(213.759)	(207.591)	(0.351)	(0.434)	(0.797)	(0.098)	(7.181)	(27.768)
$h_{3,t-1}$	47.824	-10.018	18.064	5.424	-7.231	0.009	0.006	0.389***	-0.000	-0.228	5.844
	(42.592)	(9.356)	(50.457)	(28.933)	(28.098)	(0.047)	(0.059)	(0.108)	(0.013)	(0.972)	(3.758)
$h_{y_{t-1}-y_{t-1}^*}$	142.796	-45.217	-61.057	-138.274	120.455	-0.132	-0.116	-0.137	0.694***	-1.386	-12.400
	(184.692)	(40.572)	(218.798)	(125.461)	(121.848)	(0.206)	(0.254)	(0.468)	(0.057)	(4.215)	(16.298)
$h_{ffx_{t-1}}$	2.431	2.075**	-1.754	-1.230	1.221	-0.002	-0.003	-0.008	0.002*	0.496***	0.547
	(4.002)	(0.879)	(4.741)	(2.718)	(2.640)	(0.004)	(0.006)	(0.010)	(0.001)	(0.091)	(0.353)
$h_{\Delta s_{t-1}}$	0.418	0.025	1.200	-0.656	1.089*	0.002	0.002	0.008***	0.000	0.036*	0.053
	(0.939)	(0.206)	(1.111)	(0.638)	(0.619)	(0.001)	(0.001)	(0.002)	(0.000)	(0.021)	(0.083)
Constante	-0.011*	-0.000	-0.000	0.006	-0.008**	0.000	0.000	0.000	0.000***	0.000***	0.002***
	(0.006)	(0.001)	(0.007)	(0.004)	(0.004)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)

Resultados dos testes de especificação dos modelos restritos escolhidos para o Modelo Teórico 2:

Tabela 29 – Testes de Especificação do Modelo 2

	Erro Médio	Erro Quadrático Médio	Erro Absoluto Médio
Modelo Completo			
6 meses	0.017	0.002	0.035
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 1			
$(\text{sem } h_{CU_t})$			
6 meses	0.017	0.002	0.035
12 meses	0.009	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 2			
$(\text{sem } h_{CU_t} \in \pi_t)$			
6 meses	0.017	0.002	0.035
12 meses	0.008	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 3			
$(\text{sem } h_{CU_t}, \pi_t \in h_{\Delta s_t})$			
6 meses	0.017	0.002	0.035
12 meses	0.008	0.001	0.029
24 meses	0.011	0.001	0.030
Modelo Restrito 4			
$(\text{sem } h_{CU_t}, \pi_t, h_{\Delta s_t} \in \beta_{3,t})$			
6 meses	0.014	0.001	0.033
12 meses	0.007	0.001	0.029
24 meses	0.010	0.001	0.030

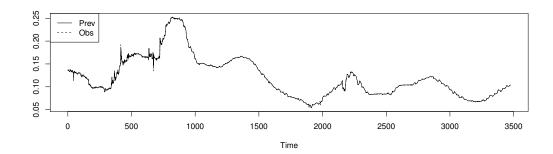
Modelo empírico escolhido:

 ${\bf Tabela~30}$ – Modelo empírico escolhido para o modelo teórico 2

	Δs_t	CU_t	ffx_t	$\beta_{2,t-1}$	$\Delta \beta_{1,t}$	$h_{1,t}$	$h_{2,t}$	$h_{3,t}$	$h_{ffx_{t-1}}$	h_{π_t}
Δs_{t-1}	-0.661***	3.007	-0.206***	-0.063	0.043	0.000***	0.000**	0.000	-0.000	-0.000
	(0.059)	(2.288)	(0.0722)	(0.039)	(0.039)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.001)	(0.000)
CU_{t-1}	-0.000	0.722***	0.001	-0.000	0.001	0.000	-0.000	-0,000	0.000	-0.000
	(0.001)	(0.052)	(0.002)	(0.001)	(0.001)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
ffx_{t-1}	1.257***	-7.026**	0.477***	-0.003	-0.005	-0.000	0.000	0.000	0.007***	-0.000
	(0.080)	(3.114)	(0.098)	(0.054)	(0.054)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.002)	(0.000)
$\beta_{2,t-1}$	-0.013	0.989	-0.033	0.805***	0.097**	-0.000**	-0.000**	-0.001***	-0.002	-0.000***
	(0.081)	(3.130)	(0.099)	(0.054)	(0.055)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.002)	(0.000)
$\Delta \beta_{1,t-1}$	0.266*	8.797	0.141	-0.033	-0.017	-0.000**	-0.000**	0.000	-0.001	-0.000
	(0.156)	(6.025)	(0.190)	(0.104)	(0.105)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.004)	(0.000)
$h_{1,t-1}$	1557.434***	21061.252	752.499*	-247.711	117.092	1.493***	1.540***	2.776***	-9.749	-0.006
	(351.925)	(13559.624)	(428.295)	(233.051)	(236.199)	(0.389)	(0.480)	(0.900)	(8.127)	(0.067)
$h_{2,t-1}$	-1268.207***	-19140.935*	-520.758	125.853	-3.703	-0.923***	-0.860**	-1.751**	8.046	-0.045
	(293.452)	(11306.647)	(357.133)	(194.329)	(196.954)	(0.324)	(0.400)	(0.751)	(6.776)	(0.056)
$h_{3,t-1}$	54.712	1259.291	25.607	-13.273	14.169	0.013	0.013	0.385***	-0.240	0.0119
	(40.698)	(1568.045)	(49.528)	(26.950)	(27.314)	(0.045)	(0.056)	(0.104)	(0.940)	(0.008)
$h_{ffx_{t-1}}$	6.627**	-394.003***	1.591	5.584***	-4.465**	-0.004	-0.004	0.002	0.598***	0.001***
	(2.677)	(103.145)	(3.258)	(1.773)	(1.797)	(0.003)	(0.004)	(0.007)	(0.062)	(0.001)
h_{π_t}	-435.234**	-8383.083	-216.961	-20.767	-36.009	0.037	0.0465	-0.301	2.954	0.759***
	(217.321)	(8373.345)	(264.481)	(143.914)	(145.858)	(0.240)	(0.297)	(0.556)	(5.018)	(0.041)
Constante	0.046	23.248***	-0.147	0.004	-0.089	0.000	0.000	0.000	-0.002	0.000
	(0.111)	(4.289)	(0.135)	(0.074)	(0.075)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.003)	(0.000)

ANEXO C – Ajustamento das curvas de juros

Nesse anexo apresentamos os gráficos com os valores previstos pelos fatores latentes e realizados do diferencial de juros entre os países ¹.



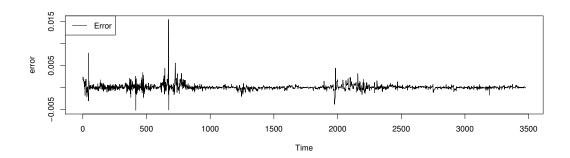
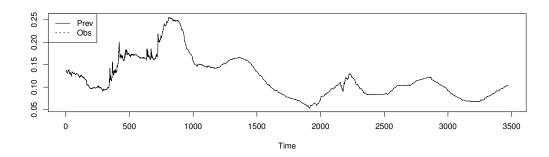
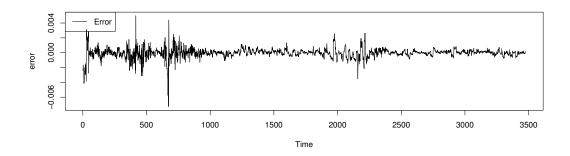


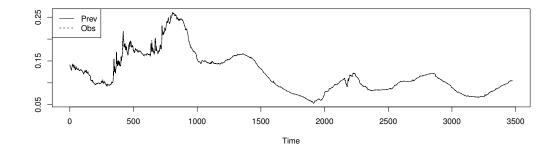
Figura 15 – Ajustamento para a maturidade de 5 dias úteis

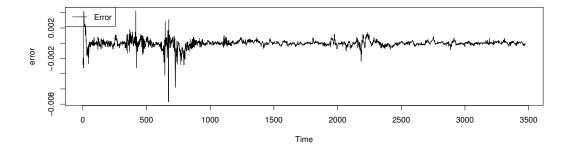
Em todos os gráficos apresentados nesse anexo o eixo de tempo está em dias iniciando-se no dia 19/10/1999



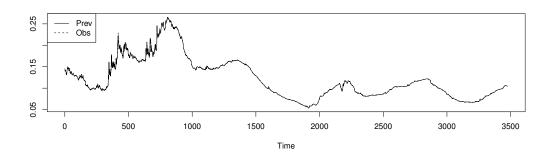


 ${\bf Figura} \ {\bf 16} - {\bf Ajustamento} \ {\bf para} \ {\bf a} \ {\bf maturidade} \ {\bf de} \ {\bf 1} \ {\bf m\^{e}s}$





 ${\bf Figura~17}-{\bf Ajustamento~para~a~maturidade~de~2~meses}$



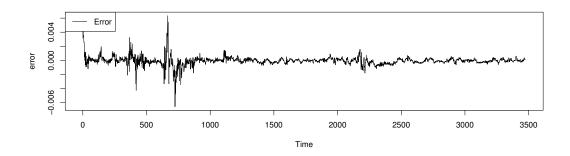
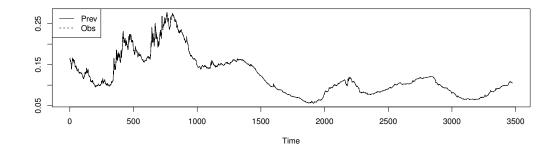
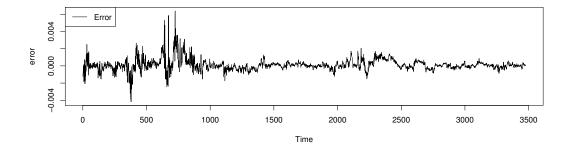
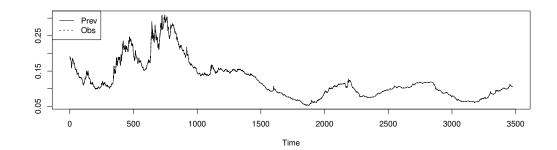


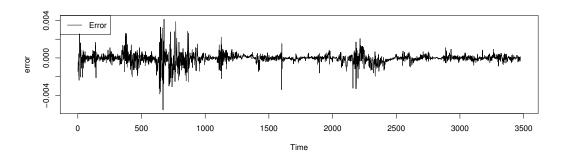
Figura 18 – Ajustamento para a maturidade de 3 meses





 ${\bf Figura~19}-{\bf Ajustamento~para~a~maturidade~de~6~meses}$





 ${\bf Figura~20}$ – Ajustamento para a maturidade de 1 ano

Parte II

Anexo: Modelo Nelson-Siegel com condições de não arbitragem para previsão de inflação a partir do mercado de títulos brasileiro

ANEXO D – Gráficos de ajustamento do modelo aos títulos

Seguem os gráficos comparando os valores estimados com os realizados dos títulos, sendo os valores projetados os de cor vermelha.

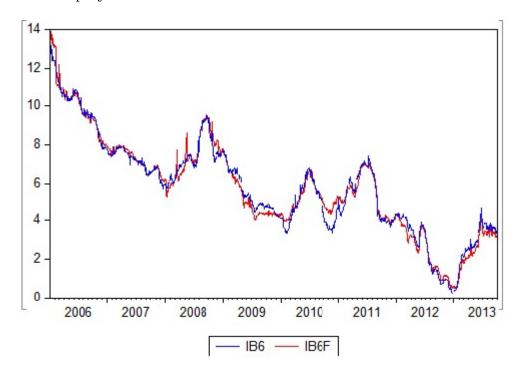


Figura 21 – Título real com maturidade 6 meses

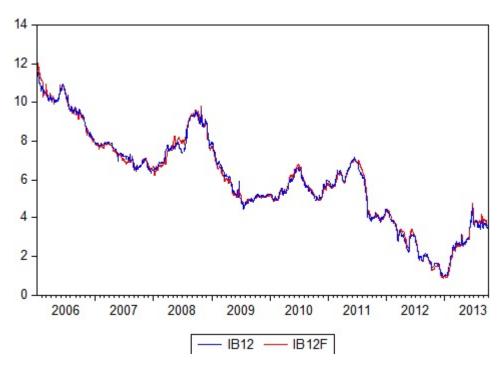


Figura 22 – Título real com maturidade 12 meses

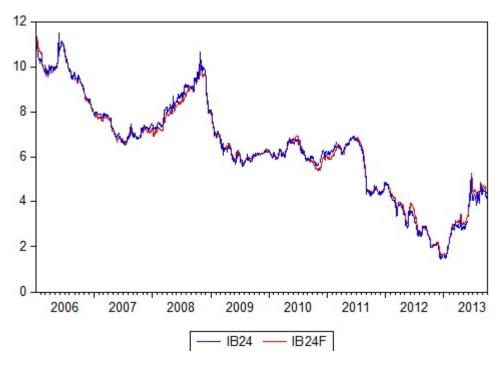


Figura 23 – Título real com maturidade 24 meses

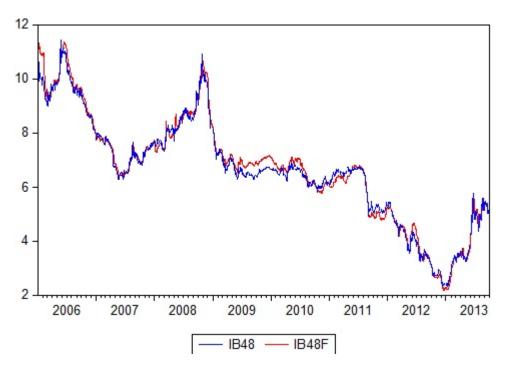


Figura 24 – Título real com maturidade 48 meses

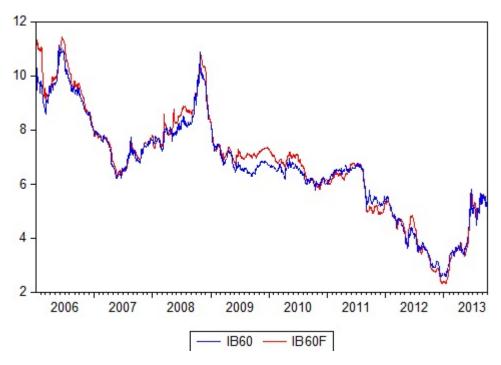
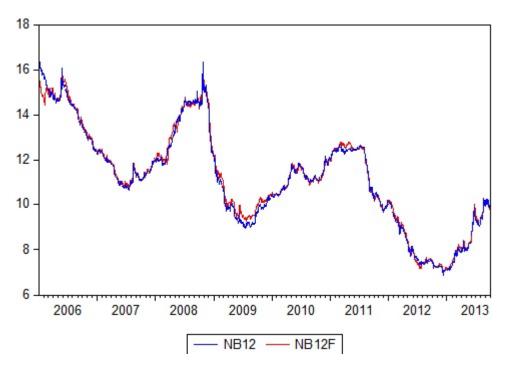


Figura 25 – Título real com maturidade 60 meses



 ${\bf Figura~26-T\'itulo~nominal~com~maturidade~12~meses}$

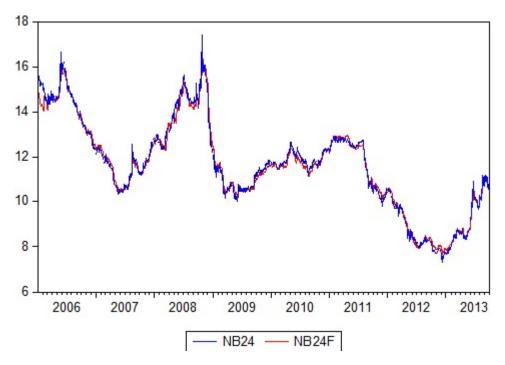
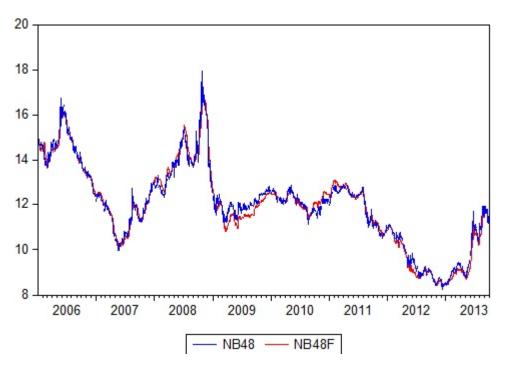


Figura 27 – Título nominal com maturidade 24 meses



 ${\bf Figura~28-T\'itulo~nominal~com~maturidade~48~meses}$

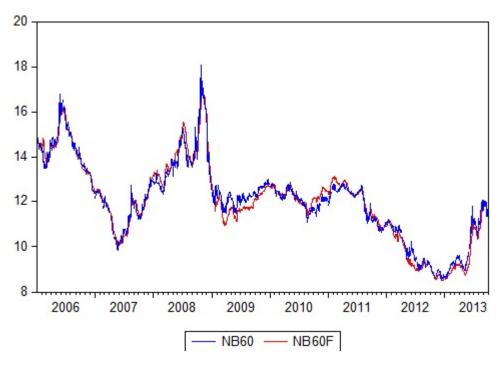


Figura 29 – Título nominal com maturidade 60 meses

ANEXO E – Gráficos para cada maturidade das *BEI rates*, inflação implícita e os prêmios de risco

Seguem os gráficos.

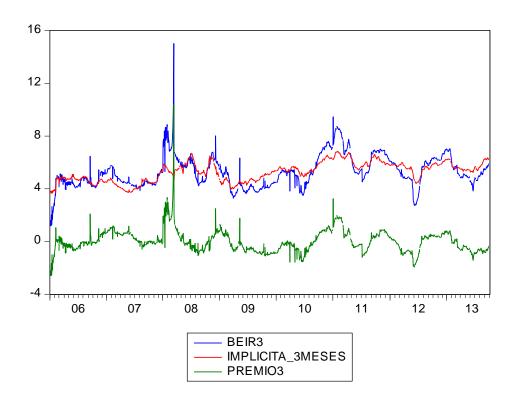
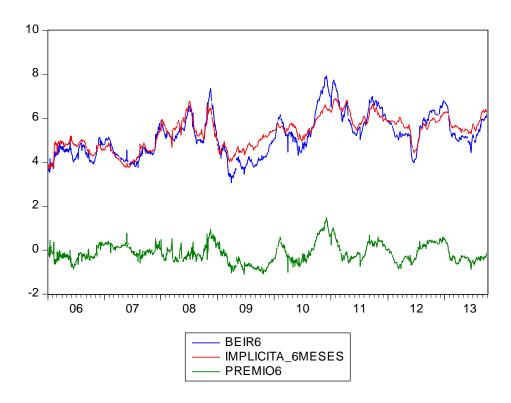


Figura 30 – BEI rates, inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade 3 meses



 ${\bf Figura~31}-BEI~rates,~inflação~implícita~e~os~prêmios~de~risco~para~a~maturidade~6~meses$

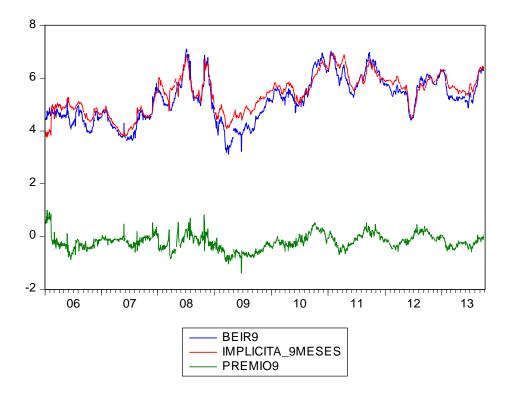
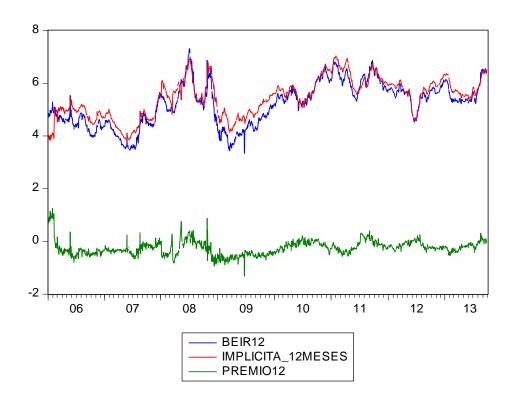


Figura 32 – BEI rates, inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade 9 meses



 ${\bf Figura~33}-BEI~rates, inflação~implícita~e~os~prêmios~de~risco~para~a~maturidade~12~meses$

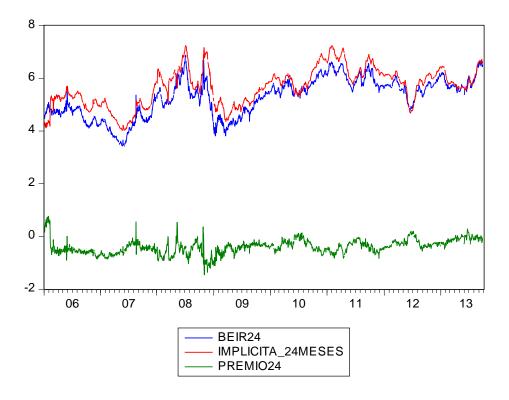
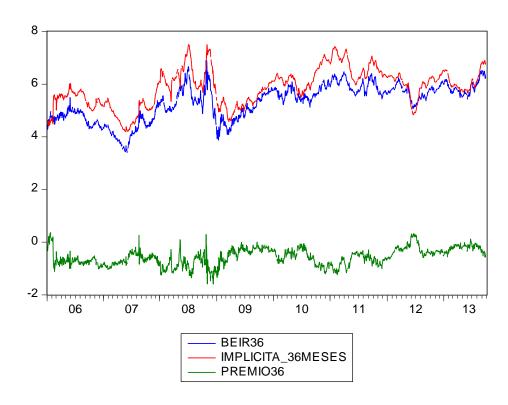


Figura 34 – BEI rates, inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade 24 meses



 ${\bf Figura~35}-BEI~rates, inflação~implícita~e~os~prêmios~de~risco~para~a~maturidade~36~meses$

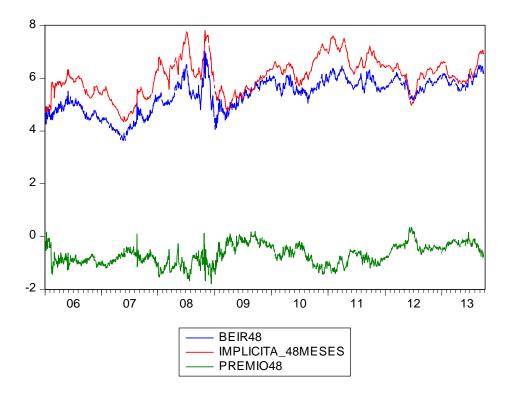


Figura 36 – BEI rates, inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade 48 meses

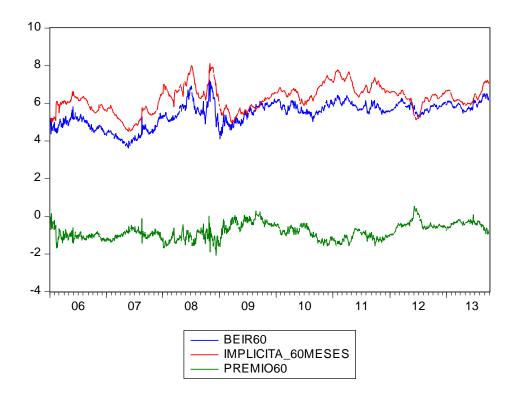


Figura 37 – BEI rates, inflação implícita e os prêmios de risco para a maturidade 60 meses

ANEXO F – Testes de poder de previsão da inflação futura para as *BEI rates*

Tabela 31 – OLS para as BEI rates

	Maturidade														
	3	6	9	12	24	36	48	60							
c_0	0.528	0.754	0.712	0.382	0.060	0.764	-0.439	0.406							
	[0.000]	[0.000]	[0.000]	[0.004]	[0.625]	[0.000]	[0.008]	[0.007]							
c_1	2.414	1.323	1.604	3.389	5.332	1.773	8.018	4.034							
	[0.000]	[0.009]	[0.009]	[0.000]	[0.000]	[0.007]	[0.000]	[0.000]							
R^2	0.311	0.416	0.305	0.094	0.003	0.389	0.138	0.186							
F-test	0.000	0.033	0.026	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000							

Os valores abaixo dos coeficientes são do P-valor dos coeficientes

Tabela 32 – TSLS para as BEI rates

	Maturidade														
	3	6	9	12	24	36	48	60							
c_0	0.725	0.834	0.712	0.313	0.089	0.922	-0.610	0.511							
	[0.000]	[0.000]	[0.000]	[0.029]	[0.504]	[0.000]	[0.001]	[0.006]							
c_1	1.351	0.906	1.623	3.773	5.199	0.961	8.902	3.510							
	[0.023]	[0.128]	[0.019]	[0.000]	[0.000]	[0.184]	[0.000]	[0.000]							
R^2	0.293	0.403	0.303	0.092	0.001	0.380	0.152	0.174							
F-test	0.024	0.303	0.038	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000							

Os valores abaixo dos coeficientes são do P-valor dos coeficientes

Tabela 33 – GMM para as *BEI rates*

	Maturidade														
	3	6	9	12	24	36	48	60							
c0	0.561	0.631	0.660	0.344	-0.021	0.839	-0.470	0.425							
	[0.000]	[0.000]	[0.000]	[0.064]	[0.900]	[0.000]	[0.005]	[0.052]							
c1	2.160	2.055	1.933	3.672	5.885	1.228	8.190	3.988							
	[0.000]	[0.012]	[0.037]	[0.000]	[0.000]	[0.198]	[0.000]	[0.001]							
$R\hat{2}$	0.310	0.386	0.306	0.092	-0.016	0.372	0.199	0.180							
F-test	0.000	0.042	0.094	0.001	0.000	0.003	0.000	0.000							

Os valores abaixo dos coeficientes são do P-valor dos coeficientes

Referências

- ALONSO, F.; BLANCO, R.; RIO, A. del. Estimating inflation expectations using French government inflation-indexed bonds. [S.l.]: Banco de Espana, Servicio de Estudios, 2001. 41
- ANG, A.; PIAZZESI, M. A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary economics*, Elsevier, v. 50, n. 4, p. 745–787, 2003. 9, 16
- BEKAERT, G.; WEI, M.; XING, Y. Uncovered interest rate parity and the term structure. *Journal of International Money and Finance*, Elsevier, v. 26, n. 6, p. 1038–1069, 2007. 8
- CALDEIRA, J. F.; FURLANI, L. Inflação implícita eo prêmio pelo risco: Uma alternativa aos modelos var na previsão para o ipca. *Estudos Econômicos (São Paulo)*, v. 43, n. 4, 2014. 42, 60, 62
- CALDEIRA, J. F.; LAURINI, M. P.; PORTUGAL, M. S. Bayesian inference applied to dynamic nelson-siegel model with stochastic volatility. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 30, n. 1, p. 123–161, 2010. 14
- CHEN, Y.-c.; TSANG, K. P. What does the yield curve tell us about exchange rate predictability? *Review of Economics and Statistics, Forthcoming*, 2009. 9, 13
- CHRISTENSEN, I.; DION, F.; REID, C. Real Return Bonds, Inflation Expectations, and the Break-Even Inflation Rate. [S.l.]: Bank of Canada, 2004. 41
- CHRISTENSEN, J. H.; DIEBOLD, F. X.; RUDEBUSCH, G. D. The affine arbitrage-free class of Nelson-Siegel term structure models. *Journal of Econometrics*, v. 164, n. 1, p. 4 20, 2011. Annals Issue on Forecasting. 39
- CHRISTENSEN, J. H.; LOPEZ, J. A.; RUDEBUSCH, G. D. Inflation expectations and risk premiums in an arbitrage-free model of nominal and real bond yields. *Journal of Money, Credit and Banking*, Wiley Online Library, v. 42, n. s1, p. 143–178, 2010. 39, 41, 44, 48, 52, 55, 58, 63
- CHRISTENSEN, J. H. E.; LOPEZ, J. a.; RUDEBUSCH, G. D. Can Spanned Term Structure Factors Drive Stochastic Yield Volatility? *SSRN Electronic Journal*, 2012. ISSN 1556-5068. Disponível em: http://www.ssrn.com/abstract=2023715. 52
- COCHRANE, J. H. Asset pricing. [S.l.]: Princeton university press Princeton, 2005. 44, 45
- DEACON, M.; DERRY, A. Estimating market interest rate and inflation expectations from the prices of uk government bonds. *Bank of England Quarterly Bulletin*, v. 34, n. 3, p. 232–240, 1994. 40
- DIEBOLD, F. X.; LI, C. Forecasting the term structure of government bond yields. Journal of econometrics, Elsevier, v. 130, n. 2, p. 337–364, 2006. 56

Referências 88

DIEBOLD, F. X.; RUDEBUSCH, G. D. Yield Curve Modeling and Forecasting The Dynamic Nelson-Siegel Approach. 2011. 13, 39

- DIEBOLD, F. X.; RUDEBUSCH, G. D.; ARUOBA, S. B. The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach. *Journal of econometrics*, Elsevier, v. 131, n. 1, p. 309–338, 2006. 56
- DORNBUSCH, R. Expectations and exchange rate dynamics. *The Journal of Political Economy*, JSTOR, p. 1161–1176, 1976. 7
- DUFFEE, G. R. Term premia and interest rate forecasts in affine models. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 57, n. 1, p. 405–443, 2002. 39
- DUFFIE, D.; KAN, R. A yield-factor model of interest rates. *Mathematical finance*, Wiley Online Library, v. 6, n. 4, p. 379–406, 1996. 38, 51
- ENGEL, C.; MARK, N. C.; WEST, K. D. Exchange rate models are not as bad as you think. [S.l.], 2007. 8, 9
- ENGEL, C.; WEST, K. D. Exchange rates and fundamentals. [S.l.], 2004. 9
- EVANS, M. D. Order flows and the exchange rate disconnect puzzle. *Journal of International Economics*, Elsevier, v. 80, n. 1, p. 58–71, 2010. 7, 8
- FRANKEL, J. A. Monetary and portfolio-balance models of exchange rate determination. [S.l.]: University of California, Berkeley, Department of Economics, 1987. 7
- GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. Markov chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference. [S.l.]: CRC Press, 2006. 16
- HANSEN, P. R.; LUNDE, A. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a garch (1, 1)? *Journal of applied econometrics*, Wiley Online Library, v. 20, n. 7, p. 873–889, 2005. 24
- HAUTSCH, N.; OU, Y. Analyzing interest rate risk: Stochastic volatility in the term structure of government bond yields. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 36, n. 11, p. 2988–3007, 2012. 9, 13, 17, 24
- HOOPER, P.; MORTON, J. Fluctuations in the dollar: A model of nominal and real exchange rate determination. *Journal of International Money and Finance*, Elsevier, v. 1, p. 39–56, 1982. 7
- HORDAHL, P.; TRISTANI, O.; VESTIN, D. A joint econometric model of macroeconomic and term-structure dynamics. *Journal of Econometrics*, Elsevier, v. 131, n. 1, p. 405–444, 2006. 17
- LAURINI, P.; CALDEIRA, F. A Macro-Finance Term Structure Model with Multivariate Stochastic Volatility. $2013.\ 9$
- LOWENKRON, A. Aplicados à macroeconomia: Três ensaios. 2006. 7, 10
- MCCALLUM, B. T. A reconsideration of the uncovered interest parity relationship. Journal of Monetary Economics, Elsevier, v. 33, n. 1, p. 105–132, 1994. 11

Referências 89

MEESE, R. A.; ROGOFF, K. Empirical exchange rate models of the seventies: do they fit out of sample? *Journal of international economics*, Elsevier, v. 14, n. 1, p. 3–24, 1983. 8, 27, 33

- MOUABBI, S. An arbitrage-free nelson-siegel term structure model with stochastic volatility for determination of risk premia. 2013. Job Market Paper Queen Mary, University of London November, 2013. 52
- NELSON, C. R.; SIEGEL, A. F. Parsimonious modeling of yield curves. *The Journal of Business*, v. 60, n. 4, p. 473–489, 1987. 39
- NELSON, C. R.; SIEGEL, A. F. Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of business*, JSTOR, p. 473–489, 1987. 63
- PERDOMO, J. P. J.; BOTELHO, F. B. Messe-rogoff revisitados: uma análise empírica das projeções para a taxa de câmbio no brasil. *Encontro Nacional de Economia da Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia–ANPEC*, v. 35, 2007. 10
- ROBERT, C. P.; CASELLA, G. Monte Carlo statistical methods. [S.l.]: Citeseer, 2004. 16
- ROSSI, J. W. A estrutura a termo da taxa de juros: uma síntese. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 1996. 9, 10
- SCHOLTES, C. On market-based measures of inflation expectations. Bank of England Quarterly Bulletin, Spring, 2002. 41
- SHEN, P.; CORNING, J. Can tips help identify long-term inflation expectations? Economic Review-Federal Reserve Bank of Kansas City, Federal Reserve Bank of Kansas City, v. 86, n. 4, p. 61–87, 2001. 41
- SHOUSHA, S. Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil. [S.l.]: BNDES, 2008. 9, 10
- SICSÚ, J. Flutuação cambial e taxa de juros no brasil. Revista de Economia Política, v. 22, n. 3, p. 132–137, 2002. 10
- SILVEIRA, M. A. C. d. Modelo fatorial linear macroeconômico de estrutura a termo da taxa de juros: Aplicação para a economia brasileira. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 2005. 10
- SODERLIND, P.; SVENSSON, L. New techniques to extract market expectations from financial instruments. *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, v. 40, n. 2, p. 383–429, 1997. 40
- SVENSSON, L.; SODERLING, P. New techniques to extract market expectations from financial instruments. *Journal of Monetary Economics*, v. 40, p. 383–429, 1997. 38
- SVENSSON, L. E. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. [S.l.], 1994. 7, 42
- TAYLOR, J. B. The role of the exchange rate in monetary-policy rules. *American Economic Review*, JSTOR, p. 263–267, 2001. 7

- VAL, F. de F.; BARBEDO, C. H. da S.; MAIA, M. V. Expectativas inflacionárias e inflação implícita: será que pesquisas de mercado fornecem medidas precisas? BBR-Brazilian Business Review, FUCAPE Business School, n. 3, p. 88–107, 2011. 37, 41
- VICENTE, J. V. M.; GUILLEN, O. T. d. C. Do inflation-linked bonds contain information about future inflation? *Revista Brasileira de Economia*, SciELO Brasil, v. 67, n. 2, p. 277–286, 2013. 42, 60, 61, 62, 63
- WOODWARD, G. T. The real thing: a dynamic profile of the term structure of real interest rates and inflation expectations in the united kingdom, 1982-89. *Journal of Business*, JSTOR, p. 373–398, 1990. 40
- WU, T. Monetary policy and the slope factor in empirical term structure estimations. FRB of San Francisco Working Papers, n. 2002-07, 2001. 16