Álgebra

3 de julio de 2015

1. Matrices

Teorema 1.1. *Sean A, B y C matrices de $m \times n$ y sea α un escalar. Entonces:*

1. $A + \mathbf{0} = A$
2. $0A = \mathbf{0}$
3. $A + B = B + A$
4. $(A + B) + C = A + (B + C)$
5. $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
6. $1A = A$

Teorema 1.2. *Sean $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ y $\mathbf{c}$ n-vectores y sea α un escalar.*

1. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{0} = 0$
2. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$
3. $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$
4. $(\alpha \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} = \alpha(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$

Teorema 1.3 (Ley asociativa para multiplicación de matrices)**.** *Sea $A_{n\times m}, B_{m\times p}$ y $C_{p\times q}$ matrices. Entonces:*

$$A(BC) = (AB)C$$

Teorema 1.4 (Leyes distibutivas para la multiplicación de matrices)**.** *Si todas las sumas y productos están definidos, entonces:*

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$(A + B)C = AC + BC$$

Operaciones elementales entre filas.

1. Multiplicar (o dividir) una fila por un número distinto de cero.
2. Sumar un múltiplo de una fila a otra.
3. Intercambiar dos filas.

Notación:

1. $M_i(c)$ indica: multiplicar la i-ésima fila de una matriz por el número c.
2. $A_{i,j}(C)$ indica: multiplicar la i-ésima fila opr c y sumársela a la j.
3. $P_{i,j}$ indoca: permutar las filas i y j.

Definición 1.1 (Forma escalonada reducida)**.** *Una matriz está en forma escalonada reducida si se cumplen:*

1. *Todas las filas que consisten en únicamente ceros (si existen) aparecen en la parte de abajo de la matriz.*