5 de junio de 2015

segundo-p.tex

1. Fórmula de Taylor

Teorema: si a_k son los coeficientes de un polinomio,

$$P_{n,a,f} = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(n)}(x-a)^k}{k!}$$

$$\exists c \qquad R_{n,a} = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$$

2. Integrales

Definición 2.1 (Partición)**.** *Sea* $a < b$ *. Recibe el nombre de* partición *del itnervalo* $[a, b]$ *toda colección finita de puntos* $[a, b]$*, de los cuales uno es* a *y el otro es* b *.*

Definición 2.2 (Suma Inferior (Superior))**.** *Sea* f *acotada sobre* $[a, b]$ *y* $P = t_0, \ldots, t_n$ *una partición de* $[a, b]$ *. Sea además*

$$m_i = \text{ínf}\{f(x) : t_{i-1} \le x \le t_i\}$$

$$M_i = \sup\{f(x) : t_{i-1} \le x \le t_i\}$$

Luego, se llama suma inferior *de* f *para* P *a :*

$$L(f, P) = \sum_{i=1}^{n} m_i(t_i - t_{i-1})$$

Y se llama suma superio *de* f *para* P *a :*

$$U(f, P) = \sum_{i=1}^{n} M_i(t_i - t_{i-1})$$

Teorema 2.1. *Sean* P_1 *y* P_2 *particiones de* $[a, b]$*. Entonces:*

$$L(f, P_1) \le U(f, P_2)$$

Definición 2.3 (Integrable)**.** *Una función* f *acotada sobre* $[a, b]$ *es* integrable *sobre* $[a, b]$ *si*

$$\sup\{L(f, P) : P \textit{ es partición de } [a, b]\} = \text{ínf}\{U(f, P) : P \textit{ es partición de } [a, b]\}$$

Teorema 2.2. *Si* f *está acotada sobre* $[a, b]$ *, entonces* f *es integrable sobre* $[a, b]$ *si y sólo si para todo* $\epsilon > 0$ *existe una partición* P *de* $[a, b]$ *tal que*

$$U(f, P) - L(f, P) < \epsilon$$

Teorema 2.3. *Si f es contínua en $[a, b]$, entonces f es integrable en $[a, b]$.*

Teorema 2.4. *Sea f integrable sobre $[a, b]$ y*

$$\forall x \in [a, b] : m \leq f(X) \leq M$$

Luego

$$m(b-a) \leq \int_a^b f \leq M(b-a)$$

Teorema 2.5. *Se f es integrable sobre $[a, b]$ y F está definida sobre $[a, b]$ por*

$$F(x) = \int_a^x f$$

entonces F es contínua sobre $[a, b]$

Cuadro 1: Reglas de integrales

$\int_b^a f(x)\ dx$	$=$	$-\int_a^b f(x)\ dx$
$\int_a^a f(x)\ dx$	$=$	0
$\int_a^b kf(x)\ dx$	$=$	$k\int_a^b f(x)\ dx$
$\int_a^b f(x) + g(x)\ dx$	$=$	$\int_a^b f(x)\ dx + \int_a^b g(x)\ dx$
$\int_a^b f(x)\ dx + \int_b^c f(x)\ dx$	$=$	$\int_a^c f(x)\ dx$

3. Series

Teorema 3.1. *Si una serie s_n converge y u_n se obtiene en base a ella suprimiendo un número finito de términos en ella, luego u_n converge.*

Teorema 3.2. *Si s_n converge y suma s y u_n se obtiene multimplicando cada término de s por c, luego u_n converge en y suma cs.*

Teorema 3.3. *Si las series s_n y u_n convergen y suman s y u respectivamente, también lo hace la serie que resulta de sumar cada enésimo término de una con el de la otra y su suma es $s + u$.*

Teorema 3.4 (Condición necesaria para la convergencia)**.** *Si una serie converge, entonce si en'esimo término tiende a cero cuando $n \to 0$.*

Cuadro 2: Tabla de integrales inmediatas

$\int a \; dx$	ax	
$\int x^n \; dx$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$, n \neq -1$
$\int a^x \; dx$	$\dfrac{a^x}{\ln(a)}$	
$\int \frac{1}{x} \; dx \quad = \quad \int \frac{dx}{x}$	$\ln(x)$	
$\int \frac{dx}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}$	
$\int e^x \; dx$	e^x	
$\int \operatorname{sen}(x) \; dx$	$-\cos(x)$	
$\int \cos(x) \; dx$	$\operatorname{sen}(x)$	
$\int \frac{1}{1+x^2} \; dx$	$\arctan(x)$	
$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \; dx$	$\arcsin(x)$	

Corolario 3.4.1. *Si el enésimo término de una serie s_n no tiende a cero, entonces s_n no converge.*

Teorema 3.5. *Si $u_n \leq v_n, \forall n$ y v_n converge, luego u_n converge.*

Teorema 3.6. *Si $u_n \geq v_n, \forall n$ y v_n diverge, luego u_n diverge.*

Teorema 3.7 (Criterio de D'Alembert)**.** *Sea s_1 una serie con términos positivos. Y sea*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$$

entonces:
1) La serie converge cuando $l < 1$
2) La serie diverge cuando $l > 1$
(Cuando $l = 1$ pueden darse los dos casos).

Teorema 3.8 (Criterio de Cauchy)**.** *Sea s_1 una serie con términos positivos. Y sea*

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = l$$

entonces:
1) La serie converge cuando $l < 1$
2) La serie diverge cuando $l > 1$
(Cuando $l = 1$ pueden darse los dos casos).

Teorema 3.9 (Criterio Integral)**.** *Sea s_n una serie tal que*

$$s_1 \geq s_2 \geq s_3 ...$$

Y sea f una función contínua tal que $f(i) = s_i$. Entonces se cumple:
1) Si $\int_1^\infty f(x)\ dx$ converge, también converge s_n

3.1. Teorema fundamental del cálculo

Sea f integrable sobre $[a, b]$, luego su integral es derivable y

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)\ dt = f(x)$$

$$\frac{d}{dx} \int_{a(x)}^{b(x)} dt = f(b(x))b'(x) - f(a(x))a'(x)$$

3.2. Regal de Barrow

3.3. Método de sustitución

3.4. Método de integración por partes

3.5. Métodode integración por fraccinoes simples