

# Álgebra

31 de julio de 2015

## 1. Matrices

**Teorema 1.1.** Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  matrices de  $m \times n$  y sea  $\alpha$  un escalar. Entonces:

1.  $A + \mathbf{0} = A$
2.  $0A = \mathbf{0}$
3.  $A + B = B + A$
4.  $(A + B) + C = A + (B + C)$
5.  $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
6.  $1A = A$

**Teorema 1.2.** Sean  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  y  $\mathbf{c}$   $n$ -vectores y sea  $\alpha$  un escalar.

1.  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{0} = 0$
2.  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$
3.  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$
4.  $(\alpha \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} = \alpha(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$

**Teorema 1.3** (Ley asociativa para multiplicación de matrices). Sea  $A_{n \times m}$ ,  $B_{m \times p}$  y  $C_{p \times q}$  matrices. Entonces:

$$A(BC) = (AB)C$$

**Teorema 1.4** (Leyes distributivas para la multiplicación de matrices). Si todas las sumas y productos están definidos, entonces:

$$\begin{aligned} A(B + C) &= AB + AC \\ (A + B)C &= AC + BC \end{aligned}$$

Operaciones elementales entre filas.

1. Multiplicar (o dividir) una fila por un número distinto de cero.
2. Sumar un múltiplo de una fila a otra.
3. Intercambiar dos filas.

Notación:

1.  $M_i(c)$  indica: multiplicar la  $i$ -ésima fila de una matriz por el número  $c$ .
2.  $A_{i,j}(C)$  indica: multiplicar la  $i$ -ésima fila por  $c$  y sumársela a la  $j$ .
3.  $P_{i,j}$  indica: permutar las filas  $i$  y  $j$ .

**Definición 1.1** (Forma escalonada reducida). *Una matriz está en forma escalonada reducida si se cumplen:*

1. *Todas las filas que consisten en únicamente ceros (si existen) aparecen en la parte de abajo de la matriz.*
2. *El primer número distinto de cero (empezando por la izquierda) en cualquier fila que no consista únicamente en ceros, es 1.*
3. *Si dos filas sucesivas no consisten únicamente en ceros, entonces el primer 1 en la fila inferior está más a la derecha que el primer 1 de la fila superior.*
4. *Cualquier columna que contenga el primer 1 de una fila tendrá cero en los demás lugares.*

**Definición 1.2.**