

---

---

# FICHES DE PHYSIQUES

## PTSI

---

---

NOË CHARLIER

2021-2022

# Table of Contents

<b>1</b>	<b>Analyse Dimensionnelle</b>	<b>5</b>
1.1	Tableau récapitulatif . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Fondements de l'optique géométrique</b>	<b>6</b>
2.1	Milieu d'étude . . . . .	6
2.1.1	Indice de réfraction . . . . .	6
2.2	Lois de Snell-Descartes . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Systèmes optiques usuels</b>	<b>7</b>
3.1	Grandissement . . . . .	7
3.2	Conditions de Gauss . . . . .	7
3.3	Modèle de l'oeil . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Circuit électriques dans l'ARQS</b>	<b>8</b>
4.1	Intensité du courant électrique . . . . .	8
4.2	ARQS . . . . .	8
4.3	Pont diviseur de tension . . . . .	8
4.4	Énergie . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Circuit linéaires du premier ordre</b>	<b>9</b>
5.1	Dipôle usuels . . . . .	9
5.1.1	Condensateur . . . . .	9
5.1.2	Bobine . . . . .	9
5.2	Circuit du 1er ordre . . . . .	9
5.2.1	Détermination de $\tau$ . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Oscillateur harmonique</b>	<b>10</b>
6.1	Oscillateur mécanique . . . . .	10
6.1.1	Force de rappel élastique . . . . .	10
6.2	Oscillateur harmonique . . . . .	10
6.3	Oscillateur électrique . . . . .	10
<b>7</b>	<b>Régimes transitoires des oscillateurs amortis</b>	<b>11</b>
7.1	Forces de frottements . . . . .	11
7.2	Fome canonique . . . . .	11
7.3	Résolution de l'équation différentiel . . . . .	11
7.4	Différents régimes . . . . .	12
7.4.1	Régime pseudo-périodique ( $Q > 1/2$ ) . . . . .	12
7.4.2	Régime apériodiques ( $Q < 1/2$ ) . . . . .	12
7.4.3	Régime critique ( $Q = 1/2$ ) . . . . .	12

<b>8</b>	<b>Propagation d'un signal</b>	<b>13</b>
8.1	Ondes . . . . .	13
8.1.1	Onde progressive unidimensionnelle . . . . .	13
8.2	Propagation d'une onde . . . . .	13
8.3	Vitesse de phase . . . . .	14
<b>9</b>	<b>Phénomène d'interférences</b>	<b>15</b>
9.1	Superposition de deux signal de même fréquence . . . . .	15
9.2	Différence de marche . . . . .	15
9.2.1	Différence de marche, fente d'Young . . . . .	15
<b>10</b>	<b>Oscillateurs amortis en régime sinusoïdale forcé</b>	<b>16</b>
10.1	Régime Sinusoïdal Forcé . . . . .	16
10.2	Les complexes . . . . .	16
10.2.1	Tableau récapitulatif en RSF . . . . .	16
10.2.2	Impédance équivalentes . . . . .	17
10.2.3	Ponts diviseurs . . . . .	17
10.3	Résonance . . . . .	17
10.4	Bande passante . . . . .	17
<b>11</b>	<b>Filtrage linéaire en électricité</b>	<b>18</b>
11.1	Les signaux périodiques . . . . .	18
11.2	Filtrage linéaire . . . . .	18
11.2.1	Définition . . . . .	18
11.2.2	Diagramme de Bode . . . . .	18
11.3	Mémo . . . . .	19
11.3.1	1er Ordre . . . . .	19
11.3.2	2eme Ordre . . . . .	19
<b>12</b>	<b>Description et paramétrage du mouvement d'un point</b>	<b>20</b>
12.1	Repérage . . . . .	20
12.2	Système de coordonnées . . . . .	20
<b>13</b>	<b>Lois de Newton</b>	<b>21</b>
13.1	Quantité de mouvement . . . . .	21
13.2	Lois de Newton . . . . .	21
13.3	Forces de frottements quadratiques . . . . .	21
<b>14</b>	<b>Approche énergétique du mouvement d'un point</b>	<b>22</b>
14.1	Puissance et travail . . . . .	22
14.1.1	Puissance . . . . .	22

14.1.2	Travail . . . . .	22
14.2	Théorèmes énergétiques . . . . .	22
14.2.1	Théorème de de la puissance et de l'énergie cinétiques . . .	22
14.2.2	Théorème de de la puissance et de l'énergie mécaniques . .	23
14.3	Énergie potentielle . . . . .	23
14.4	Énergie mécanique . . . . .	23
<b>15</b>	<b>Mouvement de particules chargées</b>	<b>24</b>
15.1	Force de Lorentz . . . . .	24
15.2	Mouvement dans un champ électrostatique uniforme . . . . .	24
<b>16</b>	<b>Loi du moment cinétique du point</b>	<b>25</b>
16.1	Moment cinétique . . . . .	25
16.1.1	Moment cinétique par rapport à un point . . . . .	25
16.1.2	Moment cinétique par rapport à un axe $\Delta$ . . . . .	25
16.2	Moment d'une force . . . . .	25
16.2.1	Moment d'une force par rapport à un point . . . . .	25
16.2.2	Moment d'une force par rapport à un axe $\Delta$ . . . . .	25
16.3	Loi du moment cinétique (LMC) . . . . .	26
16.3.1	LMC par rapport à un point fixe . . . . .	26
16.3.2	LMC par rapport à un axe fixe . . . . .	26
<b>17</b>	<b>Mouvements dans un champ de force centrale conservatif</b>	<b>27</b>
17.1	Force centrale . . . . .	27
17.1.1	Loi des aires . . . . .	27
17.2	Force central conservative . . . . .	27
17.2.1	Conservation de l'énergie mécanique et énergie potentielle effective . . . . .	28
17.3	Champs newtoniens . . . . .	28
17.3.1	Lois de Kepler . . . . .	28
<b>18</b>	<b>Mouvement d'un solide</b>	<b>29</b>
18.1	Théorème du moment cinétique autour d'un axe . . . . .	29
18.1.1	Moment cinétique . . . . .	29
18.1.2	Moment d'inertie . . . . .	29
18.1.3	Moment d'une force . . . . .	29
18.1.4	Liaison pivot . . . . .	29
18.1.5	Théorème scalaire du moment cinétique . . . . .	30
18.2	Approche énergétique . . . . .	30
18.2.1	Puissance et travail . . . . .	30
18.2.2	Théorèmes énergétiques . . . . .	30

<b>19 Champ magnétiques - description</b>	<b>31</b>
19.1 Cartes de champ magnétiques . . . . .	31
19.2 Moment magnétique . . . . .	31
<b>20 Action d'un champ magnétiques</b>	<b>32</b>
20.1 Force de Laplace . . . . .	32
20.2 Moment du couple de Laplace . . . . .	32
<b>21 Circuit fixe dans un champ magnétique</b>	<b>33</b>
21.1 Lois de l'induction . . . . .	33
21.1.1 Flux magnétique . . . . .	33
21.1.2 Loi de Lenz-Faraday . . . . .	33
21.1.3 Loi de modération de Lenz . . . . .	33
21.2 Phénomène d'auto induction . . . . .	34
21.2.1 Flux propre et inductance propre . . . . .	34
21.2.2 Force électromotrice (f.é.m) induite . . . . .	34
21.3 Approche énergétique . . . . .	34
21.4 Induction mutuelle . . . . .	34
<b>22 Lectures complémentaires</b>	<b>35</b>

## À propos

---

Le but est de produire des courtes fiches pour réviser facilement les concours.  
L'intégralité du contenu de ce fichier et de ce dossier est gratuite pour un usage public.

# Analyse Dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est essentiel en physique, elle permet de vérifier l'homogénéité !

## 1.1 Tableau récapitulatif

Grandeur	Unité SI	Dimension
Longueur	mètre(m)	L
Masse	kilogramme(kg)	M
Durée	seconde(s)	T
Température	kelvin(K)	$\theta$
Intensité électrique	ampère(A)	I
Quantité de matière	mole(mol)	N
Intensité lumineuse	candela(Cd)	J

Table 1: Unité du Système International (USI)

# Fondements de l'optique géométrique

Loi de Snell Descartes, Spectres d'émission, Indice optique...

## 2.1 Milieu d'étude

On s'intéressera à la propagation de la lumière dans des milieux qualifiés de **Transparents, Linéaires, Homogènes et Isotropes**.

### 2.1.1 Indice de réfraction

$$n = \frac{c}{v}$$

Avec:  $n$  l'indice,  $c$  la célérité, et  $v$  la vitesse dans le milieu.

## 2.2 Lois de Snell-Descartes

### Definition 2.2.1

- Rayon réfléchi et réfracté sur le même plan d'incidence.
- Le rayon est symétrique par rapport à la normal au dioptré.
- Le rayon réfracté vérifie:  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$

# Systèmes optiques usuels

Lentille mince convergente/divergente, distance focale, relation de conjugaison.

## 3.1 Grandissement

Le grandissement transversal est le rapport entre la taille de l'image et celle de l'objet:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

## 3.2 Conditions de Gauss

### Definition 3.2.1

- Le rayon est proche de l'axe optique.
- Le rayon est peu incliné par rapport à l'axe optique.

Les rayons sont **paraxiaux**

## 3.3 Modèle de l'oeil

- Le **cristallin** est la lentille.
- la **pupille** est le diaphragme.
- la **rétine** est l'écran.

Limite de **résolution angulaire pour l'oeil**: 1 minutes d'arc.



# Circuit électriques dans l'ARQS

## 4.1 Intensité du courant électrique

C'est le débit de charge (en **Coulomb** (USI: C)) à travers une section de conducteur:

$$i = \frac{\delta q}{dt}$$

Unité: A

## 4.2 ARQS

Il s'agit de l'**approximation des régimes quasi-stationnaires** vérifie lorsque le retard est négligeable devant la période T:

$$\Delta t \ll T$$

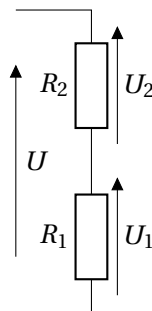
Avec le retard:  $\Delta t = \frac{L}{c}$  avec L distance de deux points du circuit.

## 4.3 Pont diviseur de tension

On a les relations suivantes:

**Definition 4.3.1**

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \quad \text{et} \quad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$



## 4.4 Énergie

L'énergie échangée entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  est:

$$E = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$$

$$P(t) = \frac{dE}{dt}$$

# Circuit linéaires du premier ordre

## 5.1 Dipôle usuels

### 5.1.1 Condensateur

#### Definition 5.1.1

- Relation charge-tension:  $q(t) = C u_c(t)$
- Relation courant-tension:  $i = C \frac{du_c}{dt}$
- En **RP**:  $u_c = cte$  et  $i = 0$

### 5.1.2 Bobine

#### Definition 5.1.2

- Relation courant-tension:  $u_l = L \frac{di}{dt}$
- En **RP**:  $u_l = 0$  et  $i = cte$

## 5.2 Circuit du 1er ordre

On peut déterminer l'équation différentiel en faisant une **loi des mailles**, on la résout ensuite cf.

**Complément Mathématiques.**

On étudie un circuit RC:

**Equation différentiel:**  $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}$  Avec  $\tau = RC$

On a une fonction de la forme:  $u_c(t) = E(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$

### 5.2.1 Détermination de $\tau$

- **Méthode graphique:**

- On calcule  $u_c = 63\%E$
- Le point d'ordonnée  $63\%E$  a pour abscisse  $t = \tau$

- **Par le calcul:**  $\tau = RC$

# Oscillateur harmonique

## 6.1 Oscillateur mécanique

### 6.1.1 Force de rappel élastique

#### Definition 6.1.1

$$\vec{F}_e = -k(l - l_0)\vec{u}_{ext}$$

Avec:

- $k$  la constante du ressort ( $N.m^{-1}$ )
- $l_0$  la longueur à vide
- $\vec{u}_{ext}$  le vecteur unitaire dirigé vers l'extérieur du ressort.

#### Definition 6.1.2

Énergie potentielle élastique:

$$E_p = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2 (+cte)$$

## 6.2 Oscillateur harmonique

#### Definition 6.2.1

Il s'agit d'un système physique décrit par une grandeur  $x(t)$  vérifiant l'équation différentiel suivante:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = cte$$

Pour la résolution, voir **Complément Mathématiques**.

## 6.3 Oscillateur électrique

On étudie un circuit LC:

Equation différentiel:  $\ddot{u}_c + \frac{u_c}{LC} = 0$

Avec :  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , solution:  $u(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \phi)$ .

# Régimes transitoires des oscillateurs amortis

## 7.1 Forces de frottements

### Definition 7.1.1

Solide en mouvement dans un fluide à une vitesse  $\vec{v}$ , la force de frottements est  $\vec{f}$ :

$$\vec{f} = -\alpha \vec{v}$$

Unité SI:  $kg.s^{-1}$

## 7.2 Fome canonique

### Definition 7.2.1

De la forme canonique suivante:

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = cte$$

Avec  $Q$  le facteur de qualité et  $\omega_0$  la pulsation propre.

Comparaison des deux systèmes amortis:

Mécanique	Electrique
$Q = \frac{\sqrt{km}}{a}$	$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

## 7.3 Résolution de l'équation différentiel

Équation caractéristique :  $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$

Signe de $\Delta$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Facteur de qualité	$Q < 1/2$	$Q = 1/2$	$Q > 1/2$
Régime transitoire	Apériodique	Critique	Pseudo-périodique
Solution de l'EC	$r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{1-4Q^2}$	$r = -\frac{\omega_0}{2Q} = -\omega_0$	$r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{4Q^2-1}$ $= -\frac{1}{\tau} \pm j\Omega$
Solutions homogène	$Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$	$(At + B)e^{-\omega_0 t}$	$e^{-t/\tau} [A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t)]$

## 7.4 Différents régimes

### 7.4.1 Régime pseudo-périodique ( $Q > 1/2$ )

Spseudo-période:  $T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{\frac{\omega_0}{4Q} \sqrt{4Q^2-1}}$

Durée du régime transitoire:  $tr = \frac{10Q}{\omega_0}$

Nombre d'oscillations:  $N = \frac{10}{4\pi} \sqrt{4Q^2-1}$

### 7.4.2 Régime apériodiques ( $Q < 1/2$ )

Durée du régime transitoire:  $tr = 5\tau_{max}$

### 7.4.3 Régime critique ( $Q = 1/2$ )

Durée du régime transitoire:  $tr = S \frac{1}{\omega_0}$

# Propagation d'un signal

## 8.1 Ondes

### Definition 8.1.1

Ondes: **Propagation spatiale d'une perturbation local d'une grandeur physique.**

- **Ondes transversales**, la direction de la perturbation est **orthogonale** à la direction de propagation.
- **Ondes longitudinales**, la direction de la perturbation est **identique** à la direction de propagation.

Elle peut être modélisée par:

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \Phi)$$

Avec  $S_m$ , l'amplitude,  $\Phi$ , la phase,  $\omega$  la pulsation ( $\omega = 2\pi f$ , et  $\frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ ).

### 8.1.1 Onde progressive unidimensionnelle

Conditions:

- **illimité**: pas de réflexion.
- **non dispersif**: la vitesse de propagation ne dépend pas de la fréquence.
- **transparent**: le milieu n'absorbe pas l'énergie transportée par l'onde.
- **linéaire**: le signal se propage sans modification de sa fréquence.

## 8.2 Propagation d'une onde

### Definition 8.2.1

Onde dans le sens des  $x$  croissant:

- Retard  $\Delta t = \frac{x}{c}$  est la durée du trajet de l'onde entre 0 et  $x$ .
- Le signal en M à  $t$  est identique au signal en O à  $t - \Delta t$
- Le signal en M s'écrit:  $s(x, t) = f(f - \frac{x}{c})$
- Le signal se déplace d'une distance  $\delta = ct$ , soit  $s(x, t) = F(x - ct)$

### 8.3 Vitesse de phase

#### Definition 8.3.1

La **vitesse de phase** est la vitesse tel que la vitesse de phase soit constant, défini par:

$$v_p = \frac{\omega}{k}$$

Lien entre **déphasage** et **retard temporel**:

$$\Delta\Phi = -\omega\Delta t$$

Conditions signaux en **phase**:

$$\Delta\Phi = 2p\pi, p \in \mathbb{N}$$

Conditions signaux en **opposition de phase**:

$$\Delta\Phi = (2p + 1)\pi, p \in \mathbb{N}$$

# Phénomène d'interférences

Nb: la formule de Fresnel sera à connaître et à redémontrer en deuxième année.

## 9.1 Superposition de deux signal de même fréquence

L'amplitude  $A$  en un point  $M$  du signal associé à l'onde  $s$  résultant de la superposition de deux ondes  $s_1$  (resp.  $s_2$ ) ont des amplitudes  $A_1$  (resp.  $A_2$ ) et de même fréquence s'écrit:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\Delta\Phi_{1/2}^M)}$$

Démo à connaître.

## 9.2 Différence de marche

### Definition 9.2.1

On note **chemin optique** entre deux points  $A$  et  $B$ :

$$(AB) = \int_s n ds$$

*Il s'agit de la notation général, deuxième année.*

La **différence de marche** est une différence de chemin optique.

### 9.2.1 Différence de marche, fente d'Young

Démonstration à connaître:

$$\delta_M = \frac{nax}{D}$$

Avec:  $n$  l'indice du milieu,  $a$  la distance entre les fentes,  $D$ , la distance entre le dispositif et l'écran.



# Oscillateurs amortis en régime sinusoïdale forcé

## 10.1 Régime Sinusoïdal Forcé

### Definition 10.1.1

Équation différentiel de la forme:

$$\ddot{s} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{s} + \omega_0^2 s = D \cos(\omega t)$$

Avec:  $Q$  facteur de qualité,  $D = \frac{F_0}{m}$  (resp.  $\omega_0^2 E_0$ ) ( $F_0$  l'amplitude de la force,  $m$  la masse, (resp.  $E_0$  l'amplitude)),  $\omega_0$  la pulsation propre, et  $\omega$  la pulsation de l'excitation.

## 10.2 Les complexes

### Definition 10.2.1

Relation importantes:

- $\frac{dx}{dt} = j\omega \underline{x}$
- $\int \underline{x} dt = \frac{1}{j\omega} \underline{x}$

### Definition 10.2.2

**Impédance:**

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{i}}$$

USI: Ohm

*On peut se rappeler que l'impédance est comme la résistance, soit  $U=RI$*

### 10.2.1 Tableau récapitulatif en RSF

A partir des relations de la page 9, on retrouve:

Dipôle	Condensateur idéal	Bobine idéal
Relation courant-tension	$i = C \frac{du_c}{dt}$	$u_c = L \frac{di}{dt}$
Notation complexe	$\underline{i} = j\omega C \underline{u}_c$	$\underline{u}_c = j\omega L \underline{i}$
Impédance complexe	$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C}$	$\underline{Z} = j\omega L$

Déphasage	$\arg \underline{Z} = -\pi/2$	$\arg \underline{Z} = \pi/2$
Basses fréquences	Interrupteur ouvert	Interrupteur fermé
Haute fréquences	Interrupteur fermé	Interrupteur ouvert

### 10.2.2 Impédance équivalentes

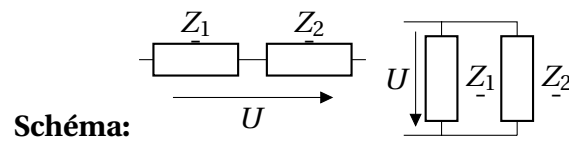
#### Definition 10.2.3

- En série:  $\underline{Z}_{eq} = \sum \underline{Z}_k$
- En parallèle:  $\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \sum \frac{1}{\underline{Z}_k}$

### 10.2.3 Ponts diviseurs

#### Definition 10.2.4

- De tension:  $\underline{u}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{u}$
- De courant:  $\underline{i}_1 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{i}$



## 10.3 Résonance

#### Definition 10.3.1

Dans un circuit RLC en RSF, il existe une pulsation avec une amplitude maximale:

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}, \quad Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

## 10.4 Bande passante

#### Definition 10.4.1

La bande passante est la bande de fréquence pour l'amplitude de réponse est supérieure ou égale à l'amplitude maximale divisée par  $\sqrt{2}$ .

$\Delta\omega$  est la largeur de la bande passante à -3dB.

# Filtrage linéaire en électricité

## 11.1 Les signaux périodiques

### Definition 11.1.1

- Un signal périodique de période  $T$ :  $s(t) = s(t + T)$ .

- Valeur moyenne:

$$\langle s(t) \rangle = s_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$$

- Valeur efficace:

$$S_{eff} = \sqrt{\langle s^2(t) \rangle}$$

La valeur efficace correspond à une tension constante dans un circuit pour dissiper la même puissance dans une résistance.

## 11.2 Filtrage linéaire

### 11.2.1 Définition

#### Definition 11.2.1

- **Linéaire:** la sortie est l'entrée est linéaire ( $\omega$  constant)
- **L'ordre:** l'ordre de dérivation le plus élevé.
- **Fonction de transfert  $\underline{H}$ :**

$$\underline{H}\omega = \frac{s}{e}$$

- **Le module:**  $G(\omega) = |\underline{H}(\omega)|$
- **L'argument:**  $\arg(\underline{H}) = \phi_s - \phi_e$
- **Le gain en dB:**  $G_{dB} = 20 \log(G(\omega))$

### 11.2.2 Diagramme de Bode

Il s'agit d'un diagramme souvent asymptotique où l'on trace les asymptotes de  $G_{dB}$  et  $\phi$  en fonction de  $\omega$ .

**Pulsation de coupure:**

$$G(\omega_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$$

## 11.3 Mémo

### 11.3.1 1er Ordre

Pente de  $-20dB$  par décades.

- **Passe-bas:**  $R(C)$ ,  $L(R)$  série

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jx}$$

- **Passe-haut:**  $C(R)$ ,  $R(L)$  série

$$\underline{H} = \frac{jxH_0}{1 + jx}$$

### 11.3.2 2eme Ordre

- Pente de  $-40dB$  par décades;  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

- **Passe-bas:**  $RLC$  série

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}}$$

- **Passe-haut:**  $RCL$  série

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \frac{1}{x^2} + \frac{j}{Qx}}$$

- Pente de  $-20dB$  par décades;  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

- **Passe-bande:**  $CLR$  série

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

- **Coupe-bande:**  $R(CL)$  série

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \frac{j}{Q(x - \frac{1}{x})}}$$

#### Note:

Votre prof préférer à proposé une approche documentaire d'un sismomètre à l'aide de ce chapitre !

## Description et paramétrage du mouvement d'un point

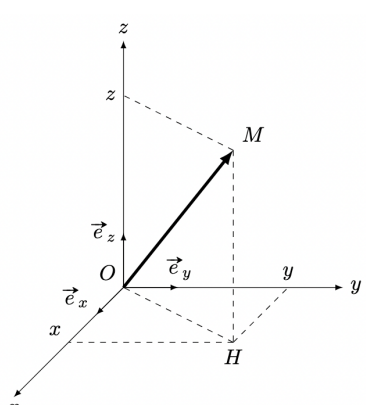
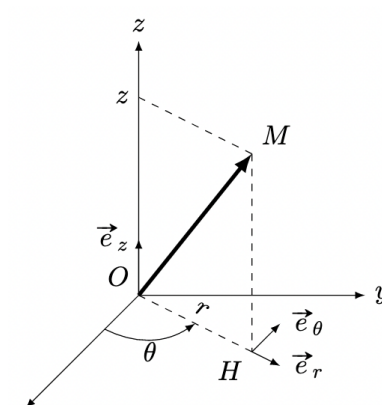
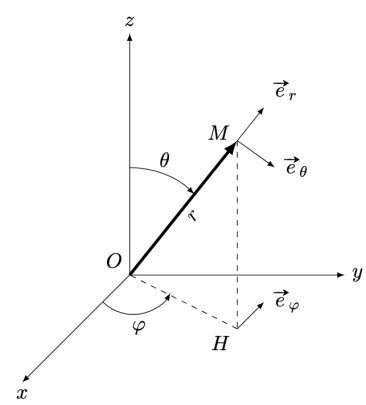
Comment représenter l'espace ?

### 12.1 Repérage

#### Definition 12.1.1

**Référentiel:** Un choix des points de l'espace à partir desquels on repère le mouvement des corps, le référentiel doit être suivi d'un horloge permettant de définir le temps.

### 12.2 Système de coordonnées

	En coordonnées cartésiennes	En coordonnées cylindriques	En coordonnées sphériques
			
$\overrightarrow{OM}$	$x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$	$r\vec{e}_r + z\vec{e}_z$	$r\vec{e}_r$
$d\overrightarrow{OM}$	$dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y + dz\vec{e}_z$	$dr\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta + dz\vec{e}_z$	$dr\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta + r\sin\theta d\varphi\vec{e}_\varphi$
$\vec{v}$	$\dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z$	$\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{e}_z$	$\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + r\sin\theta\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi$

**Remarque :** Vous devez également savoir établir l'expression du vecteur accélération  $\vec{a}$  dans le cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques. Pour cela on retiendra surtout qu'avec les coordonnées cylindriques :

$$\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

et

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{e}_r$$

# Lois de Newton

## 13.1 Quantité de mouvement

### Definition 13.1.1

- **Quantité de mouvement:**

$$\vec{p}(M)_{/R} = m\vec{v}(M)_{/R}$$

- **Centre de masse:**

$$m\vec{OG} = \sum_{k=1}^N m_k \vec{OM}_k$$

## 13.2 Lois de Newton

### Definition 13.2.1

- **1er principe:** tout corps conservera son état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins qu'une force ne soit appliquée sur ce corps. (Principe vérifié pour un repère galiléen).

- **2eme principe** (PFD):

$$\sum_i \vec{F}_{ext \rightarrow M, i} = m\vec{a}$$

- **3eme principe** (Actions réciproques):

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

## 13.3 Forces de frottements quadratiques

### Definition 13.3.1

Solide en mouvement dans un fluide à une vitesse importante  $\vec{v}$ , la force de frottements est  $\vec{f}$ :

$$\vec{f} = -\beta \|\vec{v}\| \vec{v}$$

\* Avec  $\beta$  le **coefficient de frottement**.

Unité SI:  $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$

Voir page 11, pour les frottements linéaires.

# Approche énergétique du mouvement d'un point

## 14.1 Puissance et travail

### 14.1.1 Puissance

#### Definition 14.1.1

La **puissance** d'une force  $\vec{F}$ , appliquée au point matériel M, d'une vitesse  $\vec{v}$ , dans le référentiel  $\mathcal{R}$ :

$$\mathcal{P}(\vec{F})_R = \vec{F} \cdot \vec{v}(M)_R$$

USI: W(Watt)

### 14.1.2 Travail

#### Definition 14.1.2

- **Travail élémentaire:**  $\delta W(\vec{F})_R = P(\vec{F})_R dt = \vec{F} \cdot d\vec{OM}$
- **Travail entre  $t_1$  et  $t_2$ :**

$$W_{M_1 \rightarrow M_2}(\vec{F})_R = \int_{M_1}^{M_2} \delta W(\vec{F})_R = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} \cdot d\vec{OM}$$

USI: Joule (J)

## 14.2 Théorèmes énergétiques

### 14.2.1 Théorème de de la puissance et de l'énergie cinétiques

#### Definition 14.2.1

- **Puissance cinétique:**

$$\frac{dE_c}{dt} = \sum_i P(\vec{F}_i)$$

- **Énergie cinétique:**

$$\Delta E_c = \sum_i W_{M_1 \rightarrow M_2}(\vec{F}_i) = E_c(t_2) - E_c(t_1)$$

$M_1$  (resp.  $M_2$ ) aux instants  $t_1$  (resp.  $t_2$ )

### 14.2.2 Théorème de de la puissance et de l'énergie mécaniques

#### Definition 14.2.2

- **Puissance mécanique:**

$$\frac{dE_m}{dt} = \sum P(\vec{F}_{nc})$$

Avec  $P_{nc}$  la puissance des forces non conservatives:  $P(\vec{F}_{nc}) = \vec{F}_{nc} \cdot \vec{v}$

- **Énergie mécanique:**

$$\Delta E_m(M) = \sum_k W_{M_1 \rightarrow M_2}(\vec{F}_{nc,k}) = W_{nc}$$

### 14.3 Énergie potentielle

#### Definition 14.3.1

Si une force est conservative (**indépendant du chemin suivi**), on a

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = -dE_p$$

L'énergie potentielle  $E_p$  d'une force conservative  $\vec{F}$  est:  $\vec{F} = -\overrightarrow{grad} E_p$

### 14.4 Énergie mécanique

#### Definition 14.4.1

L'énergie potentielle  $E_p$  du point M correspond à la somme des énergies potentielles associées aux forces conservatives. L'énergie mécanique  $E_m$  du point M est:

$$E_m(M) = E_c(M) + E_p(M)$$



# Mouvement de particules chargées

dans des champs électriques et magnétiques uniformes et stationnaires.

## 15.1 Force de Lorentz

### Definition 15.1.1

Une particule chargée de charge  $q$ , animée d'une vitesse  $\vec{v}$  dans un référentiel  $\mathcal{R}$  subit, en présence d'un champ électrique  $\vec{E}$  et d'un champ magnétique  $\vec{B}$ , la force de Lorentz dont l'expression est:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

On a aussi:  $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$  la force magnétique et est orthogonale à  $\vec{v}$ ; et  $\vec{F}_e$  la force électrique.

- La **force magnétique** est orthogonale à la vitesse, la puissance et le travail sont nuls. Elle **ne peut pas dévier** la particule chargée.
- La **force électrique** peut délivrer une puissance à une particule chargée. Elle peut **agir sur la norme et la direction** de la particule chargée.

## 15.2 Mouvement dans un champ électrostatique uniforme

Le vecteur accélération est **constant**

### Definition 15.2.1

Potentiel électrostatique (V):  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}V}$

On a donc l'énergie potentiel:  $E_p = qV$

# Loi du moment cinétique du point

## 16.1 Moment cinétique

### 16.1.1 Moment cinétique par rapport à un point

#### Definition 16.1.1

Un point  $M$  de masse  $m$  et de vitesse  $\vec{v}$ , dans un référentiel  $\mathcal{R}$ . Le **moment cinétique du point  $M$  par rapport au point  $A$**  dans le référentiel  $\mathcal{R}$  est:

$$\vec{L}_A(M) = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{p}(M) = m \overrightarrow{AM} \wedge \vec{v}(M)_R$$

USI:  $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

### 16.1.2 Moment cinétique par rapport à un axe $\Delta$

#### Definition 16.1.2

Soit  $(\Delta)$  un axe orienté par un vecteur unitaire  $\vec{u}_\Delta$  et  $A$  un point de cet axe. Le **moment cinétique**  $L_\Delta(M)$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}$  par rapport à  $(\Delta)$  est le projeté orthogonal de  $\vec{L}_A(M)$  sur  $(\Delta)$ :

$$L_\Delta(M)_R = \vec{L}_A(M)_R \cdot \vec{u}_\Delta$$

## 16.2 Moment d'une force

### 16.2.1 Moment d'une force par rapport à un point

#### Definition 16.2.1

Il s'agit de:

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_A(\vec{F}) = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F}$$

USI: N.m

### 16.2.2 Moment d'une force par rapport à un axe $\Delta$

#### Definition 16.2.2

Il s'agit de:

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \mathcal{M}_A(\vec{F}) \cdot \vec{u}_\Delta$$

## 16.3 Loi du moment cinétique (LMC)

### 16.3.1 LMC par rapport à un point fixe

#### Definition 16.3.1

Soit un point matériel M de masse m mobile dans un référentiel **galiléen**. Soit un point A **fixe** dans  $\mathcal{R}$ .

$$\frac{d\vec{L}_A(M)}{dt} = \sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}}_A(\vec{F}_i) = \overrightarrow{\mathcal{M}}_A(\sum_i \vec{F}_i)$$

### 16.3.2 LMC par rapport à un axe fixe

#### Definition 16.3.2

Soit un point matériel M de masse m mobile dans un référentiel **galiléen**. Soit un axe  $\Delta$  **fixe** dans  $\mathcal{R}$ .

$$\frac{dL_\Delta(M)}{dt} = \sum_i \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = \mathcal{M}_\Delta \cdot \sum_i (\vec{F}_i)$$

# Mouvements dans un champ de force centrale conservatif

## 17.1 Force centrale

### Definition 17.1.1

Une force  $\vec{F}$  s'appliquant au point M est dite de **centrale de centre O** si quelle que soit la position de M,  $\vec{F}$  est dirigée selon  $\overrightarrow{OM}$

**Exemples:** Si un point M est soumis à une force centrale alors  $\vec{L}_0(M)$  est **constante**

Force	gravitationnelle	électrostatique	élastique	frottement fluide
	$\vec{F}_{O/M} = -G \frac{m_0 m \overrightarrow{OM}}{OM^3}$	$\vec{F}_{q_0/q_p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q \overrightarrow{OM}}{OM^3}$	$\vec{F}_{el} = -k(r - l_0) \vec{u}_r$	$\vec{f} = -h \dot{r} \vec{u}_r$

Le mouvement à force centrale est donc **plan**.

### 17.1.1 Loi des aires

#### Definition 17.1.2

- Pour un mouvement à force centrale dans le plan en coordonnées polaires, l'origine le centre de la force, on définit la **constante des aires**:

$$C = r^2 \dot{\theta}$$

USI:  $m^2 \cdot s^{-1}$

- Les **aires balayées** par le rayon vecteur pendant des intervalles de temps égaux  $\Delta t$  valent:

$$\Delta \mathcal{A} = \frac{1}{2} C \Delta t$$

## 17.2 Force central conservative

Soit  $\vec{F}$  une force centrale, elle est conservative si  $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_p$ . Soit:

### Definition 17.2.1

Une **force centrale conservative** et son énergie potentielle ne dépendent que de la première coordonnée sphérique ( $||\overrightarrow{OM}||$ )  $r$  du point M:

$$\vec{F} = F(r) \vec{u}_r = -\frac{dE_p}{dr} \vec{u}_r$$

**Exemples:**

Force	gravitationnelle	électrostatique	élastique
	$E_p = -G \frac{m_0 m}{r} + cte$	$E_p = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} + cte$	$E_p = \frac{1}{2} k(r - l_0)^2 + cte$

### 17.2.1 Conservation de l'énergie mécanique et énergie potentielle effective

#### Definition 17.2.2

L'énergie mécanique est **invariant du mouvement**:

$$Em = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} + E_p(r)$$

On définit l'**énergie potentielle effective** comme étant la somme des énergie cinétique orthoradial et potentielle:

$$E_{pff} = \frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} + E_p(r)$$

*Tout se passe comme si le système ne dépendait que d'une seule variable  $r$ .*

## 17.3 Champs newtoniens

#### Definition 17.3.1

Une force centrale **newtonienne** est de la forme  $\vec{F} = -\frac{K}{r^2} \vec{u}_r$ , avec K une constante.

- attractive si  $K > 0$
- répulsive si  $K < 0$

### 17.3.1 Lois de Kepler

#### Definition 17.3.2

- 1er loi: Les planètes du système solaire décrivent des trajectoires elliptiques dont le Soleil occupe l'un des foyers
- 2ème loi (Loi des aires): Le rayon vecteur Soleil-planète  $\vec{SP}$  balaie des aires égales pendant des intervalles de temps égaux.
- 3ème loi: La période de révolution T et le demi-grand axe  $a$  de l'ellipse sont tels que  $\frac{T^2}{a^3}$  a la même valeur pour toutes les planètes du système solaire.

# Mouvement d'un solide

Un solide est un système matériel **indéformable**. La distance entre les points matériels reste constante.

## 18.1 Théorème du moment cinétique autour d'un axe

### 18.1.1 Moment cinétique

Soit  $\Delta$  un axe orienté fixe et  $S$  un solide en rotation autour de cet axe, le solide  $S$  modélisé par un ensemble de point  $M_k$ . Le moment cinétique du solide par rapport à l'axe est:

$$L_{\Delta} = \sum_k L_{\Delta}(M_k)$$

### 18.1.2 Moment d'inertie

#### Definition 18.1.1

Le **moment d'inertie** du solide  $S$  par rapport à l'axe  $\Delta$  est:

$$\sum_k m_k r_k^2$$

Avec  $r_k$  la distance entre le point  $M_k$  et l'axe

Le **moment cinétique** d'un solide en rotation à vitesse  $\omega$  autour d'un axe fixe ( $\Delta$ ) **orienté** par le vecteur unitaire  $\vec{u}_{\Delta}$  est:

$$L_{\Delta}(S) = J_{\Delta} \omega$$

### 18.1.3 Moment d'une force

#### Definition 18.1.2

Pour un solide  $S$ , le moment d'une force  $\vec{F}$ , subie par le point  $M_k$  (point d'application de la force) par rapport à l'axe orienté  $\Delta$  est:

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = (\overrightarrow{AM_k} \wedge \vec{F}) \cdot \vec{u}_{\Delta}$$

### 18.1.4 Liaison pivot

L'action mécanique d'une liaison pivot parfaite a un moment nul:

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\text{liaison idéale}) = 0$$

### 18.1.5 Théorème scalaire du moment cinétique

#### Definition 18.1.3

Mouvement d'un solide S en rotation autour de  $\Delta$  fixe dans un référentiel galiléen, moment d'inertie  $J_\Delta$ , vitesse angulaire  $\omega = \dot{\theta}$ .

$$\frac{dL_\Delta}{dt} = J_\Delta \frac{d\omega}{dt} = \mathcal{M}_\Delta^{ext}$$

## 18.2 Approche énergétique

L'énergie cinétique d'un solide S en rotation s'écrit:

$$E_c(S) = \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

### 18.2.1 Puissance et travail

#### Definition 18.2.1

La **puissance** d'une Force  $\vec{F}$  en  $M_k$  d'un solide S est:

$$\mathcal{P}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v}_k$$

Dans le cas où le solide est en rotation autour de  $\Delta$ :

$$\mathcal{P}(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F})\omega$$

Le **travail** est:

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM}_k = P(\vec{F})dt$$

### 18.2.2 Théorèmes énergétiques

#### Definition 18.2.2

Soit S un **solide indéformable**.

**Théorème de l'énergie cinétique:**

$$\Delta E_c(S) = W^{ext}$$

**Théorème de la puissance cinétique:**

$$\frac{dE_c(S)}{dt} = \mathcal{P}^{ext}$$

Avec  $\mathcal{P}^{ext} = \mathcal{M}_\Delta^{ext} \omega$

# Champ magnétiques - description

Un **champ magnétique**, noté  $\vec{B}(M, t)$  est un **champ vectoriel**. USI: Tesla(T).

## 19.1 Cartes de champ magnétiques

### Definition 19.1.1

- Une **ligne de champ** est une courbe **tangente au champ magnétique** en chacun de ces points et **orientée** dans le sens du camp.
  - Un **spectre de champ** est un ensemble de lignes de champ magnétique.
- Les lignes de champs (l.d.c) sortent par le pôle nord et entrent par le pôle sud à l'extérieur de la source.
  - Le champ est plus intense dans les zones où les l.d.c se rapprochent.
  - Les l.d.c parallèles révèlent d'un champ uniforme.

## 19.2 Moment magnétique

### Definition 19.2.1

Soit un circuit filiforme plan constitué d'une boucle parcourue par un courant  $I$ . Le moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  en (A.m<sup>2</sup>) du circuit est défini par:

$$\vec{\mathcal{M}} = i\vec{S}$$

où  $\vec{S} = S\vec{n}$  le vecteur surface de norme  $S$  et de normal  $\vec{n}$ , **orthogonal** au plan contenant le circuit, et **orienté** par le sens du courant.



# Action d'un champ magnétique

## 20.1 Force de Laplace

### Definition 20.1.1

Dans le cas d'une barre conductrice MN placée dans un champ magnétique extérieur uniforme  $\vec{B}$  parcouru par un courant d'intensité  $i$  et stationnaire, l'expression de la **résultante des forces de Laplace** est:

$$\vec{F}_L = \int_M^N i \vec{dl} \wedge \vec{B} = \boxed{i \overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}}$$

Le vecteur  $\overrightarrow{MN}$  est orienté par la convention choisie pour le courant  $i$   
La **puissance** vaut:

$$P_l = (i \overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v}$$

## 20.2 Moment du couple de Laplace

### Definition 20.2.1

Soit une spire **rectangulaire** en rotation autour de  $Oz$ , axe de symétrie, placé dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal  $Oz$ .

- La résultante des forces de Laplace exercée sur la spire est nulle.
- Le couple des actions de Laplace vaut:

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}}$$

Avec  $\vec{\mathcal{B}}$  le vecteur magnétique de la spire rectangulaire.

- La puissance tournant à une vitesse **angulaire**  $\omega$  autour de  $(Oz)$ :

$$P = \Gamma \cdot \omega = \omega (\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{u}_z$$

Le couple des actions mécaniques tend à orienter le moment magnétique d'un aimant, selon la direction de  $\vec{B}$ .

# Circuit fixe dans un champ magnétique

## 21.1 Lois de l'induction

### 21.1.1 Flux magnétique

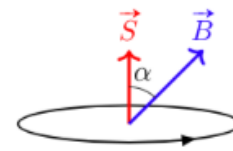
#### Definition 21.1.1

Soit une surface plane (S), de normale  $\vec{n}$ , fixe sur un contour orienté (règle de la main droite) et un champ magnétique **uniforme** traversant cette surface dépendant du temps  $\vec{B}(t)$ . Le flux magnétique est:

$$\Phi(t) = \vec{B}(t) \cdot \vec{S} = \vec{B}(t) \cdot \vec{n}S = BS \cos(\vec{B}, \vec{S})$$

USI: Weber (Wb).

Le flux de  $\vec{B}$  uniforme à travers une bobine de N spires de même surface S est:  $\Phi = N\vec{B} \cdot \vec{n}S$



### 21.1.2 Loi de Lenz-Faraday

#### Definition 21.1.2

La **force électromotrice**,  $e$  (en Volt; V), induite par le champ magnétique  $\vec{B}$  dans un **circuit** électrique filiforme fermé et **orienté arbitrairement** est:

$$e(t) = - \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

### 21.1.3 Loi de modération de Lenz

#### Definition 21.1.3

**Par leurs effets, les phénomènes d'induction s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance.**

*Le circuit peut se déformer ou se déplacer en présence d'un champ magnétique permanent ; c'est l'induction de Lorentz. L'inducteur peut produire un champ magnétique variable à travers un circuit fixe c'est l'induction de Neumann.*

## 21.2 Phénomène d'auto induction

### 21.2.1 Flux propre et inductance propre

#### Definition 21.2.1

On considère un circuit parcouru par un courant  $i$ . Le champ magnétique  $\vec{B}_p$  crée est le **champ propre**. Le propre est le flux de  $B_p$  à travers une surface  $S$ , noté  $\Phi_p$ . Soit:

$$L = \frac{\Phi_p}{i}$$

$L$  est une constante nommée inductance propre en Henry.

### 21.2.2 Force électromotrice (f.é.m) induite

#### Definition 21.2.2

Lorsque le courant  $i(t)$  dans un circuit fixe et indéformable est variable, le flux propre varie. Il s'agit de **l'auto-induction**.

$$e = -\frac{d\Phi_p}{dt} = -\frac{dLi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

## 21.3 Approche énergétique

#### Definition 21.3.1

L'**énergie magnétique** stockée grâce aux phénomènes d'auto-induction dans un circuit d'inductance propre  $L$  parcourue par un courant  $i$  est égale à:  $\frac{1}{2}Li^2$

## 21.4 Induction mutuelle

#### Definition 21.4.1

Le **flux mutuel** est le flux générée par un circuit inducteur sur le circuit induit.

$$\Phi_{1 \rightarrow 2}(t) = M_{12}i_1(t); \Phi_{2 \rightarrow 1}(t) = M_{21}i_2(t)$$

Théorème de Neumann:  $M_{12} = M_{21} = M$

Avec  $M$ , le coefficient d'inductance mutuelle en Henry (H).

On a:  $E_{mag} = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2$

Avec  $Mi_1i_2$  l'énergie de couplage magnétique entre les circuits.

## Lectures complémentaires

**Je fais plusieurs fois référence au Complément Mathématiques !**

Merci à mes professeurs de physiques:

- Emillien Mallet, pour les cours et la fourniture d'éléments en  $\text{\LaTeX}$ !
- Claire Delacour, pour les cours de deuxième année, une couche supplémentaire à la compréhension !

**Note:**

---

Venez en prépa !