

Treball 1: Matrius disperses

Ismael El Habri, Marc Cané, Lluís Trilla

16 d'octubre de 2018

Índex

1	Què són les matrius disperses?	3
2	Formes d'emmagatzemar matrius disperses	4
2.1	Per Coordenades	4
2.1.1	Exemple	4
2.2	Per files	5
2.2.1	Exemple	5
2.2.2	Implementació del mètode CSR	5
2.3	Per perfil	5
2.3.1	Matrius banda	5
2.3.2	El mètode	6
2.3.3	Exemple	6

Capítol 1

Què són les matrius disperses?

Quan parlem de matrius disperses ens referim a matrius de gran tamany en la qual la majoria d'elements son zero. Direm que una matriu és dispersa, quan hi hagi benefici en aplicar els mètodes propis d'aquestes.

Per identificar si una matriu és dispersa, podem usar el següent:

Una matriu $n \times n$ serà dispersa si el número de coeficients no nuls es $n^{\gamma+1}$, on $\gamma < 1$.

En funció del problema, decidim el valor del paràmetre γ . Aquí hi ha els valors típics de γ :

- $\gamma = 0.2$ per problemes d'anàlisi de sistemes elèctrics degeneració i de transpot d'energía.
- $\gamma = 0.5$ per matrius en bandes associades a problemes d'anàlisi d'estructures.

Podem trobar dos tipus de matrius disperses:

- **Matrius estructurades:** matrius en les quals els elements diferents de zero formen un patró regular. Exemple: Les matrius banda.
- **Matrius no estructurades:** els elements diferents de zero es distribueixen de forma irregular.

Capítol 2

Formes d'emmagatzemar matrius disperses

2.1 Per Coordenades

És la primera aproximació que podriem pensar i és bastant intuïtiva. Per cada element no nul guardem una tupla amb el valor i les seves coordenades: (a_{ij}, i, j) .

2.1.1 Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{array}{c|c} \text{índex} & \text{tupla}(a_{ij}, i, j) \\ \hline 0 & (1, 0, 0) \\ 1 & (2, 0, 3) \\ 2 & (1, 1, 1) \\ 3 & (1, 3, 0) \\ 4 & (-2, 3, 2) \end{array}$$

Per emmagatzemar això podem usar tres vectors de la mateixa mida (n_z , el nombre d'elements diferents de zero): Un amb els valors, un amb les files i un amb les columnes:

Vector	Coeficients				
valors	1	2	1	1	-2
files	0	0	1	3	3
columnes	0	3	1	0	2

A la realitat però, aquest mètode d'emmagatzemar les dades és poc eficient quan hem de fer operacions amb les matrius.

2.2 Per files

També conegut com a *Compressed Sparse Rows (CSR)*, és el mètode més estès.

Consisteix en guardar els elements ordenats per files, guardar la columna on es troben, i la posició del primer element de cada fila en el vector de valors. Així ens quedaran tres vectors:

- **valors:** de mida n_z , conté tots els valors diferents.
- **columnes:** també de mida n_z , conté la columna on es troba cada un dels elements anteriors.
- **iniFiles:** de mida $m + 1$, conté la posició on comença cada fila en els vectors valors i columnes, sent m el nombre de files de la matriu.

2.2.1 Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{array}{c|ccccc} \text{Vector} & & & & \\ \hline \text{índex} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \text{valors} & 1 & 2 & 1 & 1 & -2 \\ \text{columnes} & 0 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ \text{iniFiles} & 0 & 2 & 3 & & \end{array}$$

Si es canvien files per columnes, dona la implementació per columnes, o també anomenada *Compressed Sparse Columns (CSC)*.

2.2.2 Implementació del mètode CSR

Aquí va la implementació i tot el relacionat

2.3 Per perfil

Aquest mètode és una manera eficient de guardar un tipus concret de matrius, les matrius banda.

2.3.1 Matrius banda

Com vam veure a classe, una matriu $n \times n$ és banda si existeixen p i q naturals, tals que $1 < p, q < n$ i $a_{ij} = 0$ sempre que $p \leq j - i$ o $q \leq i - j$.

Anomenem ample de banda de la matriu a $p + q - 1$.

L'**envoltant** de una matriu banda consisteix en tots els elements de cada fila des de el primer no nul fins al últim no nul, incloent els elements nuls que hi pugui haver entre mig. Aquí la definició formal:

L'envoltant de una matriu banda A, $env(A)$ es defineix com el conjunt $env(A) = \{i, j\} : f_i \leq j \leq l_i, 1 \leq i \leq n$

on f_i és on comencen els valors no nuls en la fila i, i l_i on acaben els valors no nul en la fila i.

2.3.2 El mètode

Consisteix en guardar els elements de l'envoltant de la matriu, la columna on comença l'envoltant en cada fila, i la posició en el vector de valors on comença cada fila.

Doncs, ens quedarien tres vectors:

- **valors:** amb els valors de l'envoltant.
- **columnInici:** amb el valor f_i de cada fila (la columna on comença l'envoltant en cada fila).
- **iniFiles:** amb la posició on comença cada fila en el vector valors.

2.3.3 Exemple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{array}{c|cccccc} \text{Vector} & & & & & & \\ \hline \text{índex} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline \text{valors} & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & -2 \\ \text{columnInici} & 0 & 1 & 1 & 3 & & & \\ \text{iniFiles} & 0 & 2 & 3 & 6 & & & \end{array}$$