

大连海事大学《离散数学》2020-2021 学年第二学期

期末试卷 A

一、填空题(本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

1. 求合式公式 $\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x,y)$ 的前束范式_____。
2. 设集合 $A = \{a, b, \{a,b\}, \emptyset\}$, $B = \{\{a,b\}, \emptyset\}$, 求 $B - A =$ _____.
3. 设 p 与 q 的真值为 0, r, s 的真值为 1 则命题 $\neg(s \vee (q \rightarrow (r \vee \neg p))) \rightarrow (r \wedge \neg p)$ 的真值是_____.
4. 设 R 是在正整数集合 Z^+ 上如下定义的二元关系

$$R = \left\{ \langle x, y \rangle \mid (x, y \in Z^+) \wedge (x + y = 10) \right\},$$

则它一共有_____个有序对, 且有自反性、对称性、传递性、反自反性和反对称性各性质中的_____性质。

5. 公式 $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x,y)) \rightarrow S(x)$ 中的自由变元为_____，约束变元为_____。
6. 设有命题 $T(x)$: x 是火车, $C(x)$: x 是汽车, $Q(x, y)$: x 跑得比 y 快, 那么命题“有的汽车比一些火车跑得快”的逻辑表达式是_____.
7. 设 G 是 n 阶 m 条边的无向图, 若 G 连通且 $m =$ _____ 则 G 是无向树.
8. 设 $X = \{1, 2, 3\}$, $f: X \rightarrow X$, $g: X \rightarrow X$, $f = \{<1, 2>, <2, 3>, <3, 1>\}$,
 $g = \{<1, 2>, <2, 3>, <3, 3>\}$, 则
 $f^1 \circ g =$ _____, $g \circ f =$ _____.
9. 不能再分解的命题称为_____，至少包含一个联结词的命题称为_____.
10. 连通无向图 G 含有欧拉回路的充分必要条件是_____.
11. 设集合 $A = \{\emptyset, \{a\}\}$, 则 A 的幂集 $P(A) =$ _____ ,
 $|P(A)| =$ _____.
12. 设 $G = \langle V, E \rangle$, $G' = \langle V', E' \rangle$ 为两个图(同为无向图或有向图), 若 $E' \subseteq E$ 且

_____，则称 G' 是 G 的子图，若 $E' \subseteq E$ 且 _____，则称 G' 是 G 的生成子图。

二、单选题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 26 分)

1. 下列命题公式为重言式的是()

A. $(p \vee \neg p) \rightarrow q$. B. $p \rightarrow (p \vee q)$ C. $q \wedge \neg q$ D. $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg q$

2. 下列语句中为命题的是()

A. 你好吗? B. 人有6指. C. 我所说的是假的. D. 明天是晴天.

3. 设 $D = \langle V, E \rangle$ 为有向图, $V = \{a, b, c, d, e, f\}$, $E = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle f, e \rangle\}$ 是()

A. 强连通图 B. 单向连通图
C. 弱连通图 D. 不连通图

4. 集合 $A = \{a, b, c\}$ 上的下列关系矩阵中符合偏序关系条件的是()

A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

5. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, A 上二元关系 $S = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$, 则 S 是()

A. 自反关系 B. 传递关系 C. 对称关系 D. 反自反关系

6. 设 $A = \{a, b, c, d\}$, A 上的等价关系 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, c \rangle\} \cup I_A$, 则对于 R 的 A 的划分是()

A. $\{\{a\}, \{b, c\}, \{d\}\}$ B. $\{\{a, b\}, \{c\}, \{d\}\}$
C. $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$ D. $\{\{a, b\}, \{c, d\}\}$

7. 以下非负整数列可简单图化为一个欧拉图的是()

A. $\{2, 2, 2, 2, 0\}$ B. $\{4, 2, 6, 2, 2\}$
C. $\{2, 2, 3, 4, 1\}$ D. $\{4, 2, 2, 4, 2\}$

8. 设论域 $D = \{a, b\}$, 与公式 $\exists x A(x)$ 等价的命题公式是()

- A. $A(a) \wedge A(b)$ B. $A(a) \rightarrow A(b)$ C. $A(a) \vee A(b)$ D. $A(b) \rightarrow A(a)$

9. 一棵树有 3 个 4 度顶点, 4 个 2 度顶点其余都是树叶, 求这棵树有多少个树叶顶点()

- A. 12 B. 8 C. 10 D. 13

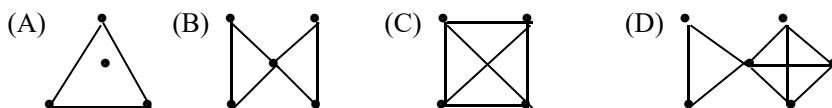
10. 有 ABC 三个人猜测甲乙丙三个球队中的冠军.各人的猜测如下:

A: 冠军不是甲,也不是乙. B: 冠军不是甲,而是丙. C: 冠军不是丙,而是甲.

已知其中有一人说的完全正确.一个人说的都不对,而另外一人恰有一半说对了.据此推算,冠军应该是()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 不确定

11. 如第 11 题图所示各图, 其中存在哈密顿回路的图是 ()



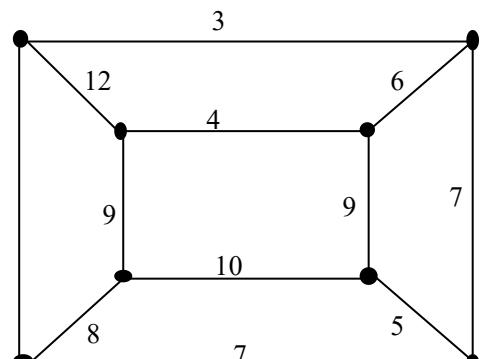
第 11 题图

12. 设 $C(x)$: x 是国家级运动员, $G(x)$: x 是健壮的, 则命题“没有一个国家级运动员不是健壮的”可符号化为 ()

- (A) $\neg \forall x(C(x) \wedge \neg G(x))$ (B) $\neg \forall x(C(x) \rightarrow \neg G(x))$
 (C) $\neg \exists x(C(x) \rightarrow \neg G(x))$ (D) $\neg \exists x(C(x) \wedge \neg G(x))$

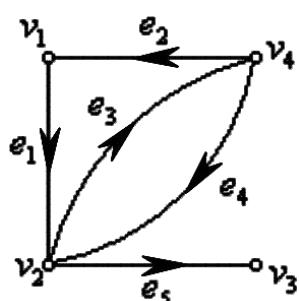
三. 计算题(30 分)

1. 用等值演算法求取下列公式: $(\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (P \vee \neg Q)$ 的合取范式 (5 分)



2. 图 G 如下图所示, 求图 G 的最小生成树. (5 分)

3. 有向图 D 如图所示, 求 D 的关联矩阵 $M(D)$ (5 分)



4. 化简表达式 $((A \cup (B - C)) \cap A) \cup (B - (B - A)) \cap (C - A)$

(7分)

5. 设 $R=\{<2, 1>, <2, 5>, <2, 4>, <3, 4>, <4, 4>, <5, 2>\}$, 求 $r(R)$ 和 $s(R)$, 并作出它们及 R 的关系图(8分)

五. 证明题(22分)

1. 构造下面推理的证明(5分)

前提: $p \vee q$, $p \rightarrow \neg r$, $s \rightarrow t$, $\neg s \rightarrow r$, $\neg t$

结论: q

2. 设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, 在 $A \times A$ 定义的二元关系 R ,

$$\forall <u, v>, <x, y> \in A \times A, <u, v> R <x, y> \Leftrightarrow u+v=x+y$$

证明 R 是 $A \times A$ 上的等价关系。(5分)

3. 已知 A 、 B 、 C 是三个集合, 证明 $A-(B \cup C)=(A-B) \cap (A-C)$ (6分)

4. 无向图 $G = \langle V, E \rangle$, 且 $|V|=n$, $|E|=m$, 试证明以下两个命题是等价命题

- 1) G 中每对顶点间具有唯一的通路,
2) G 连通且 $n=m+1$ 。(6分)