

# 大连海事大学《离散数学》2020-2021 学年第二学期

## 期末考试卷 A

### 一、填空题(本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

1. 求合式公式  $\exists xP(x) \rightarrow \exists xQ(x,y)$  的前束范式\_\_\_\_\_。
2. 设集合  $A=\{a, b, \{a,b\}, \phi\}$ ,  $B=\{\{a,b\}, \phi\}$ , 求  $B-A=$ \_\_\_\_\_。
3. 设  $p$  与  $q$  的真值为 0,  $r, s$  的真值为 1 则命题  $\neg(s \vee (q \rightarrow (r \vee \neg p))) \rightarrow (r \wedge \neg p)$  的真值是\_\_\_\_\_。

4. 设  $R$  是在正整数集合  $Z^+$  上如下定义的二元关系

$$R = \{ \langle x, y \rangle \mid (x, y \in Z^+) \wedge (x + y = 10) \},$$

则它一共有\_\_\_\_\_个有序对, 且有自反性、对称性、传递性、反自反性和反对称性各性质中的\_\_\_\_\_性质。

5. 公式  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x,y)) \rightarrow S(x)$  中的自由变元为\_\_\_\_\_, 约束变元为\_\_\_\_\_。

6. 设有命题  $T(x)$ :  $x$  是火车,  $C(x)$ :  $x$  是汽车,  $Q(x, y)$ :  $x$  跑得比  $y$  快, 那么命题“有的汽车比一些火车跑得快”的逻辑表达式是\_\_\_\_\_。

7. 设  $G$  是  $n$  阶  $m$  条边的无向图, 若  $G$  连通且  $m=$ \_\_\_\_\_则  $G$  是无向树。

8. 设  $X=\{1, 2, 3\}$ ,  $f: X \rightarrow X$ ,  $g: X \rightarrow X$ ,  $f=\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$ ,

$$g=\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}, \quad \text{则}$$

$$f^1 \circ g = \_, \quad g \circ f = \_.$$

9. 不能再分解的命题称为\_\_\_\_\_, 至少包含一个联结词的命题称为\_\_\_\_\_。

10. 连通无向图  $G$  含有欧拉回路的充分必要条件是\_\_\_\_\_。

11. 设集合  $A=\{\emptyset, \{a\}\}$ , 则  $A$  的幂集  $P(A)=$ \_\_\_\_\_,  
 $|P(A)|=$ \_\_\_\_\_。

12. 设  $G = \langle V, E \rangle$ ,  $G' = \langle V', E' \rangle$  为两个图(同为无向图或有向图), 若  $E' \subseteq E$  且

\_\_\_\_\_，则称  $G'$  是  $G$  的子图，若  $E' \subseteq E$  且 \_\_\_\_\_，则称  $G'$  是  $G$  的生成子图。

## 二、单选题 (本大题共 12 小题，每小题 2 分，共 26 分)

1. 下列命题公式为重言式的是 ( )

A.  $(p \vee \neg p) \rightarrow q$ .    B.  $p \rightarrow (p \vee q)$     C.  $q \wedge \neg q$     D.  $(p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg q$

2. 下列语句中为命题的是 ( )

A. 你好吗?

B. 人有 6 指.

C. 我所说的是假的.

D. 明天是晴天.

3. 设  $D = \langle V, E \rangle$  为有向图， $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $E = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle f, e \rangle\}$  是 ( )

A. 强连通图

B. 单向连通图

C. 弱连通图

D. 不连通图

4. 集合  $A = \{a, b, c\}$  上的下列关系矩阵中符合偏序关系条件的是 ( )

A.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$     B.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$     C.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$     D.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

5. 设  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $A$  上二元关系  $S = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ , 则  $S$  是 ( )

A. 自反关系    B. 传递关系    C. 对称关系    D. 反自反关系

6. 设  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $A$  上的等价关系  $R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, c \rangle\} \cup I_A$ , 则对应于  $R$  的  $A$  的划分是 ( )

A.  $\{\{a\}, \{b, c\}, \{d\}\}$

B.  $\{\{a, b\}, \{c\}, \{d\}\}$

C.  $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$

D.  $\{\{a, b\}, \{c, d\}\}$

7. 以下非负整数列可简单图化为一个欧拉图的是 ( )

A.  $\{2, 2, 2, 2, 0\}$

B.  $\{4, 2, 6, 2, 2\}$

C.  $\{2, 2, 3, 4, 1\}$

D.  $\{4, 2, 2, 4, 2\}$

8. 设论域  $D = \{a, b\}$ , 与公式  $\exists x A(x)$  等价的命题公式是 ( )

A.  $A(a) \wedge A(b)$     B.  $A(a) \rightarrow A(b)$     C.  $A(a) \vee A(b)$     D.  $A(b) \rightarrow A(a)$

9. 一棵树有 3 个 4 度顶点, 4 个 2 度顶点其余都是树叶, 求这棵树有多少个树叶顶点( )

A. 12    B. 8    C. 10    D. 13

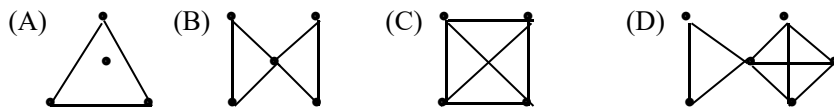
10. 有 ABC 三个人猜测甲乙丙三个球队中的冠军.各人的猜测如下:

A: 冠军不是甲,也不是乙. B: 冠军不是甲,而是丙. C: 冠军不是丙,而是甲.

已知其中有一人说的完全正确.一个人说的都不对,而另外一人恰有一半说对了.据此推算,冠军应该是( )

A. 甲    B. 乙    C. 丙    D. 不确定

11. 如第 11 题图所示各图, 其中存在哈密顿回路的图是 ( )



第 11 题图

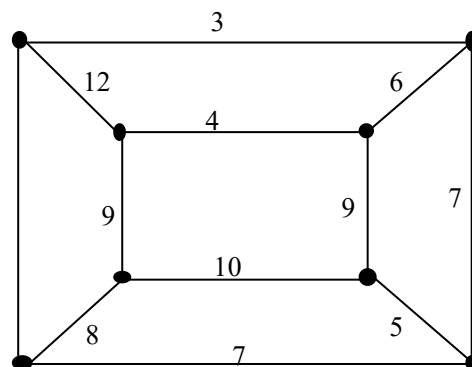
12. 设  $C(x)$ :  $x$  是国家级运动员,  $G(x)$ :  $x$  是健壮的, 则命题“没有一个国家级运动员不是健壮的”可符号化为 ( )

(A)  $\neg \forall x(C(x) \wedge \neg G(x))$     (B)  $\neg \forall x(C(x) \rightarrow \neg G(x))$   
(C)  $\neg \exists x(C(x) \rightarrow \neg G(x))$     (D)  $\neg \exists x(C(x) \wedge \neg G(x))$

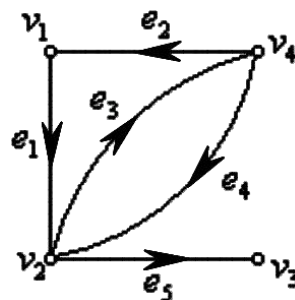
### 三. 计算题(30 分)

1. 用等值演算法求取求下列公式:  $(\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (P \vee \neg Q)$  的合取范式 (5 分)

2. 图  $G$  如下图所示, 求图  $G$  的最小生成树. (5 分)



3. 有向图  $D$  如图所示, 求  $D$  的关联矩阵  $M(D)$  (5 分)



4. 化简表达式  $((A \cup (B - C)) \cap A) \cup (B - (B - A)) \cap (C - A)$

(7 分)

5. 设  $R=\{\langle 2, 1\rangle, \langle 2, 5\rangle, \langle 2, 4\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 4, 4\rangle, \langle 5, 2\rangle\}$ , 求  $r(R)$  和  $s(R)$ , 并作出它们及  $R$  的关系图(8 分)

### 五. 证明题(22 分)

1. 构造下面推理的证明(5 分)

前提:  $p \vee q, p \rightarrow \neg r, s \rightarrow t, \neg s \rightarrow r, \neg t$

结论:  $q$

2. 设  $A=\{1, 2, 3, 4\}$ , 在  $A \times A$  定义的二元关系  $R$ ,

$$\forall \langle u, v \rangle, \langle x, y \rangle \in A \times A, \langle u, v \rangle R \langle x, y \rangle \Leftrightarrow u + v = x + y$$

证明  $R$  是  $A \times A$  上的等价关系。(5 分)

3. 已知  $A, B, C$  是三个集合, 证明  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$  (6 分)

4. 无向图  $G = \langle V, E \rangle$ , 且  $|V|=n, |E|=m$ , 试证明以下两个命题是等价命题

1)  $G$  中每对顶点间具有唯一的通路,

2)  $G$  连通且  $n=m+1$ 。(6 分)