

大连海事大学

2018-2019 2 学年 高等数学期 (B 卷) 课程考试试题

一. 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设向量 $\vec{a} = (-1, 1, 1)$, $\vec{b} = (2, -1, 0)$, 则 $\vec{a} \times \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$;
2. 设函数 $u = e^{xyz}$, 则其全微分 $du = \underline{\hspace{2cm}}$;
3. 改换二次积分 $\int dx \int_2^x f(x, y) dy$ 的积分次序可得 $\underline{\hspace{2cm}}$;
4. 设曲线 L 为圆周 $x^2 + y^2 = 1$, 则曲线积分 $\int (x^2 + y^2)^2 ds = \underline{\hspace{2cm}}$;
5. 将函数 $f(x) = x^2 \sin x$ 展开成 x 的幂级数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二. 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 一阶线性方程 $y' + 3y = e^{2x}$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$;
A) $y = Ce^{-3x} + \frac{1}{5}e^{2x}$ B) $y = Ce^{3x} + e^{2x}$
C) $y = Ce^{-x} + e^{2x}$ D) $y = Ce^{-3x} - e^{2x}$
2. 函数 $z = x^2 - 2xy + 3y^2 + 1$ 在驻点 $(0, 0)$ 处 $\underline{\hspace{2cm}}$;
A) 取极大值 1 B) 不取极值 C) 取极小值 1 D) 以上结论都不对
3. 已知曲线积分 $\int_L (2x + 3x^2 y) dx + (\varphi(x) + 3y^2) dy$ 与路径无关, 则 $\varphi(x)$ 满足 $\underline{\hspace{2cm}}$;
A) $\varphi(x) = x + C$ B) $\varphi(x) = 3x^2 + C$ C) $\varphi(x) = x^3 + C$ D) $\varphi(x) = x^2 + C$
4. 函数 $u = x^2 + y^2 + z$ 在点 $(1, 1, 0)$ 处的梯度和在点 $(1, 1, 0)$ 处沿着方向 $\vec{l} = (2, 1, 2)$ 的方向导数分别为 $\underline{\hspace{2cm}}$;
A) $(2, 2, 1)$ 和 0 B) $(2, 1, 2)$ 和 2 C) $(2, 1, 1)$ 和 3 D) $(2, 2, 1)$ 和 $\frac{8}{3}$
5. 设 $f(x)$ 为周期是 2π 的函数, 它在区间 $[-\pi, \pi]$ 上定义为

$$f(x) = \begin{cases} 1+x^2, & -\pi \leq x < 0 \\ 1-2x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}, \text{ 则 } f(x) \text{ 的傅里叶级数在 } x=2\pi \text{ 处收敛于 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

- A) $1+\pi$ B) 1 C) $1-\pi$ D) -2

三. 计算题 (每小题 7 分, 共 21 分)

更多考试真题
请扫码获取



- 设函数 $z = f(2x - y, xy)$, 且 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$;
- 计算二重积分 $\iint_D x^2 y dx dy$, 其中 D 是由两条抛物线 $y = \sqrt{x}$ 和 $y = x^2$ 所围平面区域;
- 利用高斯公式计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} xy^2 dy dz + yx^2 dz dx + dx dy$, 其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$) 的下侧.

四. 计算题 (每小题 7 分, 共 21 分)

- 利用格林公式计算曲线积分 $\int_L (x^2 - 3y) dx + (y^2 - x) dy$, 其中 L 是从点 $A(2, 0)$ 到 $B(-2, 0)$ 的上半圆周 $y = \sqrt{4 - x^2}$;
- 求微分方程 $y'' - 5y' + 6y = 2xe^x$ 的通解;
- 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛域及和函数, 并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^{n-1}}$ 的和.

五. 应用题 (每小题 8 分, 共 16 分)

- 求曲面 $z = 2x^2 - y^2$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切平面方程与法线方程;
- (1) 求两曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和 $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ 的交线在 xoy 面上的投影曲线的方程;
(2) 利用球面坐标计算上述两曲面所围成立体的体积.

六. 证明题 (每小题 6 分, 共 12 分)

- 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \ln n}$ 是否收敛? 若收敛, 是条件收敛还是绝对收敛? 并证明你的结论;
- 设函数 $z = f(x, y)$ 是由方程 $F(az - cx^2, bz - cy^2) = 0$ 确定的隐函数, 其中函数 $F(u, v)$

具有一阶连续偏导数, 其中 a, b, c 为常数, 试证明: $\frac{a}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{b}{y} \frac{\partial z}{\partial y}$ 为一常数.