高等数学期中练习题

一、选择题（每题 3 分,共 15 分）

1. 设$\vec{a}$，$\vec{b}$是单位向量，且$\vec{a}\bullet(\vec{a}+\vec{b})=\frac{3}{2}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是（　　　　）。

(A) $-\frac{\pi}{3}$　　(B) $\frac{\pi}{6}$　　(C) $\frac{\pi}{4}$　　(D) $\frac{\pi}{3}$

2. 直线$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3}$与平面$x+y-z-2=0$的关系是（　　　　）.

(A) 垂直　(B) 斜交　(C) 平行且包含　(D) 平行不包含

3.设$z=f(u)$由$u=\varphi(u)+\int_y^x p(t)dt$确定，$u$为$x,y$的函数，且$f,\varphi$连续可导，$p(t)$连续，且$\varphi'(u)\neq 1$，则$p(y)\frac{\partial z}{\partial x}+p(x)\frac{\partial z}{\partial y}=$（　　　　）.

(A) 0　(B) 1　(C) $f'(u)(1-\varphi(x))$　(D) $f'(u)(1-\varphi(y))$

4. 设 $f(u)$ 是连续函数， $F(t)=\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le t^2} f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})dv$， 则 $F'(t)=$（　　　　）

(A) $2\pi\cdot tf(t)$　　(B) $4\pi\cdot tf(t)$

(C) $2\pi\cdot t^2f(t)$　　(D) $4\pi\cdot t^2f(t)$

5. 设$x^2+y^2+z^2-4z=0$，则$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$（　　　　）

(A) $\frac{(2-z)^2-y^2}{(2-z)^3}$　　(B) $\frac{(2-z)^2+x^2}{(2-z)^3}$

(C) $\frac{(2-z)^2+y^2}{(2-z)^3}$　　(D) $\frac{(2-z)^2-x^2}{(2-z)^3}$

二、填空题（每题 3 分,共 15 分）

1. $\int_0^1 dx\int_x^1 x^2 e^{-y^2} dy =$ （　　　　　　　　　　）。

2.由直线 $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{3}$ 绕 z 轴旋转一周形成的曲面方程是（ $x^2+y^2=\frac{5}{9}(z-1)^2$ ）。

3.设 $u=(\frac{y}{z})^x$，则 $du|_{(1,1,1)}=$ （　　　　　　　　）。

4.设 Ω 由 $z=1-x^2-y^2, z=0$ 围成，则 $\iiint\limits_{\Omega} zdxdydz$ （　　　　　）。

5.设 $D=\{(x,y)\big| x^2+y^2\le 4, x\ge 0, y\ge 0\}$，$f(x)$ 为 D 上的正值连续函数，a,b 为常数，

则 $\iint\limits_D \frac{a\sqrt{f(x)}+b\sqrt{f(y)}}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(y)}}dxdy=$ （　　　　　　　　　）

三、求直线 $\begin{cases} x+2y+2z-4=0 \\ 2x-2y+3z-2=0 \end{cases}$ 的对称式、参数方程。（10 分）

四、求直线 $\begin{cases} x+2y-z+1=0 \\ 2x-2y+z+2=0 \end{cases}$ 在平面 $x+y+z=0$ 上的投影方程。（10 分）

五、设 D 由 $x=-2, y=0, y=2, x=-\sqrt{2y-y^2}$ 围成，计算 $\iint\limits_D ydxdy$ 。（10 分）

六、求 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+2x)dv$，其中 Ω 为 $z=x^2+y^2$ 与 $z=1$ 围成的立方体。(10 分)

七、$u=f(x,y+z,xyz)$ ，f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\ \frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$ 。（10 分）

八、设曲面Σ为$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$，$a>0,b>0,c>0$

（1）求曲面Σ在第一卦限部分上点$M(x_0,y_0,z_0)$的一个法向量；

（2）求曲面Σ在该点$M(x_0,y_0,z_0)$的切平面；

（3）问该切平面在三个坐标轴上的截距分别是多少？

（4）问该点$M(x_0,y_0,z_0)$为何值时，其切平面与三个坐标轴的截距的乘积最大

（10 分）

九、设函数$f(\xi,\eta)$具有二阶连续偏导数，且满足$\dfrac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}=0$，

证明：函数$z=f(x^2-y^2,2xy)$，其中$\xi=x^2-y^2,\eta=2xy$也满足$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$。