

## Тема 7 Расчет надежности сложных систем

Учебные вопросы:

### 1. Метод структурных схем

Все технические объекты состоят из элементов. Элементы физически могут быть соединены между собой самым различным образом. Для наглядного изображения соединений элементов используются различного рода схемы: Структурные, функциональные, принципиальные и т.д. Каждая имеет свое предназначение и позволяет анализировать, как функционирует то или иное изделие.

Для анализа уровня надежности и расчета ее показателей применяются особые схемы, которые получили название структурных схем надежности.

Под структурной схемой надежности понимается наглядное графическое представление условий, при которых работает или не работает исследуемый элемент, объект, система, устройство и т.д.

Для составления структурной схемы надежности анализируют процесс функционирования объекта, изучают функциональные связи между элементами, виды отказов и причины их возникновения. Такое исследование требует высокой инженерной и математической эрудиции. Степень дробления объекта на элементы зависит от конкретной задачи расчетов.

Одно и то же соединение на принципиальной схеме может иметь совершенно другое соединение на структурной схеме надежности.

При определении структурной схемы надежности объекта оценивают влияние работоспособности каждого элемента на работоспособность объекта в целом. С этой точки зрения все элементы объекта делят на четыре группы:

1. Элементы, отказ которых практически не влияет на работоспособность объекта (например, деформация кожуха, изменение окраски поверхности и т.д.).

2. Элементы, работоспособность которых за рассматриваемый промежуток времени практически не изменяется и вероятность их безотказной работы близка к единице (станины, корпусные детали, малонагруженные элементы с большим запасом прочности и т.д.).

3. Элементы, ремонт или регулировка которых возможна в процессе работы или во время плановых остановок (наладка, замена режущего инструмента и т.д.).

4. Элементы, отказ которых сам по себе или в сочетании с отказами других элементов приводит к отказу системы.

При анализе надежности объекта, в рассмотрение, как правило, включают элементы последней группы.

При анализе надежности объекта придерживаются следующего порядка:

1. Проводится анализ устройства и функциональная взаимосвязь составных частей, выполняемые функции объектом и его элементами.

2. Формулируется содержание понятий «безотказная работа» и «отказ».

3. Определяются все возможные отказы объекта и его составных частей, их причины и возможные последствия.

4. Оценивается влияние отказов составных частей на работоспособность объекта.

5. Объект разделяется на элементы, у которых показатели надежности известны.

6. Составляется структурная схема надежности системы.

7. По структурной схеме надежности составляются расчетные зависимости, по которым определяют величину показателей надежности объекта.

Расчет надежности проводится в предположении, что объект и каждый его элемент могут находиться в одном из двух возможных состояниях – работоспособном и неработоспособном. Отказы элементов независимы друг от друга.

Для расчета показателей надежности сложных объектов используют методы, связанные с перечислением элементарных событий (метод прямого перебора, комбинаторный метод), топологические и структурно-логические методы (методы минимальных путей и минимальных сечений, разложения относительно особого элемента, методы с использованием графов состояний и деревьев отказов и др.), а также методы математического и статистического моделирования.

Соединение элементов в структурных схемах надежности сводят к четырем основным видам: последовательному, параллельному, смешанному, произвольному.

## 2. Соединение элементов

Соединение элементов в структурных схемах надежности можно свести к четырем видам:

- - последовательному;
- - параллельному;
- - смешанному;
- - произвольному.

**Последовательное соединение** элементов в структурной схеме надежности – это такое соединение, при котором отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всего объекта в целом.

Такой тип соединения в теории надежности называют основным соединением.

**Последовательная модель** надежности представляет собой схему, состоящую из двух и более элементов, соединенных последовательно (рисунок 4). Элементы имеют вероятность безотказной работы соответственно  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$ , ...,  $P_n(t)$ .

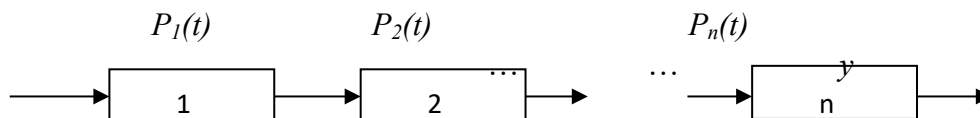


Рисунок 4

Условием работоспособности последовательной схемы является работоспособность всех элементов ее составляющих.

**Параллельным соединением** элементов в структурной схеме надежности называется такое соединение, при котором объект отказывает только при отказе всех элементов его составляющих (рисунок 5).

Условием работоспособности объекта с параллельным соединением элементов в течение наработки  $t$  необходимо и достаточно, чтобы хотя бы один элемент был в работоспособном состоянии.

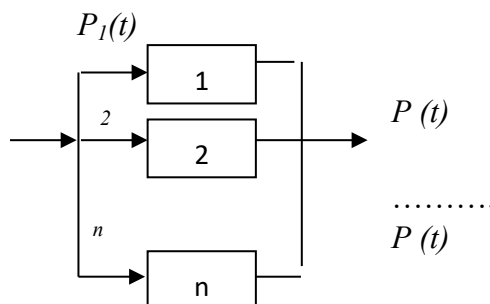


Рисунок 5

Параллельная модель надежности отображает систему, состоящую из двух и более элементов, соединенных параллельно. На рисунке 5 обозначения  $P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)$  имеют тот же смысл, что и в последовательной модели надежности.

### 3. Свойства основного (последовательного) соединения

При *последовательном соединении*  $n$  элементов или блоков в системе, а также составных частей в устройстве надежность системы или устройства в соответствии с уравнением (4.1) составит

$$p_{\text{пс}}(t) = p_1(t)p_2(t) \dots p_n(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t), \quad (4.5)$$

где  $P_i(t)$  — надежность  $i$ -го элемента или блока в последовательном соединении. Здесь надежность  $P_i(t)$  может быть как экспоненциальной, так и неэкспоненциальной функцией времени.

Вероятность отказа системы или устройства, состоящих соответственно из последовательного соединения  $n$  элементов или частей, согласно уравнению (4.2)

$$q_{\text{пс}}(t) = 1 - p_{\text{пс}}(t) = 1 - \prod_{i=1}^n p_i(t). \quad (4.6)$$

Если величины надежности отдельных элементов в системе или составных частей какого-либо устройства изменяются во времени по экспоненциальному закону

$$p(t) = e^{-\lambda t}, \quad (4.7)$$

то уравнение (4.5), с учетом уравнения (4.7), примет вид

$$p_{\text{пс}}(t) = e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_n t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t}, \quad (4.8)$$

где  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — средние постоянные величины интенсивностей отказов отдельных элементов или составных частей устройства в долях единицы на 1 ч работы;  $t$  — время работы элемента или части устройства, ч.

### 4. Свойства параллельного соединения

При *параллельном соединении* одновременно работающих элементов или блоков в системе вероятность отказа системы в соответствии с уравнением (4.4)

$$q_{\text{пр}}(t) = q_1(t)q_2(t) \dots q_n(t) = \prod_{i=1}^n q_i(t), \quad (4.9)$$

где  $q_i$  — вероятность отказа  $i$ -го элемента или блока в параллельном соединении,  $q_i(t) = 1 - p_i(t)$ .

Тогда надежность системы из  $n$  параллельно работающих в ней элементов или блоков выражается следующим образом:

$$p_{\text{пр}}(t) = 1 - q_{\text{пр}}(t) = 1 - \prod_{i=1}^n q_i(t). \quad (4.10)$$

Если параллельно работающие элементы в системе одинаковые, то уравнения (4.9) и (4.10) принимают следующий вид:

$$q_{\text{пр}}(t) = q_n(t); \quad (4.11)$$

$$p_{\text{пр}}(t) = 1 - q_n(t). \quad (4.12)$$

Для иллюстрации применения, например, уравнений (4.5), (4.6) и (4.7) далее приводится числовой пример определения конструкционной надежности электрической машины постоянного тока.

**Пример 4.1.** Определить конструкционную надежность машины постоянного тока типа ПН-100 для трех интервалов времени ее работы:  $t = 1000, 3000$  и  $5000$  ч, со следующими средними статистическими данными об интенсивности отказов основных ее частей в долях единицы на 1 ч работы: магнитная система с обмоткой возбуждения —  $X_1 \approx 0,01 \cdot 10^{-6}$ ; обмотка якоря —  $X_2 \approx 0,05 \cdot 10^{-6}$ ; подшипники скольжения —  $X_3 \approx 0,4 \cdot 10^{-6}$ ; коллектор —  $X_4 \approx 3 \cdot 10^{-6}$  и щеточное устройство —  $X_5 \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ .

**Решение.** В соответствии с уравнением (4.8) определяем среднюю результирующую интенсивность отказов всех частей машины,  $\text{ч}^{-1}$ :

$$\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) = (0,01 + 0,05 + 0,4 + 3 + 1) \cdot 10^{-6} = 4,46 \cdot 10^{-6}.$$

Средняя наработка до первого отказа машины, ч:

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{10^6}{4,46} = 2,24 \cdot 10^5.$$

Вероятность безотказной работы, или конструкционная надежность, рассматриваемой машины по уравнению (4.8) для трех интервалов времени работы составит:

$$p(1000) = e^{-\frac{1000}{2,24 \cdot 10^5}} = e^{-0,00446} = 0,995;$$

$$p(3000) = e^{-\frac{3000}{2,24 \cdot 10^5}} = e^{-0,0144} = 0,988;$$

$$p(5000) = e^{-\frac{5000}{2,24 \cdot 10^5}} = e^{-0,0223} = 0,975.$$

Как следует из полученных данных, конструкционная надежность рассмотренной машины постоянного тока характеризуется тем, что в соответствии с уравнением (4.6) на каждые 1 000 машин вероятность выхода из строя в течение указанных трех промежутков времени работы составляет: в первом случае — 5 машин, или 0,5 %; во втором — 12 машин, или 1,2 %; и в третьем — 25 машин, или 2,5 %.

## 5 Эффективность способа расчета методом структурных схем

Эффективность в настоящее время в широком смысле означает действенность, результативность, производительность. Данная категория является общенаучной, так как активно используется как в естественных, так и в гуманитарных науках. В самом общем смысле эффективность — это соотношение результатов и затрат.

Сегодня общепринятой считается точка зрения, в соответствии с которой собственно слово «эффективность» заимствовано в первой половине XX века из английского или французского языка, где оно использовалось в значении «действенный, приводящий к нужным результатам». Слово же «эффективный» считается образованным от другого слова — «эффект», которое составляет его корень и несущего основной смысл данной категории.

Полный словарь иностранных слов, вошедших в употребление в русском языке, составленный М. Поповым в 1907 году, трактовал этот термин в узком и широком смыслах:

- в широком смысле — действие, вызываемое какой-нибудь причиной;
- в узком смысле — сильное впечатление, производимое картиной, нарядным костюмом и т.п.

Соответственно, трактовка в узком смысле легла в основу русского слова «эффектность», а трактовка в широком смысле — в основу слова «эффективность». Однако на взаимосвязь эффекта и

эффективности указывают и философские словари. В философском словаре 1991 года под редакцией И.Т. Фролова под эффективностью понимается способность действующей причины произвести эффект.

Эффективность ИС также стоит рассматривать в узком и широком смыслах. В широком смысле эффективность ИС - влияние информационных ресурсов на качество принимаемых решений для достижения целей организации. В узком смысле - обеспечение информационных потребностей при помощи ИС для управления предприятием с наименьшими затратами.

Он базируется на оценке типа связи элементов в системе и оценке функционального назначения каждого из них по отношению к остальным элементам. Согласно основным принципам теории надежности элементы в сложных системах могут быть соединены последовательно или параллельно.

Элемент считается подсоединенным к сообществу элементов последовательно, если при его отказе следует отказ всего данного сообщества элементов. Это положение графически представлено на рисунке 7.1, а.

Если отказ элемента не вызывает отказа соответствующего сообщества элементов, то этот элемент по отношению к сообществу считается подключенным параллельно (рисунок 7.1, б). Принцип оценки "последовательно" или "параллельно" существенно зависит от конструктивных и функциональных особенностей элементов и других факторов.

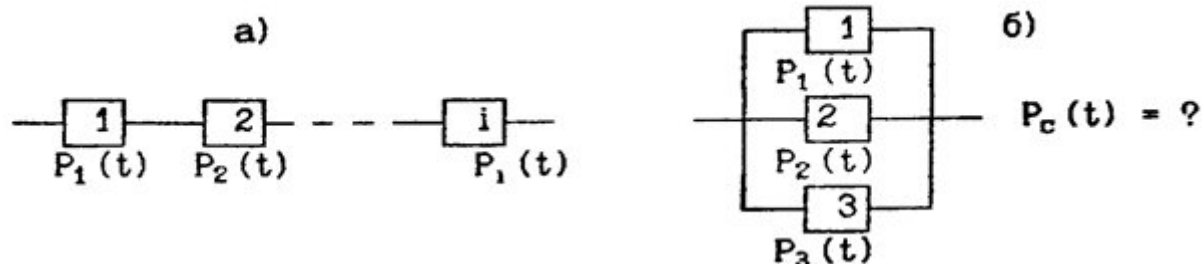


Рисунок 7.1 - Структурные схемы надежности сложных систем

В расчетах надежности системы используются следующие основные правила теории вероятности. Если  $A$  и  $B$  - два

независимых события, вероятности которых  $F(A)$  и  $F(B)$ , то вероятность того, что имеют место оба события одновременно, равна произведению вероятности их раздельного появления:

$$F(AB) = F(A) \times F(B). \quad (7.1)$$

Если достаточно, чтобы из двух совместимых событий  $A$  и  $B$  произошло хотя бы одно (или  $A$  или  $B$ ) или же оба вместе, то

$$F(A \cup B) = F(A) + F(B) - F(A) \times F(B). \quad (7.2)$$

Предполагая отказы элементов системы как независимые события, получаем следующие основные формулы для расчетов надежности системы [7].

Система с последовательно соединенными элементами. По определению такая система выходит из строя (т.е. отказывает) при отказе любого (одного или одновременно нескольких) входящего в систему элемента. Это положение подпадает под правило, отраженное уравнением (7.2). Помня, что вероятность отказа связана с вероятностью безотказной работы уравнением  $F(t) + P(t) = 1$ , можем записать:

$$F(A \cup B) = F(A) + F(B) - F(A) \times F(B) = 1 - P(A) + 1 - P(B) - (1 - P(A)) \times (1 - P(B)) =$$

$$= 1 - P(A) + 1 - P(B) - 1 + P(B) + P(A) - P(A) \times P(B) = 1 - P(A) \times P(B). \quad (7.3)$$

Так как  $F(A \cup B) = 1 - P_c(A \cup B)$ , то  $P_c(A \cup B) = P(A) \times P(B)$ . В общем виде вероятность безотказной работы системы из последовательно соединенных элементов может быть рассчитана по уравнению:

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_i(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) \quad (7.4)$$

Иначе, вероятность безотказной работы системы с последовательно соединенными элементами равна произведению вероятностей безотказной работы элементов. Следствием уравнений (4.15) и (7.4) может быть равенство:

$$\int_0^t \lambda_c(t) dt = \int_0^t \lambda_1(t) dt + \int_0^t \lambda_2(t) dt + \int_0^t \lambda_3(t) dt + \dots + \int_0^t \lambda_i(t) dt, \quad (7.5)$$

которое, например, для экспоненциального закона принимает вид:

$$l_c = l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_i. \quad (7.6)$$

Полученные уравнения позволяют сделать заключение, что надежность системы с последовательно соединенными элементами всегда ниже надежности самого ненадежного элемента в этой системе. Это обстоятельство обязывает обеспечивать чрезвычайно высокий уровень надежности для составляющих систему элементов.

Система с параллельно соединенными элементами. По определению при параллельном соединении элементов условие отказа системы может быть записано на основании правила, отраженного уравнением (7.1):

$$F(AB) = F(A) \times F(B) = (1-P(A)) \times (1-P(B)),$$

$$F(AB) = 1 - P(AB). \quad (7.7)$$

Тогда  $P(AB) = 1 - (1-P(A)) \times (1-P(B))$ , или, переходя к многофункциональной системе:

$$P_c(t) = 1 - (1-P_1(t)) \times (1-P_2(t)) \times \dots \times (1-P_i(t)). \quad (7.8)$$

Нетрудно видеть, что при параллельном соединении надежность системы всегда выше надежности самого надежного элемента. Это свойство параллельного соединения элементов используется для повышения надежности и выражается в виде наличия дублирующих функциональных элементов (например, спаренные элементы уплотнений на валах, раздельная система смазки, многоременной привод и т.п.).

Реальные технические системы обычно представляются в виде комплексных схем, имеющих как последовательно, так и параллельно соединенные группы элементов или элементы (рисунок 7.2).

Расчет надежности сложных систем выполняется в определенной последовательности. Она предусматривает сведение системы любой конфигурации к системе с последовательно соединенными элементами.

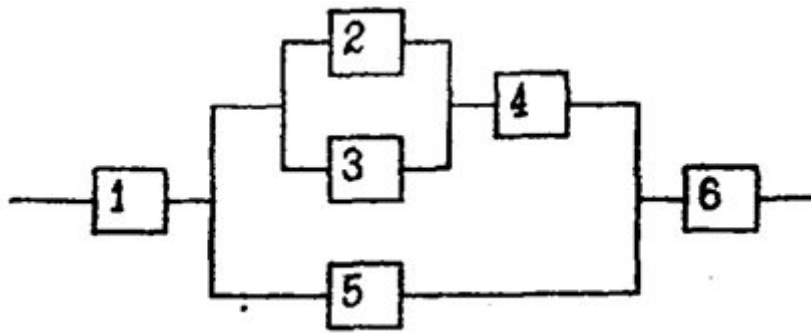


Рисунок 7.2 – Структурная схема надежности сложной системы

Например, для системы элементов, представленной на рисунке 7.2, порядок расчета надежности безотказной работы должен выполняться в следующей последовательности. Записываем выражение для расчета параметра надежности элементов 2,3. Оно имеет вид:

$$P_{2,3} = 1 - (1-P_2) \times (1-P_3).$$

**Находим параметр надежности элементов 2,3,4:**

$$P_{2,3,4} = P_4 \times [1 - (1-P_2) \times (1-P_3)].$$

Рассчитываем параметр надежности элементов 2,3,4,5:

$$P_{2,3,4,5} = 1 - (1-P_5) \times \{1 - P_4 \times [1 - (1-P_2) \times (1-P_3)]\}.$$

**Окончательно записываем уравнение для расчета надежности системы:**

$$P_c = P_1 \times P_6 \times \{1 - (1-P_5) \times \{1 - P_4 \times [1 - (1-P_2) \times (1-P_3)]\}\}.$$