Лекция 3 Показатели надежности ИС

Учебные вопросы:

1. Основные задачи теории надежности и средства повышения надежности ИС
2. Вероятность безотказной работы и вероятность отказа.
3. Плотность вероятности отказов.
4. Интенсивность отказов систем
5. Функции надёжности и ненадёжности.
6. Взаимозависимости вероятности безотказной работы и вероятности отказа.

Использование современных компьютеров и компьютерных систем (КС) может иметь место при условии их достаточно надежной работы.

Основными причинами, определяющими повышенное внимание к проблемам надежности являются:

1. рост сложности аппаратуры и появление сложных высокопроизводительных компьютерных систем КС;
2. медленный рост уровня надежности комплектующих элементов;
3. увеличение важности выполняемой аппаратурой функций;
4. усложнение условий эксплуатации и др.

Надежность компьютеров и КС определяется, с одной стороны, отсутствием отказов, сбоев и ошибок в работе устройств, с другой возможностью восстановления аппаратуры и вычислительного процесса.

1. Основные задачи теории надежности и средства повышения надежности ИС

Основными *задачами теории надежности* являются:

- методы анализа надежности элементов и систем;
- установление видов количественных показателей надежности;
- выработка методов аналитической оценки надежности;
- разработка методов оценки надежности по результатам испытаний;
- оптимизация надежности на стадиях разработки и эксплуатации.

Понятие надежности является фундаментальным понятием, которое охватывает все стороны технической эксплуатации элементов и систем. В свою очередь надежность является составной частью более широкого понятия – эффективности.

Под эффективностью понимается свойство системы (элемента) выполнять заданные функции с требуемым качеством.

Средства повышения надежности ИС

В настоящее время, можно выделить несколько основных направлений работ по повышению надежности ИС и микропроцессорных систем.

В первую очередь надежность ИС достигается за счет использования в ней высоконадежных элементов. Это достигается применением в устройствах ИС интегральных схем с высокой степенью интеграции (интенсивность отказов в ИС 10^{-6}ч10^{-}

^{8} 1/ч), использованием оптических элементов, а также внедрением новых типов печатных плат, контактных соединений, новых технологий ИС и т.д.

Вторым направлением повышения надежности являются обеспечение *оптимальных режимов* работы элементов. Большое значение при этом имеет выбор коэффициента нагрузки по тепловому, механическому и радиационному режиму. Режимы зависят от конструкции устройств, от принятых технических решений, которые необходимо учитывать в процессе проектирования.

Эффективным средством повышения надежности технических систем является введение избыточности или резервирования. *Резервирование* – применение дополнительных средств и возможностей с целью сохранения работоспособного состояния объекта при отказе одного или нескольких его элементов. В компьютерах, КС используются различные виды резервирования: структурное, временное, функциональное, информационное и программное.

Эффективным методом повышения надежности является *восстановление* отказавших устройств. Здесь необходимо решить задачи, связанные с обнаружением отказа и с поиском отказавших элементов. Эффективность диагностирования повышается при использовании автоматизированных систем контроля.

Одним из средств повышения надежности является уменьшение времени восстановления. Время восстановления сокращается за счет обеспечения доступности всех узлов устройства для осмотра, т.е. определяется ремонтопригодностью разрабатываемых конструкций. В настоящее время широко используется модульно-блочный принцип построения устройств, при которых замена отказавших элементов осуществляется путем замены целых блоков. Снятые блоки уже вне изделия подлежат восстановлению на специальных стендах с использованием контрольно-измерительных приборов.

Для повышения надежности компьютеров, КС, ИС необходимо обеспечить надежность программного обеспечения. Надежность программного обеспечения может быть увеличена за счет программного резервирования и использования средств автоматического контроля за правильностью выполнения вычислительного процесса. Наличие системы автоматического контроля способствует увеличению готовности и обслуживаемости ИС.

Одним из перспективных путей достижения высоких показателей надежности ИС является их построение на базе использования*самопроверяемых средств функционального диагностирования*, создание самопроверяемых устройств и отказоустойчивых систем.

Из всех перечисленных особо можно отметить проблему контроля и диагностирования.

Анализ надежности элементов ИС показывает, что примерно 40-45% всех отказов возникает из-за ошибок на этапе проектирования, 20% от ошибок, допущенных при производстве, 30% от неправильной эксплуатации и 5-10% от естественного износа и старения.

2. Вероятность безотказной работы и вероятность отказа невосстанавливаемых информационных систем.

Под невосстанавливаемым объектом понимается объект, восстановление работоспособного состояния которого не предусмотрено документацией

Наиболее важные показатели надежности невосстанавливаемых объектов – *показатели безотказности*, к которым относятся:

· ***вероятность безотказной работы;***

· ***плотность распределения отказов;***

· ***интенсивность отказов;***

· ***средняя наработка до отказа.***

Показатели надежности представляются в двух формах (определениях):

- статистическая (выборочные оценки);

- вероятностная.

Статистические определения (выборочные оценки) показателей получаются по результатам испытаний на надежность.

Допустим, что в ходе испытаний какого-то числа однотипных объектов получено конечное число интересующего нас параметра – наработки до отказа. Полученные числа представляют собой выборку некоего объема из общей «генеральной совокупности», имеющей неограниченный объем данных о наработке до отказа объекта.

Количественные показатели, определенные для «генеральной совокупности», являются *истинными (вероятностными) показателями,* поскольку объективно характеризуют случайную величину – наработку до отказа.

Показатели, определенные для выборки, и, позволяющие сделать какие-то выводы о случайной величине, являются *выборочными (статистическими) оценками.* Очевидно, что при достаточно большом числе испытаний (большой выборке) оценки *приближаются* к вероятностным показателям.

Вероятностная форма представления показателей удобна при аналитических расчетах, а статистическая – при экспериментальном исследовании надежности.

Допустим, что в ходе испытаний какого-то числа однотипных объектов получено конечное число интересующего нас параметра – наработки до отказа. Полученные числа представляют собой выборку некоего объема из общей «генеральной совокупности», имеющей неограниченный объем данных о наработке до отказа объекта.

Количественные показатели, определенные для «генеральной совокупности», являются *истинными (вероятностными) показателями,* поскольку объективно характеризуют случайную величину – наработку до отказа.

Показатели, определенные для выборки, и, позволяющие сделать какие-то выводы о случайной величине, являются *выборочными (статистическими) оценками.* Очевидно, что при достаточно большом числе испытаний (большой выборке) оценки *приближаются* к вероятностным показателям.

Вероятностная форма представления показателей удобна при аналитических расчетах, а статистическая – при экспериментальном исследовании надежности.

Вероятность безотказной работы (ВБР)

Статистическая оценка ВБР (эмпирическая функция надежности) определяется:

$\hat{P}(t) =$	(1)

отношением числа $N(t)$ объектов, безотказно проработавших до момента наработки t, к числу объектов, исправных к началу испытаний $(t = 0)$ - к общему числу объектов N. Оценку ВБР можно рассматривать как показатель доли работоспособных объектов к моменту наработки t.

Поскольку $N(t) = N - n(t)$, то ВБР по (1)

$\hat{P}(t) = 1 - \dfrac{n(t)}{N} = 1$	2)

где $\hat{Q}$ *(t) = n(t)/ N – оценка вероятности отказа* (ВО).

В статистическом определении оценка ВО представляет эмпирическую функцию распределения отказов.

Так как события, заключающиеся в наступлении или не наступлении отказа к моменту наработки t, являются противоположными, то

$\hat{P}(t) + \hat{Q}(t) = 1$	3)

Нетрудно убедиться, что ВБР является убывающей, а ВО – возрастающей функцией наработки. Действительно

- в момент начала испытаний $t = 0$ число работоспособных объектов равно общему их числу $N(t) = N(0) = N$, а число отказавших - $n(t) = n(0) = 0$, поэтому $\hat{P}(t) = \hat{P}(0) = 1$, *а* $\hat{Q}(t) = \hat{Q}(0) = 0$;

- при наработке $t \to \infty$ все объекты, поставленные на испытания, откажут, т. е. $N(\infty) = 0$, *а* $n(\infty) = N$, *поэтому* $\hat{P}(t) = \hat{P}(\infty) = 0$, а $\hat{Q}(t) = \hat{Q}(\infty) = 1$.

Вероятностное определение ВБР

$P(t) = P\{T \geq t\}$.	4)

Таким образом, ВБР есть вероятность того, что случайная величина наработки до отказа *T* окажется не меньше некоторой заданной наработки t.

Очевидно, что ВО будет являться функцией распределения случайной величины *T* и представляет из себя вероятность того, что наработка до отказа окажется меньше некоторой заданной наработки t:

$Q(t) = P\{T < t\}$.	5)

Графики ВБР и ВО приведены на рис. 1.

В пределе, с ростом числа *N* (увеличение выборки) испытываемых объектов, $\hat{P}$(t) и $\hat{Q}$(t) сходятся по вероятности (приближаются по значениям) к *P(t)* и *Q(t)*.

Сходимость по вероятности представляется следующим образом:

$$P\{\lim_{N\to\infty} |\hat{P}(t) - P(t)| = ($$ 6)

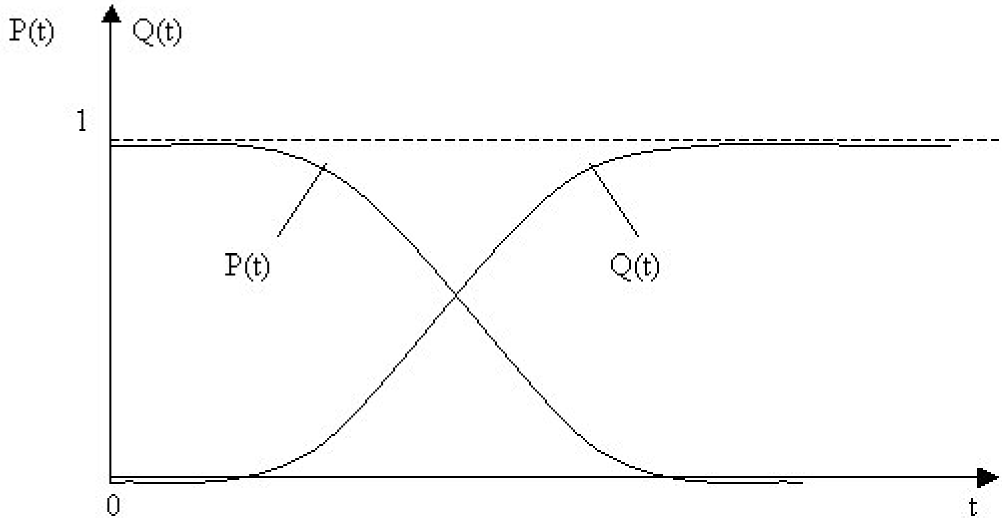

Рис.3.1

Практический интерес представляет определение *ВБР в интервале наработки [t, t + ⊿ t]*, при условии, что объект безотказно проработал до начала *t* интервала.Определим эту вероятность, используя теорему умножения вероятностей, и выделив следующие события:

A = {безотказная работа объекта до момента *t*};

B = {безотказная работа объекта в интервале ⊿ *t*};

C = *A*·*B* = {безотказная работа объекта до момента *t* + ⊿ *t*}.

Очевидно P(C) = P(A·B) = P(A)·P(B| A), поскольку события *A* и *B* будут зависимыми.

Условная вероятность P(B| A) представляет ВБР P(*t, t* +⊿ *t*) в интервале *[t, t + ⊿ t],* поэтому

$$P(B|\ A) = P(t,\ t + \Delta t) = P(C)/\ P(A) = P(t + \Delta t)/\ P(t).$$ 7)

ВО в интервале наработки *[t, t + ⊿ t],* с учетом (7), равна:

$$Q(\ t,\ t + \Delta t\ ) = 1 - P(\ t,\ t + \Delta t\ ) = [\ P(t\ ) - P(t + \Delta t\ )\ ]\ /\ P(t\ ).$$ 8)

3. Плотность распределения отказов (ПРО)

Статистическая оценка ПРО определяется отношением числа объектов ⊿ *n(t, t +* ⊿ *t)*, отказавших в интервале наработки *[t, t +* ⊿ *t]* к произведению общего числа объектов *N* на длительность интервала наработки ⊿ *t*.

$$\hat{f}(t) = \frac{\Delta n(t, t + \Delta t)}{N \cdot \Delta t} \qquad [\text{ед. наработ}$$ 9)

Поскольку ⊿ *n (t, t +* ⊿ *t) = n (t +* ⊿ *t) - n(t), где n(t +* ⊿ *t)* – число объектов, отказавших к моменту наработки *t* + ⊿ *t*, то оценку ПРО можно представить:

$$\hat{f}(t) = \frac{\Delta n(t+\Delta t) - n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\left[\hat{Q}(t+\Delta t) - \hat{Q}(t)\right] = \frac{\hat{Q}(t, t +}{\Delta t} \quad (10)$$

где $\hat{Q}(t, t + \Delta t)$ – оценка ВО в интервале наработки, т. е. приращение ВО за Δt.

Оценка ПРО представляет «частоту» отказов, т. е. число отказов за единицу наработки, отнесенное к первоначальному числу объектов.

Вероятностное определение ПРО следует из (10) при стремлении интервала наработки $\Delta t \to t0$ и увеличения объема выборки $N \to \omega$

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\hat{Q}(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d[1 - P(t)]}{dt} = - \quad (11)$$

ПРО по существу является плотностью распределения (плотностью вероятности) случайной величины Tнаработки объекта до отказа.

Поскольку $Q(t)$ является неубывающей функцией своего аргумента, то $f(t) \geq 0$.

Один из возможных видов графика $f(t)$ приведен на рис. 2.

Как видно из рис. 2, ПРО $f(t)$ характеризует частоту отказов (или приведенную ВО), с которой распределяются конкретные значения наработок всех N объектов (t_1, ... , t_N), составляющие случайную величину наработки T до отказа объекта данного типа. Допустим, в результате испытаний установлено, что значение наработки tiприсуще наибольшему числу объектов. О чем свидетельствует максимальная величина $f(t_i)$. Напротив, большая наработка t_j была зафиксирована только у нескольких объектов, поэтому и частота $f(t_j)$ появления такой наработки на общем фоне будет малой.

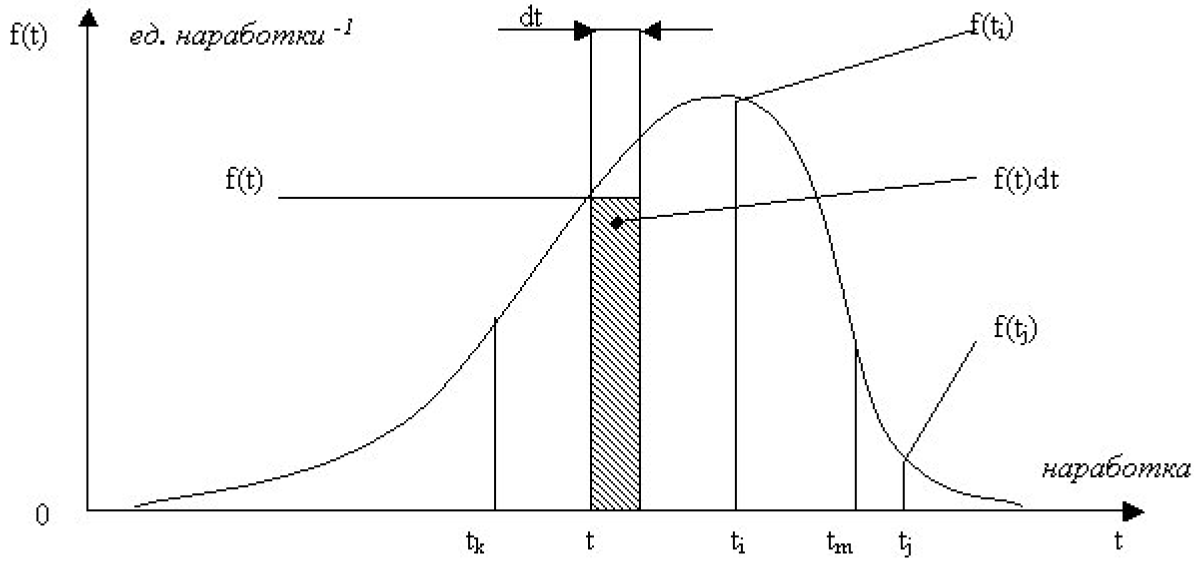

Рис.3. 2

Отложим на оси абсцисс некоторую наработку t и бесконечно малый интервал наработки шириной dt, примыкающий к t.

Тогда вероятность попадания случайной величины наработки *T* на элементарный участок шириной *dt* (с точностью до бесконечно малых высшего порядка) равна:

$$P\{T\in(t,\,t+dt)\} = P\{t < T < t+dt\} \approx f$$ 12)

где *f(t)dt* – элемент ВО объекта в интервале *[t, t + dt]* (геометрически это площадь заштрихованного прямоугольника, опирающегося на отрезок *dt*).

Аналогично вероятность попадания наработки *T* в интервал $[t_k, t_m]$ равна:

$$P\{T\in(t_k,\,t_m)\} \approx \sum_{t_i\,\in(t_k,\,t_m)} f(t_i)dt_i \approx \int_{t_k}^{t_m}$$ 13)

что геометрически интерпретируется площадью под кривой f(t), опирающейся на участок $[t_k, t_m]$.

ВО и ВБР можно выразить в функции ПРО.

Поскольку Q(t) = P{T < t}, то используя выражение (13), получим

$$Q(t) = P\{0 < T < t\} = P\{T\in(0,\,t)\} = \int_0^t$$ 14)

расширение интервала слева до нуля вызвано тем, что *T* не может быть отрицательной.

Т. к. P(t) = P{T ≧ t}, то

$$P(t) = P\{t \le T < \infty\} = \int_t^\infty$$ 15)

Очевидно, что *Q(t)* представляет собой площадь под кривой *f(t)* слева от *t*, а *P(t)* – площадь под *f(t)* справа от*t*. Поскольку все, полученные при испытаниях значения наработок лежат под кривой *f(t)*, то

$$\int_0^\infty f(t)dt = \int_0^t f(t)dt + \int_t^\infty f(t)dt = Q(t) + P(t$$ 16)

4. Интенсивность отказов (ИО)

Статистическая оценка ИО определяется

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t,\,t+\Delta t)}{N(t)\cdot\Delta t}\cdot\frac{N}{N} \qquad [\text{ед. наработ}$$ 17)

отношением числа объектов $\Delta n(t,\ t+\Delta t)$, отказавших в интервале наработки $[t,\ t+\Delta t]$ к произведению числа *N(t)*работоспособных объектов в момент t на длительность интервала наработки Δt.

Сравнивая (9) и (17) можно отметить, что *ИО несколько полнее характеризует надежность объекта на момент наработки t,* т. к. показывает частоту отказов, отнесенную к фактически работоспособному числу объектов на момент наработки *t*.

Вероятностное определение ИО получим, умножив и поделив правую часть выражения (17) на N

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t, t+\Delta t)}{N(t)\cdot\Delta t}\cdot\frac{N}{N} = \frac{\Delta n(t, t+\Delta t)}{N\cdot\Delta t}\cdot\frac{N}{N(t)}.$$

С учетом (10),оценку ИО λ(t) можно представить

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\hat{Q}(t, t+\Delta t)}{\Delta t}\cdot\frac{1}{\hat{P}(t)},$$

откуда при стремлении $\Delta t \to 0$ и $N \to \infty$ получаем

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\hat{Q}(t, t+\Delta t)}{\Delta t}\cdot\frac{1}{\hat{P}(t)} = \frac{dQ(t)}{dt}\cdot\frac{1}{P(t)} = \qquad 18)$$

Возможные виды изменения ИО λ(t) приведены на рис. 3.

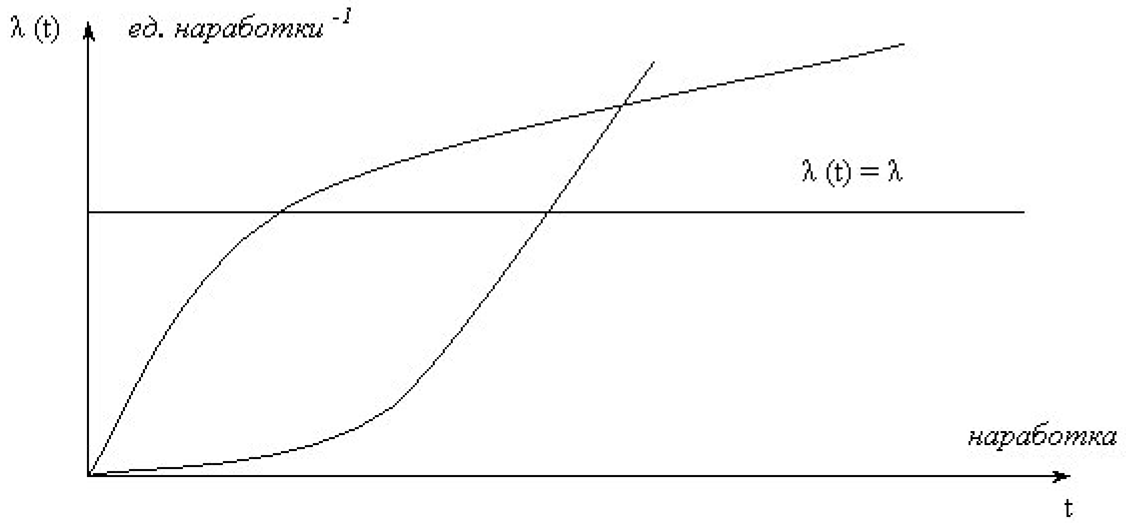

Рис. 3.3

Числовые характеристики безотказности невосстанавливаемых объектов

Рассмотренные выше функциональные показатели надежности *P(t), Q(t), f(t)* и *λ(t)* полностью описывают случайную величину наработки $T = \{t\}$. В то же время для решения ряда практических задач надежности бывает достаточно знать некоторые числовые характеристики этой случайной величины и, в первую очередь, ***среднюю наработку до отказа.***

Статистическая оценка средней наработки до отказа

$$\hat{T}_0 = \frac{1}{N} \qquad (1)$$

где t_i – наработка до отказа i-го объекта.

При вероятностном определении средняя наработка до отказа представляет собой ***математическое ожидание (МО)*** *случайной величины T и определяется:*

$$T_0 = M\{T\} = \int_0^{\infty} t\, f \qquad (2)$$

Используя выражение для плотности распределения отказов

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt}$$

и интегрирование по частям, можно преобразовать (2) к виду

$$T_0 = \int_0^{\infty} P \qquad (3)$$

с учетом того, что P(0) = 1, P(∞) = 0.

Из (3) следует, что средняя наработка до отказа геометрически интерпретируется как площадь под кривой P(t)– рис.4.1.

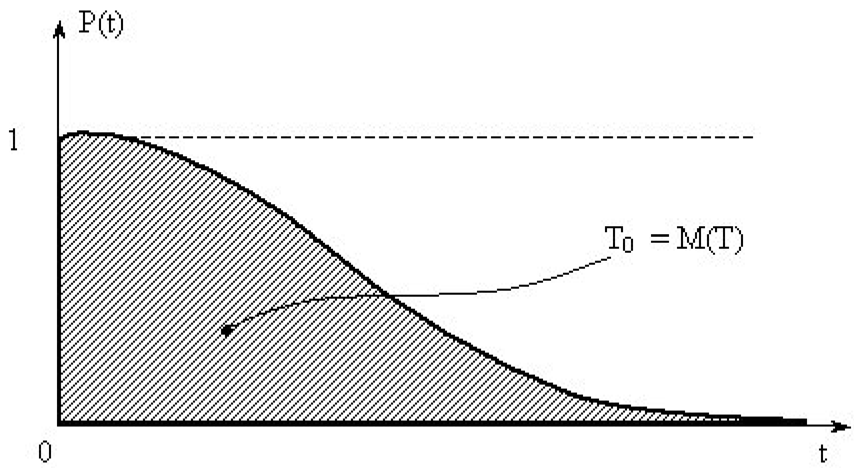

Рис.4.1

Очевидно, что с увеличением выборки испытаний $N \to \infty$ средняя арифметическая наработка (оценка $\hat{T}_0$) сходится по вероятности с МО наработки до отказа.

МО наработки T_0 означает математически ожидаемую наработку до отказа однотипных элементов, т. е. усредненную наработку до первого отказа.

На практике также представляют интерес ***условные средние наработки:***

1) ***средняя полезная наработка*** *($T_0|_{t \le t_1}$) определенная при условии, что при достижении наработки t_1 все оставшиеся работоспособными объекты снимаются с эксплуатации;*

2) ***средняя продолжительность предстоящей работы*** *($T_0|_{t > t_1}$) при условии, что объект безотказно работал на интервале (0, t_1).*

Причины использования этих показателей:

1. Высоконадежные объекты (элементы электронных схем), как правило, эксплуатируются меньший срок чем $T_0(t_{экс} < T_0)$, т. е. заменяются по причине морального старения раньше, чем успевают наработать T_0.

2. Часто для указанных объектов сокращают период испытаний (проводят до наработок соответствующих их моральному старению), поэтому T_0 в таком случае понимают как среднюю наработку, которая имела бы место в действительности, если бы ИО оставалась такой, какой она была в начальный период испытаний.

Средняя полезная наработка $T_0|_{t \le t1}$ (по аналогии с T_0):

$$T_0|_{t \le t1} = \int_0^{t_1} P(t)dt .$$

Средняя продолжительность предстоящей работы $T_0|_{t > t1}$

$$T_0|_{t > t1} = M\{T - t_1\} = \frac{1}{P(t_1)} \int_{t_1}^{\infty} P(t)dt .$$

Графические понятия $T_0|_{t \le t1}$ и $T_0|_{t > t1}$ иллюстрируются рис. 2.

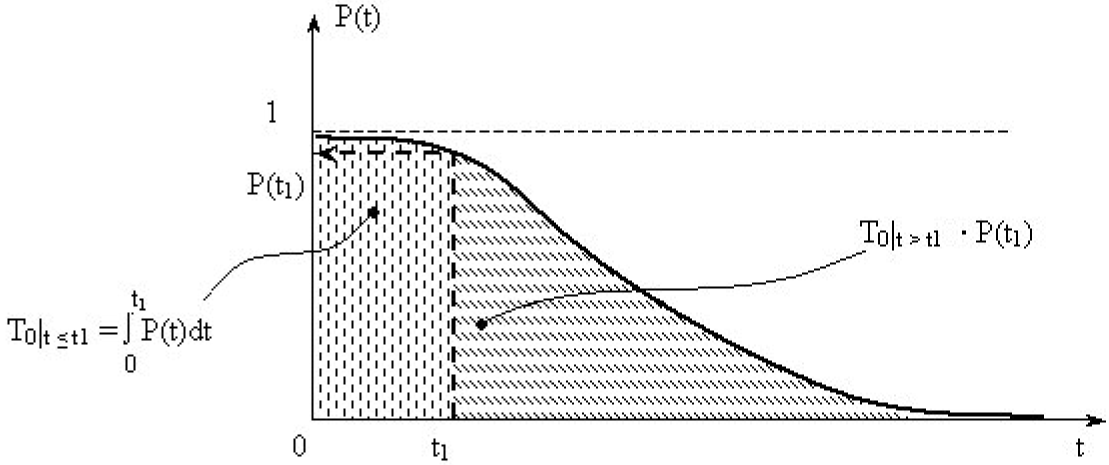

Рис.4.2

В то же время средняя наработка не может полностью характеризовать безотказность объекта.

Так при равных средних наработках до отказа T_0 надежность объектов 1 и 2 может весьма существенно различаться (рис. 3). Очевидно, что в виду большего рассеивания наработки до отказа (кривая ПРО $f_2(t)$ ниже и шире), объект 2 менее надежен, чем объект 1.

Поэтому для оценки надежности объекта по величине $\hat{T}_0$ необходимо еще знать и показатель рассеивания случайной величины $T = \{t\}$, около средней наработки T_0.

К числу показателей рассеивания относятся дисперсия и среднее квадратичное отклонение (СКО) наработки до отказа.

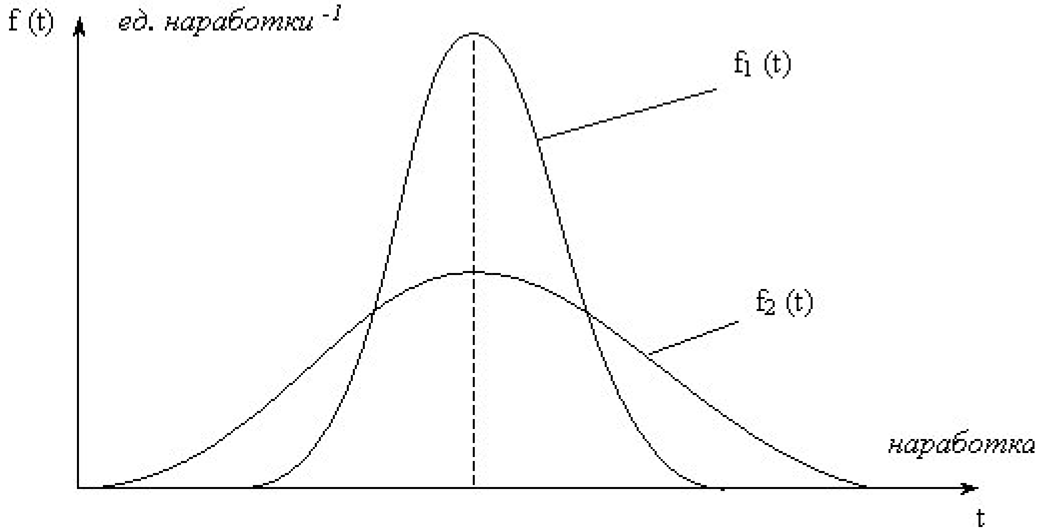

Рис.4.3

Дисперсия случайной величины наработки:

- статистическая оценка

$$\hat{D} = \frac{1}{N-1}\sum_{1}^{N}(t_i \qquad 4)$$

- вероятностное определение

$$D = D\{T\} = M\{(T - T_0)^2\} = \int_0^\infty (t - T_0)^2 \qquad 5)$$

СКО случайной величины наработки:

$$\hat{S}^2 = \hat{D} \text{ или } S^2 = S^2\{T\} = \qquad 6)$$

Средняя наработка до отказа T_0 и СКО наработки S имеют размерность [ед. наработки], а дисперсия D - [ед. наработки ^{2}].

5. Функция надежности и ненадежности

Надежностью элемента (в узком смысле слова) называется вероятность того, что данный элемент в данных условиях будет работать безотказно в течение времени t. Эту вероятность мы будем обозначать p(t). Функция p(t) называется иногда *законом надежности*.

Естественно, с увеличением времени функция p(t) убывает (рис 3.1) При t=0 естественно предположить p(t)=1.

Ненадежностью элемента называется вероятность q(t) *того, что элемент откажет*(выйдет из строя) *в течение времени* t. Очевидно, q(t)=1-p(t).

Рассмотрим время T безотказной работы элемента как случайную величину. Функция распределения F(t) этой случайной величины определяется как

$F(t)=P(T<t)$. (3.1)

Очевидно, F(t) - вероятность того, что за время t элемент откажет, - представляет собой не что иное, как ненадежность элемента: F(t)=q(t), - а его надежность дополняет F(t) до единицы:

$p(t)=1-F(t)$. (3.2)

Таким образом, ненадежность q(t) обладает свойствами функции распределения неотрицательной случайной величины. Она равна нулю при t=0, не убывает при возрастании t и стремится к единице при t® ¥ (рис. 3.2).

На практике обычно вместо функции распределения F(t) пользуются ее производной — плотностью распределения или плотностью вероятности:

$f(t)=F'(t)=q'(t)$. (3.3)

График плотности f(t) показан на рис. 3.3. Площадь, ограниченная кривой f(t), равна единице.

Величина f(t)dt — элемент вероятности — истолковывается как вероятность того, что время T примет значение, лежащее в пределах элементарного участка (t, t+dt).

В литературе надежность функции f(t) часто называют "плотностью отказов". Во избежание недоразумений, связанных с нечеткой терминологией, мы будем называть f(t) более точно*: плотностью распределения времени безотказной работы*.

Плотность f(t) может быть приближенно определена из опыта, для чего ставится следующий эксперимент: наблюдается работа большого числа N однородных элементов; каждый из них работает до момента отказа. Время, в течение которого работал элемент, регистрируется. Полученные значения времени:

$t_1, t_2, \ldots, t_N$

обрабатываются обычными методами математической статистики: строится гистограмма (рис. 3.4) и выравнивается с помощью какой-нибудь плавной кривой, обладающей свойствами плотности.

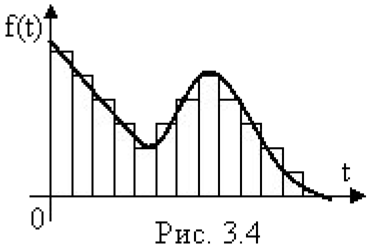

Рис. 3.4

Ордината гистограммы на каждом элементарном участке времени Dt представляет собой не что иное, как *среднее число отказов за единицу времени, приходящееся на один испытанный элемент*. Тот же смысл можно приписать и функции f(t). Приближенно плотность f(t) определяется по формуле

[redacted], (3.4)

где m(t, t+Dt) — число элементов, оказавших на участке времени от t до t+Dt (время отсчитывается от момента включения); N — общее число элементов, Dt — длина элементарного участка времени¶

Отказ– событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Критерий отказа – отличительный признак или совокупность признаков, согласно которым устанавливается факт возникновения отказа.

По *типу* отказы подразделяются на:

· ***отказы функционирования*** (выполнение основных функций объектом прекращается, например, поломка зубьев шестерни);

· ***отказы параметрические*** (некоторые параметры объекта изменяются в недопустимых пределах, например, потеря точности станка).

По своей *природе* отказы могут быть:

· ***случайные,*** обусловленные непредусмотренными перегрузками, дефектами материала, ошибками персонала или сбоями системы управления и т. п.;

· ***систематические,*** обусловленные закономерными и неизбежными явлениями, вызывающими постепенное накопление повреждений: усталость, износ, старение, коррозия и т. п.

Основные признаки классификации отказов:

· характер возникновения;

· причина возникновения;

· характер устранения;

· последствия отказов;

· дальнейшее использование объекта;

· легкость обнаружения;

· время возникновения.

Рассмотрим подробнее каждый из классификационных признаков:

характер возникновения:	· *внезапный отказ* – отказ, проявляющийся в резком (мгновенном) изменении характеристик объекта;
	· *постепенный отказ* – отказ, происходящий в результате медленного, постепенного ухудшения качества объекта.

Внезапные отказы обычно проявляются в виде механических повреждений элементов (трещины – хрупкое разрушение, пробои изоляции, обрывы и т. п.) и не сопровождаются предварительными видимыми признаками их приближения. Внезапный отказ характеризуется независимостью момента наступления от времени предыдущей работы.

Постепенные отказы - связаны с износом деталей и старением материалов.

Показатели надёжности невосстанавливаемых информационных систем

Учебные вопросы

Вероятностное описание элементов технических систем (ИС).

Понятие восстанавливаемых и невосстанавливаемых систем, области применения.

Количественные показатели надёжности невосстанавливаемых устройств ИС.

Расчетные формулы для статистической, вероятностной оценки параметров ИС.

Показателями надежности называются количественные характеристики одного или нескольких свойств, составляющих надежность системы.

Отказы и сбои элементов и систем являются случайными событиями, поэтому теория вероятностей и математическая статистика – это основной аппарат, используемый при исследовании надежности, следовательно показатели надежности являются вероятностными показателями.

К числу наиболее широко применяемым количественным характеристикам надежности относятся [2, 9]:

вероятность безотказной работы (ВБР) в течение определенного времени – $P(t)$;

средняя наработка до первого отказа – $T_{ср.}$;

вероятность отказа – $Q(t)$;

наработка на отказ – $t_{ср}$.;

частота отказов – $a(t)$;

интенсивность отказов – $\lambda(t)$;

интенсивность восстановления – μ;

параметр потока отказов – $w(t)$;

функция готовности – $K_г(t)$;

коэффициент готовности – $K_г$;

коэффициент оперативной готовности – $K_{о.г}$.

Выбор количественных характеристик надежности зависит от вида объекта, – восстанавливаемого или невосстанавливаемого.

Восстанавливаемыми называют такие объекты (ТС, их подсистемы, элементы), которые в процессе выполнения своих функций допускают ремонт. Если произойдет отказ такого объекта, то он вызовет прекращение функционирования объекта только на период устранения отказа. К таким изделиям относятся: компьютер, телевизор, блок питания, автомобиль и т.д.

Обслуживаемая система – система, для которой предусматривается проведение регулярного технического обслуживания.

Необслуживаемая система – система, для которой не предусматривается проведение регулярного технического обслуживания.

Невосстанавливаемые объекты в процессе выполнения своих функций не допускают ремонта. Если происходит отказ такого объекта, то выполняемая операция будет сорвана и её необходимо начинать вновь, если возможно устранение отказа. К таким объектам относятся как объекты однократного действия (ракеты, управляемые снаряды, искусственные спутники Земли, системы подводной связи и т.п.), так и объекты многократного действия (некоторые системы навигационного комплекса судового оборудования, системы ПВО, системы управления воздушным движением, ответственными производственными процессами и т.д.)

Показатели надежности невосстанавливаемых элементов.

Вероятность безотказной работы $P(t)$ выражает вероятность того, что невосстанавливаемый объект не откажет к моменту времени наработки t (наработка может быть выражена как календарное время, как время работы, как число циклов работы или в виде другой меры проделанной объектом работы). Показатель обладает следующими свойствами:

6. $P(0) = 1$ (предполагается, что до начала работы объект является безусловно работоспособным);
7. $\lim\limits_{t\to\infty} P(t) = 0$ (предполагается, что объект не может сохранять свою работоспособность неограниченно долго);
8. $dP(t)/dt = 0$ [предполагается, что объект не может после отказа спонтанно восстанавливаться (для объектов, восстанавливаемых обслуживающим персоналом, этот показатель не используется)].

t – время, в течение которого определяется вероятность безотказной работы.

ВБР по статистическим данным об отказах оценивается выражением:

$$\hat{P}(t) = (No - n(t)) / No, \qquad (1)$$

где No – число объектов в начале испытания;

$n(t)$ – число отказавших объектов за время t;

$\hat{P}(t)$ – статистическая оценка ВБР.

На практике более удобной характеристикой является вероятность отказа $Q(t)$.

Дополнение ВБР до единицы:

$$Q(t) = 1 - P(t) \qquad (2)$$

называется вероятностью отказа.

Вероятность отказа Q(t) – вероятность того, что случайное время до отказа меньше заданного времени t. Отказ и безотказная работа являются событиями несовместимыми и противоположными, поэтому

$Q(t) = 1 - P(t)$, а статистическая оценка вероятности отказа равна:

$$\hat{Q}(t) = n(t) / No \qquad (3)$$

Функция $Q(t)$ совпадает с функцией распределения времени $F(t)$:

$$Q(t) = F(t) = \int_0^t f_t\,(x)\,dx, \qquad (4)$$

где $f_t\,(x)$ – функция плотности распределения времени до отказа;

x – переменная интегрирования.

Тогда показатель надежности [1]:

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \int_0^t f_t\,(x)\,dx = \int_t^\infty f_t\,(x)\,dx \qquad (5)$$

В качестве показателя надежности неудобно использовать функциональную зависимость, например, $P(t)$. Поэтому в технических условиях (ТУ) обычно задают отдельные ординаты (одну или две) функции $P(t)$ при значениях t, выбираемых из нормированного ряда t = 100; 500; 1000; 2000; 5000; 10000 ч.

Частота отказов представляет собой плотность распределения времени безотказной работы или производную от вероятности безотказной работы, поэтому

$$a(t) = Q'(t) = -P'(t). \qquad (6)$$

Для определения величины $a(t)$ используется следующая статистическая оценка:

$$\hat{a}(t) = n(\Delta t) / No \cdot \Delta t, \qquad (7)$$

где $n(\Delta t)$ – число отказавших объектов в интервале времени от (t-Δt/2) до (t+Δt/2), No – число объектов в начале испытания.

Между частотой отказов, вероятностью безотказной работы и вероятностью появления отказа имеются следующие зависимости:

$$Q(t) = \int_0^t a(t) \cdot dt, \qquad (8)$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t a(t) \cdot dt \quad (9)$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ выражает интенсивность процессов возникновения отказов. Вероятностная оценка этой характеристики находится из выражения $\lambda(t) = a(t) / P(t)$. (10)

Для определения величины $\lambda(t)$ используется следующая статистическая оценка

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{ср.} \cdot \Delta t}, \quad (11)$$

где $N_{ср.}=(N_i+N_{i+1})/2$ – среднее число исправно работающих объектов в интервале времени Δt.

Интенсивность отказов и вероятность безотказной работы связаны между собой зависимостью:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) \cdot dt} \quad (12)$$

Если $\lambda(t)$=const, то тогда

$P(t) = e^{-\lambda \cdot t}$ и $a(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ соотношение характеризует экспоненциальное распределение безотказной работы.

Для высоконадежных систем, если $P(t)$=0,99, то $a(t)= \lambda(t)$.

Опыт эксплуатации ИС показывает, что интенсивность отказов λ (t) в течение времени t изменяется как показано на рис. 1 как видно, функцию можно разделить на три участка. На первом участке 0 – t_1 интенсивность отказов высока и уменьшается с течением времени. На этом участке выявляются грубые дефекты производства, и сам участок I носит название *участка приработки*.

Для блоков ИС длительность этого участка составляет десятки, иногда сотни часов.

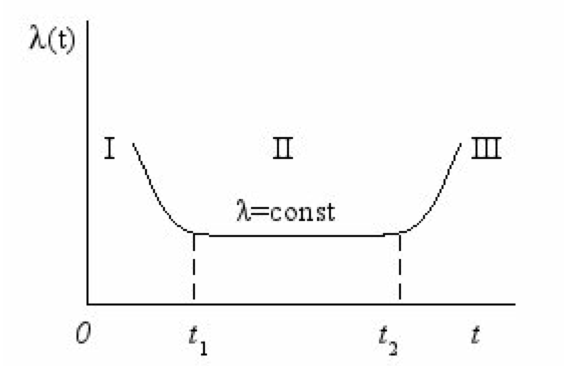

Рис. 1. Изменение интенсивности отказов $\lambda(t)$ во времени

Второй (II) участок t_1–t_2, участок нормальной эксплуатации, характерен тем, что интенсивность отказов имеет постоянное значение, длительность участка составляет тысяча и десятки тысяч часов.

На третьем участке (III) $t_2 - t$ из-за усиления процессов старения элементов интенсивность отказов начинает возрастать. Время t_2 может служить временем, при достижении которого аппаратура должна сниматься с эксплуатации
(13)

Первый член в (1.13) стремится нулю, когда t=0, а также когда $t=\infty$, так как получающаяся неопределенность [redacted] при встречающихся на практике функциях $P(t)$ стремится к нулю. Следовательно,

$$T_{ср} = M[T] = \int_0^\infty t \cdot f(t) \cdot dt = -\int_0^\infty t \cdot dP(t) = -tP(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty P(t)dt$$

Средняя наработка до отказа (среднее время безотказной работы) представляет собой математическое ожидание наработки объекта до первого отказа, следовательно,

$$T_{ср.} = \int_0^\infty P(t) \cdot dt$$

Для экспоненциального закона распределения времени безотказной работы имеем

$$T_{ср.} = \int_0^\infty e^{-\lambda t} \cdot dt = \frac{1}{\lambda} \qquad (14)$$

Для определения средней наработки до отказа используется следующая статистическая оценка:

$$\hat{T}_{ср.} = \sum_{t=1}^{No} t_i / No, \qquad (15)$$

где t_i – время безотказной работы i-го объекта;

No – число испытуемых объектов.

Таким образом, рассмотренные характеристики позволяют достаточно полно оценить надежность невосстанавливаемых объектов. Они также позволяют оценить надежность восстанавливаемых изделий до первого отказа. Наличие нескольких критериев вовсе не означает, что нужно оценивать надежность объекта по всем критериям.

Интенсивность отказов – наиболее удобная характеристика надежности простейших элементов, так как она позволяет более просто вычислить количественные характеристики надежности сложной системы.

Наиболее целесообразным параметром надежности является вероятность безотказной работы, это объясняется следующими особенностями вероятности безотказной работы:

она входит в качестве сомножителя в другие, более общие характеристики системы, например, в эффективность и стоимость;

характеризует изменение надежности во времени;

может быть получена расчетным путем в процессе проектирования системы и оценена в процессе её испытания.

Тема: Показатели надёжности восстанавливаемых устройств технических объектов ИС. Зависимость надёжности от времени.

Учебные вопросы

Основные определения показателей надёжности восстанавливаемых устройств технических систем (ИС).

Количественные характеристики, расчётные статистические и вероятностные формулы для оценки восстанавливаемых объектов.

Специальные методы и рекомендации по выбору показателей надежности ИС.

Законы распределения в надёжности: экспоненциальный, нормальный, закон Рэлея и другие.

Графические зависимости ВБР от времени, интенсивностей и частоты отказов и другие от времени.

Показатели надежности восстанавливаемых объектов

К показателям надежности восстанавливаемых объектов могут быть отнесены: например параметр потока отказов, наработка на отказ, коэффициент готовности, коэффициент вынужденного простоя, интенсивность восстановления [1, 2, 3].

Параметром потока отказов называется отношение числа отказавших объектов в единицу времени к числу испытываемых объектов при условии, что все вышедшие из строя изделия заменяются исправными (новыми или отремонтированными).

Статистически этот показатель оценивается по следующей формуле: $\hat{\omega}(t) = n(\Delta t)/(N \cdot \Delta t)$, (1)

где $n(\Delta t)$ – число отказавших образцов в интервале времени от t-$\Delta t/2$ до t+$\Delta t/2$; N – число испытываемых образцов; Δt – интервал времени.

Для любого момента времени независимо от закона распределения времени безотказной работы параметр потока отказов больше чем частота отказов, т.е. $\lambda(t)>a(t)$. Интенсивность восстановления оценивается

$$\mu = \frac{1}{t_в},$$

где $t_в$ – время восстановления.

Наработкой на отказ называется среднее значение времени между соседними отказами.

Эта характеристика определяется по статистическим данным об отказе по формуле

$$\hat{t}_{ср.} = (\sum_{i=1}^{n} t_i)/n, \qquad (2)$$

где t_i – время исправной работы изделия между (i-1)-м и i-м отказами;

n – число отказов за некоторое время t.

Наработка на отказ является характеристикой надежности, которая получила широкое распространение на практике.

Параметр потока отказов и наработка на отказ характеризуют надежность ремонтируемого изделия и не учитывает времени, необходимого на его восстановление. Поэтому они не характеризуют готовность изделия к выполнению своих функций в нужное время. Для этой цели вводятся такие критерии (признак, мерило по которому оценивается надежность объекта), как коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя.

Коэффициент готовности $К_г$ используется в качестве показателя надежности, если кроме факта отказа необходимо учитывать время восстановления.

Коэффициент готовности определяется как вероятность того, что в произвольный заданный момент времени t объект находится в состоянии работоспособности (кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекты по назначению не предусматривается)

$$К_г = t_{ср.} / (t_{ср.} + t_в), \qquad (3)$$

где $t_{ср.}$ – наработка на отказ, $t_в$ – среднее время восстановления.

Статистически оценка коэффициента готовности $\hat{K}_г(t) = N_в(t)/N_0$

где $N_в(t)$ – число объектов, находящихся в рабочем состоянии в момент времени t.

Разность $N_в$ - N_0 – выражает количество объектов, находящихся в момент времени t в состоянии восстановления (ремонта).

Для пользователей сложных информационных систем понятие их надежности ощущается по коэффициенту готовности системы $К_г$, то есть по отношению времени работоспособного состояния системы к времени её незапланированного простоя. Для типичного современного сервера $К_г$=0,99, что означает примерно 3,5 суток простоя в год. За рубежом часто используется классификация систем по уровню надежности, показанная в табл.

Классификация систем по уровню надежности.

Таблица

Коэффициент готовности, $К_г$	Максимальное время простоя в год	Тип системы
0,99	3,5 сут	Обычная (Conventional)

0,999	8,5 ч	Высокой надежности (High availability)
0,9999	1 ч	Отказоустойчивая (Fault resilient)
0,99999	5 мин	Безотказная (Fault tolerant)

Коэффициент технического использования – отношение математического ожидания интервалов времени пребывания системы в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий интервалов времени пребывания системы в работоспособном состоянии, простоев, обусловленных техническим обслуживанием, и ремонтов за тот же период эксплуатации.

$$K_{\text{ти}} = \frac{T_{\text{ср.}}}{T_{\text{ср.}} + T_{\text{в}} + T_{\text{п}}}$$

где $T_{\text{П}}$ – время простоя системы, обусловленное выполнением планового технического обслуживания и ремонта, пересчитанное на один отказ.

Коэффициентом вынужденного простоя называется отношение времени восстановления к сумме времен наработки на отказ и времени восстановления взятых за один и тот же календарный срок.

$$K_n = t_в/(t_{ср.} + t_в), \quad (4)$$

Коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя связанны между собой зависимостью.

$$K_n = 1 - K_г. \quad (5)$$

Коэффициент оперативной готовности $\boldsymbol{K_{\text{о.г.}}}$ – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

$$K_{о.г.} = \frac{T_{ср.}}{T_{ср.} + t_в} \cdot P(t_x, t), \quad (6)$$

где $P(t_x,t)$ – условная вероятность безотказной работы системы на интервале (t_x, $t_x + t$) при условии, что в момент t_x система была работоспособна.

Выбор показателей надежности.

Показатели надежности в каждом конкретном случае необходимо выбирать так, чтобы они наилучшим образом характеризовали надежность объекта по его целевому назначению. Существуют специальные методики по выбору показателей надежности, приведем некоторые краткие рекомендации [1, 10, 37]:

Если невосстанавливаемый объект работает однократно в течение небольшого заданного отрезка времени $t_{зад.} << T_{ср.}$, то в качестве показателя надежности целесообразно выбрать вероятность безотказной работы $P(t_{зад.})$ за заданное время.

Этот же показатель используется в случае периодически обслуживаемых КС и их подсистем, например на борту самолета, когда во время полета ремонт невозможен. В этом случае показатель характеризует отсутствие отказов во время полета.

Если отказ невосстанавливаемого объекта не влечет за собой опасных последствий и объект эксплуатируется до наступления отказа, тогда целесообразно характеризовать его надежность через среднюю наработку до отказа $T_{ср.}$ (электромеханических устройств).

Если невосстанавливаемый объект характеризуется постоянством интенсивности отказов, тогда в качестве надежности целесообразно использовать её значение λ. Этот показатель используется для характеристики невосстанавливаемых электронных узлов (ИС и БИС).

Если время восстановления восстанавливаемого объекта мало по сравнению с временем безотказной работы целесообразно использовать показатели надежности $\omega(t)$ и $t_{ср.}$, когда $\omega(t)=const$.

Для ответственных управляющих технических систем, отказ которых влечет за собой тяжелые последствия, несмотря на скорость восстановления, целесообразно использовать в качестве показателя надежности параметр потока отказов $\omega(t)$ или наработку на отказ $t_{ср.}$ (если $\omega(t)=const$).

Если существенное значение имеет полезное время работы восстанавливаемого объекта, в качестве показателя надежности целесообразно использовать коэффициент готовности $К_г$.

Этот показатель применяется для универсальных КС, где существенное значение имеют потери машинного времени.

Если важное значение имеет безотказная работа в периоды выполнения операции, то как показатель надежности применяется коэффициент оперативной готовности.

Зависимость надежности от времени

Из рассмотренных выше выражений для оценки количественных характеристик надежности видно, что все характеристики, кроме средней наработки до первого отказа являются функциями времени. Время между соседними отказами для элементов аппаратуры является непрерывной случайной величиной, которая характеризуется некоторым законом распределения. Зависимость надежности от времени описывается с помощью **математической модели надежности (ММН)** – математического выражения (формулы, алгоритма, уравнения, системы уравнений), позволяющего определить показатели надежности.

Простейшие ММН в виде формул носят название статистических моделей распределения.

При исследовании надежности применяются следующие модели распределения: экспоненциальный, нормальный, Рэлея, Пуассона, Вейбулла и др. [1, 2, 3, 8].

Наиболее распространенной статистической моделью надежности является *экспоненциальная модель распределения времени до отказа*, по которой вероятность безотказной работы объекта выражается зависимостью

$$P_э(t) = e^{-\lambda \cdot t}, \qquad (7)$$

где λ – параметр модели.

Частота отказа при экспоненциальной модели $a_э(t) = -dP(t)/dt = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$. (8)

Функция интенсивности отказов при экспоненциальной модели $\lambda_э(t) = a_э(t)/P_э(t) = \lambda = const.$ (9)

Графики этих функций приведены на рис. 1.

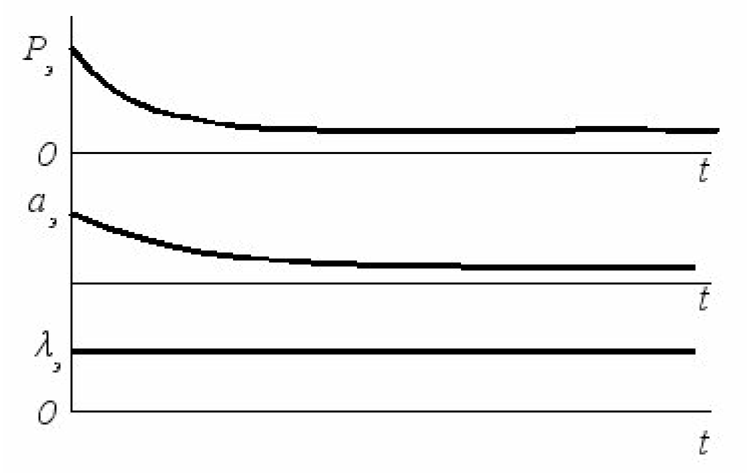

Рис. 1. График зависимости показателей надежности от времени для экспоненциальной модели распределения.

Наработка до отказа при экспоненциальной модели

$$T_{ср.} = \int_0^\infty e^{-\lambda \cdot t} \cdot dt = 1/\lambda \qquad (10)$$

Экспоненциальная модель может быть использована в случае, когда интенсивность отказов постоянная величина (λ=const), а также как характеристика достаточна сложных восстанавливаемых объектов в период эксплуатации II, если исключить период приработки I и период интенсивного старения III (рис. 1).

С экспоненциальной моделью тесно связана модель Пуассона.

Она основана на представлении о потоке случайных событий, называемого пуассоновским, если выполнены условия стационарности, ординарности и отсутствия последействия.

Стационарность – свойство потока, выражающееся в том, что параметры потока не зависят от времени.

Ординарность – свойство потока, выражающееся в том, что в один и тот же момент времени может произойти только одно событие.

Отсутствие последействия – свойство потока, выражающееся в том, что вероятность наступления данного события не зависит от того, когда произошли предыдущие события и сколько их было.

Таким образом модель Пуассона позволяет выразить вероятность $P(t, n)$ того, что на заданном интервале времени произошло равно n событий (отказов), если время между отдельными событиями (отказами) распределено экспоненциально с параметром λ. По модели Пуассона

$$P(t,\ n) = \frac{(\lambda \cdot t)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda \cdot t} \qquad (11)$$

Модель Вейбулла находит практическое применение благодаря своей простоте и гибкости, так как в зависимости от значений параметров характер модели видоизменяется в широких пределах. Модель надежности Вейбулла, называемая также *моделью Вейбулла-Гнеденко*, была предложена шведским ученым В. Вейбуллом в качестве модели прочности материалов, а затем обоснована математически российским ученым Б.В. Гнеденко. Вероятность безотказной работы по модели надежности Вейбулла выражается формулой [1, 8].

$$P_B = e^{-\alpha \cdot t^{\beta}}, \qquad (12)$$

где α и β – параметры модели.

Ориентировочно значение β=0,2-0,4 для электронных устройств с убывающей функцией интенсивности отказов и β=1,2-1,4 для механических устройств и возрастающей функцией интенсивности отказов.

Пример прогнозирования вероятности безотказной работы КС.

Пусть вероятность безотказной работы КС за t=1000 ч. равна Р=0,99, составим прогноз вероятности безотказной работы этой же КС через 10^5ч. работы без обслуживания.

В случае экспоненциальной модели интенсивность отказов КС $\lambda = \frac{dP/dt}{P} \approx 10^{-5} 1/ч$.

В случае модели Вейбулла при β=0,5 $\alpha = -\frac{\ln P_B(t)}{t^{\beta}} \approx 0{,}000316$.

Следовательно, через 10^5 ч работы вероятность безотказной работы КС, прогнозированной по экспоненциальной модели, равна $P_э = e^{-10^{-5} \cdot 10^5} \approx 0{,}37$.

Прогноз по модели Вейбулла

$$P_B = e^{-0,000316 \cdot 10^{2,5}} \approx 0,905 .$$

Следовательно, выбор правильной модели надежности не безразличен для практики.

Нормальное распределение и модель Рэлея используют для описания таких систем и устройств, которые подвержены действию износа, здесь величина интенсивности $\lambda(t)$ монотонно возрастает.

Выбор модели надежности – сложная научно-техническая проблема. Она может быть удовлетворительно решена стандартными методами математической статистики, если имеется большой статистический материал об отказах исследуемых объектов. Из-за высокой надежности КС и их компонентов, как правило, статистических данных об отказах немного. В последнем случае при выборе модели руководствуются результатами ускоренных испытаний, проводимыми в утяжеленных условиях работы объекта, физическими соображениями, предыдущим опытом.

В случае приближенных оценок часто выбирается экспоненциальная модель как наиболее удобная с точки зрения аналитических преобразований. Экспоненциальную модель рекомендуется применить при выполнении расчетов надежности в случае отсутствия других исходных данных для расчета, кроме интенсивности отказов. В случае наличия более полных исходных данных целесообразно пользоваться другой, более точной моделью, например моделью Вейбулла.