

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)

Кафедра «Информационные и вычислительные системы»  
Дисциплина «Надёжность информационных систем»

**ОТЧЁТ**  
**ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №5**  
**«Виды соединений элементов системы»**

Вариант 16

Выполнил:  
студент группы ИВБ-211

\_\_\_\_\_  
(дата, подпись)

А. Шефнер

Проверил:  
к.т.н., доцент кафедры «ИВС»

\_\_\_\_\_  
(дата, подпись)

Е.Н. Шаповалов

Санкт-Петербург  
2025

## ЗАДАНИЕ

### Цель занятия

Изучить различные виды соединений элементов системы

### Выполнить:

1. Проанализировать различные схемы соединения элементов:
  - последовательное
  - параллельное
  - смешанное
  - мостиковое
  - «3 на 5»
2. Для каждого вида соединения выполнить:
  - получить выражение для расчёта ВБР системы
  - рассчитать среднюю наработку до отказа
  - рассчитать 90%-ю наработку до отказа
  - для мостикового соединения оценить надёжность устройства при отказе элемента 1 и при отказе элемента 5
3. Проанализировать полученные результаты:
  - сравнить надёжности последовательного и параллельных соединений
  - оценить влияние отказов различных элементов на надёжность мостикового устройства

### Исходные данные

Таблица 1. Исходные данные интенсивности отказов элементов

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$
3.0e-5	4.0e-5	2.0e-5	3.6e-5	9.0e-4

## ХОД РАБОТЫ

### Последовательное соединение

При таком соединении отказ системы произойдёт при отказе любого из её элементов. Поэтому в качестве интенсивности отказов системы можно взять сумму отказов её элементов

$$\Lambda_c = \sum_{i=1}^5 \lambda_i = 0.001026$$

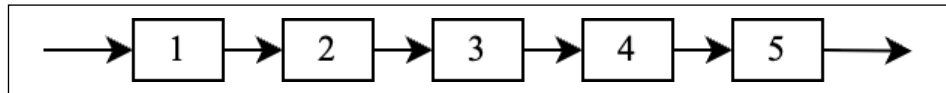


Рисунок 1. Схема последовательного соединения из 5 элементов

При экспоненциальном распределении, ВБР будет вычисляться по формуле  $P(t) = e^{-\Lambda_c t}$ . Далее приведены результаты вычисления средней наработки до отказа и 90%-ой наработки до отказа.

$$\begin{aligned}\bar{P}(t) &= 975\text{ч} \\ P_\gamma(90\%) &= 103\text{ч}\end{aligned}$$

### Параллельное соединение

При параллельном соединении элементов отказ системы произойдёт в случае отказа всех её элементов. Таким образом, вероятность отказа системы будет равна произведению вероятностей отказа её элементов.

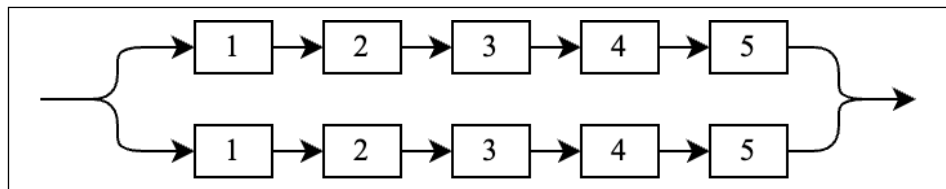


Рисунок 2. Схема параллельного соединения элементов (а)

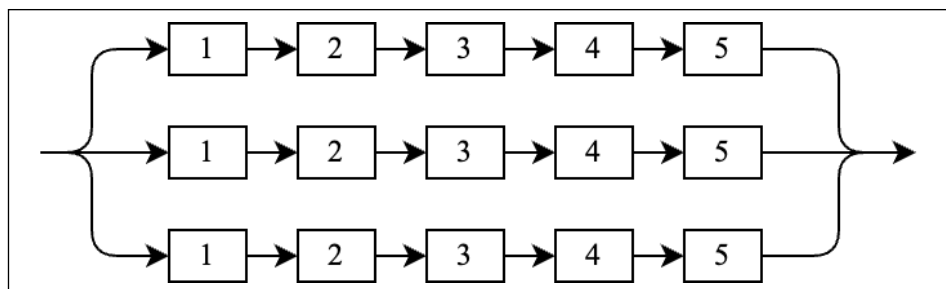


Рисунок 3. Схема параллельного соединения элементов (б)

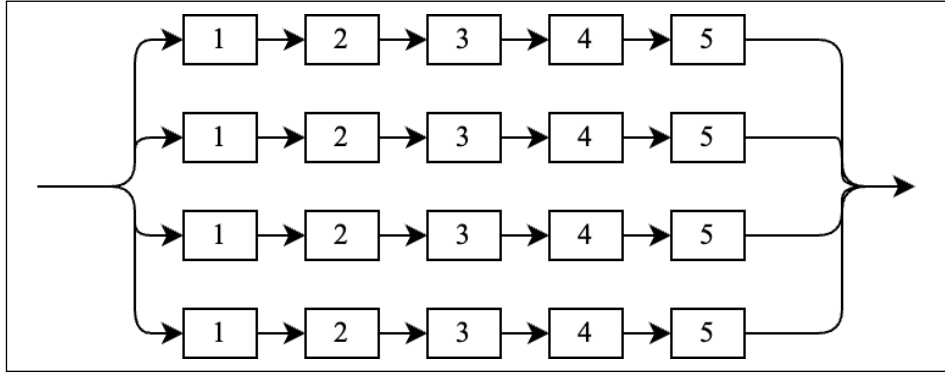


Рисунок 4. Схема параллельного соединения элементов (в)

Таким образом, вероятность безотказной работы при экспоненциальном распределении отказов можно определить по формуле:

$$P_{\text{пар}}^n(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n$$

Среднюю наработку до отказа можно вычислить, проинтегрировав ВБР. Результаты интегрирования приведены далее:

$$n = 2, \overline{T_c} = \frac{3}{2\lambda}$$

$$n = 3, \overline{T_c} = \frac{11}{6\lambda}$$

$$n = 4, \overline{T_c} = \frac{25}{12\lambda}$$

Гамма-процентную наработку можно найти, выразив  $\gamma$  из уравнения

$$P(t) = \gamma = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n$$

$$1 - \gamma = (1 - e^{-\lambda t})^n$$

$$\sqrt[n]{1 - \gamma} = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$1 - \sqrt[n]{1 - \gamma} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln(1 - \sqrt[n]{1 - \gamma}) = -\lambda t$$

$$-\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 - \sqrt[n]{1 - \gamma}) = t$$

Таким образом, время гамма-процентной наработки до отказа:

$$t = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 - \sqrt[n]{1 - \gamma})$$

Далее приведены результаты вычислений средней наработки до отказа и 90%-ой наработки до отказа.

Таблица 2. Средняя и 90%-я наработка до отказа при параллельном соединении

n	$\bar{P}_{\text{пар}}^n$ , ч	$P_{\text{пар},\gamma}^n(90\%)$ , ч
2	1462	370
3	1787	608
4	2031	805

### Смешанное соединение

Смешанное соединение можно представить как последовательное, объединив последовательные участки схемы в целые логические элементы.

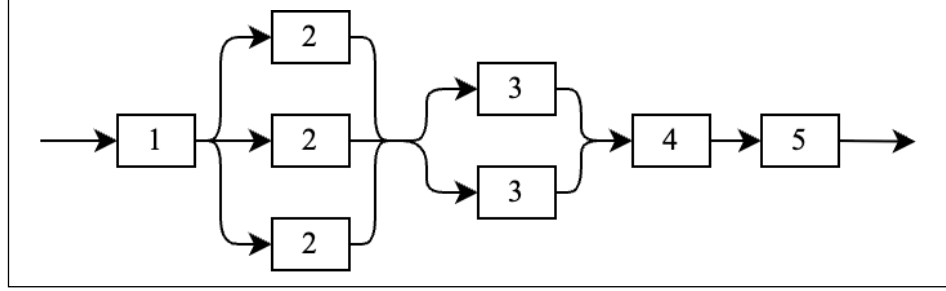


Рисунок 5. Схема смешанного соединения элементов

В этом случае ВБР будет вычисляться как произведение ВБР её элементов

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t)$$

В данной схеме можно выделить логические элементы:

1. Единственный элемент 1,  $P_1(t) = e^{-\lambda_1 t}$
2. 3 параллельно соединённых элемента 2,  $P_2(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_2 t})^3$
3. 2 параллельно соединённых элемента 3,  $P_3(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_3 t})^2$
4. Единственный элемент 4,  $P_4(t) = e^{-\lambda_4 t}$
5. Единственный элемент 5,  $P_5(t) = e^{-\lambda_5 t}$

ВБР системы примет вид:

$$P_c(t) = e^{-\lambda_1 t} \cdot \left(1 - (1 - e^{-\lambda_2 t})^3\right) \cdot \left(1 - (1 - e^{-\lambda_3 t})^2\right) \cdot e^{-\lambda_4 t} \cdot e^{-\lambda_5 t}$$

Средняя наработка до отказа:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} \cdot \left(1 - (1 - e^{-\lambda_2 t})^3\right) \cdot \left(1 - (1 - e^{-\lambda_3 t})^2\right) \cdot e^{-\lambda_4 t} \cdot e^{-\lambda_5 t} dt = \\
 & = \frac{1}{\left(\left(\frac{\lambda_5}{\lambda_1 + 3\lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4} + 1\right)(\lambda_1 + 3\lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4)\right)} + \frac{2}{\left(\left(\frac{\lambda_5}{\lambda_1 + 3\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4} + 1\right)(\lambda_1 + 3\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)\right)} + \\
 & + \frac{3}{\left(\left(\frac{\lambda_5}{\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4} + 1\right)(\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4)\right)} - \frac{6}{\left(\left(\frac{\lambda_5}{\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4} + 1\right)(\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)\right)} - \\
 & - \frac{3}{\left(\left(\frac{\lambda_5}{\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4} + 1\right)(\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4)\right)} + \frac{6}{\left(\left(\frac{\lambda_5}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4} + 1\right)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)\right)}
 \end{aligned}$$

Подстановка значений  $\lambda_i$  даст среднюю наработку до отказа:

$$\bar{T}_c = 1034 \text{ч}$$

В то же время, гамма-процентную наработку до отказа не получится вывести из уравнения ВБР, поэтому далее она будет вычислена численным методом.

$$T_\gamma(90\%) \approx 109 \text{ч}$$

### Мостиковое соединение

Рисунок 6 показывает схему мостикового соединения.

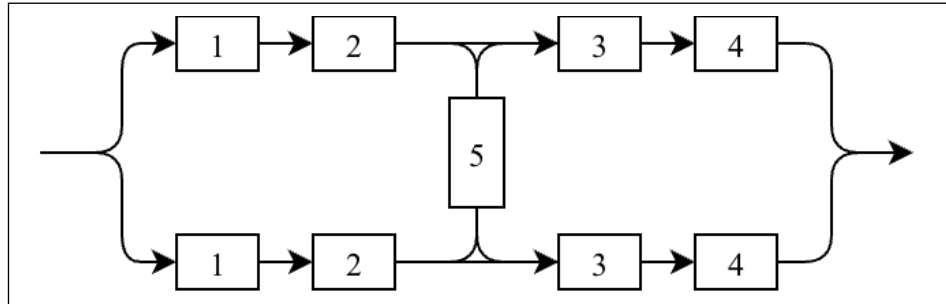


Рисунок 6. Схема мостикового соединения элементов

Можно упростить схему, заменив последовательное соединение элементов 1 и 2 на элемент 6 ( $\lambda_6 = \lambda_1 + \lambda_2$ ) и последовательное соединение элементов 3 и 4 на элемент 7 ( $\lambda_7 = \lambda_3 + \lambda_4$ ). Результат такой замены показан на рисунке 7.

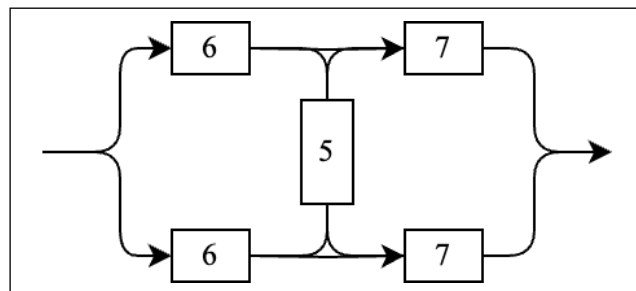


Рисунок 7. Схема мостикового соединения элементов

По методу минимальных путей можно свести схему мостикового соединения к схеме параллельного соединения. Далее перечислены все параллельные ветви схемы:

1. Путь:  $6 \rightarrow 7$ . (2 раза)  
ВБР:  $e^{-(\lambda_6 + \lambda_7)t}$
2. Путь:  $6 \rightarrow 5 \rightarrow 7$ . (2 раза)  
ВБР:  $e^{-(\lambda_6 + \lambda_5 + \lambda_7)t}$

Таким образом ВБР схемы примет вид:

$$P(t) = 1 - (1 - e^{-(\lambda_6 + \lambda_7)t})^2 \cdot (1 - e^{-(\lambda_6 + \lambda_5 + \lambda_7)t})^2.$$

После подстановки  $\lambda_6 = \lambda_1 + \lambda_2$  и  $\lambda_7 = \lambda_3 + \lambda_4$  получится:

$$P(t) = 1 - (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t})^2 \cdot (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_5 + \lambda_3 + \lambda_4)t})^2.$$

Численным методом можно получить значения показателей надёжности (таблица 3). В данной модели элемент 5 имеет интенсивность отказов на порядок выше, чем у всех остальных элементов, поэтому его отказ не оказывает значительного влияния на надёжность системы. В то же время отказ элемента 1 значительно ухудшает показатели надёжности.

Таблица 3. Показатели надёжности мостикового соединения

Состояние системы	$\bar{T}$ , ч	$T_\gamma(90\%)$ , ч
Исходное	11944	3166
Без элемента 5	11905	3016
Без элемента 1	7987	1010

### Соединение «3 на 5»

Рисунок 8 показывает схему соединения 3 на 5. ВБР такой схемы можно найти методом минимальных путей, сведя к схеме параллельного соединения. Далее приведены все параллельные ветви такого соединения:

1.  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t}$
2.  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4)t}$
3.  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_5)t}$
4.  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4)t}$
5.  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_5)t}$
6.  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_5)t}$
7.  $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t}$
8.  $2 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_5)t}$
9.  $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5)t}$
10.  $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ , ВБР:  $P_i(t) = e^{-(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)t}$

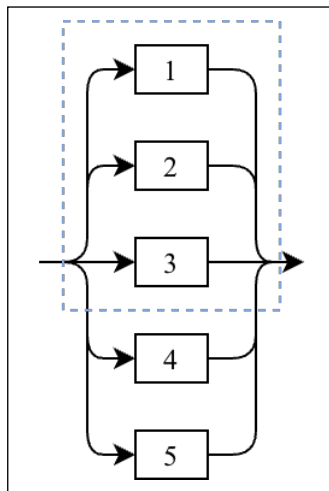


Рисунок 8. Схема соединения «3 на 5»

ВБР примет вид:  $P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{10} (1 - P_i(t))$

Численным методом вычислены показатели надёжности и приведены далее:

- $\bar{T}_c = 22255\text{ч}$
- $T_\gamma(90\%) = 8788\text{ч}$