

Pre-class: Tối ưu lồi có điều kiện

ML & IoT Lab

Ngày 23 tháng 7 năm 2025

Đề bài

Xét bài toán tối ưu sau trên biến $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$:

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2} \quad & f(x) = \frac{1}{2} x^\top Q x + c^\top x, \\ \text{với} \quad & Q = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \end{pmatrix}, \\ \text{thoả mãn} \quad & \begin{cases} g_1(x) = x_1 + 2x_2 - 4 \leq 0, \\ g_2(x) = -x_1 \leq 0, \\ g_3(x) = -x_2 \leq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Yêu cầu

- Chứng minh ma trận Q xác định dương, từ đó kết luận f là hàm lồi nghiêm ngặt.
- Viết điều kiện KKT, bao gồm:
 - *Complementary slackness*,
 - *Stationarity*,
 - *Primal feasibility*,
 - *Dual feasibility*.
- Giải hệ phương trình KKT để tìm nghiệm tối ưu (x^*, λ^*) .