1, Tđể: $f'_{(x)} = 2x$

Gọi step size : α, khi đó

$$w_{t+1} = w_t - \alpha f'(w_t)$$

$$0 = 2 - \alpha \cdot (2 \cdot 2) \Rightarrow \alpha = 0,5$$

2, Gọi X = Small, Dark, Brown

① $P(yes | X) = \dfrac{P(X | yes) \cdot P(yes)}{P(X)}$

Trong đó: $P(X | yes) = P(Small | yes) \cdot P(Dark | yes) \cdot P(Brown | yes)$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{0}{3} \cdot \frac{0}{3} = 0$$

$$\Rightarrow P(\text{yes} \mid X) = 0$$

Tương tự:

② $P(\text{No} \mid X) = \dfrac{P(X \mid \text{No}) \cdot P(\text{No})}{P(X)}$

Trong đó: $P(X \mid \text{No}) = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{3}{3} \cdot \dfrac{3}{3} = \dfrac{2}{3}$

$P(\text{No}) = \dfrac{5}{8}$

$P(X) = P(X \mid \text{No}) \cdot P(\text{No}) + P(X \mid \text{Yes}) P(\text{Yes})$

$= \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{5}{8} + 0 = \dfrac{5}{12}$

$\Rightarrow P(N_0 | X) = 1$

$\Rightarrow$ Label của X là N_0

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A - \lambda I = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 1 \\ -1 & 3-\lambda \end{bmatrix}$

$\det(A - \lambda I) = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$

$\Rightarrow \lambda = 2$

Gọi $v = (a,b)^T$ là VTR ứng với trị riêng $\lambda = 2$

$(A - \lambda I) \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -a + b = 0 \Rightarrow a = b \ (\text{đặt} = t)$$

$$\Rightarrow v = (t, t)^T \Rightarrow v = t(1, 1)^T$$

$$\Rightarrow v \ \text{có} \ 1 \ \text{cơ sở} : \ <(1,1)>$$

4, Cho 2 vectơ $\vec{a} = (a_1, a_2)$ và $\vec{b} = (b_1, b_2)$

và $A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \det A = a_1 b_2 - a_2 b_1$

ta lại có diện tích giới hạn bởi $\vec{a}$ và $\vec{b}$:

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}| = |a_1 b_2 - a_2 b_1| = |\det A|$$

5, Quy ước dương tính = +

âm tính = -

$P(\text{bệnh}) = 1/1000$

$P(+ | \text{bệnh}) = 99\%$

$P(+ | \overline{\text{bệnh}}) = 2\%$

$\Rightarrow P(\text{bệnh} | +) = \dfrac{P(+ | \text{bệnh}) \cdot P(\text{bệnh})}{P(+)}$

$P(+) = P(+ | \text{bệnh}) \cdot P(\text{bệnh}) + P(+ | \overline{\text{bệnh}}) \cdot P(\overline{\text{bệnh}})$

$= 99\% \cdot \dfrac{1}{1000} + 2\% \cdot \dfrac{999}{1000}$

$$= 0,02097$$

$$\Rightarrow P(\text{bệnh} \mid t) = \frac{11}{233} \approx 4,72\%$$