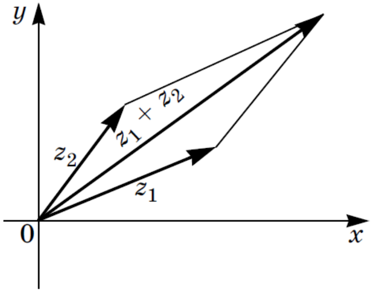

Рис. 99

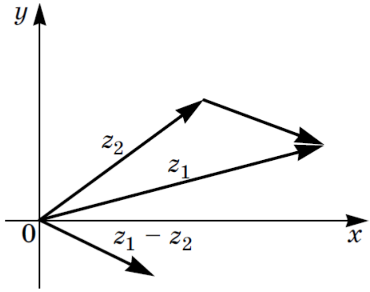

Рис. 100

Второе из этих неравенств можно получить из первого тем же приемом, который был использован для получения аналогичного неравенства для действительных чисел в п. 2.3*.

Произведение двух комлексных чисел $z_1 = x_1 + yi_1$ и $z_2 = x_2 + yi_2$ определяется по формуле

$$z_1 z_2 \equiv (x_1 + yi_1)(x_2 + yi_2) \stackrel{def}{=} (x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + y_1 x_2)i. \quad (19.2)$$

Умножим, согласно этому правилу, число $i = 0 + 1i$ само на себя. Получим $ii = -1$. Произведение ii естественно обозначить i^2. Таким образом,

$$i^2 = -1.$$

Если иметь в виду это соотношение, то формула (19.2) означает не что иное, как обычное формальное почленное умножение.

Найдем формулы умножения комлексных чисел в тригонометрической форме. Если

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + \sin\varphi_2), z_2 = z_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2),$$

то

$$z_1 z_2 = r_1 r_2[(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) +$$
$$+ i(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + \sin\varphi_1 \cos\varphi_2)] =$$
$$= r_1 r_2[\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin\varphi_1 + \varphi_2]$$

и, таким образом,

$$|z_1 z_2| = |z_1||z_2|, Arg(z_1 z_2) = Arg z_1 + Arg z_2. \quad (19.3)$$

Второе равенство, как и вообще все равенства, содержащие Arg, следует понимать как равенство соответствующих