Modellierung eines Roboters

Nicolas Schäfer
Saarbrücken, 2. Oktober 2025

Inhaltsverzeichnis

1 Modellierung eines Roboters

$$
\begin{aligned}
\underbrace{f - mg}_{\text{Kräftebilanz}} &= \underbrace{m\ddot{x}}_{\text{Newtons 2nd Law}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[m\dot{x}] \\
f - \frac{\partial}{\partial x}\underbrace{[mgx(t)]}_{\text{Potenzielle Energie } V} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial \dot{x}}\underbrace{\left[m\frac{1}{2}\dot{x}(t)^2\right]}_{\text{kinetische Energie } T} \\
f - \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} &\Rightarrow f = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x}
\end{aligned}
$$

Wobei $L = T - V = \frac{1}{2}m\dot{x}(t)^2 - mgx(t)$ gilt. Für generalisierte Koordinaten $\mathbf{q} = \theta \in \mathbb{R}^n$

$$
\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}_i} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}_i} = \tau_i \quad i = 1, \cdots, n
$$

Für die kinetische Energie eines starren Körpers gilt:

$$
T = \frac{1}{2}m\mathbf{v}^T\mathbf{v} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^T I \boldsymbol{\omega}
$$

Wobei $\mathbf{v}$ die Geschwindigkeit des Schwerpunkts, $\boldsymbol{\omega}$ die Winkelgeschwindigkeit und I der Trägheitstensor bezüglich des Schwerpunkts ist. Für den Trägheitstensor gilt:

$$
I = \int_V \rho(\mathbf{r})[(\mathbf{r}\cdot\mathbf{r})\mathbf{1} - \mathbf{r}\otimes\mathbf{r}]\mathrm{d}V
$$

Für ein Mehrkörpersystem mit generalisierten Koordinaten $\mathbf{q}$ lässt sich die Gesamtenergie in kompakter Form schreiben als:

$$
T = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}
$$

wobei $M(\mathbf{q})$ die konfigurationsabhängige Massenmatrix ist, die alle Massen und Trägheiten der einzelnen Glieder erfasst. Für die Geschwindigkeiten gilt mittels der Kettenregel:

$$
\mathbf{v} = J_v(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\omega} = J_\omega(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad J_v = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \quad \text{und} \quad J_\omega = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}
$$

Einsetzen in die kinetische Energie liefert:

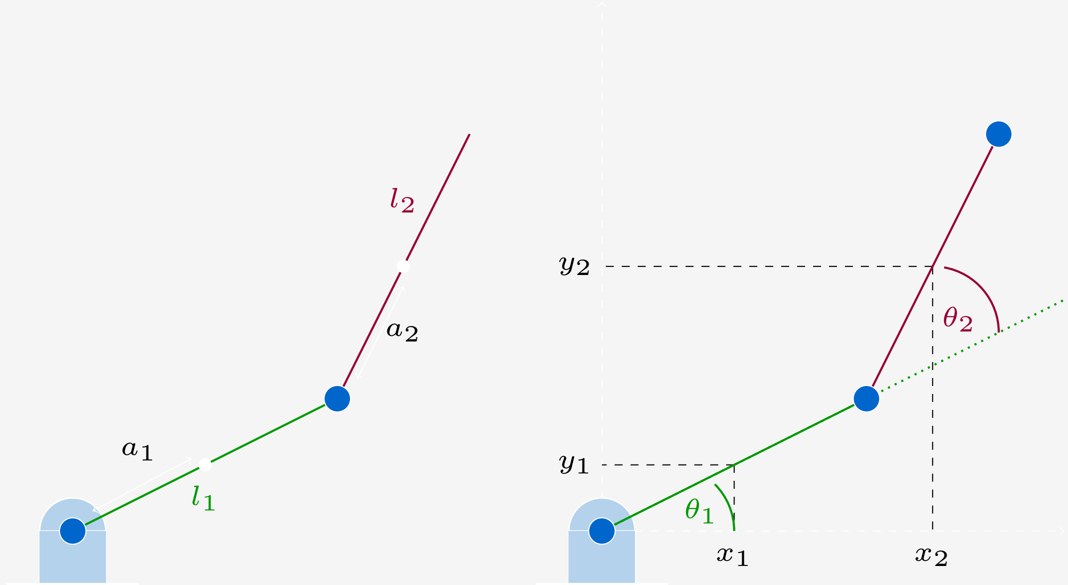
$$
\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2}m(J_v\dot{\mathbf{q}})^T(J_v\dot{\mathbf{q}}) + \frac{1}{2}(J_\omega\dot{\mathbf{q}})^T I (J_\omega\dot{\mathbf{q}}) \\
&= \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T(mJ_v^T J_v)\dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T(J_\omega^T I J_\omega)\dot{\mathbf{q}} \\
&= \frac{1}{2}\dot{\mathbf{q}}^T \underbrace{\left(mJ_v^T J_v + J_\omega^T I J_\omega\right)}_{M(\mathbf{q})}\dot{\mathbf{q}}
\end{aligned}
$$

Die Gesamtenergie setzt sich zusammen aus der Summe der Energien aller n Glieder:

$$
M(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{n} m_i J_{v_i}^T J_{v_i} + J_{\omega_i}^T I_i J_{\omega_i}
$$

1.1 Two Link Revolute Manipulator

Wir bezeichnen $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$ als die generalisierten Koordinaten des Systems. Die Schwerpunkte der beiden Links bezeichnen wir mit (x_1, y_1) und (x_2, y_2). Die Abstände der Schwerpunkte von den Gelenken werden mit a_1 und a_2 bezeichnet.



Für die Koordinaten der Schwerpunkte gilt:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cdot \cos(\theta_1) \\ a_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 \cdot \cos(\theta_1) + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cdot \sin(\theta_1) + a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

1.1.1 Formulierung der Massenmatrix

Für die Massenmatrix gilt hier:

$$M(\mathbf{q}) = m_1 J_{v_1}^T J_{v_1} + J_{\omega_1}^T I_1 J_{\omega_1} + m_2 J_{v_2}^T J_{v_2} + J_{\omega_2}^T I_2 J_{\omega_2}$$

Hierbei bezeichnet J die Jacobi-Matrix, I_i das Trägheitstensor und m_i die Masse des i-ten Links.

$$J_{v_1} = \frac{\partial(x_1, y_1, z_1)}{\partial(\theta_1, \theta_2)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial z_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z_1}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_1 \sin(\theta_1) & 0 \\ a_1 \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_{v_2} = \frac{\partial(x_2, y_2, z_2)}{\partial(\theta_1, \theta_2)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y_2}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial z_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z_2}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_1 \sin(\theta_1) - a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos(\theta_1) + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Für das Matrizenprodukt $J_{v_1}^T J_{v_1}$ gilt:

$$\begin{aligned} J_{v_1}^T J_{v_1} &= \begin{pmatrix} -a_1 \sin(\theta_1) & a_1 \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a_1 \sin(\theta_1) & 0 \\ a_1 \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_1^2 \sin^2(\theta_1) + a_1^2 \cos^2(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_1^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Für das Matrizenprodukt $J_{v_2}^T J_{v_2}$ gilt:

$$
\begin{aligned}
J_{v_2}^T J_{v_2} &= \begin{pmatrix} -l_1\sin(\theta_1) - a_2\sin(\theta_1+\theta_2) & l_1\cos(\theta_1) + a_2\cos(\theta_1+\theta_2) & 0 \\ -a_2\sin(\theta_1+\theta_2) & a_2\cos(\theta_1+\theta_2) & 0 \end{pmatrix} \\
&\quad \cdot \begin{pmatrix} -l_1\sin(\theta_1) - a_2\sin(\theta_1+\theta_2) & -a_2\sin(\theta_1+\theta_2) \\ l_1\cos(\theta_1) + a_2\cos(\theta_1+\theta_2) & a_2\cos(\theta_1+\theta_2) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} (l_1^2 + a_2^2 + 2l_1a_2\cos(\theta_2)) & (a_2^2 + l_1a_2\cos(\theta_2)) \\ (a_2^2 + l_1a_2\cos(\theta_2)) & a_2^2 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Für die Winkelgeschwindigkeiten setzen wir $\omega_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \theta_1' \end{pmatrix}^T$ und $\omega_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \theta_1' + \theta_2' \end{pmatrix}^T$.

$$
J_{\omega_1} = \frac{\partial(\omega_1)}{\partial(\theta_1', \theta_2')} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial\omega_1}{\partial\theta_1'} & \frac{\partial\omega_1}{\partial\theta_2'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}
$$

$$
J_{\omega_2} = \frac{\partial(\omega_2)}{\partial(\theta_1', \theta_2')} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial\omega_2}{\partial\theta_1'} & \frac{\partial\omega_2}{\partial\theta_2'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}
$$

Für den Trägheitstensor I_i gilt:

$$
I = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int(y^2+z^2)\mathrm{d}m & -\int xy\mathrm{d}m & -\int xz\mathrm{d}m \\ -\int yx\mathrm{d}m & \int(x^2+z^2)\mathrm{d}m & -\int yz\mathrm{d}m \\ -\int zx\mathrm{d}m & -\int zy\mathrm{d}m & \int(x^2+y^2)\mathrm{d}m \end{pmatrix}
$$

Für symmetrische Körper (z.B. Zylinder, Kugel, Quader) gilt: $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ also erhalten wir eine Diagonalmatrix.

$$
I_i = \begin{pmatrix} \int_y^2 \mathrm{d}m & 0 & 0 \\ 0 & \int x^2\mathrm{d}m & 0 \\ 0 & 0 & \int(x^2+y^2)\mathrm{d}m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_V \rho y^2\mathrm{d}V & 0 & 0 \\ 0 & \int_V \rho x^2\mathrm{d}V & 0 \\ 0 & 0 & \int_V \rho(x^2+y^2)\mathrm{d}V \end{pmatrix}
$$

Für die Massenmatrix $M(\mathbf{q})$ gilt somit:

$$
\begin{aligned}
M(\mathbf{q}) &= m_1 J_{v_1}^T J_{v_1} + J_{\omega_1}^T I_1 J_{\omega_1} + m_2 J_{v_2}^T J_{v_2} + J_{\omega_2}^T I_2 J_{\omega_2} \\
&= m_1 \begin{pmatrix} a_1^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{1,xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{1,yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{1,zz} \end{pmatrix}}_{=\begin{pmatrix} 0 & 0 & I_{1,zz} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\
&\quad + m_2 \begin{pmatrix} (l_1^2 + a_2^2 + 2l_1a_2\cos(\theta_2)) & (a_2^2 + l_1a_2\cos(\theta_2)) \\ (a_2^2 + l_1a_2\cos(\theta_2)) & a_2^2 \end{pmatrix} \\
&\quad + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{2,xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{2,yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{2,zz} \end{pmatrix}}_{=\begin{pmatrix} 0 & 0 & I_{2,zz} \\ 0 & 0 & I_{2,zz} \end{pmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} m_1a_1^2 + I_{1,zz} + m_2 \cdot (l_1^2 + a_2^2 + 2l_1a_2\cos(\theta_2)) + I_{2,zz} & m_2(a_2^2 + l_1a_2\cos(\theta_2)) + I_{2,zz} \\ m_2(a_2^2 + l_1a_2\cos(\theta_2)) + I_{2,zz} & m_2a_2^2 + I_{2,zz} \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Die Trägheitselemente $I_{i,xx}$ und $I_{i,yy}$ sind nicht relevant. Für unser Model verwenden wir den Standardansatz eines dünnen Stabes der Länge l_i und Masse m_i. Somit gilt $z = y \approx 0$ und wir erhalten: $I_{i,xx} = I_{i,yy} = 0$

$$I_{i,zz} \approx \int_{-\frac{l_i}{2}}^{\frac{l_i}{2}} \underbrace{\rho}_{\frac{m_i}{l_i}} x^2 \mathrm{d}x = \frac{1}{3} \cdot \frac{m_i}{l_i} \cdot \left[\left(\frac{l_i}{2}\right)^3 - \left(-\frac{l_i}{2}\right)^3 \right] = \frac{1}{12} m_i l_i^2 \Rightarrow I_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12} m_i l_i^2 \end{pmatrix}$$

1.1.2 Aufstellen der Coriolis-Matrix

Für die partiellen Ableitungen der kinetischen Energie $T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$ gilt:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial \theta_1} &= \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_1} {\theta_1'}^2 + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} \theta_1' \theta_2' + \frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1} \theta_2'(t)^2 \\
\frac{\partial T}{\partial \theta_2} &= \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} {\theta_1'}^2 + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} \theta_1' \theta_2' + \frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_2} \theta_2'(t)^2 \\
\frac{\partial T}{\partial \theta_1'} &= M_{11} \theta_1' + M_{12} \theta_2' \\
\frac{\partial T}{\partial \theta_2'} &= M_{12} \theta_1' + M_{22} \theta_2'
\end{aligned}$$

Für die zeitlichen Ableitungen der Größen gilt

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial T}{\partial \theta_1'} &= \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M_{11}}_{\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_1} \theta_1' + \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} \theta_2'} \cdot \theta_1' + M_{11} \theta_1'' + \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M_{12}}_{\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} \theta_1' + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} \theta_2'} \cdot \theta_2' + M_{12} \theta_2'' \\
&= \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_1} {\theta_1'}^2 + \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} \theta_1' \theta_2' + M_{11} \theta_1'' + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} \theta_1' \theta_2' + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} {\theta_2'}^2 + M_{12} \theta_2'' \\
&= \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_1} {\theta_1'}^2 + \left[\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} \right] \theta_1' \theta_2' + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} {\theta_2'}^2 + M_{11} \theta_1'' + M_{12} \theta_2''
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial T}{\partial \theta_2'} &= \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M_{12}}_{\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} \theta_1' + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} \theta_2'} \cdot \theta_1' + M_{12} \theta_1'' + \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M_{22}}_{\frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1} \theta_1' + \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_2} \theta_2'} \cdot \theta_2' + M_{22} \theta_2'' \\
&= \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} {\theta_1'}^2 + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} \theta_1' \theta_2' + M_{12} \theta_1'' + \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1} \theta_1' \theta_2' + \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_2} {\theta_2'}^2 + M_{22} \theta_2''
\end{aligned}$$

Es gilt

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial T}{\partial \theta_1'} - \frac{\partial T}{\partial \theta_1} &= \left[\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_1} \right] {\theta_1'}^2 + \left[\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} + \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} - \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} \right] \theta_1' \theta_2' + \left[\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1} \right] {\theta_2'}^2 \\
&\quad + M_{11} \theta_1'' + M_{12} \theta_2''
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial T}{\partial \theta_2'} - \frac{\partial T}{\partial \theta_2} &= \left[\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} \right] {\theta_1'}^2 + \left[\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} + \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1} - \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} \right] \theta_1' \theta_2' + \left[\frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_2} \right] {\theta_2'}^2 \\
&\quad + M_{12} \theta_1'' + D_{22} \theta_2'' \\
&= \underbrace{\left[\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} \theta_1' - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} \theta_1' \right]}_{C_{21}} \theta_1' + \underbrace{\left[\frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_2} \theta_2' + \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1} \theta_1' \right]}_{C_{22}} \theta_2' + M_{12} \theta_1'' + M_{22} \theta_2''
\end{aligned}$$

Für die Einträge der Matrix C gilt

$$\begin{aligned}
C_{11} &= \frac{1}{2}\underbrace{\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_1}}_{=0}\theta_1' + \underbrace{\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2}}_{=-2m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)}\theta_2' = -2m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)\theta_2' \\
C_{12} &= \underbrace{\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2}}_{=-m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)}\theta_2' - \frac{1}{2}\underbrace{\frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1}}_{=0}\theta_2' = -m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)\theta_2' \\
C_{21} &= \underbrace{\frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1}}_{=0}\theta_1' - \frac{1}{2}\underbrace{\frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2}}_{=-2m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)}\theta_1' = m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)\theta_1' \\
C_{22} &= \frac{1}{2}\underbrace{\frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_2}}_{=0}\theta_2' + \underbrace{\frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1}}_{=0}\theta_1' = 0
\end{aligned}$$

Es gilt somit

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \cdot \dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} -2m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)\theta_2' & -m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)\theta_2' \\ m_2 l_1 a_2 \sin(\theta_2)\theta_1' & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1' \\ \theta_2' \end{pmatrix}$$

1.1.3 Gravitationsterme

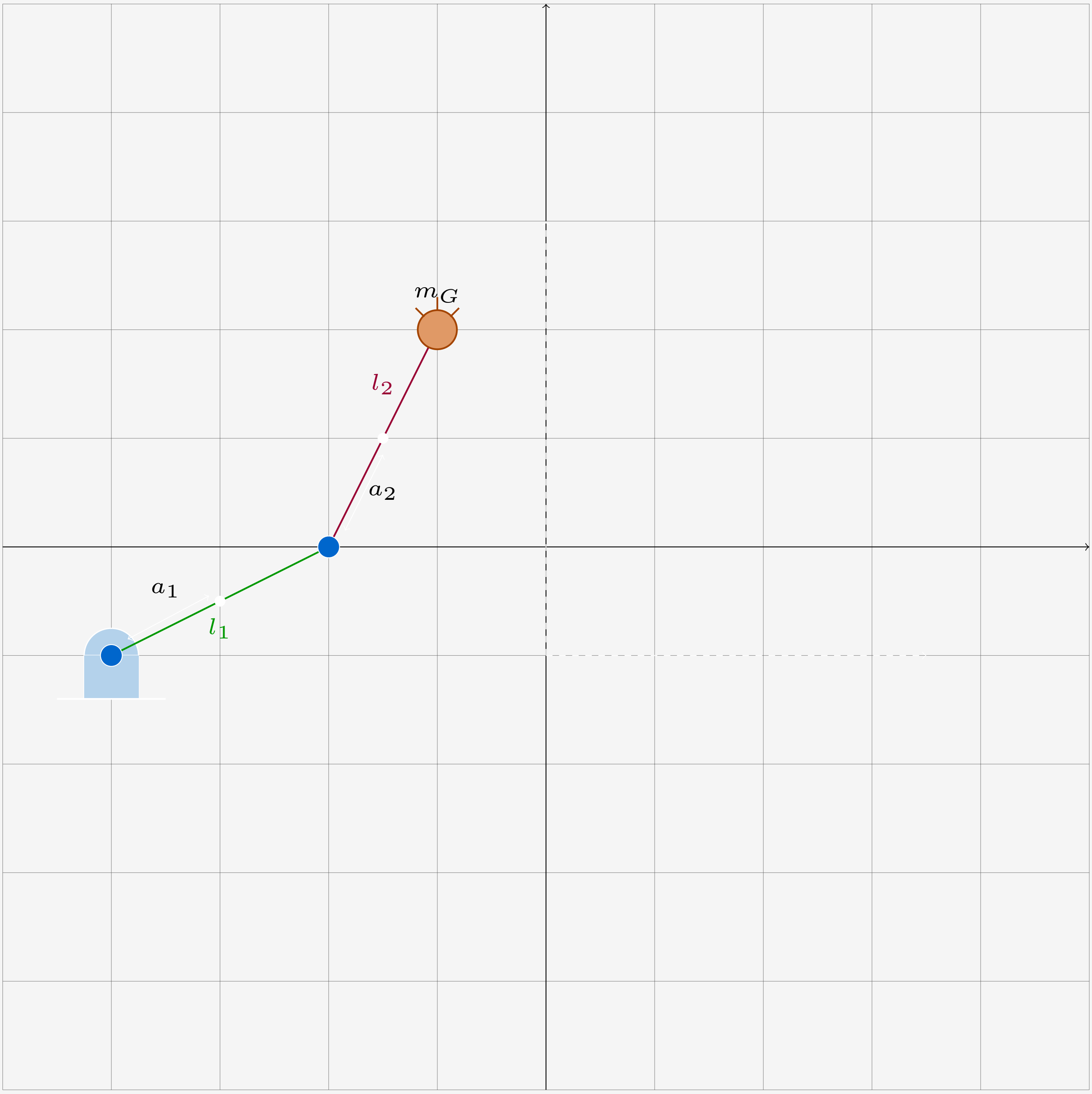
Für die potenzielle Energie V gilt:

$$V = m_1 \cdot g \cdot y_1 + m_2 \cdot g \cdot y_2 = m_1 g a_1 \sin(\theta_1) + m_2 g \left(l_1 \sin(\theta_1) + a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\right)$$

Für die partiellen Ableitungen erhalten wir

$$G(\mathbf{q}) = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial V}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 g a_1 \cos(\theta_1) + m_2 g \left(l_1 \cos(\theta_1) + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\right) \\ m_2 g \left(l_1 \cos(\theta_1) + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\right) \end{pmatrix}$$

1.2 Erweiterung um Greifobjekt



Für die Masse von Link 2 inklusive Greifobjekt gilt:

$$m'_i = m_i + m_G$$

Für den Schwerpunkt von Link 2 inklusive Greifobjekt gilt:

$$\mathbf{a}'_2 = \frac{m_i \cdot \mathbf{a}_2 + m_G \cdot \mathbf{d}}{m_i + m_G}$$

Für den Trägheitstensor von Link 2 inklusive Greifobjekt gilt:

$$I'_i = I_i + m_i \cdot S(\mathbf{a}_i - \mathbf{a}'_i) + m_G \cdot S(\mathbf{d} - \mathbf{a}'_i) \quad S(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} v_y^2 + v_z^2 & -v_x v_y & -v_x v_z \\ -v_x v_y & v_x^2 + v_z^2 & -v_y v_z \\ -v_x v_z & -v_y v_z & v_x^2 + v_y^2 \end{pmatrix}$$

Wobei $S(\mathbf{v})$ die Steiner-Matrix ist.

2 Optimale Steuerungsprobleme

Definition 2.1 (Optimales Steuerungsproblem) *Gegeben seien*

- *Systemdynamik:*
$$x'(t) = f(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x_0$$
wobei $x(t) \in \mathbb{R}^n$ *der Zustandsvektor und* $u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m$ *die Steuerung ist.*
- *Zielfunktional:*
$$J(u) = \Phi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(t, x(t), u(t))\, \mathrm{d}t$$
- *Ziel: Finde die Steuerung* $u(t)$*, die* $J(u)$ *minimiert, also*
$$J(u^*) = \min_u J(u) \Rightarrow u^* = \arg\min_u J(u)$$

Zielfunktional:

$$\min J[u] = \Phi(t_f, x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} \varphi(t, x, u)\, \mathrm{d}t$$

Systemdynamik:

$$x'(t) = f(t, x(t), u(t)) \quad x(t_0) = x_0$$

Es gilt mittels Kettenregel:

$$\left(\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \Phi_x \cdot x' + \Phi_t\right)$$

- Augmentierte Lagrange Funktion
$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} \underbrace{\varphi(t, x, u) + \Phi_x \cdot x' + \Phi_t + p \cdot (x' - f(x, u))}_{=L(t,x,x',u)}\, \mathrm{d}t$$
- Für den Kozustand gilt $L_{x'} = p(t)$
- Optimalitätsbedingung mit $H(t, x, u, p) = x' \cdot p - L$
$$x'(t) = H_p \quad p'(t) = -H_x \quad \frac{\partial L}{\partial u} = 0$$
- Diese Bedingungen geben uns die notwendigen Optimalitätsbedingungen für das optimale Steuerungsproblem

Satz 2.2 (Minimumprinzip) *Sei* $\boldsymbol{H} = L(t, x, u) + p(t)^T \cdot f(t, x, u)$ *die Hamilton-Funktion*

- *Es gilt* $u^* = \text{argmin}\, \boldsymbol{H}(x^*, u, p^*)$
$$p'(t) = -H_x \quad \boldsymbol{H}_u = 0 \quad x'(t) = H_p$$

- *Weiter gilt die Transversalitätsbedingung*

$$\Phi_x(t = t_f) = p(t = t_f)$$

- *Für freie Endzeit t_f gilt*

$$\boldsymbol{H}(t = t_f) + \Phi_t(t = t_f) = 0 \Rightarrow \underbrace{\boldsymbol{H}(x, u, p) = 0}_{\text{für } \boldsymbol{H}_t = 0}$$

Beispiel 2.3 (Testbeispiel) *Löse das folgende optimale Steuerungsproblem*

$$\min_u \int_0^1 x(t) + u(t)^2 \, \mathrm{d}t \quad x'(t) = x(t) + u(t) + 1, \quad x(0) = 0.$$

Wir definieren die Hamiltonfunktion $\boldsymbol{H} = x + u^2 + p \cdot (x + u + 1)$. Das Minimumprinzip liefert

$$p'(t) = -\boldsymbol{H}_x = -1 - p \quad \boldsymbol{H}_u = 0 = 2u + p \Rightarrow u = -\frac{p}{2}$$

Die adjungierte Gleichung ist trennbar

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = -1 - p \Rightarrow \underbrace{\int \frac{\mathrm{d}p}{1 + p}}_{\log(p+1)} = \underbrace{\int -1 \, \mathrm{d}t}_{= -t + K} \Rightarrow p(t) = -1 + C \cdot e^{-t}, \quad C = e^K$$

Für die optimale Steuerung gilt somit $u(t) = -\frac{1}{2}p(t) = \frac{1}{2} - \frac{C}{2} \cdot e^{-t}$. Den optimalen Zustand berechnen wir aus der Systemdynamik

$$x'(t) = x(t) + \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{C}{2} \cdot e^{-t}}_{= u(t)} + 1 \Rightarrow x'(t) = 1 \cdot x(t) + \frac{3}{2} - \frac{C}{2} e^{-t}$$

Das ist eine lineare inhomogene Gleichung. Es gilt $A(t) = \int_0^t 1 \, \mathrm{d}s = t$ und somit

$$\begin{aligned}
x(t) &= x(0) \cdot e^{A(t)} + e^{A(t)} \cdot \int_0^t \left(\frac{3}{2} - \frac{C}{2} e^{-s} \right) \cdot e^{-A(s)} \, \mathrm{d}s \\
&= e^t \cdot \int_0^t \frac{3}{2} \cdot e^{-s} - \frac{C}{2} e^{-s} \cdot e^{-s} \, \mathrm{d}s \\
&= e^t \cdot \left[-\frac{3}{2} e^{-s} + \frac{C}{4} e^{-2s} \right]_0^t \\
&= -\frac{3}{2} + \frac{C}{4} e^{-t} + \frac{3}{2} e^t - e^t \frac{C}{4}
\end{aligned}$$

Da $x(1)$ frei ist und kein Endkostenterm vorliegt gilt $p(1) = 0$.

$$p(1) = -1 + C \cdot e^{-1} = 0 \Rightarrow C = e.$$

Wir fassen nun die Resultate zusammen:

$$\begin{aligned} p(t) &= -1 + e^{-t+1} \\ u(t) &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - e^{-t+1}\right) \\ x(t) &= -\frac{3}{2} + \frac{e^{-t+1}}{4} + \frac{3}{2}e^{t} - \frac{e^{t+1}}{4} \end{aligned}$$

Beispiel 2.4 (Minimierung des Treibstoffverbrauchs) *Ein Fahrzeug startet bei* $x(0) = 0$ *mit* $v(0) = 0$ *und soll zum festen Zeitpunkt* $t_f = 2$ *die Position* $x(2) = 1$ *erreichen. Das Kostenfunktional lautet:*

$$J[u] = \int_0^2 \frac{1}{2} u^2(t) dt$$

Die Dynamik des Fahrzeugs ist:

$$x'(t) = v(t), \quad v'(t) = u(t) \Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y(t) = f(y, u)$$

- *Aufstellen der Hamilton-Funktion mit* $p(t) = \begin{pmatrix} p_x \\ p_v \end{pmatrix}$

$$H = L + \boldsymbol{p}(t)^T \cdot \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}, u) = \frac{1}{2} u(t)^2 + p_x(t)v(t) + p_v(t)u(t)$$

- *Formulierung des Minimumprinzips:*

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \Rightarrow -p_v(t) = u^*(t), \quad -p'(t) = \nabla_{y=(x,v)} H \Rightarrow -p_x'(t) = 0, -p_v'(t) = p_x(t)$$

- *Integration der Gleichungen*

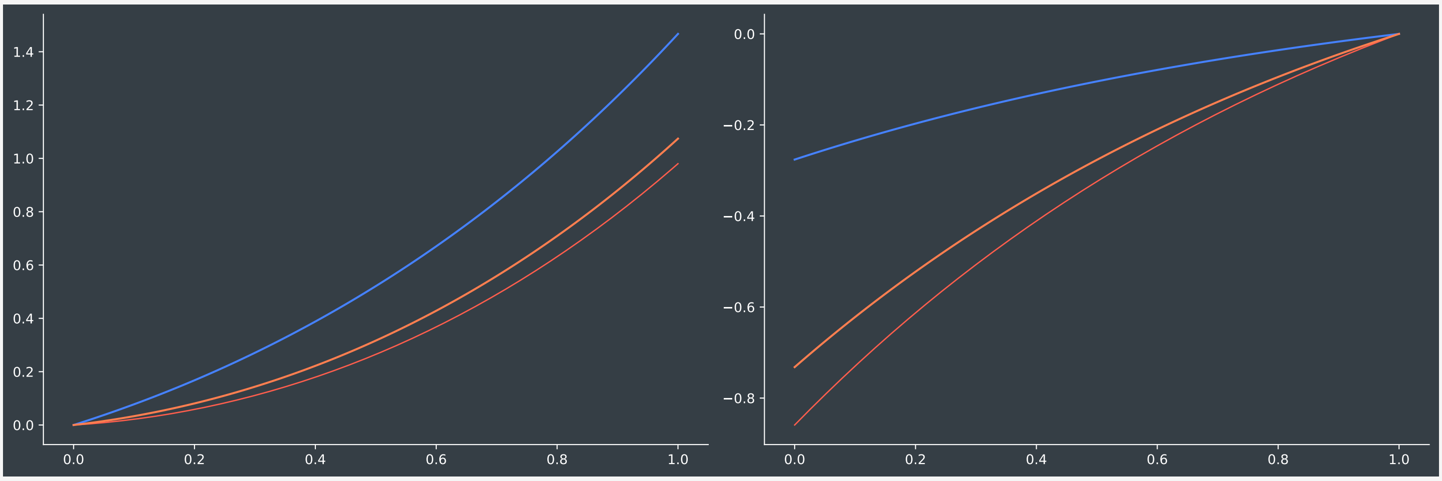
$$p_x(t) = C, p_v(t) = -C \cdot t + K$$

- *Integration der Systemdynamik unter Nutzung der Anfangswerte* $x(0) = v(0) = 0$

$$\begin{aligned} u(t) &= Ct - k \\ v(t) + v(0) &= \int_0^t v'(s)\, \mathrm{d}s = \int_0^t u(s)\, \mathrm{d}s = \frac{C}{2}t^2 - kt \\ x(t) + x(0) &= \int_0^t x'(s)\, \mathrm{d}s = \int_0^t v(s)\, \mathrm{d}s = \frac{C}{6}t^3 - \frac{k}{2}t^2 \end{aligned}$$

- *Anwendung der Endwerte* $x(2) = 1$ *und* $v(2) = 0$

$$0 = \frac{C}{2} \cdot 4 - k \cdot 2 \Rightarrow k = C$$
$$1 = \frac{C}{6} \cdot 8 - \frac{C}{2} \cdot 4 \Rightarrow 1 = \left(\frac{4C}{3} - 2C\right) = -\frac{2C}{3} \Rightarrow C = -\frac{3}{2}$$
$$u(t) = \left(-\frac{3}{2}\right) t - \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2} t + \frac{3}{2}$$



Zustand x und Steuerung u mit den Iterationen 100, 500 und der analytischen Lösung

2.1 Shooting Methods

Das Ziel ist es, den Anfangswert $p(t_0)$ so anzupassen, dass die Endbedingung $p(t_f) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x(t_f))$ erfüllt wird. Dieses Verfahren wird mithilfe des Schießverfahrens gelöst. Wir definieren eine Residuenfunktion $R(p(t_0))$, die die Abweichung zwischen dem berechneten Endwert $p(t_f; p(t_0))$ und dem gewünschten Endwert $\frac{\partial \Phi}{\partial x}(x(t_f))$ darstellt:

$$R(p(t_0)) = p(t_f; p(t_0)) - \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x(t_f; p(t_0))) \tag{1}$$

Das Newton-Verfahren zur Lösung von $R(p(t_0)) = 0$ liefert den Update-Schritt:

$$p^{(k+1)}(t_0) = p^{(k)}(t_0) - \frac{R(p^{(k)}(t_0))}{R'(p^{(k)}(t_0))} \tag{2}$$

Die Jacobi-Matrix $R'(p(t_0))$ ergibt sich durch Ableiten der Residuenfunktion:

$$R'(p(t_0)) = \frac{\partial R}{\partial p(t_0)} = S_p(t_f) - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} S_x(t_f), \tag{3}$$

wobei $S_x(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial p(t_0)}$ und $S_p(t) = \frac{\partial p(t)}{\partial p(t_0)}$ die Sensitivitäten sind.
Wir leiten die Zustandsgleichung und die adjungte Gleichung nach $p(t_0)$ ab, um die Sensitivitäten $S_x(t)$ und $S_p(t)$ zu berechnen.

- Durch Ableiten der Zustandsgleichung nach $p(t_0)$ erhalten wir die Gleichung für $S_x(t)$:

$$\frac{d}{dt} S_x(t) = \frac{\partial f}{\partial x} S_x(t) + \frac{\partial f}{\partial u} S_u(t), \tag{4}$$

  mit der Anfangsbedingung $S_x(t_0) = 0$.

- Durch Ableiten der adjungten Gleichung nach $p(t_0)$ erhalten wir die Gleichung für $S_p(t)$:

$$\frac{d}{dt} S_p(t) = -\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} S_x(t) - \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} S_u(t), \tag{5}$$

  mit der Anfangsbedingung $S_p(t_0) = I$, wobei I die Einheitsmatrix ist.

- Falls die Steuerung u implizit von $p(t_0)$ abhängt, bestimmen wir $S_u(t) = \frac{\partial u}{\partial p(t_0)}$ aus der Optimalitätsbedingung $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} S_x(t) + \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} S_u(t) + \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial p} S_p(t) = 0 \tag{6}$$

  Diese Gleichung kann nach $S_u(t)$ aufgelöst werden, sofern $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}$ invertierbar ist:

$$S_u(t) = -\left(\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}\right)^{-1} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} S_x(t) + \frac{\partial f}{\partial u}^{\top} S_p(t)\right) \tag{7}$$

Das Newton-Verfahren zur Anpassung von $p(0)$ sieht folgendermaßen aus:

1. **Initialisierung**: Wählen Sie eine Startschätzung $p^{(0)}(0)$.

2. **Iterative Berechnung**:

a) **Vorwärtsintegration der Zustandsgleichungen**: Integrieren Sie die Gleichungen für $x(t)$ und $p(t)$ mit $p^{(k)}(0)$ von $t = 0$ bis $t = 1$.

b) **Berechnung des Residuals**: Berechnen Sie das Residuum

$$R(p^{(k)}(0)) = p(1; p^{(k)}(0)) - 5(x(1; p^{(k)}(0)) - 1)$$

c) **Integration der Sensitivitätsgleichungen**: Integrieren Sie die Sensitivitätsgleichungen für $S_x(t)$ und $S_p(t)$ von $t = 0$ bis $t = 1$, um $S_x(1)$ und $S_p(1)$ zu berechnen.

d) **Berechnung der Ableitung** $R'(p^{(k)}(0))$:

$$R'(p^{(k)}(0)) = S_p(1) - 5 \cdot S_x(1)$$

e) **Aktualisierung mittels Newton-Schritt**:

$$p^{(k+1)}(0) = p^{(k)}(0) - \frac{R(p^{(k)}(0))}{R'(p^{(k)}(0))}$$

f) **Konvergenzkriterium**: Falls $|R(p^{(k+1)}(0))| < \epsilon$ (Toleranz), beenden Sie die Iteration. Falls nicht, setzen Sie $k = k + 1$ und wiederholen ab Schritt (a).

2.2 Riccati Regler

Es gilt

$$F(K) := Q - KPK + KA + A^T K \Rightarrow F(K) = 0$$

Definition 2.5 *Sei $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ dann definieren wir*

$$\mathsf{vec}(X) = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{n1} & X_{12} & X_{22} & \cdots X_{nn} \end{pmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n^2}$$

Seien $A \in \mathbb{R}^{n \times m}, B \in \mathbb{R}^{p \times r}$, dann definieren wir

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} A_{11}B & \cdots & A_{1m}B \\ A_{12}B & \dots & A_{2m}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1}B & \cdots & A_{nm}B \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{mp \times nr}$$

Es gilt die Formel

$$\mathsf{vec}(MXN) = (N^T \otimes M)\mathsf{vec}(X)$$

Betrachten wir den Fall $M = 1$ und $N = A$ bzw. $N = 1$ und $M = A^T$ erhalten wir mit $X = K$

$$\mathsf{vec}(KA) = (A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K) \quad \mathsf{vec}(A^T K) = (1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

$$\mathsf{vec}(KA) = (A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K) \quad \mathsf{vec}(A^T K) = (1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\text{vec}(F(K))_{f(x=\text{vec}(K))} = \text{vec}(Q) - \text{vec}(KPK)_{g(x=\text{vec}(K))} + \text{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\text{vec}(K)} + \text{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\text{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \text{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\text{vec}(K)) = \text{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\text{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\text{vec}(F(K))_{f(x=\text{vec}(K))} = \text{vec}(Q) - \text{vec}(KPK)_{g(x=\text{vec}(K))} + \text{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\text{vec}(K)} + \text{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\text{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \text{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\text{vec}(K)) = \text{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\text{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\text{vec}(F(K))_{f(x=\text{vec}(K))} = \text{vec}(Q) - \text{vec}(KPK)_{g(x=\text{vec}(K))} + \text{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\text{vec}(K)} + \text{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\text{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \text{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\text{vec}(K)) = \text{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\text{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\text{vec}(F(K))_{f(x=\text{vec}(K))} = \text{vec}(Q) - \text{vec}(KPK)_{g(x=\text{vec}(K))} + \text{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\text{vec}(K)} + \text{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\text{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \text{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\text{vec}(K)) = \text{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\text{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\text{vec}(F(K))_{f(x=\text{vec}(K))} = \text{vec}(Q) - \text{vec}(KPK)_{g(x=\text{vec}(K))} + \text{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\text{vec}(K)} + \text{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\text{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \text{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T \otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^T K)_{(1 \otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$ gilt

$$g(\mathsf{vec}(K)) = \mathsf{vec}(KPK) = (1 \otimes KP)\mathsf{vec}(K)$$

Anwendung auf unser Problem liefert

$$\mathsf{vec}(F(K))_{f(x=\mathsf{vec}(K))} = \mathsf{vec}(Q) - \mathsf{vec}(KPK)_{g(x=\mathsf{vec}(K))} + \mathsf{vec}(KA)_{(A^T\otimes 1)\mathsf{vec}(K)} + \mathsf{vec}(A^TK)_{(1\otimes A^T)\mathsf{vec}(K)}$$

Durch Einführung von $x = \mathsf{vec}(K) \in \mathbb{R}^{n^2}$ erhalten wir

$$f(x) = q - g(x) + (A^T \otimes 1)x + (1 \otimes A^T)x$$

Da $(KP)^T = KP$