

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Физико-механический институт

Кафедра прикладной математики и информатики

Математическая статистика

Отчет по лабораторной работе № 1

Выполнил студент гр. 5030102/20202

Тишковец С. Е.

Преподаватель

Баженов А.Н.

Санкт-Петербург

2025

Оглавление

1. Постановка задачи.....	3
2. Теоретическая информация	3
2.1. Распределения	3
2.2. Характеристики положения.....	4
3. Результаты исследования	4
3.1. Графики.....	4
3.1.1. Нормальное распределение.....	4
3.1.2. Распределение Коши.....	6
3.1.3. Распределение Пуассона	7
3.1.4. Равномерное распределение.....	9
3.2. Таблицы.....	11
3.2.1. Нормальное распределение.....	11
3.2.2. Распределение Коши.....	11
3.2.3. Распределение Пуассона	12
3.2.4. Равномерное распределение.....	12

1. Постановка задачи

Даны 4 распределения:

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1)$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10)$$

- Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

- 1.1. Сгенерировать выборки размером 10, 50 и 1000 элементов. Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.
- 1.2. Сгенерировать выборки размером 10, 100 и 1000 элементов. Для каждой выборки вычислить следующие статистические характеристики положения данных: \bar{x} , $medx$, z_Q . Повторить такие вычисления 1000 раз для каждой выборки и найти среднее характеристик положения и их квадратов:

$$E(z) = \bar{z} \quad (1)$$

Вычислить оценку дисперсии по формуле:

$$D(z) = \overline{z^2} - \bar{z}^2 \quad (2)$$

Представить полученные данные в виде таблиц.

2. Теоретическая информация

2.1. Распределения

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2 + 1}$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10}$$

- Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}}, & |x| \leq \sqrt{3} \\ 0, & |x| > \sqrt{3} \end{cases}$$

2.2. Характеристики положения

- Выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- Выборочная медиана

$$medx = \begin{cases} x_{(l+1)}, & \text{при } n = 2l + 1 \\ \frac{x_{(l+1)} + x_{(l)}}{2}, & \text{при } n = 2l \end{cases}$$

- Полусумма квартилей

Выборочная квартиль z_p порядка p определяется формулой

$$z_p = \begin{cases} x_{([np]+1)}, & \text{при } np - \text{дробное} \\ x_{(np)}, & \text{при } np - \text{целое} \end{cases}$$

Полусумма квартилей

$$z_Q = \frac{z_{1/4} + z_{3/4}}{2}$$

3. Результаты исследования

3.1. Графики

3.1.1. Нормальное распределение

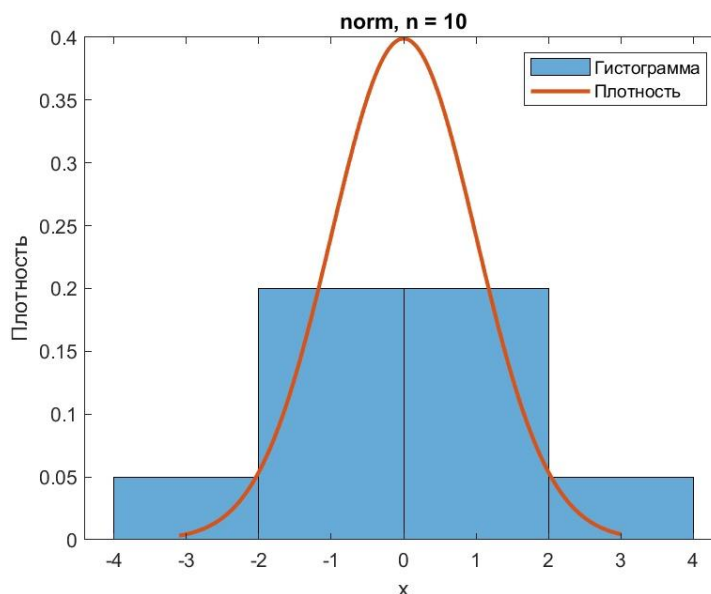


Рис. 1. Выборка размером 10 элементов

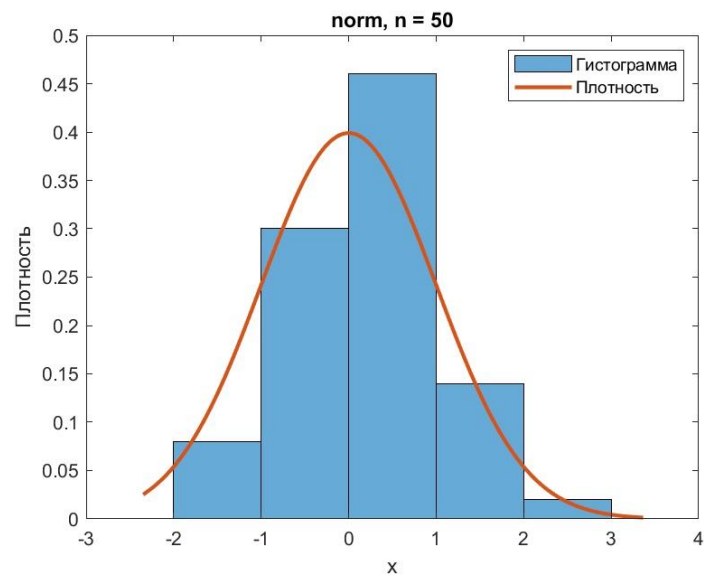


Рис. 2. Выборка размером 50 элементов

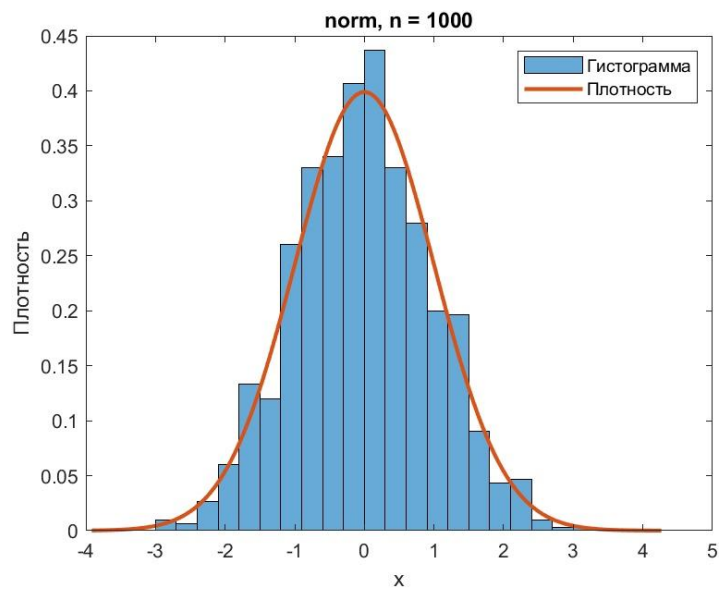


Рис. 3. Выборка размером 1000 элементов

3.1.2. Распределение Коши

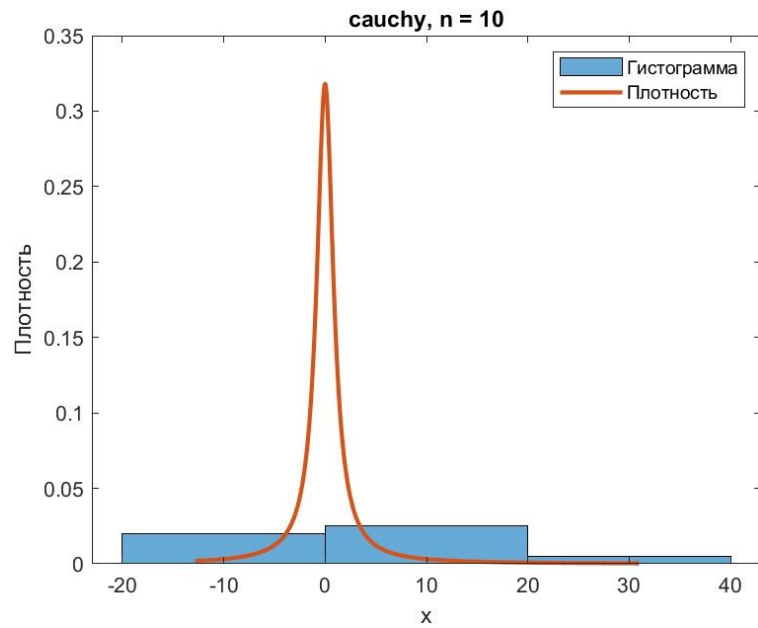


Рис. 4. Выборка размером 10 элементов

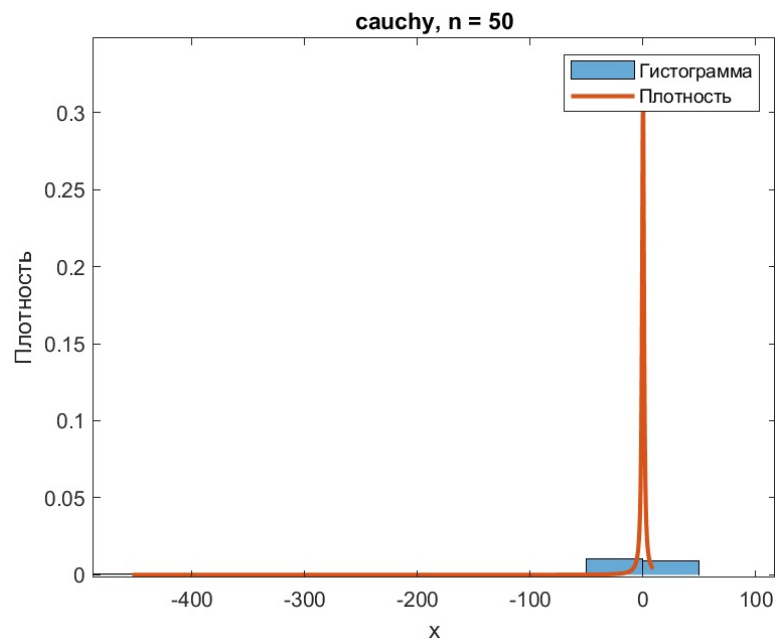


Рис. 5. Выборка размером 50 элементов

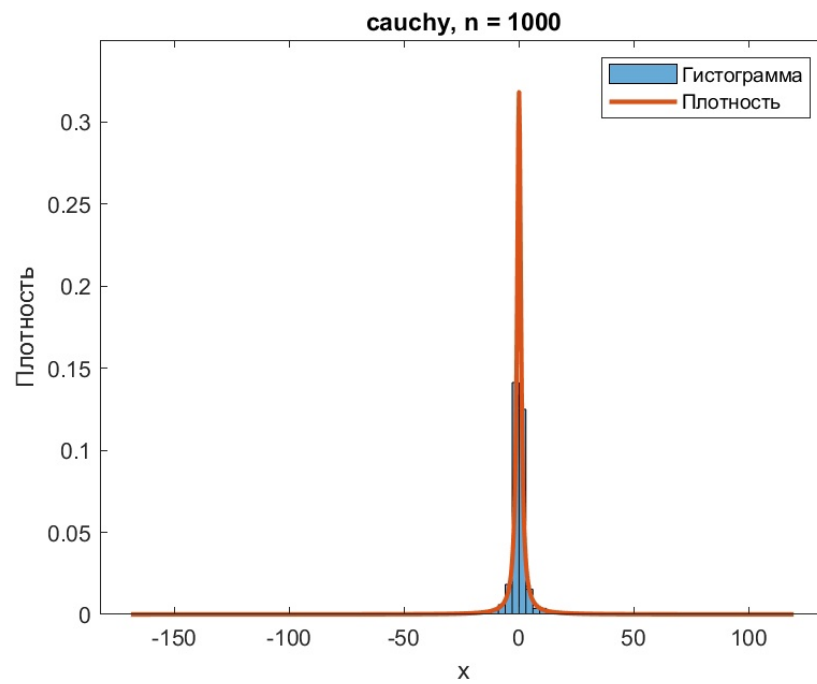


Рис. 6. Выборка размером 1000 элементов

3.1.3. Распределение Пуассона

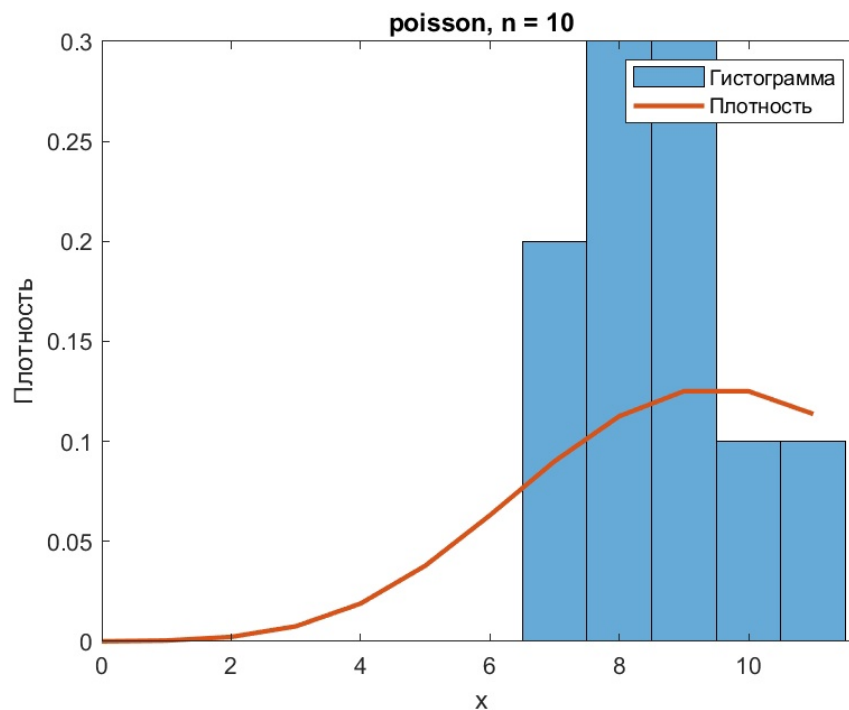


Рис. 7. Выборка размером 10 элементов

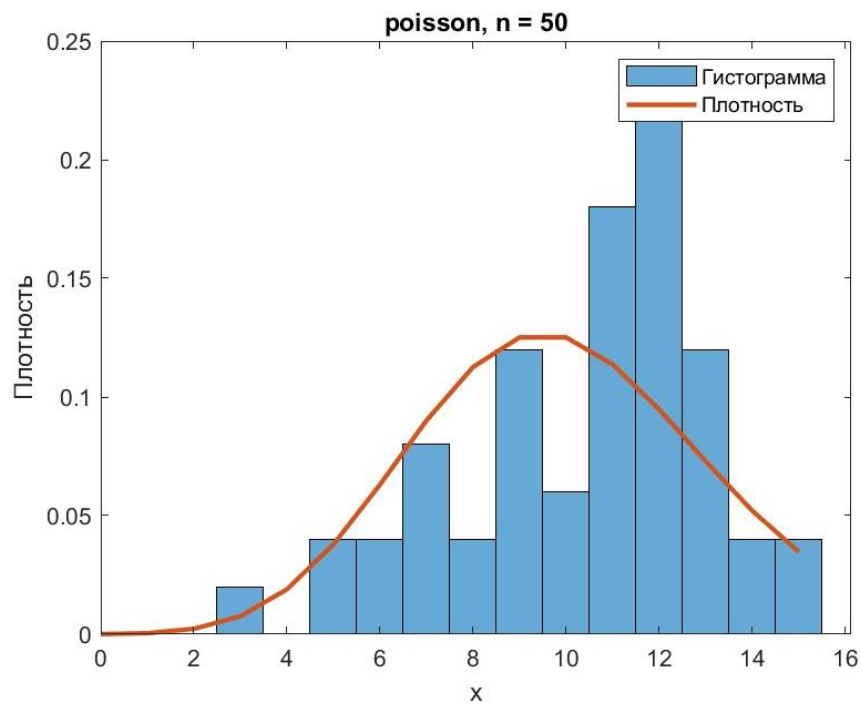


Рис. 8. Выборка размером 50 элементов

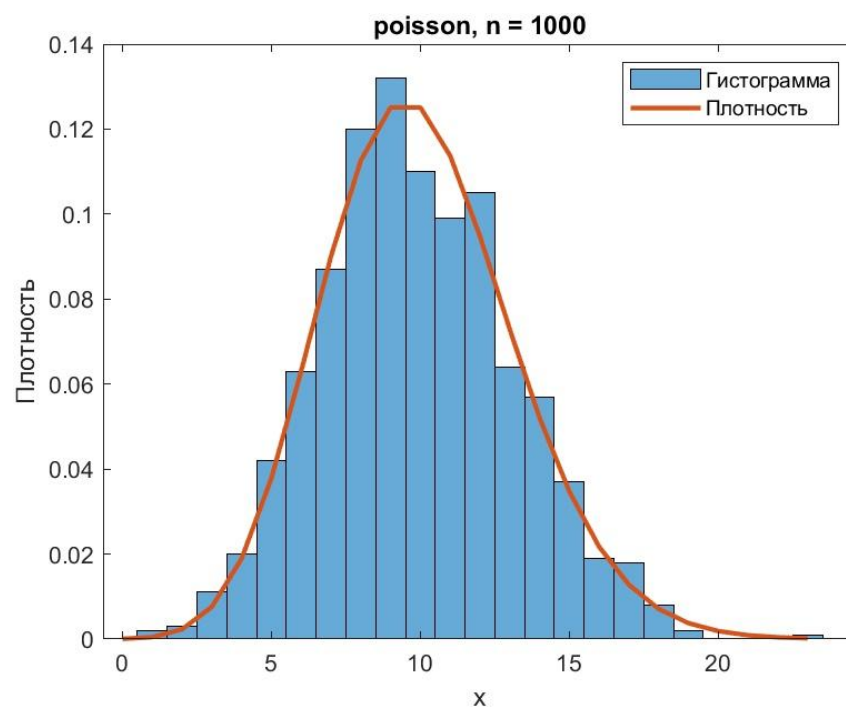


Рис. 9. Выборка размером 1000 элементов

3.1.4. Равномерное распределение

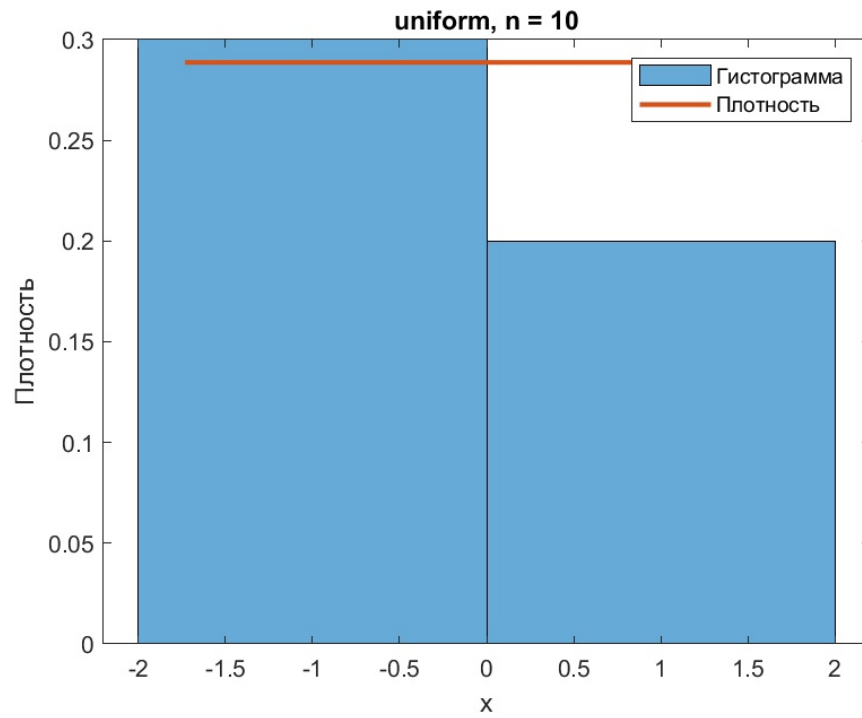


Рис. 10. Выборка размером 50 элементов

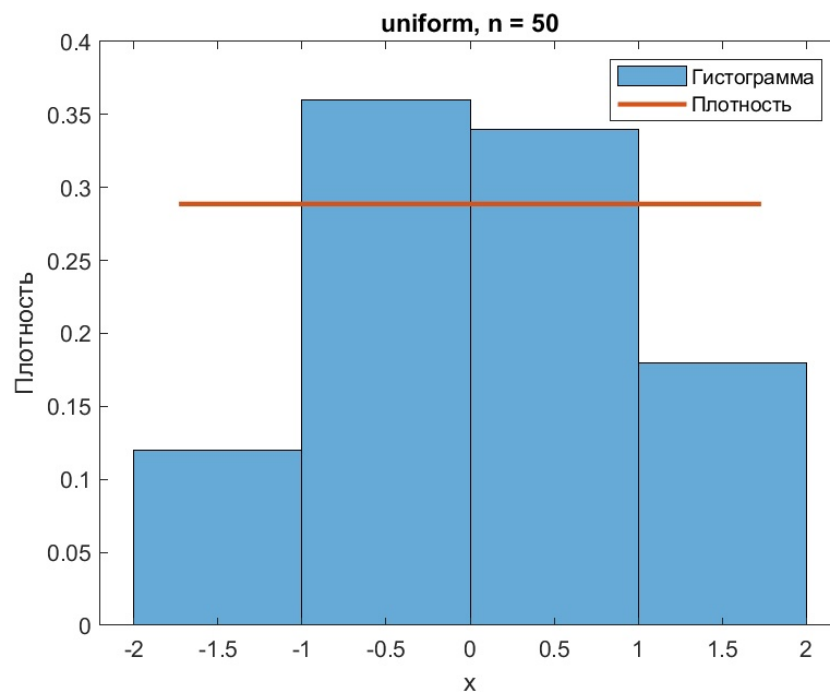


Рис. 11. Выборка размером 50 элементов

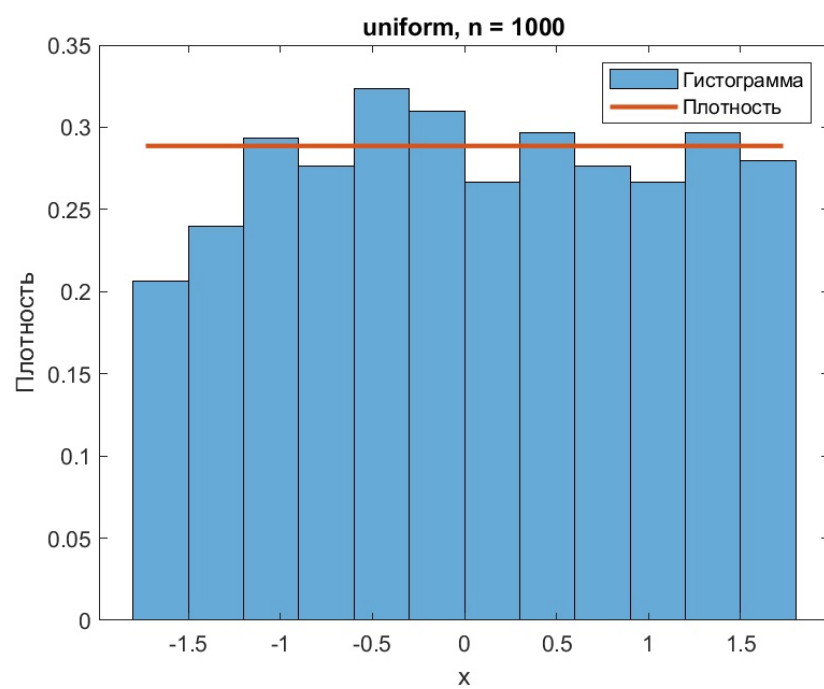


Рис. 12. Выборка размером 1000 элементов

3.2. Таблицы

3.2.1. Нормальное распределение

	\bar{x}	$medx$	z_Q
N=10			
E(z)	-5,74E-03	-1,49E-02	-6,35E-03
D(z)	1,02E-01	1,37E-01	1,25E-01
N=100			
E(z)	1,67E-03	1,80E-03	3,54E-03
D(z)	1,03E-02	1,54E-02	1,22E-02
N=1000			
E(z)	-6,54E-04	-3,64E-04	-1,06E-03
D(z)	1,01E-03	1,48E-03	1,27E-03

3.2.2. Распределение Коши

	\bar{x}	$medx$	z_Q
N=10			
E(z)	-2,18E-01	3,64E-03	1,06E-02
D(z)	7,56E+02	3,21E-01	1,37E+00
N=100			
E(z)	-5,80E-02	-2,92E-03	8,12E-04
D(z)	2,62E+02	2,35E-02	4,81E-02
N=1000			
E(z)	3,32E+00	-3,13E-03	-4,11E-03
D(z)	8,16E+03	2,36E-03	4,78E-03

3.2.3. Распределение Пуассона

	\bar{x}	$medx$	z_Q
N=10			
E(z)	1,00E+01	9,85E+00	9,91E+00
D(z)	9,87E-01	1,31E+00	1,20E+00
N=100			
E(z)	1,00E+01	9,84E+00	9,90E+00
D(z)	9,60E-02	1,97E-01	1,37E-01
N=1000			
E(z)	1,00E+01	1,00E+01	9,99E+00
D(z)	9,04E-03	2,00E-03	3,57E-03

3.2.4. Равномерное распределение

	\bar{x}	$medx$	z_Q
N=10			
E(z)	-4,58E-04	-7,29E-03	-2,17E-03
D(z)	1,07E-01	2,46E-01	1,47E-01
N=100			
E(z)	2,84E-03	3,06E-03	4,71E-03
D(z)	9,65E-03	2,69E-02	1,45E-02
N=1000			
E(z)	-4,23E-04	-1,47E-03	-5,27E-04
D(z)	1,07E-03	2,97E-03	1,62E-03