Боргояков Николай Алексеевич
Прокуди Дмитрий Алексеевич
телефон: 89529406790
e-mail: dmitriy179354@mail.ru

1. Глава Множества и Отображения

1.1. Множества

1.1.1. Понятие множества

Множестав – это совокупность различимых объектов произвольной природы, рассматриваемая как единое целое. Сами объекты называются элементами множества.

Для обозначения множеств будем использовать прописные буквы латинского алфавита $(A, B, C, \ldots)$, а для элементов строчные $(a, b, c, \ldots)$.

Тот факт, что некоторый объект x является элементом множества A, записывают $x \in A$ Если же x не является элементом A, записывают $x \notin A$

В в качестве синонимов синонимов термина "множество"будем использовать термины "класс "семейство "система "набор"и др.

Способы задания множества:

1. Если множества A состоят из конечного числа элементов, то можно просто все эти элементы перечислить, записав их в фигурных скобках через запятую. Например, если A есть множество букв, составляющих слово "математика то $A = \{\text{м}, \text{а}, \text{т}, \text{е}, \text{и}, \text{к}\}$

2. Пусть P – какое-либо свойство, и запись $P(x)$, означает, что объект x обладает свойством P. Тот факт, что A есть множество объектов, обладающих свойством P, записывают $A = \{x|P(x)\}$ $|$ – это обозначение слов, „которые“или „такие что“

Если мы дополнительно потребуем, чтобы эти объекты выбирались из некоторого другого множества B, то запишем $A = \{x \in B|P(x)\}$

Читается это так: множество A состоит из тех (и только тех) элементов множества B, которые обладают свойством P.

Пример. Пусть A – множество букв русского алфавита. Тогда множество гласных букв $B = \{x \in A|x - \text{гласная}\}$. Запишем, что здесь можно воспользоваться способом 1): $B = \{\text{а}, \text{е}, \text{ё}, \text{и}, \text{о}, \text{у}, \text{ы}, \text{э}, \text{ю}, \text{я}\}$.

Множества A и B равны (обозначение: $A = B$), если они состоят из одних и тех же элементов. Выражение $A \neq B$ означает, что множества A и B не равны, т.е. не все элементы одного множества являются элементами другого .

Равенство есть отношение эквивалентности между множествами, т.к. оно обладает следующими свойствами:

1. рефлексивностью $(A = A)$

2. симметричностью (если $A = B$, то $B = A$)

3. транзитивностью (если $A = B$ и $B = C$, то $A = C$)

Если каждый элемент множества A является элементом множества B, то говорят, что A является подмножеством множества B (или A содержится в B). Обозначим: $A \subset B$

Свойства:

1. $A \subset A$;

2. если $A \subset B$ и $B \subset A$, то $A = B$;

3. если $A \subset B$ и $B \subset C$, то $A \subset C$

Удобно ввести множество, совсем не имеющие элементов и называемое пустым множеством . Обозначение: $\emptyset$

Пустое множество является подмножеством любого множества.

1.1.2. Логическая символика

Утверждение – это высказывание, которое может быть либо истинным, либо ложным. Пусть A и B утверждения, Тогда

1. Утверждение $\neg A$ (не A) истинно тогда и только тогда, когда A ложно;

2. Утверждение $A \wedge B$ (A и B) истинно тогда и только тогда, когда A и B истинны;

3. Утверждение $A \vee B$ (A или B) истинно тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из утверждений A и B истинно;

4. Утверждение $A \Rightarrow B$ (из A следует B) означает, что если A истинно, то и B – истинно;

5. Утверждение $A \Leftrightarrow B$ (A равносильно B) означает, что из истинности A следует истинности B и из истинности B следует истинности A;

В формулировках утверждений часто используется следующее: „если A, то B “, „для того, чтобы A, необходимо, что B “, „для того, чтобы B, достаточно, чтобы A “, что означает $A \Rightarrow B$