Διατάξεις Υψηλών Συχνοτήτων

2η Σειρά Εργασιών:

ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΟΙ / ΚΕΡΑΙΕΣ / /ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ / ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΕΣ

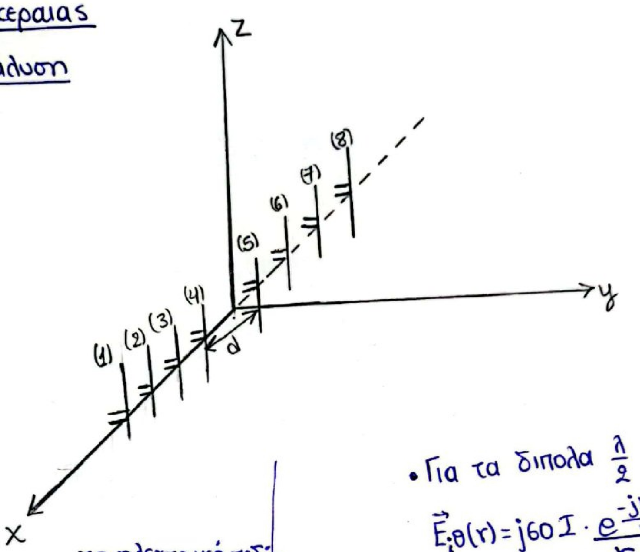
Ονοματεπώνυμο: Νικολέτα Παπουτσή **ΑΕΜ:** 10858

2.2 Πεδίο στοιχειοκεραίας

Ερώτημα (α)

2.2 Πεδιο στοιχειοκεραιας

Θεωρητική ανάλυση



Ισχύει: $\vec{E}_\theta(r) = \sum_{i=1}^{8} E_{i\theta}(r)$, το ηλεκτρικό πεδίο στοιχειοκεραιας

Θέτω: $\vec{E}_0 = j60\cdot I\cdot \frac{e^{-jkr}}{r}\cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$

Άρα, $\vec{E}_\theta(r) = \vec{E}_0\cdot\Big[e^{jk\frac{7d}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{jk\frac{5d}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{jk\frac{3d}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{jk\frac{d}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{-jk\frac{d}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{-jk\frac{3d}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{-jk\frac{5d}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{-jk\frac{7d}{2}\cos\varphi\sin\theta}\Big]$

• Για τα διπολα $\frac{\lambda}{2}$ το μακρινο πεδιο ισουται:

$\vec{E}_{i\theta}(r) = j60 I\cdot \frac{e^{-jkr_i}}{r}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$

Τα διανυσματα θεσης καθε στοιχείου:

$\vec{d_1} = \frac{7}{2}d\hat{x}$, $\vec{d_2} = \frac{5}{2}d\hat{x}$, $\vec{d_3} = \frac{3}{2}d\hat{x}$, $\vec{d_4} = \frac{d}{2}\hat{x}$

$\vec{d_5} = -\frac{1}{2}d\hat{x}$, $\vec{d_2} = -\frac{3}{2}d\hat{x}$, $\vec{d_3} = -\frac{5}{2}d\hat{x}$, $\vec{d_4} = -\frac{7}{2}d\hat{x}$

Ισχύει: $r_i = r - d_i\cdot\hat{r}$

α) Στο οριζόντιο επιπεδο, $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$|E| = |E_0|\cdot\left|e^{jk\frac{7d}{2}\cos\varphi} + e^{jk\frac{5d}{2}\cos\varphi} + e^{jk\frac{3d}{2}\cos\varphi} + e^{jk\frac{d}{2}\cos\varphi} + e^{-jk\frac{d}{2}\cos\varphi} + e^{-jk\frac{3d}{2}\cos\varphi} + e^{-jk\frac{5d}{2}\cos\varphi} + e^{-jk\frac{7d}{2}\cos\varphi}\right|$$

$$|E|=|E_0|\cdot\left|2\cdot\cos\left(k\cdot\frac{7d}{2}\cos\varphi\right)+2\cdot\cos\left(k\cdot\frac{5d}{2}\cos\varphi\right)+2\cdot\cos\left(k\cdot\frac{3d}{2}\cos\varphi\right)+2\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\cos\varphi\right)\right|$$

$$=2|E_0|\left|2\cdot\cos(2\cdot k\cdot d\cdot\cos\varphi)\cdot\cos\left(\frac{3}{2}\cdot k\cdot d\cdot\cos\varphi\right)+2\cdot\cos(2\cdot k\cdot d\cdot\cos\varphi)\cdot\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\cos\varphi\right)\right|$$

$$=2|E_0|\cdot\left|2\cos(2kd\cos\varphi)\cdot\left[\cos\left(\frac{3}{2}k\cdot d\cdot\cos\varphi\right)+\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\cos\varphi\right)\right]\right|$$

$$=2\cdot|E_0|\cdot\left|2\cos(2kd\cos\varphi)\cdot 2\cdot\cos(k\cdot d\cdot\cos\varphi)\cdot\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\cdot\cos\varphi\right)\right|$$

$$=8|E_0|\cdot\left|\cos(2kd\cos\varphi)\cdot\cos(k\cdot d\cdot\cos\varphi)\cdot\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\cdot\cos\varphi\right)\right|$$

- Για $d=\frac{\lambda}{4}$, $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ $\Rightarrow k\cdot d=\frac{\pi}{2}$, οπότε:

$$|E|=8|E_0|\cdot\left|\cos(\pi\cdot\cos\varphi)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\varphi\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}\cos\varphi\right)\right|$$

- Για $d=\frac{\lambda}{2}$, $k\cdot d=\pi$, οπότε:

$$|E|=8|E_0|\left|\cos(2\pi\cdot\cos\varphi)\cdot\cos(\pi\cdot\cos\varphi)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot\cos\varphi\right)\right|$$

- Για $d=\frac{3\lambda}{4}$, $k\cdot d=\frac{3\pi}{2}$, οπότε:

$$|E|=8|E_0|\cdot\left|\cos(3\pi\cdot\cos\varphi)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}\cos\varphi\right)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{4}\cos\varphi\right)\right|$$

β) Στο κατακόρυφο επίπεδο ($\varphi=0$ ή $\varphi=\pi$)

$$|E|=|E_0|\left|e^{jk\frac{7d}{2}\sin\theta}+e^{jk\frac{5d}{2}\sin\theta}+e^{jk\frac{3d}{2}\sin\theta}+e^{jk\frac{d}{2}\sin\theta}+e^{-jk\frac{d}{2}\sin\theta}+e^{-jk\frac{3d}{2}\sin\theta}+e^{-jk\frac{5d}{2}\sin\theta}+e^{-jk\frac{7d}{2}\sin\theta}\right|$$

$$|E|=|E_0|\cdot\left|2\cos\left(k\cdot\frac{7d}{2}\sin\theta\right)+2\cos\left(k\cdot\frac{5d}{2}\sin\theta\right)+2\cdot\cos\left(k\cdot\frac{3d}{2}\sin\theta\right)+2\cdot\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\sin\theta\right)\right|$$

$$=8|E_0|\cdot\left|\cos(2k\cdot d\sin\theta)\cdot\cos(k\cdot d\cdot\sin\theta)\cdot\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\sin\theta\right)\right|$$

- Για $d=\frac{\lambda}{4}\Rightarrow k\cdot d=\frac{\pi}{2}$:

$$|E|=8|E_0|\cdot\left|\cos(\pi\cdot\sin\theta)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot\sin\theta\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\right)\right|$$

- Για $d=\frac{\lambda}{2}$, $k\cdot d=\pi$:

$$|E|=8|E_0|\left|\cos(2\pi\cdot\sin\theta)\cdot\cos(\pi\cdot\sin\theta)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\right)\right|$$

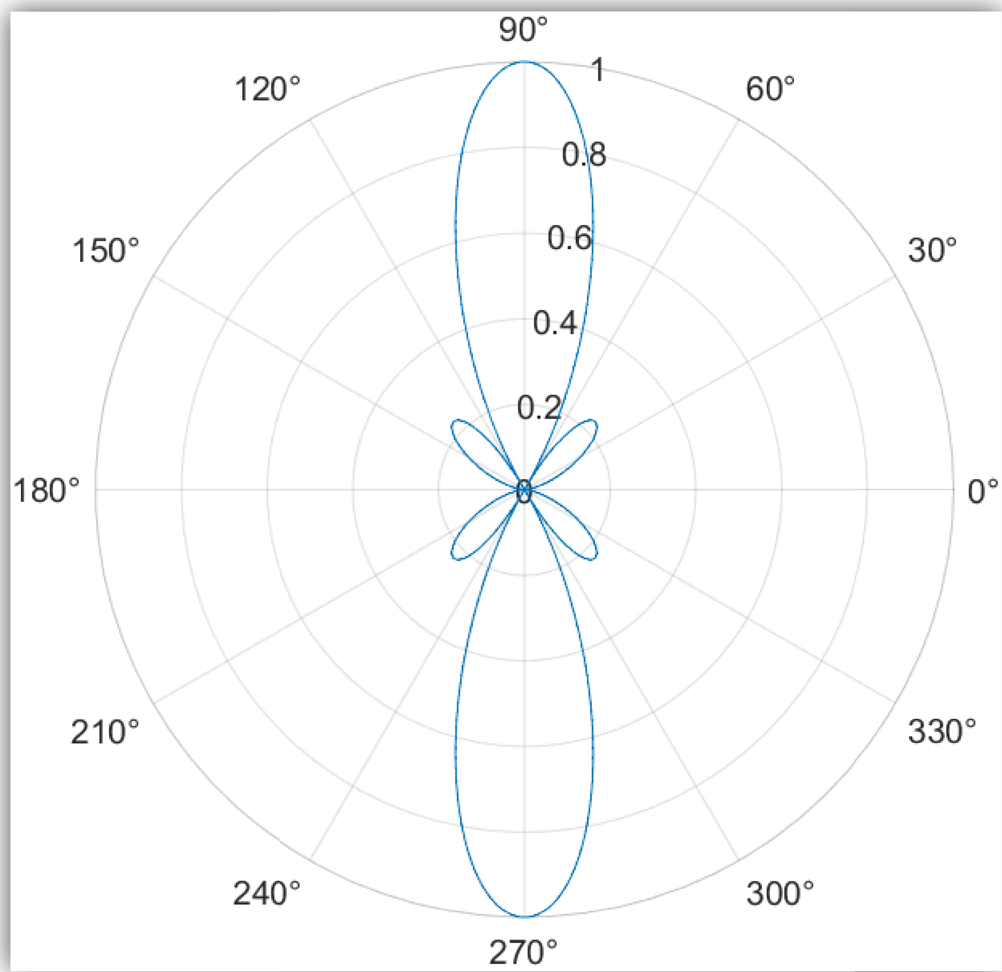
- Για $d=\frac{3\lambda}{4}$, $k\cdot d=\frac{3\pi}{2}$:

$$|E|=8|E_0|\left|\cos(3\pi\sin\theta)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}\sin\theta\right)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{4}\sin\theta\right)\right|$$

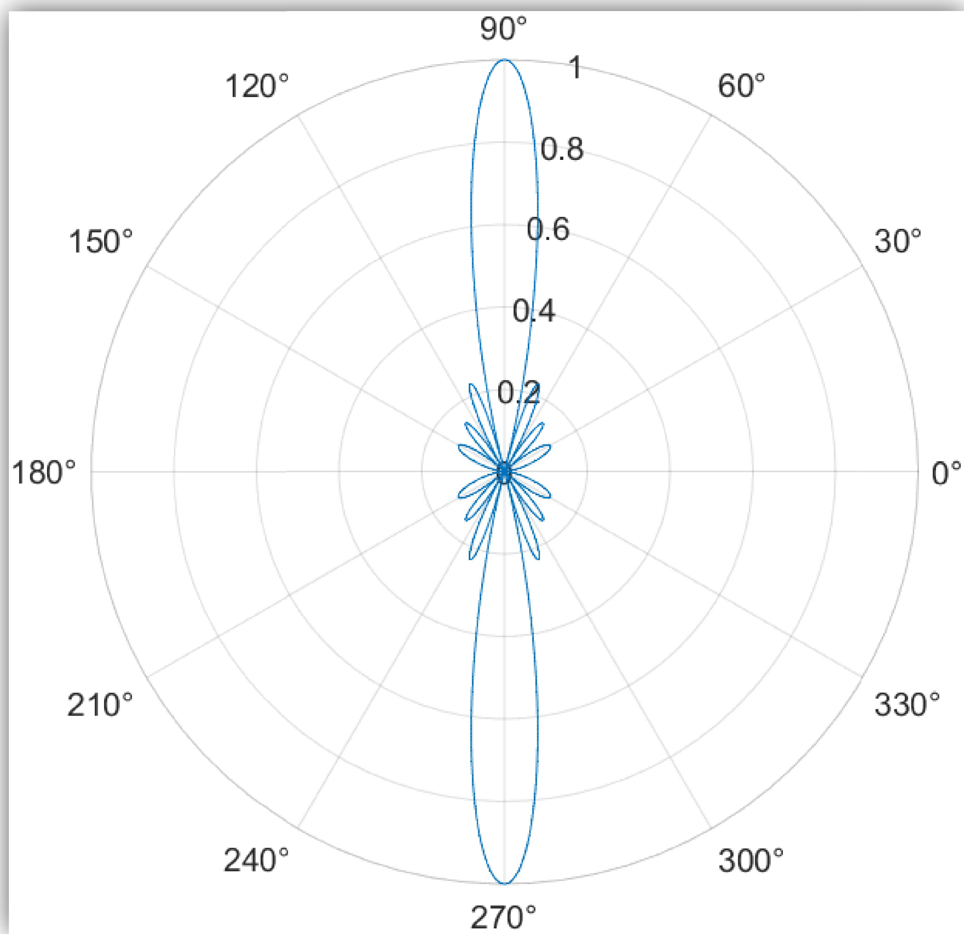
➢ Οριζόντιο επίπεδο με ρεύματα ίσα με +Ι για d=λ/4

```
phi=0:0.00175:2*pi; %γωνία φ
theta=0:0.000875:pi; %γωνία θ

f=10^9;
i=1;
l=(3*10^8)/f; % Μήκος κύματος λ
k=2*pi/l;
d=l/4;

% Μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου, με Emax=8*(60*I/r) στο οριζόντιο επίπεδο
% θ=π/2
E=abs(cos(2*k*d*cos(phi)).*cos(k*d*cos(phi)).*cos(k*d*cos(phi)/2));

polarplot(phi,E);
```

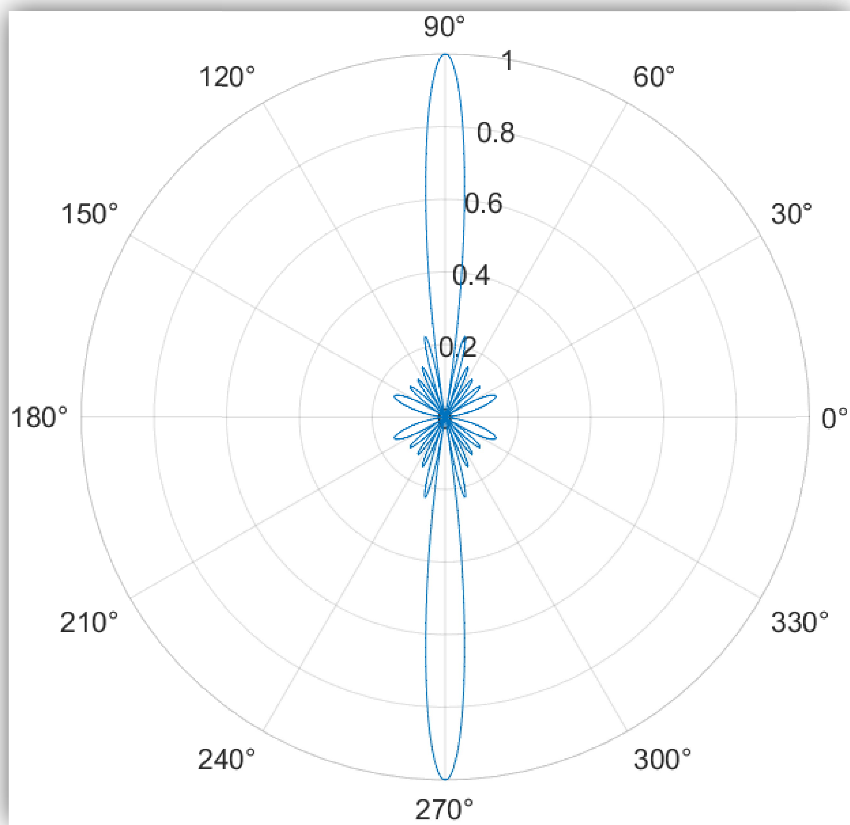
➢ Διάγραμμα ακτινοβολίας για d=λ/4 και θ=π/2



➢ **Διάγραμμα ακτινοβολίας για d=λ/2 και θ=π/2**



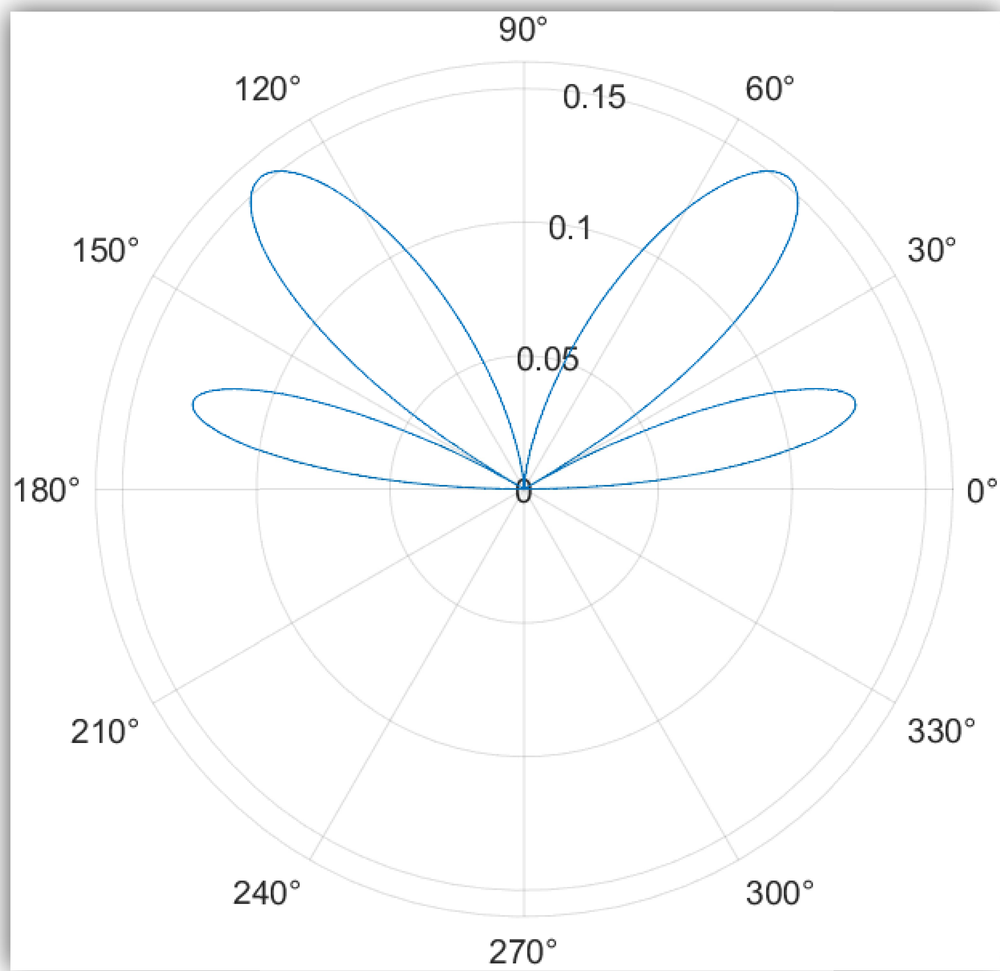
➢ **Διάγραμμα ακτινοβολίας για d = 3λ/4 και θ = π/2**



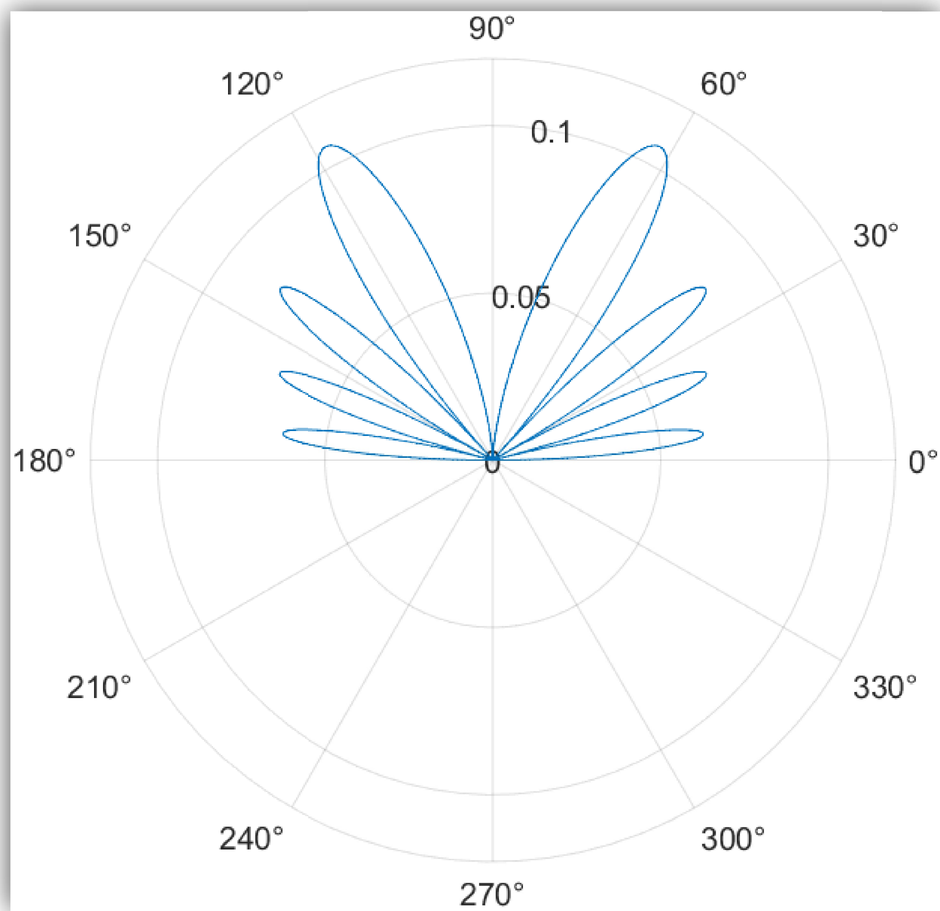
➢ Κατακόρυφο επίπεδο με ρεύματα ίσα με +I και d=λ/4

```
phi=0:0.00175:2*pi; %γωνία φ
theta=0:0.000875:pi; %γωνία θ

f=10^9;
i=1;
l=(3*10^8)/f; % μήκος κύματος
k=2*pi/l;
d=l/4;

% μέτρο ηλεκτρικού πεδίου ως προς Emax=8*(60*I/r) στο κατακόρυφο επίπεδο φ=0
E=abs((cos((pi/2)*cos(theta))./sin(theta)).*cos(2*k*d*sin(theta)).*cos(k*d*sin(theta)).*cos(k*d/2*sin(theta)));

polarplot(theta,E);
```

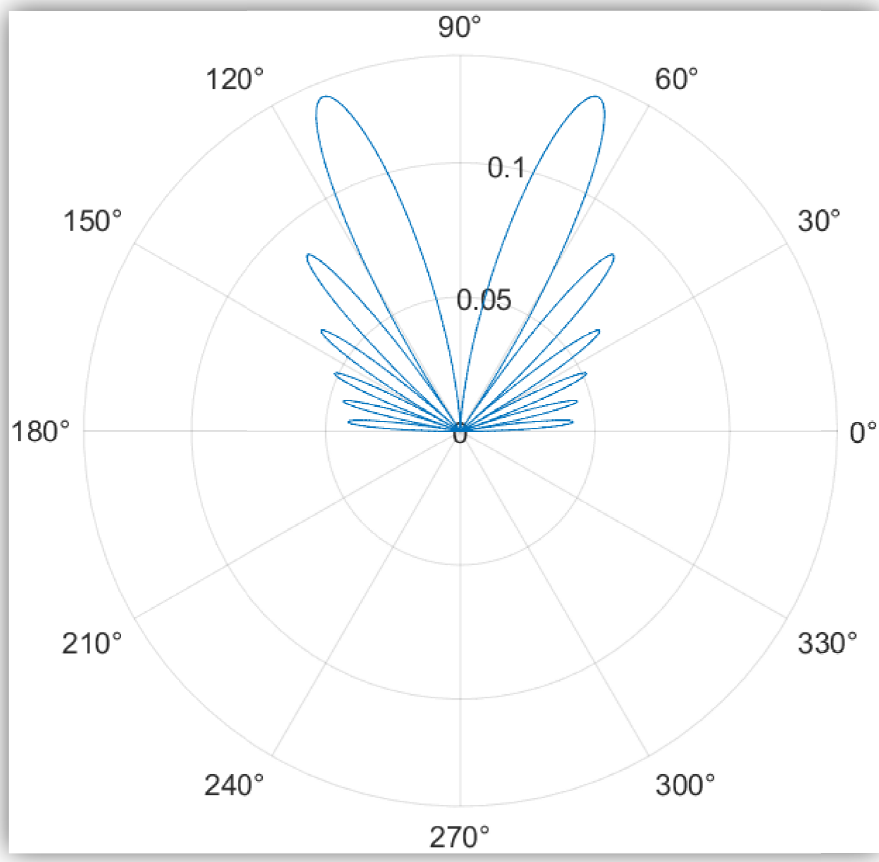
➢ Διάγραμμα ακτινοβολίας για d = λ/4 και φ = 0



- **Διάγραμμα ακτινοβολίας για d = λ/2 και φ = 0**



- **Διάγραμμα ακτινοβολίας για d = 3λ/4 και φ = 0**

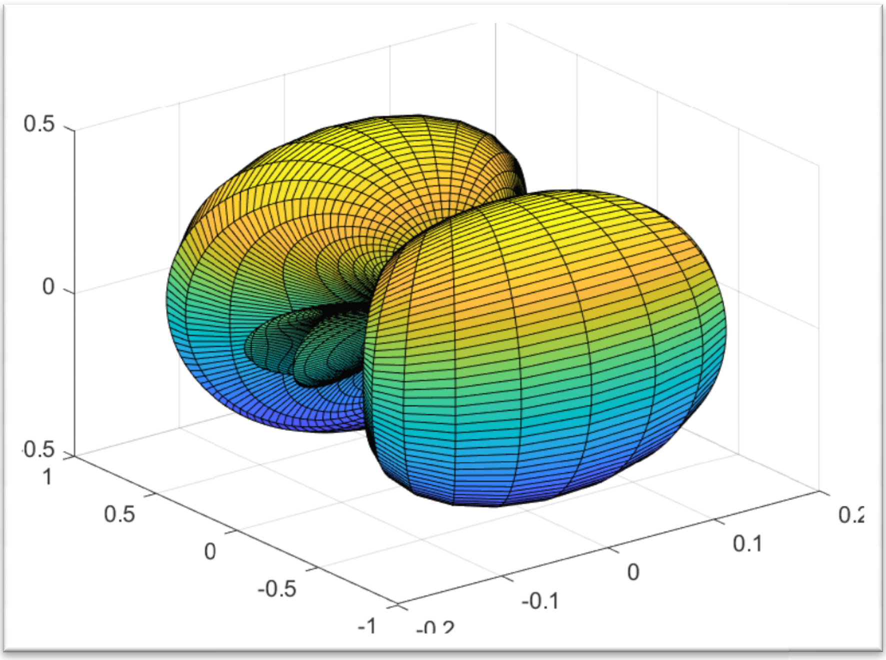


Ερώτημα (β)

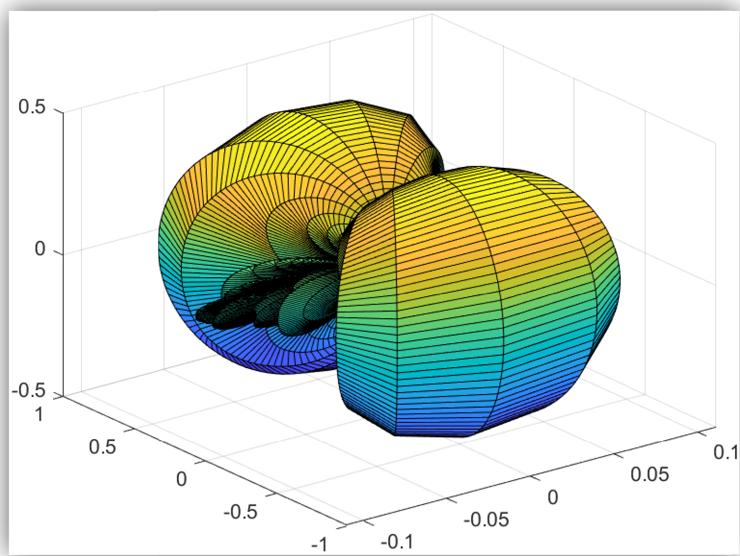
- ### Στερεό ακτινοβολίας (3D) για τους παραπάνω συνδυασμούς

```
f=10^9;
i=1;
l=(3*10^8)/f;
k=2*pi/l;
d=l/4;

[phi,theta]=meshgrid(linspace(0,2*pi),linspace(0,pi));

%μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου
E=abs((cos((pi/2).*cos(theta))./sin(theta)).*cos(2*k*d*cos(phi).*sin(theta)).*cos(k*d*cos(phi).*sin(theta)).*cos(k*d*cos(phi).*sin(theta)/2));

%spherical coordinates
x=E.*sin(theta).*cos(phi);
y=E.*sin(theta).*sin(phi);
z=E.*cos(theta);

surf(x,y,z);
```

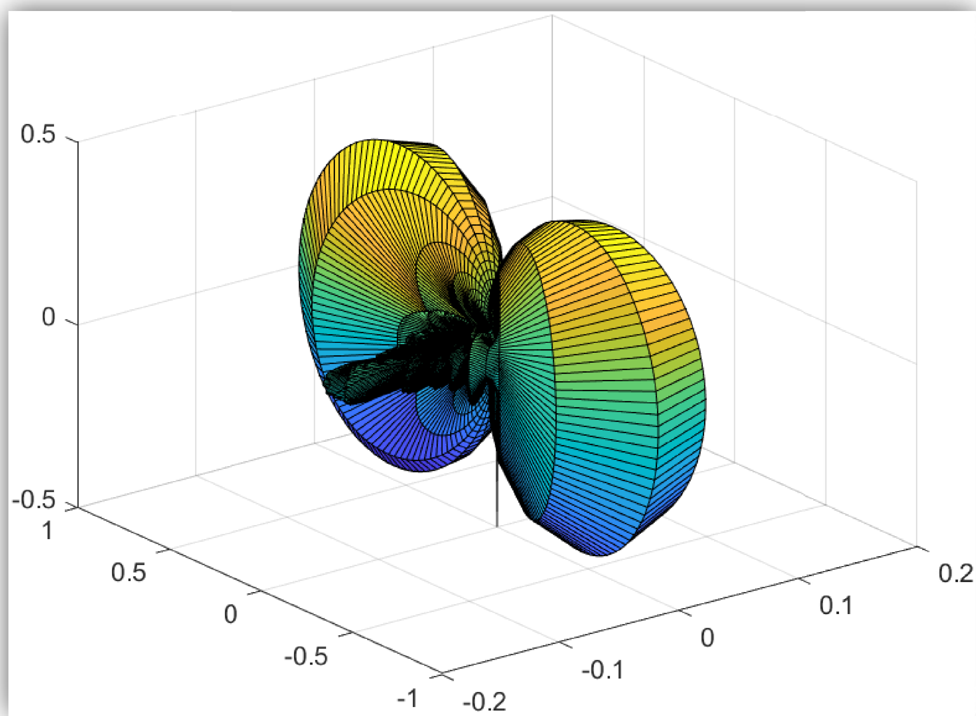
- ### Στερεό ακτινοβολίας για d=λ/4



- ### Στερεό ακτινοβολίας για d=λ/2



- **Στερεό ακτινοβολίας για d=3λ/4**



Ερώτημα (γ)

Ερώτημα(γ)

Ευρύπλευρη λειτουργία

$$|E\theta| = |E_0| \cdot \left| 2\cos\left(k\cdot\frac{7d}{2}\cos\varphi\sin\theta\right) + 2\cdot\cos\left(k\cdot\frac{5d}{2}\cos\varphi\sin\theta\right) + 2\cos\left(k\cdot\frac{3d}{2}\cos\varphi\sin\theta\right) + \right.$$

$$\left. + 2\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\cos\varphi\sin\theta\right)\right|$$

όπου $|E_0| = \frac{60I}{r} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$

- Πυκνοτητα ισχυος ηλεκτρομαγνητικης ακτινοβολιας:

$$P_r = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left\{E\theta\cdot H_\varphi^*\right\} = \frac{1}{2\eta_0}|E\theta|^2 = \frac{1}{2\eta_0}\cdot\frac{60^2 I^2}{r^2}\cdot 8^2\cdot\cos^2(2kd\cos\varphi\sin\theta)\cos^2(k\cdot d\cdot\cos\varphi\sin\theta)$$

$$\cdot\cos^2\left(k\cdot\frac{d}{2}\cos\varphi\sin\theta\right) \xrightarrow[\eta_0=120\pi\Omega]{I=1A} \frac{960}{\pi r^2}\cdot\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\cdot\cos^2(2kd\cos\varphi\sin\theta)\cdot$$

$$\cos^2(kd\cdot\cos\varphi\sin\theta)\cdot\cos^2\left(k\cdot\frac{d}{2}\cos\varphi\sin\theta\right)$$

- $P_{r_{max}} = \frac{960}{\pi r^2}$

- Ακτινοβολια προς τη διευθυνση του μεγιστου:
  ευρυπλευρη λειτουργία → μεγιστο ως προς αξονα y: $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$
  Για $\varphi = \frac{\pi}{2}$: $E = 8|E_0|\left|\cos\left(2kd\cdot\cos\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos\left(k\cdot d\cdot\cos\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos\left(k\cdot\frac{d}{2}\cos\frac{\pi}{2}\right)\right|$
  $= 8|E_0|$, άρα $|E|_{max} = 8|E_0|$
- Παρατηρειται απο τα διαγραμματα ακτινοβολιας για $\theta = \frac{\pi}{2}$ (οριζοντιο επιπεδο):
  για όλα τα d υπαρχει μεγιστο ως προς y.
  Για $d = \frac{3\lambda}{4}$ ο κύριος λοβος ως προς y στενότερος, αρα η στοιχειοκεραια πιο κατευθυντική.

Άρα, για $d=\frac{3\lambda}{4}$ η πυκνότητα ισχύος:

όπου $k\cdot d=\frac{2\pi}{\cancel{\lambda}}\cdot\frac{3\cancel{\lambda}}{4}=\frac{3\pi}{2}$

$$P_r=\frac{960}{\pi r^2}\cdot\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\cdot\cos^2(3\pi\cos\varphi\sin\theta)\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}\cos\varphi\sin\theta\right)\cos^2\left(\frac{3\pi}{4}\cos\varphi\sin\theta\right)$$

• $D=\frac{P_{r,max}}{P_{r,av}}=\frac{P_{r,max}}{W_r/(4\pi r^2)}$ (1)

• $W_r=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}P_r\cdot r^2\cdot\sin\theta\,d\theta\,d\varphi=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{960}{\pi}\cdot\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\cdot\cos^2(3\pi\cdot\cos\varphi\cdot\sin\theta)\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}\cos\varphi\sin\theta\right)\cos^2\left(\frac{3\pi}{4}\cos\varphi\sin\theta\right)d\theta\,d\varphi$

$$\Rightarrow W_r=\sum_i\sum_j\frac{960}{\pi}\cdot\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_i\right)}{\sin\theta_i}\cdot\cos^2(3\pi\cdot\cos\varphi_j\cdot\sin\theta_i)\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}\cos\varphi_j\sin\theta_i\right)\cos^2\left(\frac{3\pi}{4}\cos\varphi_j\sin\theta_i\right)\Delta\theta_i\Delta\varphi_i$$

Διπλό άθροισμα Riemann

Από Matlab: $W_r=155.4589W$

Άρα, από (1) $\Rightarrow D=\frac{4\pi r^2\cdot P_{r,max}}{W_r}=\frac{\cancel{4\pi r^2}\cdot\frac{960}{\cancel{\pi r^2}}}{155.4589}=24.701$

• ο θεωρητικός τύπος της κατευθυντικότητας ευρυπλευρης στοιχειοκεραίας:

$$D=\frac{2Nd}{\lambda}=\frac{2\cdot8\cdot3\cancel{\lambda}/4}{\cancel{\lambda}}=12$$

Η προσεγγιστική τιμή από τον τύπο έχει μεγάλη διαφορά από την τιμή που υπολογίστηκε μέσω ορισμού με διπλό άθροισμα Riemann.

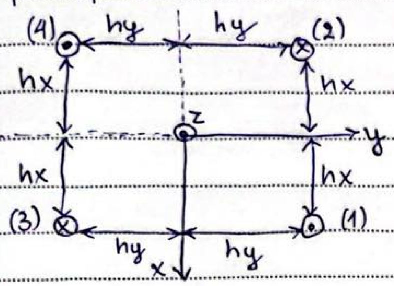
➢ Υπολογισμός Wr στο Matlab

```
f=@(theta,phi) (960/pi)*(((cos((pi/2)*cos(theta))).^2)./sin(theta)).*((cos(3*pi*cos(phi).*sin(theta))).^2).*((cos(3*(pi/2)*cos(phi).*sin(theta))).^2).*((cos(3*(pi/4)*cos(phi).*sin(theta))).^2);
wr=0;
dtheta=pi/180;
dphi=pi/180;
for i=1:1:180
    for j=1:1:360
        theta=0.01*pi/180+i*dtheta;
        phi=0.01*pi/180+j*dphi;
        wr=wr+f(theta,phi)*dtheta*dphi;
    end
end
wr;
```

```
wr =

  155.4589
```

Ερώτημα (δ)

Ερώτημα (δ)



Προσεγγιστικά: $\hat{R} \simeq \hat{r}$, $\hat{\theta}$

$$R = r - r' = r - (x\cdot\hat{x} + y\cdot\hat{y})(\cos\varphi\sin\theta\,\hat{x} + \sin\varphi\sin\theta\,\hat{y} + \cos\theta\cdot\hat{z})$$

$$= r - (x\cdot\cos\varphi\sin\theta + y\cdot\sin\varphi\cdot\sin\theta)$$

Για δίπολο $\lambda/2$ ισχύει:

$$E_\theta(r) = j\frac{60\cdot I_o}{r}\cdot e^{-jk\cdot(r-(x\cos\varphi\sin\theta + y\sin\varphi\sin\theta))}\cdot\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}$$

Έχουμε 4 δίπολα:

$$E_\theta(r) = E_\theta(r_1) + E_\theta(r_2) + E_\theta(r_3) + E_\theta(r_4)$$

$$= j\cdot\frac{60\cdot I_o\cdot\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta\cdot r}\cdot e^{-jkr}\left[e^{jkr_1'} + e^{jkr_2'} + e^{jk\cdot r_3'} + e^{jkr_4'}\right]$$

$$= \frac{j\cdot 60\cdot I_o\cdot\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta\cdot r}\cdot e^{-jkr}\cdot\left[e^{jkh_x\cos\varphi\sin\theta + jkh_y\sin\varphi\sin\theta} + e^{-jkh_x\cos\varphi\sin\theta + jkh_y\sin\varphi\sin\ldots} + e^{jkh_x\cos\varphi\sin\theta - jkh_y\sin\varphi\sin\theta} + e^{-jkh_x\cos\varphi\sin\theta - jkh_y\sin\varphi\ldots}\right.$$

$$|E_\theta| = E_{max}\left| e^{jkh_x\cos\varphi\sin\theta + jkh_y\sin\varphi\sin\theta} - e^{-jkh_x\cos\varphi\sin\theta + jkh_y\sin\varphi\sin\theta} - e^{jkh_x\cos\varphi\sin\theta - jkh_y\ldots} + e^{-jkh_x\cos\varphi\sin\theta - jkh_y\sin\varphi\sin\theta}\right|$$

Για $\varphi = 45°$ και $\theta = 90°$:

$$|E_\theta| = E_{max}\left| e^{jkh_x\cdot\sqrt{2}/2 + jk\frac{\sqrt{2}}{2}h_y} - e^{-jkh_x\frac{\sqrt{2}}{2} + jkh_y\frac{\sqrt{2}}{2}} - e^{jkh_x\sqrt{2}/2 - jkh_y\sqrt{2}/2} + e^{-jkh_x\frac{\sqrt{2}}{2} - jkh_y\ldots}\right.$$

$$= E_{max}\left|2\cos\cdot\left(k\cdot h_x\frac{\sqrt{2}}{2} + k\cdot h_y\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 2\cdot\cos\left(kh_x\frac{\sqrt{2}}{2} - kh_y\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right|$$

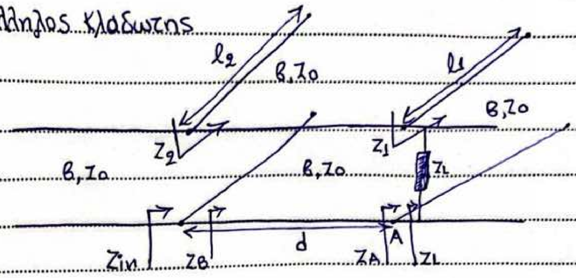
Μέγιστα: $\cos(k\sqrt{2}/2\cdot(h_x+h_y)) = 1 \Rightarrow k\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(h_x+h_y) = 2\kappa\pi \Rightarrow$, $\kappa\in$

$-\cos\cdot(k\cdot\sqrt{2}/2\cdot(h_x-h_y)) = 1 \Rightarrow k\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x-h_y) = 2\kappa\pi+\pi$

2.3 Διπλός παράλληλος κλαδωτής

$\boxed{3}$ Διπλος παραλληλος κλαδωτης

Ερωτημα (α)



ανοιχτωκυκλωμενοι κλαδωτες:

$Z_L = R_L + jX_L$, λ, Z_o, d

Παραλληλα συνδεδεμενοι αρα δουλευουμε με αγωγιμοτητες

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{R_L}{R_L^2+X_L^2} - j\frac{X_L}{R_L^2+X_L^2}$$

- συνθετη αντισταση εισοδου κλαδωτη (1):

$$Z_1 = -jZ_o \cot\beta l_1 \Rightarrow Y_1 = \frac{1}{Z_1} = jY_o \tan\beta l_1$$

- συνθετη αντισταση εισοδου κλαδωτη (2):

$$Z_2 = -jZ_o \cot\beta l_2 \Rightarrow Y_2 = \frac{1}{Z_2} = jY_o \tan\beta l_2$$

στο A: $Y_A = Y_L + Y_1 = G_L + jB_L + jB_1$

στο B: $Y_B = Y_o \cdot \frac{Y_A + jY_o\tan\beta d}{Y_o + jY_A \tan\beta d} = Y_o \cdot \frac{G_L + j(B_L+B_1) + jY_o\tan\beta d}{Y_o + j(G_L + j(B_L+B_1))\tan\beta d}$

$$= Y_o \cdot \frac{[G_L + j(B_L+B_1) + jY_o\tan\beta d)] \cdot (Y_o - j(G_L + j(B_L+B_1))\tan\beta d)}{Y_o^2 + (G_L + j(B_L+B_1)\tan\beta d)^2}$$

$$= Y_o \cdot \frac{G_L + j(B_L+B_1) + jY_o\tan\beta d}{Y_o - (B_L+B_1)\tan\beta d + jG_L\tan\beta d} = Y_o \cdot \frac{(G_L + j(B_L+B_1) + jY_o\tan\beta d)(Y_o - (B_L+B_1)\tan\beta d - jG}{(Y_o - (B_L+B_1)\tan\beta d)^2 + G_L^2\tan^2\beta d}$$

$$= Y_o \cdot \frac{G_LY_o - \cancel{G_L(B_1+B_L)\tan\beta d} + G_L^2 \cdot j \cdot \tan\beta d + j(B_L+B_1)Y_o + j(B_L+B_1)^2\tan\beta d + \cancel{G_L \cdot (B_L+B_1)\tan\beta d}}{(Y_o - (B_L+B_1)\tan\beta d)^2 + G_L^2\tan^2\beta d}$$

$$\underline{+jY_o^2\tan\beta d - j(B_L+B_1)\tan^2\beta d + Y_oG_L\tan^2\beta d} =$$

$$= Y_o \cdot \frac{G_LY_o(1+\tan^2\beta d) + j\left[(B_1+B_L)Y_o(1-\tan^2\beta d) + \tan\beta d\left(-G_L^2 - (B_1+B_L)^2 + Y_o^2\right)\right.}{(Y_o - (B_L+B_1)\tan\beta d))^2 + G_L^2\tan^2\beta d}$$

Στην εισοδο: $Y_{in} = Y_B + Y_2 = G_B + jB_B + jB_2$

Για προσαρμογη θελω: $Z_o = Z_{in} \Rightarrow Y_o = Y_{in}$ αρα $Y_o = G_B$ και $B_B = -B_2$

Για $G_B = Y_0$: $\cancel{Y_0}\cdot\dfrac{G_L Y_0(1+\tan^2\beta d)}{(Y_0-(B_1+B_L)\tan\beta d)^2+G_L^2\tan^2\beta d} = \cancel{Y_0}$

$\Rightarrow G_L Y_0 + G_L Y_0\tan^2\beta d - Y_0^2 + 2(B_1+B_L)\tan\beta d\cdot Y_0 - (B_1+B_L)^2\tan^2\beta d - G_L^2\tan^2\beta d = 0$

Θετω: $\tan\beta d = \alpha$, $B_1 + B_L = B$ $\Big|$ $G_L Y_0 + G_L Y_0\alpha^2 - Y_0^2 + 2B\cdot\alpha\cdot Y_0 - B^2 d^2 - G_L^2\cdot\alpha^2 = 0$

δευτεροβαθμια εξισωση με αγνωστο το β:

$$\Delta = 4\alpha^2 Y_0^2 - 4(-\alpha^2)(G_L Y_0 + G_L Y_0\alpha^2 - Y_0^2 - G_L^2\alpha^2)$$

$$= 4\alpha^2 G_L(-\alpha^2 G_L + \alpha^2 Y_0 + Y_0),\ \Delta > 0$$

$$B_{1,2} = \frac{+2\cancel{B}\alpha\cdot Y_0 \pm 2\alpha\sqrt{G_L(-\alpha^2 G_L + \alpha^2 Y_0 + Y_0)}}{2\alpha^2}$$

$$= \frac{+Y_0 \pm \cancel{2}\sqrt{G_L(-\alpha^2 G_L + \alpha^2 Y_0 + Y_0)}}{\alpha}$$

$B = B_1 + B_L \Rightarrow B = Y_0\tan\beta l_1 + B_L$

$\Rightarrow B - B_L = Y_0\tan\beta l_1$

$\Rightarrow \beta l_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{B-B_L}{Y_0}\right)$

$B_B = -B_2 \Rightarrow B_B = -Y_0\tan\beta l_2 \Rightarrow \beta l_2 = \tan^{-1}\left(-\dfrac{B_B}{Y_0}\right)$

$\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow l_2 = \dfrac{\lambda}{2\pi}\tan^{-1}\left(-\dfrac{B_B}{Y_0}\right)$

Ερωτημα (Β)

$Z_L = 20 - j30$, $Y_L = \underset{G_L}{0.004} + j\underset{B_L}{0.006}$

$Z_0 = 50$, $f_0 = 5GHz$, $d = \lambda/8$, $\lambda = \dfrac{c_0}{f_0} = 0.06m$

$Y_0 = 0.02$

απο (1) $\alpha^2 B^2 - 2B\alpha Y_0 + Y_0^2 + G_L^2\alpha^2 - G_L Y_0\alpha^2 - G_L Y_0 = 0$

οπου $\alpha: \tan\beta d = \tan\dfrac{2\pi}{\cancel{\lambda}}\cdot\dfrac{\cancel{\lambda}}{8} = \tan\dfrac{\pi}{4} = 1$

αρα, $\beta^2 - 2\beta Y_0 + Y_0^2 + G_L^2 - G_L Y_0 - G_L Y_0 = 0$

$\beta^2 - 2\beta\cdot 0.02 + (0.02)^2 + (0.004)^2 - 2(0.004\cdot 0.02) = 0$

$\beta^2 - 0.04\beta + 0.000256$

$\Delta = 0.0016 - 4\cdot 0.000256 = 0.000576 > 0$

Ερώτημα (β)

$$B_{1,2} = \frac{0.04 \pm 0{,}024}{2} \quad \begin{cases} B_1 = 0{,}032 \\ B_2 = 0.008 \end{cases}$$

Για $B_1 = 0.032$

$$l_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \tan^{-1}\left(\frac{B_1 - B_L}{Y_0}\right) = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \tan^{-1}\left(\frac{0.032 - 0.006}{0.02}\right) = 0.14\lambda$$

Για $\left.\begin{array}{l} B_2 = 0.008 \\ l_2 = 0.15\lambda \end{array}\right\}$ απορριπτεται

• l_2 για $B_1 = 0.032$

$$B_B = -B_2 \Rightarrow l_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \tan^{-1}\left(-\frac{B_B}{Y_0}\right)$$

$$B_B = \frac{B_1 \cdot Y_0 (1 - a^2) + a(-G_L^2 - B_1^2 + Y_0^2)}{(Y_0 - B_1 \cdot a)^2 + G_L^2 \cdot a^2} \cdot Y_0$$

$$= \frac{0.032 \cdot 0.02 \cdot \underbrace{\cancel{(1-1)}}_{0} + 1 \cdot (-(0.004)^2 - (0.032)^2 + (0.02)^2)}{(0.02 - 0.032)^2 + (0.004)^2 \cdot 1^2} \cdot 0.02$$

$$= -0.08$$

Αρα, $l_2 = 0.21\lambda$

- **Κώδικας**

```
fo=5*10^9;
f=0:(10*10^9/1000000):(10*10^9);
yo=1/50;
zl=20-1i*30;
yl=1./zl;
y1=1i*yo*tan(0.14*2*pi*f/fo);
y2=1i*yo*tan(0.21*2*pi*f/fo);
ya=y1+yl;
yb=yo*(ya+1i*yo*tan(0.125*2*pi*f/fo))./(yo+1i*ya.*tan(0.125*2*pi*f/fo));
yin=yb+y2;
S=(yo-yin)./(yo+yin);
So=abs(S);
plot(f,So)
```

- **Διάγραμμα του μέτρου του συντελεστή ανάκλασης**