



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования*
«МИРЭА – Российский технологический университет»

РТУ МИРЭА

Отчет по выполнению практического задания №1.1

Тема:

Оценка вычислительной сложности алгоритма

Дисциплина: «Структуры и алгоритмы обработки данных»

Выполнил студент: Павлов Н.С.

Группа: ИКБО-30-23

Москва 2024

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| ЦЕЛЬ РАБОТЫ | 3 |
| 1 ЗАДАНИЕ №1 | 4 |
| 1.1 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ | 4 |
| 1.2 ПЕРВЫЙ АЛГОРИТМ | 5 |
| 1.2.1 Математическая модель решения задачи | 5 |
| 1.2.2 Реализация алгоритма..... | 8 |
| 1.2.3 Тестирование алгоритма | 9 |
| 1.2.4 Оценка емкостной сложности алгоритма..... | 10 |
| 1.3 ВТОРОЙ АЛГОРИТМ..... | 11 |
| 1.3.1 Математическая модель решения задачи | 11 |
| 1.3.2 Реализация алгоритма..... | 14 |
| 1.3.3 Тестирование алгоритма | 15 |
| 1.3.4 Оценка емкостной сложности алгоритма..... | 16 |
| 1.4 ВЫВОДЫ..... | 17 |
| 2 ЗАДАНИЕ №2 | 18 |
| 2.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ..... | 18 |
| 2.2 РАБОТА С АЛГОРИТМОМ..... | 19 |
| 2.2.1 Математическая модель решения алгоритма..... | 19 |
| 2.2.2 Разработка эффективного алгоритма..... | 21 |
| 2.2.3 Тестирование алгоритма | 22 |
| 2.2.4 Оценка емкостной сложности алгоритма..... | 24 |
| 2.3 ВЫВОДЫ..... | 25 |
| СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ..... | 26 |

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобретение практических навыков:

- эмпирическому определению вычислительной сложности алгоритмов на теоретическом и практическом уровнях;
- выбору эффективного алгоритма решения вычислительной задачи из нескольких.

1 ЗАДАНИЕ №1

1.1 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется вычислительная задача:

— дан массив **x** из **n** элементов целого типа; удалить из этого массива все значения равные заданному (ключевому) **key**.

Необходимо выбрать эффективный алгоритм вычислительной задачи из двух предложенных, используя теоретическую и практическую оценку вычислительной сложности каждого из алгоритмов, а также его ёмкостную сложность.

1.2 ПЕРВЫЙ АЛГОРИТМ

1.2.1 Математическая модель решения задачи

Описание действий алгоритма:

Переменной целого типа i присваивается значение 0. Пока значение i меньше размера массива x (n) выполняется следующий цикл:

1. Очередной i -й элемент массива x сравнивается с ключевым значением key
2. Если эти значения равны, то выполняется смещение элементов массива x на 1 позицию влево, начиная с $(i+1)$ элемента. Затем размер массива x уменьшается на 1. Иначе переменная i увеличивается на 1.

Подробный порядок действий алгоритма обозначен на блок-схеме (рис.1).

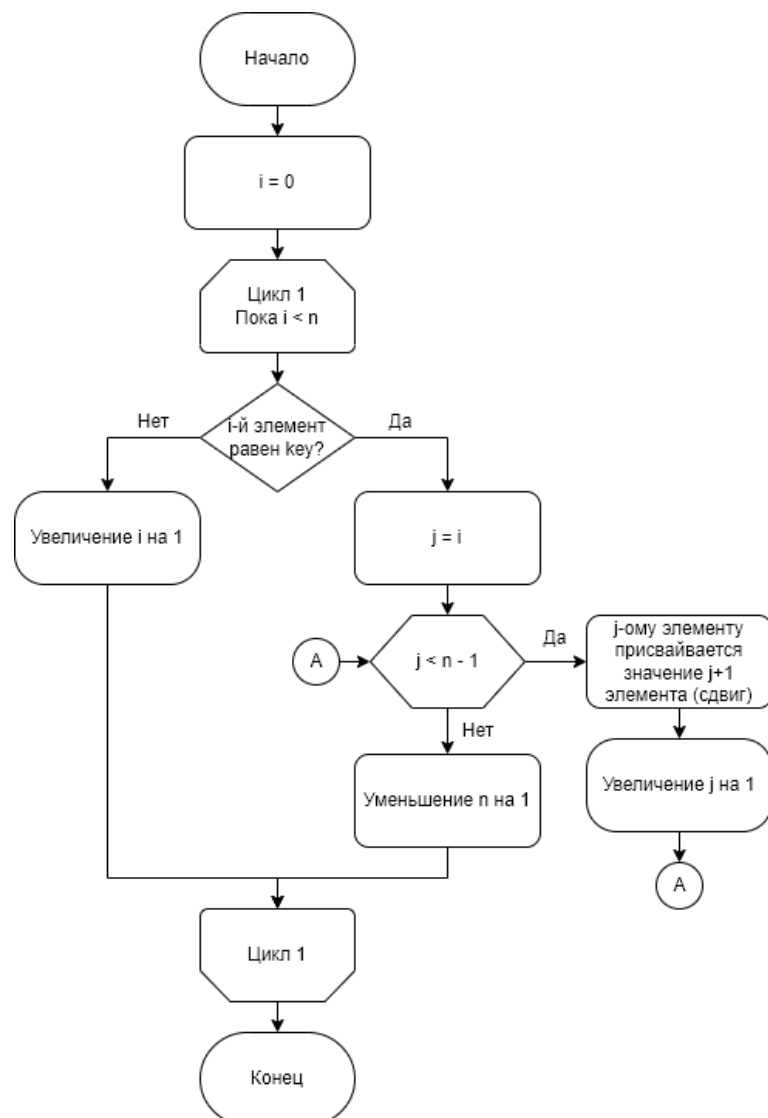


Рисунок 1 – Блок-схема первого алгоритма

Доказательство корректности цикла(внешнего):

Определим инвариант цикла: «В массиве x среди первых i элементов нет значений равных контрольному (key)»

Область изменения параметров этой задачи $[x[1]; x[n]]$ можно разделить на две части:

- исследованную область, для которой нет элементов равных контрольному значению в $[x[1]; x[i]]$;
- область неопределенности $[x[i+1]; x[n]]$.

Необходимо составлять цикл так, чтобы на каждой итерации область неопределенности сокращалась, это, собственно, и будет доказывать, что условие завершения рано или поздно будет выполнено, т.е. цикл конечный:

- перед началом цикла исследованная область представляет собой пустой массив, а область неопределенности составляет $[x[1]; x[n]]$

- после первого выполнения цикла может быть 2 варианта. Если первый элемент был равен контрольному значению, то элемент удаляется и размер массива становится на 1 меньше. Поэтому исследованная область остается прежней, а область неопределенности $[x[1]; x[n]]$, но n на 1 меньше исходного значения.. Если же первый элемент не равен контрольному значению, то исследованная область состоит из одного элемента, а область неопределенности $[x[2]; x[n]]$.

- после очередного i -ого выполнения цикла может быть 2 варианта. Если i -й элемент был равен контрольному значению, то элемент удаляется и размер массива становится на 1 меньше. Поэтому исследованная область остается прежней $[x[1]; x[i-1]]$, а область неопределенности $[x[i]; x[n]]$, но n на 1 меньше предыдущего значения.. Если же первый элемент не равен контрольному значению, то исследованная область состоит из i элементов, а область неопределенности $[x[i+1]; x[n]]$. И так до тех пор, пока область неопределенности не превратится в пустое множество

Таким образом, выражение инварианта сохраняет свою истинность на протяжении всего цикла, а это значит, что цикл является корректным.

Определение вычислительной сложности алгоритма:

Определим вычислительную сложность алгоритма используя теоретический подход, т.е. выведем функцию роста $T(n)$ отдельно для худшего и лучшего случаев.

Таблица 1 – Таблица подсчета кол-ва выполнений оператора в строке

| Номер оператора | Оператор | Кол-во выполнений оператора в строке | |
|-----------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------------|
| | | В лучшем случае | В худшем случае |
| 1 | int i = 0; | 1 | 1 |
| 2 | while (i < n) { | n+1 | n+1 |
| 3 | if (x[i] == key) { | n | n |
| 4 | for (int j = i; j < n - 1; j++) { | 0 | (n-1)/2*n+1 |
| 5 | x[j] = x[j + 1]; | 0 | (n-1)/2*n |
| 6 | } | | |
| 7 | n--; | 0 | n |
| 8 | } | | |
| 9 | else { | | |
| 10 | i++; | n | 0 |
| 11 | } | | |
| 12 | } | | |

В лучшем случае: в массиве не содержится элементов, значение которых равняется контрольному. Условие строки 3 будет ложным, поэтому выполняется оператор 10 строки n раз.

$$T(n) = 1 + (n + 1) + n + n = 3n + 2 \quad (1)$$

В худшем случае: каждый элемент массива равен контрольному значению. Выполняются операторы 4 и 5 строки, а оператор 10 строки не выполнится ни разу.

$$T(n) = 1 + (n + 1) + \left(\frac{n-1}{2} * n + 1\right) + \left(\frac{n-1}{2} * n\right) + n = \quad (2)$$

$$= n^2 + n + 3$$

В среднем случае: ровно половина элементов массива равняется контрольному значению. Тогда условие строки 3 выполнится $n/2$ раз и столько же не выполнится.

$$T(n) = 1 + (n + 1) + \left(\frac{n-1}{2} * \frac{n}{2} + 1\right) + \left(\frac{n-1}{2} * \frac{n}{2}\right) + \frac{n}{2} + \frac{n}{2} = \quad (3)$$

$$= \frac{n^2}{2} + \frac{3n}{2} + 3$$

В лучшем случае скорость роста получается линейная, когда как в худшем и в среднем скорость роста квадратичная. Значит, в целом, скорость роста – квадратичная.

1.2.2 Реализация алгоритма

Реализуем алгоритм в виде функции на языке программирования C++, включив в него подсчет суммарного количества выполненных сравнений (sravn) и перемещений (del) элементов при решении задачи удаления ключевых элементов (рис. 2).

```
void delFirstMetod(int* x, int& n, int key, int& sravn, int& del)
{
    int i = 0;
    while (i < n) {
        sravn++;
        if (x[i] == key) {
            for (int j = i; j < n - 1; j++) {
                sravn++;
                x[j] = x[j + 1];
                del++;
            }
            sravn++;
            n--;
        }
        else {
            i++;
        }
        sravn++;
    }
    sravn++;
}
```

Рисунок 2 – Реализация алгоритма на языке C++

Добавим еще несколько функций (рис. 3): заполнение массива случайными числами и вывод массива на экран монитора


```

void mass_input(int* x, int n) //заполнение случайными числами
{
    srand(time(0));
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        x[i] = rand() % 5;
    }
}

void output(int* x, int n) //вывод массива на экран
{
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cout << x[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}

```

Рисунок 3 – Функции заполнения массива и вывода его на экран

1.2.3 Тестирование алгоритма

Проведем тестирование алгоритма для следующих ситуаций:

- случайной заполнение массива (рис. 4)
- ни один элемент массива не удаляется (рис. 5)
- все элементы массива удаляются (рис. 6)

```

Введите n: 10
Введите key: 2
Исходный массив: 3 4 2 2 1 0 2 0 0 2
Результат удаления: 3 4 1 0 0 0
Количество сравнений: 41
Количество перемещений: 16

```

Рисунок 4 – Тестирование на случайных значениях

```

Введите n: 10
Введите key: 15
Исходный массив: 0 0 2 3 2 0 0 1 0 1
Результат удаления: 0 0 2 3 2 0 0 1 0 1
Количество сравнений: 21
Количество перемещений: 0

```

Рисунок 5 – Тестирование с сохранением всего массива

```

Введите n: 10
Введите key: 2
Исходный массив: 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
Результат удаления:
Количество сравнений: 76
Количество перемещений: 45

```

Рисунок 6 – Тестирование с удалением всего массива

В результате тестирования мы получили, что на практике вычислительная сложность алгоритма равняется: в лучшем случае 21, в худшем случае 121, в усредненном случае 57.

Высчитаем теоретические значения из формул 1-3 при $n=10$ и сравним их с фактическими значениями.

Лучший случай: $3 * 10 + 2 = 32$; на практике 21

Худший случай: $10^2 + 10 + 3 = 123$; на практике 121

Усредненный случай: $\frac{10^2}{2} + \frac{3*10}{2} + 3 = 68$; на практике 57

1.2.4 Оценка емкостной сложности алгоритма

В реализации алгоритма участвуют переменные двух типов: переменная целого типа (`int`) и указатель на переменную целого типа (`int*`). Определим количество выделяемой памяти на каждый тип переменных с помощью функции `sizeof()` для конкретной системы (рис. 7).

```
int      4bytes
int*     8bytes
```

Рисунок 7 – количество памяти, занимаемой переменными в конкретной системе

Перечислим все переменные, одновременно существующие в алгоритме, и размер в памяти, занимаемый ими (табл. 2).

Таблица 2 – Таблица определения размера переменных

| Имя переменной | Тип переменной | Занимаемая память в байтах |
|----------------|----------------|----------------------------|
| i | int | 4 |
| j | int | 4 |
| n | int | 4 |
| key | int | 4 |
| x | int* | 8 |
| x[1]...x[n] | Массив int | 4*n |

Сложив значения третьего столбца, получаем, что емкостная сложность алгоритма: $4+4+4+4+8+4*n = 24+4n$ байт

1.3 ВТОРОЙ АЛГОРИТМ

1.3.1 Математическая модель решения задачи

Описание действий алгоритма:

Переменным целого типа j и i присваивается значение 0. Пока значение i меньше размера массива x (n) выполняется следующий цикл:

1. j -ому элементу массива присваивается значение i -ого элемента.
2. Если значение i -ого элемента массива не равняется контрольному значению key , то j увеличивается на 1.

Размер массива уменьшается до значения j .

Подробный порядок действий алгоритма обозначен на блок-схеме (рис.8).

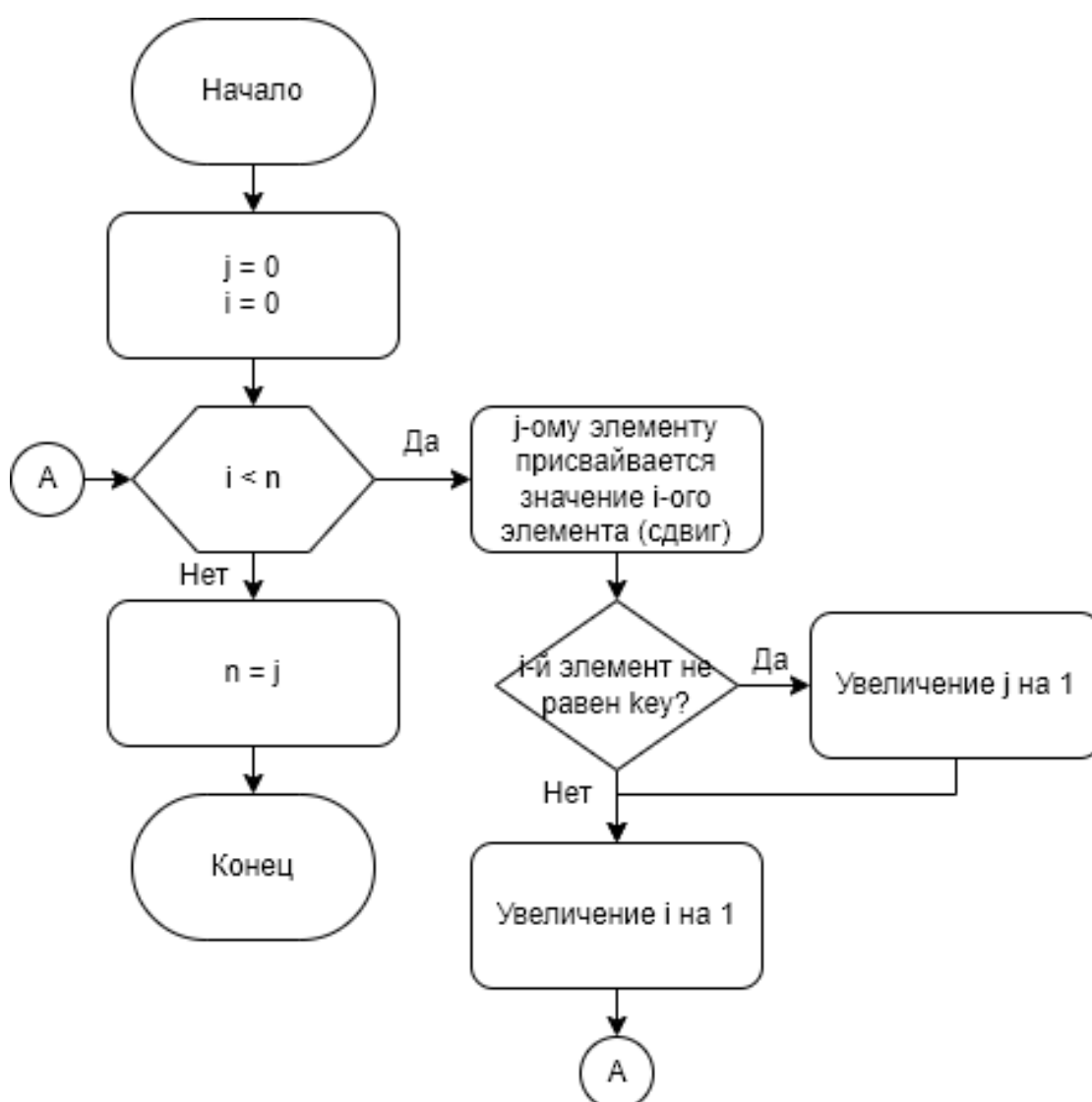


Рисунок 8 – Блок-схема второго алгоритма

Доказательство корректности цикла(внешнего):

Определим инвариант цикла: «В массиве x среди первых j элементов нет значений равных контрольному (key)»

Область изменения параметров этой задачи $[x[1]; x[n]]$ можно разделить на две части:

- исследованную область, для которой нет элементов равных контрольному значению в $[x[1]; x[j]]$;
- область «мусора» (значений, не имеющих роли) $[x[j+1]; x[i]]$
- область неопределенности $[x[i+1]; x[n]]$.

Необходимо составлять цикл так, чтобы на каждой итерации область неопределенности сокращалась, это, собственно, и будет доказывать, что условие завершения рано или поздно будет выполнено, т.е. цикл конечный:

- перед началом цикла исследованная область и область «мусора» представляют собой пустой массив, а область неопределенности составляет $[x[1]; x[n]]$

- после первого выполнения цикла может быть 2 варианта. Если первый элемент был равен контрольному значению, то исследованная область остается пустой, область «мусора» состоит из одного элемента, а область неопределенности $[x[2]; x[n]]$. Если же первый элемент не равен контрольному значению, то исследованная область состоит из одного элемента, область «мусора» пустая, а область неопределенности $[x[2]; x[n]]$.

- после очередного i -ого выполнения цикла может быть 2 варианта. Если i -й элемент был равен контрольному значению, то исследованная область остается прежней, область «мусора» $[x[j]; x[i]]$, а область неопределенности $[x[i+1]; x[n]]$. Если же первый элемент не равен контрольному значению, то исследованная область состоит из j элементов, область «мусора» $[x[j+1]; x[i]]$, а область неопределенности $[x[i+1]; x[n]]$. И так до тех пор, пока область неопределенности не превратится в пустое множество

Таким образом, выражение инварианта сохраняет свою истинность на протяжении всего цикла, а это значит, что цикл является корректным.

Определение вычислительной сложности алгоритма:

Определим вычислительную сложность алгоритма используя теоретический подход, т.е. выведем функцию роста $T(n)$ отдельно для худшего и лучшего случаев.

Таблица 3 – Таблица подсчета кол-ва выполнений оператора в строке

| Номер оператора | Оператор | Кол-во выполнений оператора в строке | |
|-----------------|---|--------------------------------------|-----------------|
| | | В лучшем случае | В худшем случае |
| 1 | <code>int j = 0;</code> | 1 | 1 |
| 2 | <code>for (int i = 0; i < n; i++) {</code> | $n+1$ | $n+1$ |
| 3 | <code> x[j] = x[i];</code> | n | n |
| 4 | <code> if (x[i] != key) {</code> | n | n |
| 5 | <code> j++;</code> | 0 | n |
| 6 | <code> }</code> | | |
| 7 | <code>}</code> | | |
| 8 | <code>n = j;</code> | 1 | 1 |

В лучшем случае: все значения в массиве равняются контрольному значению. Тогда строка 5 будет игнорироваться.

$$T(n) = 1 + (n + 1) + n + n + 1 = 3n + 3 \quad (4)$$

В худшем случае: ни один из элементов массива не равен контрольному значению. Тогда строка 5 будет выполняться каждый раз, т.е. n раз.

$$T(n) = 1 + (n + 1) + n + n + n + 1 = 4n + 3 \quad (5)$$

В среднем случае: ровно половина элементов массива равняется контрольному значению. Тогда условие строка 5 выполнится $n/2$ раз и столько же не выполнится.

$$T(n) = 1 + (n + 1) + n + n + \frac{n}{2} + 1 = \frac{7n}{2} + 3 \quad (6)$$

Мы видим, что во всех трех случаях скорость роста – линейная. Значит, в целом, скорость роста – линейная.

1.3.2 Реализация алгоритма

Реализуем алгоритм в виде функции на языке программирования C++, включив в него подсчет суммарного количества выполненных сравнений (sravn) и перемещений (del) элементов при решении задачи удаления ключевых элементов (рис. 9).

```
void delOtherMetod(int* x, int& n, int key, int& sravn, int& del)
{
    int j = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        sravn++;
        x[j] = x[i];
        del++;
        if (x[i] != key) {
            j++;
        }
        sravn++;
    }
    sravn++;
    n = j;
}
```

Рисунок 9 – Реализация алгоритма на языке C++

Добавим еще несколько функций (рис. 10): заполнение массива случайными числами и вывод массива на экран монитора

```
void mass_input(int* x, int n) //заполнение случайными числами
{
    srand(time(0));
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        x[i] = rand() % 5;
    }
}

void output(int* x, int n) //вывод массива на экран
{
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cout << x[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}
```

Рисунок 10 – Функции заполнения массива и вывода его на экран

1.3.3 Тестирование алгоритма

Проведем тестирование алгоритма для следующих ситуаций:

- случайной заполнение массива (рис. 11)
- ни один элемент массива не удаляется (рис. 12)
- все элементы массива удаляются (рис. 13)

```
Введите n: 10
Введите key: 2
Исходный массив: 0 2 3 2 4 2 2 2 2 4
Результат удаления: 0 3 4 4
Количество сравнений: 21
Количество перемещений: 10
```

Рисунок 11 – Тестирование на случайных значениях

```
Введите n: 10
Введите key: 15
Исходный массив: 3 2 4 0 2 4 1 2 1 1
Результат удаления: 3 2 4 0 2 4 1 2 1 1
Количество сравнений: 21
Количество перемещений: 10
```

Рисунок 12 – Тестирование с сохранением всего массива

```
Введите n: 10
Введите key: 2
Исходный массив: 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
Результат удаления:
Количество сравнений: 21
Количество перемещений: 10
```

Рисунок 13 – Тестирование с удалением всего массива

В результате тестирования мы получили, что на практике вычислительная сложность алгоритма равняется: в лучшем случае 31, в худшем случае 31, в усредненном случае 31. Фактически получается, что данный алгоритм имеет одинаковую вычислительную сложность вне зависимости от исходной ситуации.

Высчитаем теоретические значения из формул 4-6 при $n=10$ и сравним их с фактическими значениями.

Лучший случай: $3 * 10 + 3 = 33$; на практике 31

Худший случай: $4 * 10 + 3 = 43$; на практике 31

Усредненный случай: $\frac{7*10}{2} + 3 = 38$; на практике 31

1.3.4 Оценка емкостной сложности алгоритма

В реализации алгоритма участвуют переменные двух типов: переменная целого типа (`int`) и указатель на переменную целого типа (`int*`). Определим количество выделяемой памяти на каждый тип переменных с помощью функции `sizeof()` для конкретной системы (рис. 14).



```
int 4bytes
int* 8bytes
```

Рисунок 14 – количество памяти, занимаемой переменными в конкретной системе

Перечислим все переменные, одновременно существующие в алгоритме, и размер в памяти, занимаемый ими (табл. 4).

Таблица 4 – Таблица определения размера переменных

| Имя переменной | Тип переменной | Занимаемая память в байтах |
|----------------|----------------|----------------------------|
| i | int | 4 |
| j | int | 4 |
| n | int | 4 |
| key | int | 4 |
| x | int* | 8 |
| x[1]...x[n] | Массив int | 4*n |

Сложив значения третьего столбца, получаем, что емкостная сложность алгоритма: $4+4+4+4+8+4*n = 24+4n$ байт

1.4 ВЫВОДЫ

Основываясь на проделанном детальном анализе двух алгоритмов решения одной и той же задачи, можно заметить, что оба алгоритма имеют одинаковую емкостную сложность. При этом второй алгоритм имеет гораздо меньшую вычислительную сложность, нежели чем первый (у первого – квадратичная, у второго – линейная).

Из этого можно сделать вполне обоснованный вывод о том, что второй алгоритм решения задачи является более эффективным.

2 ЗАДАНИЕ №2

2.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Выполнить разработку алгоритма в соответствии с задачей варианта, включив в отчёт описание следующих этапов:

- 1) Формулировка задачи.
- 2) Математическая модель решения
- 3) Разработка эффективного алгоритма
- 4) Реализовать алгоритм решения задачи варианта в виде одной функции (без декомпозиции на другие функции).
- 5) Провести тестирование алгоритма. Для этого разработать таблицу тестов в соответствии с ограничениями постановки задачи. Выполнить тестовые прогоны и убедиться, что все требования выполняются.
- 6) Выполнить практическую оценку сложности алгоритма для больших n (по счётчикам количества сравнений и перемещений данных в памяти). Показать результаты прогонов для заданного n в лучшем, худшем и среднем случаях.
- 7) Оценить ёмкостную сложность алгоритма.

Персональный вариант: Умножение квадратных матриц

2.2 РАБОТА С АЛГОРИТМОМ

2.2.1 Математическая модель решения алгоритма

Запустим 3 цикла, вложенных друг в друга: внешний (переменная i меняет значение от 1 до n) для выбора строки матрицы результата, промежуточный (переменная j меняет значение от 1 до n) для выбора элемента в строке матрицы результата и внутренний (переменная k меняет значение от 1 до n) для перебора элементов исходных матриц.

Во внутреннем цикле j -ому элементу i -ой строки массива результата присваивается сумма k -ого элемента i -ой строки первого массива и j -ого элемента k -ой строки второго массива.

Подробный порядок действий алгоритма обозначен на блок-схеме (рис.15).

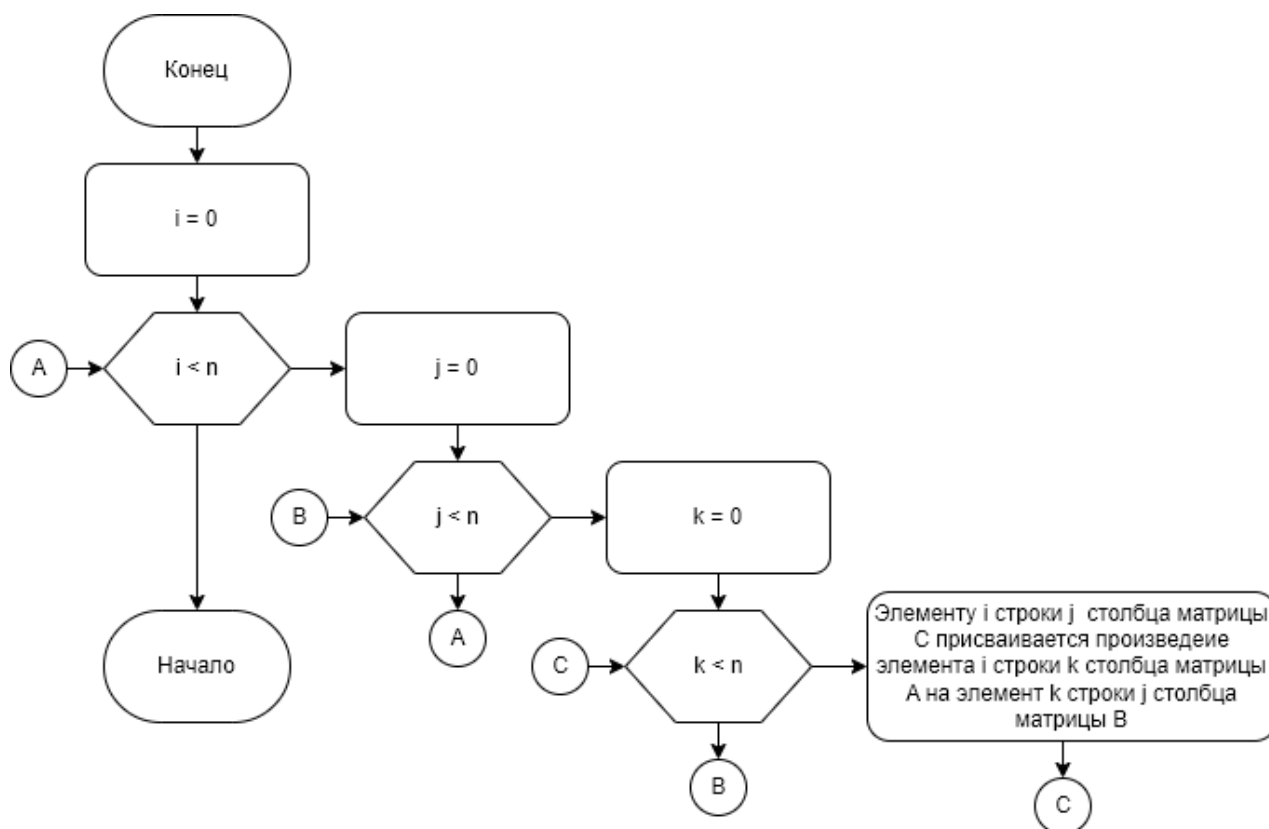


Рисунок 15 – Блок-схема алгоритма

Доказательство корректности цикла(внешнего):

Определим инвариант цикла: «В матрице x первые k элементов получены из произведения i -ой строки исходной матрицы 1 на j -й столбец исходной матрицы 2»

Область изменения параметров этой задачи $[x[1]; x[n^2]]$ можно разделить на две части:

- исследованную область, для которой посчитаны элементы из $[x[1]; x[k]]$;
- область неопределенности $[x[k+1]; x[n^2]]$.

Необходимо составлять цикл так, чтобы на каждой итерации область неопределенности сокращалась, это, собственно, и будет доказывать, что условие завершения рано или поздно будет выполнено, т.е. цикл конечный:

- перед началом цикла исследованная область представляют собой пустой массив, а область неопределенности составляет $[x[1]; x[n^2]]$
- после первого выполнения цикла исследованная область состоит из одного элемента, а область неопределенности $[x[2]; x[n^2]]$.
- после очередного k -ого выполнения цикла исследованная область – $[x[1]; x[k]]$, а область неопределенности $[x[k+1]; x[n^2]]$. И так до тех пор, пока область неопределенности не превратится в пустое множество

Таким образом, выражение инварианта сохраняет свою истинность на протяжении всего цикла, а это значит, что цикл является корректным.

Определение вычислительной сложности алгоритма:

Определим вычислительную сложность алгоритма используя теоретический подход, т.е. выведем функцию роста $T(n)$ отдельно для худшего и лучшего случаев.

Таблица 5 – Таблица подсчета кол-ва выполнений оператора в строке

| Номер оператора | Оператор | Кол-во выполнений оператора в строке | |
|-----------------|--|--------------------------------------|---------------------|
| | | В лучшем случае | В худшем случае |
| 1 | for (int i = 0; i < n; i++) { | n+1 | n+1 |
| 2 | for (int j = 0; j < n; j++) { | (n+1)n | (n+1)n |
| 3 | for (int k = 0; k < n; k++) { | (n+1)n ² | (n+1)n ² |
| 4 | matrix_C[i][j] += matrix_A[i][k] * matrix_B[k][j]; | n ³ | n ³ |
| 5 | } | | |
| 6 | } | | |
| 7 | } | | |

В алгоритме решения задачи не существует худшего или лучшего решения. В алгоритме выполняется одинаковое количество действий для матриц одного размера, т.к. сложность такого алгоритма зависит только от количества исходных элементов, а не от их значения:

$$T(n) = (n + 1) + (n + 1)n + (n + 1)n^2 + n^3 = 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1 \quad (7)$$

Исходя из функции роста, очевидно, что сложность алгоритма – кубическая.

2.2.2 Разработка эффективного алгоритма

Реализуем алгоритм в виде функции на языке программирования C++, включив в него подсчет суммарного количества выполненных сравнений и перемещений (count) элементов при решении задачи умножения квадратных матриц (рис. 16).

```

void multiply(int** matrix_A, int** matrix_B, int** matrix_C, int n, int& count)
{
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        count++;
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            count++;
            for (int k = 0; k < n; k++) {
                count++;
                matrix_C[i][j] += matrix_A[i][k] * matrix_B[k][j];
                count++;
            }
            count++;
        }
        count++;
    }
    count++;
}

```

Рисунок 16 – Реализация алгоритма на языке C++

Добавим еще несколько функций (рис. 17): заполнение массива случайными числами и вывод массива на экран монитора

```

void input(int** matrix, int n)
{
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            matrix[i][j] = rand() % 10;
        }
    }
}

void output(int** matrix, int n)
{
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            cout << setw(3) << matrix[i][j] << " ";
        }
        cout << endl;
    }
    cout << endl;
}

```

Рисунок 17 – Функции заполнения массива и вывода его на экран

2.2.3 Тестирование алгоритма

Разработаем таблицу (табл. 6) тестов с ограничениями постановки задачи и убедимся, в правильности работы алгоритма.

Таблица 6 – Таблица тестов алгоритма

| Входные данные | Ожидаемый результат | Результат работы программы |
|--|--|--|
| $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 6 & 26 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ | <p>Исходная матрица A:</p> <pre>6 2 3 0</pre> <p>Исходная матрица B:</p> <pre>0 2 3 7</pre> <p>Произведение матриц:</p> <pre>6 26 0 6</pre> <p>Сложность алгоритма: 29</p> |
| $\begin{bmatrix} 3 & 7 & 3 \\ 3 & 7 & 3 \\ 7 & 9 & 5 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 7 & 0 & 4 \\ 1 & 8 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 55 & 24 & 55 \\ 55 & 24 & 55 \\ 75 & 40 & 99 \end{bmatrix}$ | <p>Исходная матрица A:</p> <pre>3 7 3 3 7 3 7 9 5</pre> <p>Исходная матрица B:</p> <pre>1 0 9 7 0 4 1 8 0</pre> <p>Произведение матриц:</p> <pre>55 24 55 55 24 55 75 40 99</pre> <p>Сложность алгоритма: 79</p> |
| $[4]; [4]$ | $[16]$ | <p>Исходная матрица A:</p> <pre>4</pre> <p>Исходная матрица B:</p> <pre>4</pre> <p>Произведение матриц:</p> <pre>16</pre> <p>Сложность алгоритма: 7</p> |

При тестировании мы получили, что при умножении матриц 3×3 , практическая сложность алгоритма равняется 79. Вычислим теоретическое значение, подставив в формулу 7 значение $n=3$:

$$T(3) = 2 * 3^3 + 2 * 3^2 + 2 * 3 + 1 = 79$$

Оказалось, что теоретическое значение равняется практическому.

2.2.4 Оценка емкостной сложности алгоритма

В реализации алгоритма участвуют переменные двух типов: переменная целого типа (int) и указатели. Определим количество выделяемой памяти на каждый тип переменных с помощью функции sizeof() для конкретной системы (рис. 18).



```
int      4bytes
int*     8bytes
```

Рисунок 18 – количество памяти, занимаемой переменными в конкретной системе

Перечислим все переменные, одновременно существующие в алгоритме, и размер в памяти, занимаемый ими (табл. 7).

Таблица 7 – Таблица определения размера переменных

| Имя переменной | Тип переменной | Занимаемая память в байтах |
|----------------|----------------|----------------------------|
| matrix_A | int* | 8 |
| Matrix_B | int* | 8 |
| Matrix_C | int* | 8 |
| n | int | 4 |
| i | int | 4 |
| j | int | 4 |
| k | int | 4 |
| matrix_A[i] | Массив int* | 8*n |
| matrix_B[i] | Массив int* | 8*n |
| matrix_C[i] | Массив int* | 8*n |
| matrix_A[i][j] | Массив int | 4*n |
| matrix_B[i][j] | Массив int | 4*n |
| matrix_C[i][j] | Массив int | 4*n |

Сложив значения третьего столбца, получаем, что емкостная сложность алгоритма: $8*3+4*4+3*8*n+3*4*n = 40+36n$ байт

2.3 ВЫВОДЫ

Мною была проведена работа по разработке и реализации алгоритма решения задачи умножения квадратных матриц размерностью n . В ходе работы над алгоритмом была доказана его корректность, определена функция для расчета вычислительной сложности алгоритма и определена емкостная сложность алгоритма. Алгоритм протестирован и работает корректно.

СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Рысин, М. Л. Введение в структуры и алгоритмы обработки данных. Часть 1. Сложность алгоритмов. Сортировки. Линейные структуры данных. Поиск в таблице. : учеб. пособие / М. Л. Рысин, М. В. Сартаков, М. Б. Туманова ; МИРЭА – Российский технологический университет, 2022. – 109 с. – ISBN 978-5-7339-1612-5.
2. ГОСТ 19.701-90. Единая система программной документации. Схемы алгоритмов, программ, данных и систем. Условные обозначения и правила выполнения : межгосударственный стандарт : дата введения 1992-01-01 / Федеральное агентство по техническому регулированию. – Изд. официальное. – Москва : Стандартинформ, 2010. – 23 с.