AI hw7 PB21111733

13.15 A：真患病
B：测阳性

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)\times P(A)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(B|A)\times P(A)}{P(B|A)\times P(A)+P(B|\neg A)\times P(\neg A)}$$

$$= \frac{0.99\times 0.0001}{0.99\times 0.0001+0.01\times 0.9999}$$

$$\approx 0.98\%$$

即使测出阳性，患病概率仍然很低.

13.18 a、 A. 取出伪币
B、正面朝上

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)\times P(A)}{P(B|A)\times P(A)+P(B|\neg A)\times P(\neg A)}$$

$$= \frac{1\times\frac{1}{n}}{1\times\frac{1}{n}+\frac{1}{2}\times\frac{n-1}{n}} = \frac{2}{n+1}$$

b. A. 取出伪币

B. 有k次正面朝上

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B|A) \times P(A) + P(B|\neg A) \times P(\neg A)}$$

$$= \frac{1 \times \frac{1}{n}}{1 \times \frac{1}{n} + \frac{1}{2^k} \times \frac{n-1}{n}}$$

$$= \frac{2^k}{n+2^k-1}$$

c. A. 取出伪币

B. 有k次正面朝上

$$P(B|\neg A) \times P(\neg A) = \frac{1}{2^k} \times \frac{n-1}{n} = \frac{n-1}{2^k n}$$

B.21 a. A. 颜色为蓝

B. 看起来为蓝

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)\ P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|\neg A)\ P(\neg A)}$$

$$= \frac{0.75 \times P(A)}{0.75 \times P(A) + 0.25 \times P(\neg A)}$$

无法计算出

b、 10辆中9辆绿，则 $P(A)=\frac{1}{10}$

代入得 0.25.

有25%可能正确.

13.22 a. Query 表示为 Q $Q=q$ 表示类别为 q

$word_i$ 表示为 w_i，为单词 i 存在.

$$P(Q=q)=\frac{count(q)}{Total(Q)}$$ 表示文档为 q 类的概率

$count(q)$ 为 q 类文档数

$Total(Q)$ 为文档总数

$$P(w_i|Q=q)=\frac{count(w_i)}{count(q)}$$ 表示 q 类文档出现 i 的概率

$count(w_i)$ 为出现 i 的文档数

b. $$P(Q=q)=\sum_i P(Q=q,w_i)$$

$$=\sum_i P(Q=q|w_i)P(w_i)$$

由 $p(w_i)$ 已知 计算 $P(Q=q|w_i)$

c、不合理，一个文档中词有相关性。

14.12 a. (i) $F_1 \to M_1$, $M_1 \to N$. 则 $F_1 \to N$

(ii) 正确，顺序为 F_1, F_2, N, M_1, M_2 生成贝叶斯网络

(iii) 正确不高效，顺序为 M_1, M_2, N, F_1, F_2

b. (ii) 正确且高效

c. $P(M_1|N) = P(M_1|N, F_1)P(F_1)$
$P(M_1|N, \neg F_1)P(\neg F_1)$

$M_1 \backslash N$	1	2	3
0	$f+e(1-f)$	f	f
1	$(1-2e)(1-f)$	$e(1-f)$	0
2	$e(1-f)$	$(1-2e)(1-f)$	$e(1-f)$
3	0	$e(1-f)$	$(1-2e)(1-f)$
4	0	0	$e(1-f)$

d. $M1=2$, $M2=3$.

$N=2,4$ 或 $N \geq 6$

对于 $N=0,1$，由于不可能多数两颗以上，则不可能

对于 $N=3,5$，由于不可能少数两颗，则不可能.

e. $P(N|M_1, M_2) = \dfrac{P(M_1, M_2|N)P(N)}{P(M_1, M_2)}$

由于未知 $P(N)$，不知最可能的数目

若已知 $P(N)$ 则使 $P(M_1, M_2 | N) P(N)$ 最大

则此时 N 为最可能的恒星数目.

14.13

$$P(N | M_1=2, M_2=3) = \frac{P(M_1=2, M_2=3, N, F_1, F_2)}{\sum_{F_1, F_2} P(M_1=i, M_2=j, N, F_1, F_2)}$$

$$= \frac{P(M_1=2 | F_1, N) P(M_2=2 | F_2, N) P(N) P(F_1) P(F_2)}{\sum_{F_1, F_2, N} P(M_1=2 | F_1, N) P(M_2=2 | F_2, N) P(N) P(F_1) P(F_2)}$$

F_1, F_2 不发生. $= (1-f)^2 \times \frac{P(M_1=2 | N) P(M_2=2 | N) P(N)}{\sum_N P(M_1=2 | N) P(M_2=2 | N) P(N)}$

记 $N=1,2,3$ 时 先验概率分别为 p_1. p_2. p_3

$$\text{则} = \begin{cases} (1-f)^2 \dfrac{e^2 p_1}{6e^2-4e+1} & N=1 \\ (1-f)^2 \dfrac{(1-2e)^2 p_2}{6e^2-4e+1} & N=2 \\ (1-f)^2 \dfrac{e^2 p_3}{6e^2-4e+1} & N=3. \end{cases}$$