Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Институт №8 «Информационные технологии и прикладная математика»

Кафедра 806 «Вычислительная математика и программирование»

Лабораторная работа №1 по курсу «Искусственный интеллект»

Студент: Н. П. Ежов

Преподаватели: Д. В. Сошников

С. Х. Ахмед

Группа: М8О-307Б-19

Дата:

Оценка: Подпись:

Лабораторная работа №1

Задача: Вы собрали данные и их проанализировали, визуализировали и представили отчет своим партнерам и спонсорам. Они согласились, что ваша задача имеет перспективу и продемонстрировали заинтересованность в вашем проекте. Самое время реализовать прототип! Вы считаете, что нейронные сети переоценены (просто боитесь признаться, что у вас не хватает ресурсов и данных), и считаете что за классическим машинным обучением будущее и потому собираетесь использовать классические модели. Вашим первым предположением является предположение, что данные и все в этом мире имеет линейную зависимость, ведь не зря же в конце каждой нейронной сети есть линейный слой классификации. В качестве первых моделей вы выбрали линейную/логистическую регрессию и SVM. Так как вы очень осторожны и боитесь ошибиться, вы хотите реализовать случай, когда все таки мы не делаем никаких предположений о данных и взяли за основу идею "близкие объекты дают близкий ответ"и идею, что теорема Байеса имеет ранг королевской теоремы. Так как вы не доверяете другим людям, вы хотите реализовать алгоритмы сами с нуля без использования scikit-learn (почти). Вы хотите узнать насколько хорошо ваши модели работают на выбранных вам данных и хотите замерить метрики качества. Ведь вам нужно еще отчитаться спонсорам!

Формально говоря вам предстоит сделать следующее:

- 1. Реализовать следующие алгоритмы машинного обучения: Linear/Logistic Regression, SVM, KNN, Naive Bayes в отдельных классах;
- 2. Данные классы должны наследоваться от BaseEstimator и ClassifierMixin, иметь методы fit и predict;
- 3. Вы должны организовать весь процесс предобработки, обучения и тестирования с помощью Pipeline;
- 4. Вы должны настроить гиперпараметры моделей с помощью кросс валидации, вывести и сохранить эти гиперпараметры в файл, вместе с обученными моделями;
- 5. Проделать аналогично с коробочными решениями;
- 6. Для каждой модели получить оценки метрик: Confusion Matrix, Accuracy, Recall, Precision, ROC_AUC curve;
- 7. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы о применимости моделей;
- 8. Загрузить полученные гиперпараметры модели и обученные модели в формате pickle на гит вместе с Jupyter Notebook ваших экспериментов.

1 Описание

Для корректной работы моделей признаки нужно нормализовать. Сначала разделим данные на тренировучную и тестовую выборку, после чего нормализуем их. Делаем это именно в таком порядке, чтобы у нас было гарантировано, что и в тренировочной, и в тестовой выборке все значения будут от 0 до 1. Данные разделим в пропоциях (80 к 20), используя используя train_test_split из scikit-learn [2]. scikit-learn позволяет сделать это с помощью normalize [3], я использую метрику «max».

В задании требуется сделать все модели совместимыми с scikit-learn [4], поэтому получение оценок модели [1] можно сделать методами из этой же библотеки:

```
1
   def scores(model, X, y_true):
2
       y_pred = model.predict(X)
3
       print("Accuracy:", accuracy_score(y_true, y_pred))
       print("Recall:", recall_score(y_true, y_pred))
4
5
       print("Precision:", precision_score(y_true, y_pred))
6
       figure = plt.figure(figsize = (20, 5))
7
       matr = confusion_matrix(y_true, y_pred)
8
       ax = plt.subplot(1, 2, 1)
9
       ConfusionMatrixDisplay(matr).plot(ax = ax)
10
       ax = plt.subplot(1, 2, 2)
       RocCurveDisplay.from_predictions(y_true = y_true, y_pred = y_pred, name = "ROC-
11
           curve", ax = ax)
12
       plt.show()
```

При реализации моделей я использовал шаблон [5] из scikit-learn, в котором учтены все тонкости реализации: наследование от нужных классов (ClassifierMixin, BaseEstimator) и необходимые методы (fit, predict).

Метод k-ближайших соседей

Среди всех объектов обучающей выборки ищем к ближайших, среди них классифицируем объект тем классом, которого больше всего среди соседей:

```
class kNN(BaseEstimator, ClassifierMixin):
 1
 2
3
       def __init__(self, k=1):
4
           self.k = k
5
 6
       def fit(self, X, y):
7
           X, y = \text{check}_X_y(X, y)
8
           # Store the classes seen during fit
9
           self.classes_ = unique_labels(y)
10
           self.X_ = X
11
12
           self.y_ = y
13
           self.is_fitted_ = True
14
           # 'fit' should always return 'self'
15
           return self
16
17
       def predict(self, X):
           # Check is fit had been called
18
           check_is_fitted(self, ['X_', 'y_'])
19
20
21
           # Input validation
22
           X = check_array(X)
23
24
           y = np.ndarray((X.shape[0],))
25
           for (i, elem) in enumerate(X):
26
               distances = euclidean_distances([elem], self.X_)[0]
27
               indexes = np.argsort(distances, kind='heapsort')[:self.k]
28
29
               labels, cnts = np.unique(self.y_[indexes], return_counts=True)
30
               y[i] = labels[cnts.argmax()]
31
           return y
```

Использую Евклидову метрику из scikit-learn для вычисления расстояний и метод argpsort из numpy [9] для индексной сортировки. Также в качестве алгоритма сортировки использую heapsort, т.к. по умолчанию используется quicksort, который, исходя из документации, имеет оценку сложности $O(n^2)$, в то время как heapsort сортирует массив за $O(n \cdot log(n))$, при этом не используя дополнительную память (исходя из документации numpy)

Notes

The various sorting algorithms are characterized by their average speed, worst case performance, work space size, and whether they are stable. A stable sort keeps items with the same key in the same relative order. The four algorithms implemented in NumPy have the following properties:

kind	speed	worst case	work space	stable
'quicksort'	1	O(n^2)	0	no
'heapsort'	3	O(n*log(n))	0	no
'mergesort'	2	O(n*log(n))	~n/2	yes
'timsort'	2	O(n*log(n))	~n/2	yes

Из отсортированных индексов получаю к ближайших соседей.

2 Логистическая регрессия

Логистическая регрессия по сути является однослойной нейросетью. Использую результаты из ЛР по реализации собственного фреймворка, чтобы реализовать модель. Описываю класс сети, которую можно строить из разных слоёв:

```
1
    class Net:
 2
       def __init__(self, loss=CrossEntropyLoss()):
3
           self.layers = []
4
           self.loss_ = loss
5
6
       def add(self, 1: Layer):
7
           self.layers.append(1)
8
9
       def forward(self, x):
10
           for 1 in self.layers:
11
               x = 1.forward(x)
12
           return x
13
14
       def backward(self, z):
15
           for l in self.layers[::-1]:
16
               z = 1.backward(z)
17
           return z
18
19
       def update(self, lr):
20
           for 1 in self.layers:
21
               if 'update' in l.__dir__():
22
                   1.update(lr)
23
24
       def get_loss_acc(self, x, y):
25
           p = self.forward(x)
26
           1 = self.loss_.forward(p, y)
27
           pred = np.argmax(p, axis=1)
           acc = (pred == y).mean()
28
29
           return 1, acc
30
31
       def train_epoch(self, train_x, train_labels, batch_size=4, lr=0.1):
32
           for i in range(0, len(train_x), batch_size):
33
               xb = train_x[i:i + batch_size]
34
               yb = train_labels[i:i + batch_size]
35
36
               p = self.forward(xb)
               1 = self.loss_.forward(p=p, y=yb)
37
               dp = self.loss_.backward(loss=1)
38
39
               dx = self.backward(z=dp)
40
               self.update(lr)
```

Линейный слой сети с возможностью обновления весов (изначально матрица весов заполняется случайными числами, а вектор смещения нулями) так же вынесен в отдельный класс:

```
1
   class Linear(Layer):
       def __init__(self, nin, nout):
2
3
           sigma = 1.0 / np.sqrt(2.0 * nin)
4
           self.W = np.random.normal(0, sigma, (nout, nin))
5
           self.b = np.zeros((1, nout))
6
           self.dW = np.zeros_like(self.W)
7
           self.db = np.zeros_like(self.b)
8
9
       def forward(self, x):
10
           self.x = x
11
           return np.dot(x, self.W.T) + self.b
12
13
       def backward(self, dz):
14
           dx = np.dot(dz, self.W)
15
           dW = np.dot(dz.T, self.x)
           db = dz.sum(axis=0)
16
17
           self.dW = dW
           self.db = db
18
19
           return dx
20
21
       def update(self, lr):
22
           self.W -= lr * self.dW
23
           self.b -= lr * self.db
```

В логистической регрессии используется функция активации сигмоида, которая так же описана в отдельном классе:

$$\sigma(x) = (1 + e^{-x})^{-1}$$

```
1 | class Sigmoid(Layer):
2 | def forward(self, x):
3 | self.y = 1.0 / (1.0 + np.exp(-x))
4 | return self.y
5 |
6 | def backward(self, dy):
7 | return self.y * (1.0 - self.y) * dy
```

В качестве функции потерь использую binary cross entropy loss, так как стоит задача бинарной классификации:

```
1
   class BinaryCrossEntropy(Layer):
2
       def forward(self, p, y):
3
           y = y.reshape((y.shape[0], 1))
4
           self.p = p
5
           self.y = y
6
           res = y * np.log(p) + (1 - y) * np.log(1 - p)
7
           return -np.mean(res)
8
9
       def backward(self, loss):
10
           res = (self.p - self.y) / (self.p * (1 - self.p))
11 |
           return res / self.p.shape[0]
```

Логистическая регрессия содержит нейросеть, состояющую из линейного слоя, сигмиоды и описанной выше функции потерь. Также есть настраиваемый параметр, который характеризует кол-во входных признаков. Алгоритм обучения сети — стохастический градиентный спуск с постоянным шагом:

```
1 |
   class LogisticRegression(ClassifierMixin, BaseEstimator):
 2
       def __init__(self, epoches=1, batch_size=10, SGD_step=0.001, nin=10):
3
           self.epoches = epoches
           self.batch_size = batch_size
 4
5
           self.SGD_step = SGD_step
 6
           self.nin = nin
7
           self.Net = Net(BinaryCrossEntropy())
           self.Net.add(Linear(nin, 1))
 8
9
           self.Net.add(Sigmoid())
10
11
       def fit(self, X, y):
12
           # Check that X and y have correct shape
           X, y = \text{check}_X_y(X, y)
13
14
           # Store the classes seen during fit
15
           self.classes_ = unique_labels(y)
16
           self.X_ = X
17
18
           self.y_ = y
19
           for _ in range(self.epoches):
20
               self.Net.train_epoch(X, y, self.batch_size, self.SGD_step)
21
           # Return the classifier
22
           return self
23
24
       def predict(self, X):
           # Check is fit had been called
25
26
           check_is_fitted(self, ['X_', 'y_'])
27
28
           # Input validation
29
           X = check_array(X)
30
```

```
31 | y = self.Net.forward(X)
32 | res = np.where(y < 0.5, 0, 1)
33 | return res
34 |
35 | def getW(self):
36 | return self.Net.layers[0].W
37 |
38 | def getb(self):
39 | return self.Net.layers[0].b</pre>
```

3 Метод опорных векторов

Метод похож на предыдущий, но функция ошибки требует сами данные, на которых происходит обучение, поэтому встроить в класс сети не получилось. Однако, из-за схожести архитектуры реализации было принято решение создать класс, который наследуется от Net, написанного в ЛР по персептронам. На основе этого класса отдельно описываю модель опорных векторов с мягким зазором:

```
1
   class SoftMarginSVM(Net):
 2
       def __init__(self, nin, alpha):
 3
           super().__init__()
 4
           self.alpha = alpha
5
           sigma = 1.0 / np.sqrt(nin)
           self.W = np.random.normal(0., sigma, (1, nin + 1))
 6
 7
8
       def forward(self, x):
9
           z = np.dot(x, self.W.T)
10
           return z
11
12
       def add_ones(self, x):
13
           ones = np.ones((x.shape[0], 1))
14
           return np.hstack((x, ones))
15
16
       def predict(self, x):
17
           res = self.forward(self.add_ones(x))
18
           return np.where(res < 0, 0, 1)
19
20
       def train_epoch(self, x, y, batch_size=100, step=1e-7):
21
           x = self.add_ones(x)
22
           y = np.where(y > 0, 1, -1)
23
           for i in range(0, len(x), batch_size):
24
               xb = x[i:i + batch_size]
25
               yb = y[i:i + batch_size]
26
27
               pred = self.forward(xb)
28
               grad = self.alpha * self.W
29
               for i in range(len(xb)):
30
                   if (yb[i] * pred[i] < 1):</pre>
31
                      grad -= yb[i] * xb[i]
32
               self.W -= step * grad
```

Класс получился простой, но не очень универсальный. Чтобы отбросить вектор смещения b, я ввёл искуственный признак, который всегда равен единице [14].

Эта модель затем встраивается в классификатор. Параметры почти такие же, как и в случае с логистической регрессией:

```
class SVM(ClassifierMixin, BaseEstimator):
 1
       def __init__(self, epoches=1, batch_size=10, SGD_step=0.001, alpha=0.1, nin=10):
 2
 3
           self.epoches = epoches
           self.batch_size = batch_size
 4
 5
           self.SGD_step = SGD_step
 6
           self.nin = nin
 7
           self.alpha = alpha
           self.Net = SoftMarginSVM(nin, alpha)
 8
 9
10
       def fit(self, X, y):
           # Check that X and y have correct shape
11
12
           X, y = \text{check}_X_y(X, y)
           # Store the classes seen during fit
13
14
           self.classes_ = unique_labels(y)
15
16
           self.X_ = X
           self.y_=y
17
18
           for _ in range(self.epoches):
19
               self.Net.train_epoch(X, y, self.batch_size, self.SGD_step)
20
           # Return the classifier
21
           return self
22
23
       def predict(self, X):
24
           y = self.Net.predict(X)
25
           return y
26
27
       def getW(self):
           return self.Net.W
28
```

4 Наивный байесовский классификатор

Идея модели в наивном предположении о независимости параметров. Так же часто используется модель с нормальным распределением признаков. В прошлой работе гистограммы 2 из 8 распределены нормально, поэтому попробую применить такой метод:

```
1
   class NaiveBayes(ClassifierMixin, BaseEstimator):
 2
       def __init__(self):
3
           None
 4
5
       def fit(self, X, y):
6
           # Check that X and y have correct shape
7
           X, y = check_X_y(X, y)
8
           self.X_ = X
9
10
           self.y_ = y
11
12
           labels, cnts = np.unique(self.y_, return_counts = True)
13
           self.labels = labels
           self.p_of_y = np.array([elem / self.y_.shape[0] for elem in cnts])
14
           self.means = np.array([self.X_[self.y_ == elem].mean(axis = 0) for elem in
15
16
           self.stds = np.array([self.X_[self.y_ == elem].std(axis = 0) for elem in labels
17
           # Return the classifier
           return self
18
19
20
       def gaussian(self, mu, sigma, x0):
21
           return np.exp(-(x0 - mu) ** 2 / (2 * sigma)) / np.sqrt(2.0 * pi * sigma)
22
23
       def predict(self, X):
24
           # Check is fit had been called
25
           check_is_fitted(self, ['X_', 'y_'])
26
27
           # Input validation
28
           X = check_array(X)
29
30
           res = np.zeros(X.shape[0])
31
           for (i, elem) in enumerate(X):
32
               p = np.array(self.p_of_y)
33
               for (j, label) in enumerate(self.labels):
34
                  p_x_cond_y = np.array([self.gaussian(self.means[j][k], self.stds[j][k],
                      elem[k]) for k in range(X.shape[1])])
35
                  p[j] *= np.prod(p_x_cond_y)
               res[i] = np.argmax(p)
36
37
           return res
```

5 Подбор гиперпараметров

Для подбора гиперпараметров используются кросс-валидации GridSearchCV [7] и RandomizedSearchCV [8]. Приведу пример использования с SVM:

```
gscv = GridSearchCV(Pipeline([("SVM", SVM(nin=train_X.shape[1]))]),
2
                     {"SVM__epoches" : [1, 2, 4],
3
                      "SVM__batch_size" : [5, 10, 20],
                      "SVM__SGD_step" : [0.01, 0.05, 0.1],
4
                      "SVM__alpha" : [1.0, 0.1, 0.01, 0.0]})
5
6
  gscv.fit(train_X, train_y)
7 | best(gscv)
  rscv = RandomizedSearchCV(Pipeline([("SVM", SVM(nin=train_X.shape[1]))]),
1
2
                     {"SVM__epoches" : [1, 2, 4],
3
                      "SVM__batch_size" : [5, 10, 20],
                      "SVM__SGD_step" : [0.01, 0.05, 0.1],
4
5
                      "SVM_alpha" : [1.0, 0.1, 0.01, 0.0]})
  rscv.fit(train_X, train_y)
7 | best(rscv)
```

Наивный байесовский классификатор не имеет параметров, поэтому для него поиск гиперпараметров не осуществляется.

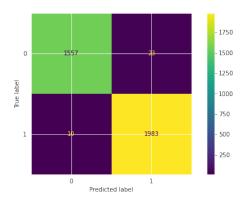
2 Результаты моделей

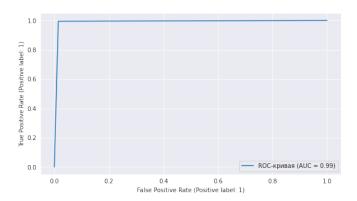
Так как данные очень хорошо линейно разделимы, явные выбросы были удалены, все модели дают одинаковый результат с поразительной точностью 98-88%. Ниже приведены результаты всех моделей. Сначала модели, реализованные вручную, затем из библиотеки.

1 Метод k-ближайших соседей

1.1 kNN

Best params: 'knn__k': 7
Best acc: 0.9887333799860041
Accuracy: 0.9907640638119227
Recall: 0.994982438534872
Precision: 0.9885343968095713

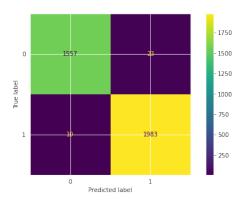


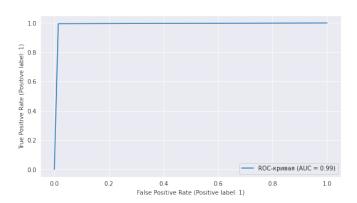


1.2 sklearn.neighbors.KNeighborsClassifier

Best params: 'knn__n_neighbors': 7

Best acc: 0.9887333799860041 Accuracy: 0.9907640638119227 Recall: 0.994982438534872 Precision: 0.9885343968095713





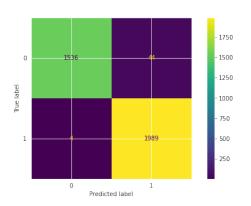
2 Логистическая регрессия

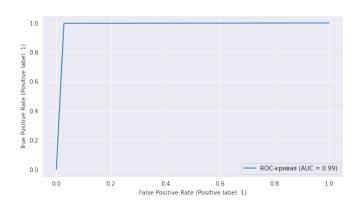
2.1 LogisticRegression

Best params: 'logreg__SGD_step': 0.1,'logreg__batch_size': 5,'logreg__epoches':

4

Best acc: 0.9848845346396082 Accuracy: 0.9862860341449762 Recall: 0.9979929754139488 Precision: 0.9778761061946902





2.2 sklearn.linear model.LogisticRegression

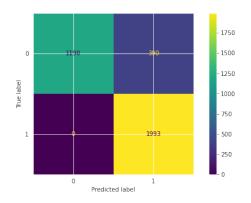
Best params: 'logreg__max_iter': 1000, 'logreg__penalty': 'none', 'logreg__solver':

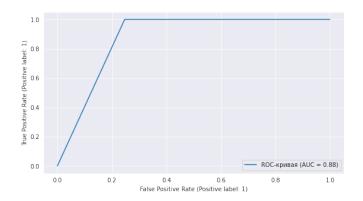
'newton-cg'

Best acc: 0.9898530440867738 Accuracy: 0.890848026868178

Recall: 1.0

Precision: 0.8363407469576164





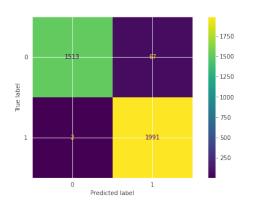
3 Метод опорных векторов

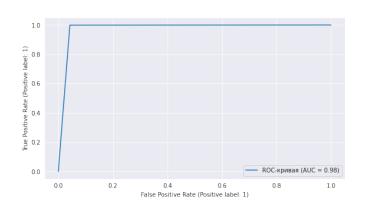
3.1 SVM

Best params: 'SVM__SGD_step': 0.01, 'SVM__alpha': 0.1, 'SVM__batch_size': 20, 'SVM__epoch

4

Best acc: 0.979706088173548 Accuracy: 0.9851665267282396 Recall: 0.9979929754139488 Precision: 0.9759568204121688

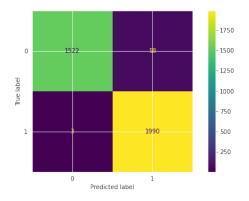


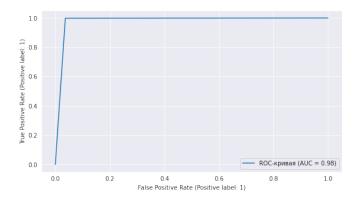


3.2 sklearn.svm.LinearSVC

Best params: 'svc_loss': 'squared_hinge','svc_max_iter': 100000.0

Best acc: 0.987893631910427 Accuracy: 0.9888049258326337 Recall: 0.9954841946813848 Precision: 0.9846153846153847

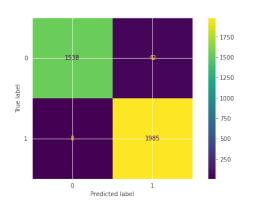


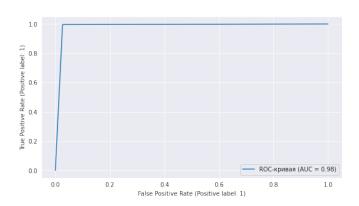


4 Наивный байесовский классификатор

4.1 NaiveBayes

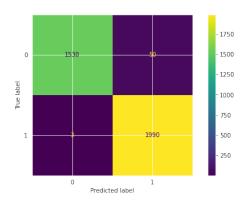
Accuracy: 0.9860061572907921 Recall: 0.9959859508278976 Precision: 0.9792797237296498

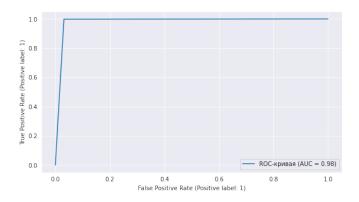




4.2 sklearn.naive_bayes.GaussianNB

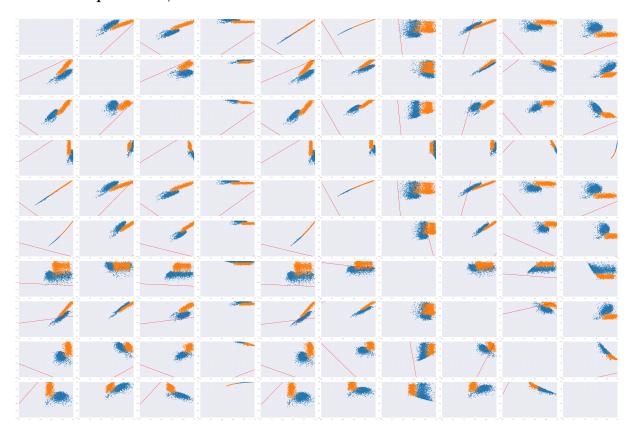
Accuracy: 0.9851665267282396 Recall: 0.9984947315604616 Precision: 0.9754901960784313



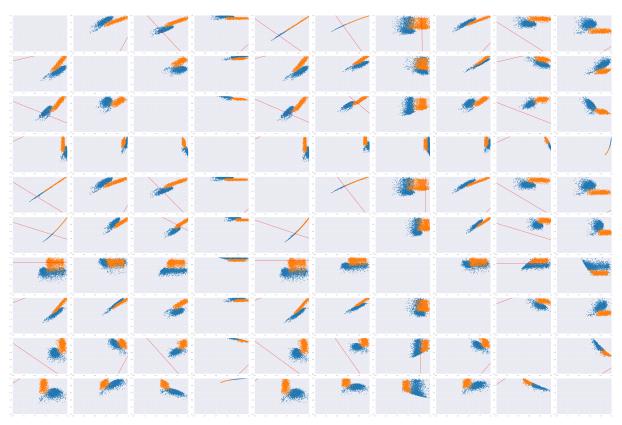


5 Разделяющая прямая для метода опорных векторов

5.1 Моя реализация



5.2 sklearn.svm.LinearSVC



3 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я познакомился с линейными моделями классического машинного обучения: логистической регрессией, методом опорных векторов, наивным байесовским классификатором и методом к-ближайших соседей. Больше всего заинтересовал алгоритм к-ближайших соседей для классификации, так как он кажется интуитивно лучшим, ведь позволяет разделять классы не прямой, как в случае SVM, а проводить границу, фактически, по точкам. Однако его недостаток в большой вычислительной сложности и в том, что если нет большой корреляции между признаком и результатом, то алгоритм банально будет часто ошибаться.

Основная сложность в работе — реализация каждого метода вручную, пришлось искать очень много методов из библиотек numpy и scikit-learn, чтобы легко работать с данными. Пожалуй, это заняло большую часть времени.

В результате набор данных Rice type получилось разделить линейными моделями с поразительной точностью 98-99%. Точность такая высокая, потому что изначально данные очень хорошо делились, к тому же были удалены выбросы, которые могли мешать обучению.

Особенно хочется отметить, что такой точности получается добиться далеко не всегда, потому что часто бывает так, что между признаками и результатом нет такой большой корреляции, как в выбранном датасете. Предположу, что вместо применения алгоритмов машинного обучения можно было с таким же успехом описать алгоритм, который относил бы рис к одному или другому типу на основе жестко заданных границ признаков.

Список литературы

- [1] Оценка качества моделей Учебник по ML от ШАД URL: https://ml-handbook.ru/chapters/model_evaluation/intro (дата обращения: 30.05.2022).
- [2] sklearn.model_selection.train_test_split
 URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/
 sklearn.model_selection.train_test_split.html
 (дата обращения: 30.05.2022).
- [3] sklearn.preprocessing.normalize
 URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/
 sklearn.preprocessing.normalize.html
 (дата обращения: 30.05.2022).
- [4] Developing scikit-learn estimators
 URL: https://scikit-learn.org/stable/developers/develop.html
 (дата обращения: 30.05.2022).
- [5] project-template/_template.py at master · scikit-learn-contrib URL: https://github.com/scikit-learn-contrib/project-template/blob/master/skltemplate/_template.py (дата обращения: 30.05.2022).
- [6] sklearn.pipeline.Pipeline scikit-learn 1.0.2 documentation URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.pipeline.Pipeline.html (дата обращения: 30.05.2022).
- [7] sklearn.model_selection.GridSearchCV
 URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/
 sklearn.model_selection.GridSearchCV.html
 (дата обращения: 30.05.2022).
- [8] sklearn.model_selection.RandomizedSearchCV URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.model_selection.RandomizedSearchCV.html (дата обращения: 30.05.2022).
- [9] numpy.argsort NumPy v1.22 Manual URL: https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.argpartition.html (дата обращения: 30.05.2022).

- [10] numpy.unique NumPy v1.22 Manual URL: https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.unique.html (дата обращения: 30.05.2022).
- [11] sklearn.neighbors.KNeighborsClassifier
 URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/
 sklearn.neighbors.KNeighborsClassifier.html
 (дата обращения: 30.05.2022).
- [12] numpy.where NumPy v1.22 Manual URL: https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.where.html (дата обращения: 30.05.2022).
- [13] sklearn.linear_model.LogisticRegression
 URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/
 sklearn.linear_model.LogisticRegression.html
 (дата обращения: 30.05.2022).
- [14] SVM. Объяснение с нуля и реализация на Python. Подробный разбор метода опорных векторов URL: https://habr.com/ru/company/ods/blog/484148/ (дата обращения: 30.05.2022).
- [15] sklearn.svm.SVC scikit-learn 1.0.2 documentation URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.svm.SVC.html#sklearn.svm.SVC (дата обращения: 30.05.2022).
- [16] Машинное обучение. Байесовская классификация. K.B. Воронцов, Школа анализа данных, Яндекс. URL: https://www.youtube.com/watch?v=qMndsltzNGA&t (дата обращения: 30.05.2022).
- [17] numpy.mean NumPy v1.22 Manual URL: https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.mean.html (дата обращения: 30.05.2022).
- [18] numpy.std NumPy v1.22 Manual URL: https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.std.html (дата обращения: 30.05.2022).
- [19] sklearn.naive_bayes.GaussianNB

 URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/
 sklearn.naive_bayes.GaussianNB.html
 (дата обращения: 30.05.2022).