

# Föreläsning 1 - Hållfasthetslära

---

Grundläggande begrepp, enklare tillämpningar  
Kap. 1-3



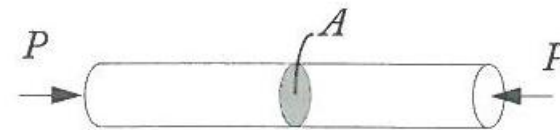
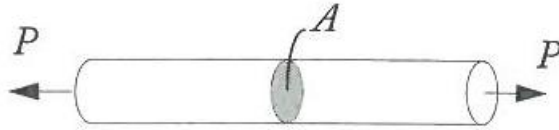
# Enaxliga tillstånd, stänger

En stång belastas i axiell riktning (inga transversella krafter)

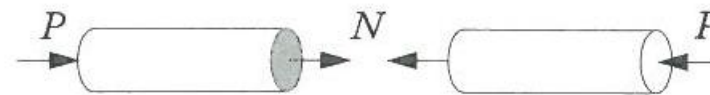
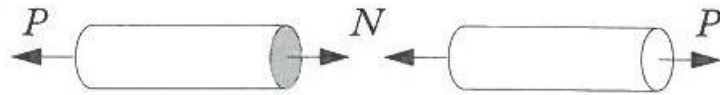
Drag

eller

Tryck



Snitt:



Jämvikt:

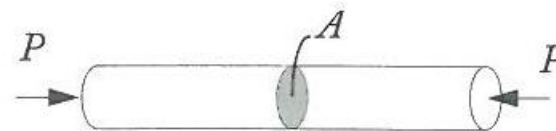
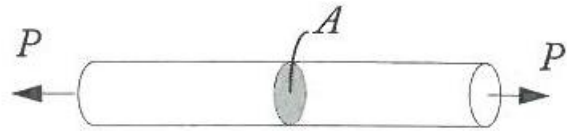
$$N = P$$

$$N = -P$$

$N > 0 \Rightarrow$  Dragkraft,  $N < 0 \Rightarrow$  Tryckkraft

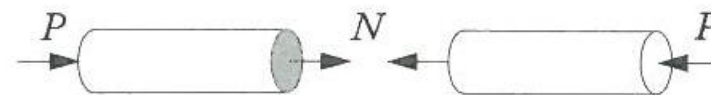
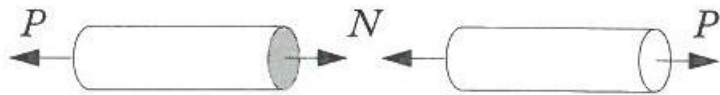
# Normalspänning, $\sigma$

Påkänningen i materialet p.g.a. den pålagda kraften  $P$  beror på tvärsnittsarean  $A$ .



- Normalspänningen,  $\sigma$  [N/mm<sup>2</sup>, MPa], används för att beskriva påkänningen i materialet.
  - Inre kraften  $N$  fördelad jämt över tvärsnittsarean  $A$ :

$$\sigma = \frac{N}{A}$$



Dragspänning:  $\sigma = \frac{P}{A}$

$\sigma > 0 \rightarrow$  Dragspänning

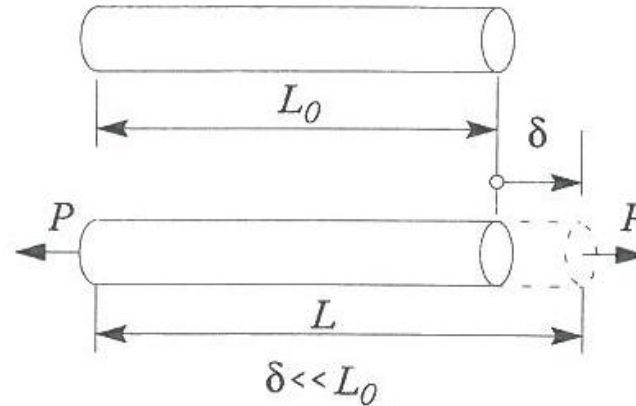
Tryckspänning:  $\sigma = -\frac{P}{A}$

$\sigma < 0 \rightarrow$  Tryckspänning

# Deformation av axialbelastad stång

- Vid belastning av stången kommer den att förlängas en sträcka,  $\delta$ .

- $\delta$ , förlängningen [mm]
- $\delta > 0$  då längden ökar
- $\delta$  beror på längden  $L_0$

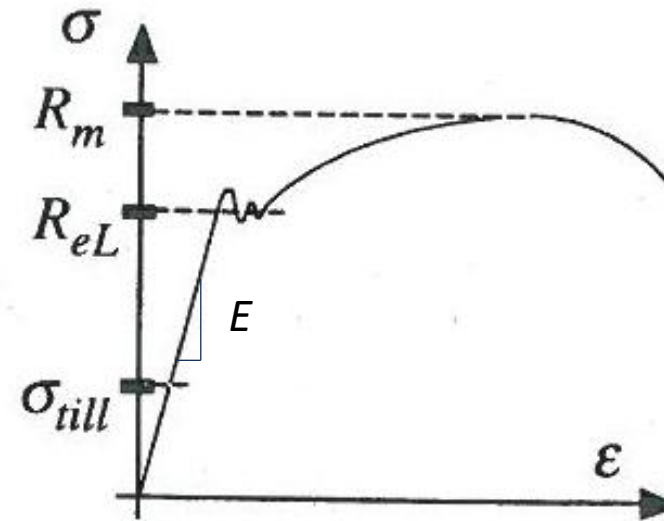


- Töjning,  $\varepsilon$ , är ett längdberoende mått på deformationen

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} \quad (\text{Dimensionslöst})$$

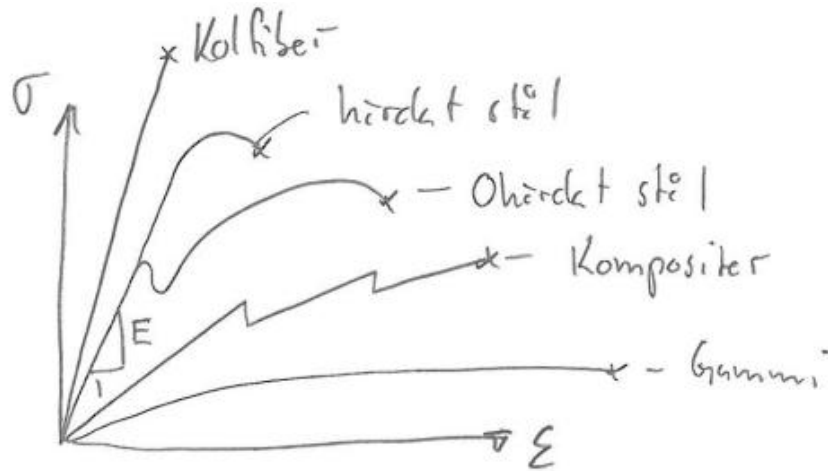
# Materialbeskrivning, Hookes lag

- Relationen mellan spänning och töjning bestäms av ett materialsamband
  - Tas fram genom dragprov
  - [Video dragprov](#)
- Dragprovdata:
  - $E$ : E-modul [GPa]
  - $R_{eL} (\sigma_s)$ : Sträckgräns [MPa]
  - $R_m (\sigma_b)$ : Brottgräns [MPa]



# Materialbeskrivning, Hookes lag

- Spännings-töjningsdiagram för olika material



- För det linjära området (elastiska) gäller Hookes lag (materialsamband, konstitutivt samband):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

- E-modul för stål: 210 GPa, för aluminium: 70 GPa

# Samband för axialbelastad stång

1. Def. spänning:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

2. Snitt, jämvikt:

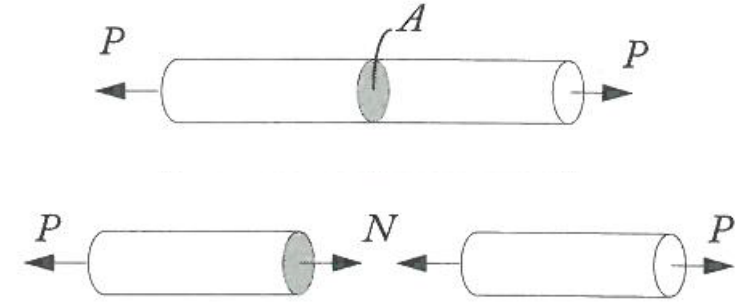
$$N = P$$

3. Def. töjning:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

4. Konstitutivt samband:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



$$\frac{P}{\delta} = \frac{EA}{L}$$

$\frac{EA}{L}$  : Stångens fjäderstyvhet

## Exempel 1

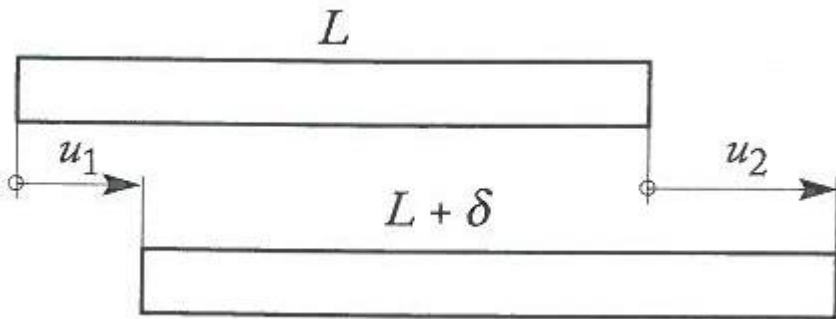
En stång belastas axiellt av en kraft  $P$ . Stången är 1 m lång och har en tvärsnittsarea på  $10 \text{ mm}^2$ . Materialets E-modul är 100 GPa och sträckgränsen är 100 MPa.

- a) Vid vilken last deformeras stången plastiskt?
- b) Vad blir förlängningen i fall a)?



# Förskjutning, deformation

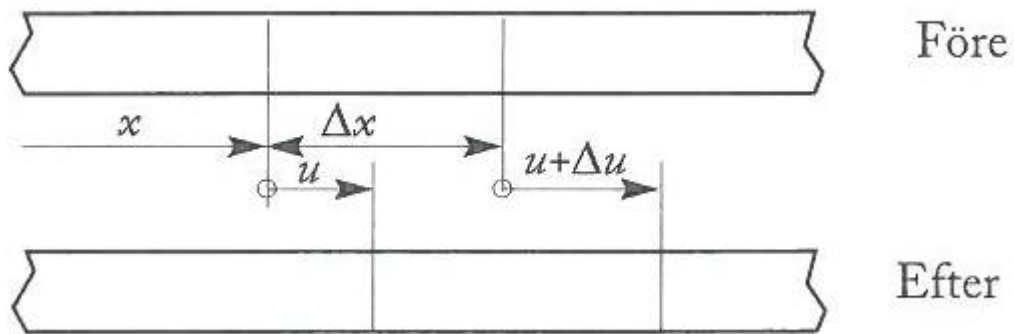
- Förskjutning av en stång



- $u$ , förskjutning [mm]
  - $\delta = u_2 - u_1$  Deformation (förlängning) [mm]
  - $u_1 = u_2 \Rightarrow \delta = 0$  Stelkroppsrörelse
  - $u_1 \neq u_2 \Rightarrow \delta \neq 0$  Deformation
- Vid konstant töjning gäller:  $\varepsilon = \frac{\delta}{L}$  (A, E, F -konstant)

# Töjning i en punkt

- Då töjningen varierar i stängen behövs ett annat samband
- Tas fram genom att studera töjningen i en punkt:



$$\varepsilon = \frac{du(x)}{dx} \quad (\text{F.S 2.2})$$

- $u(x)$ , tvärsnittets förskjutning i punkten  $x$ .

# Hookes lag, tvärkontraktion

- När stängen dras ut i en riktning drar den ihop sig i andra riktningen (tvärkontraktion)



$$\epsilon_{längs} = \frac{du}{dx}$$

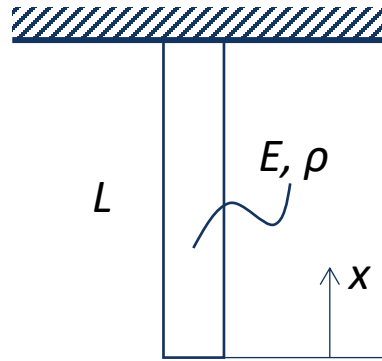
$$\epsilon_{tvärs} = -\nu \cdot \epsilon_{längs}$$

- $\nu$ , Poissons tal (tvärkontraktionstalet)
- För metaller:  $\nu \approx 0.3$

## Exempel 2

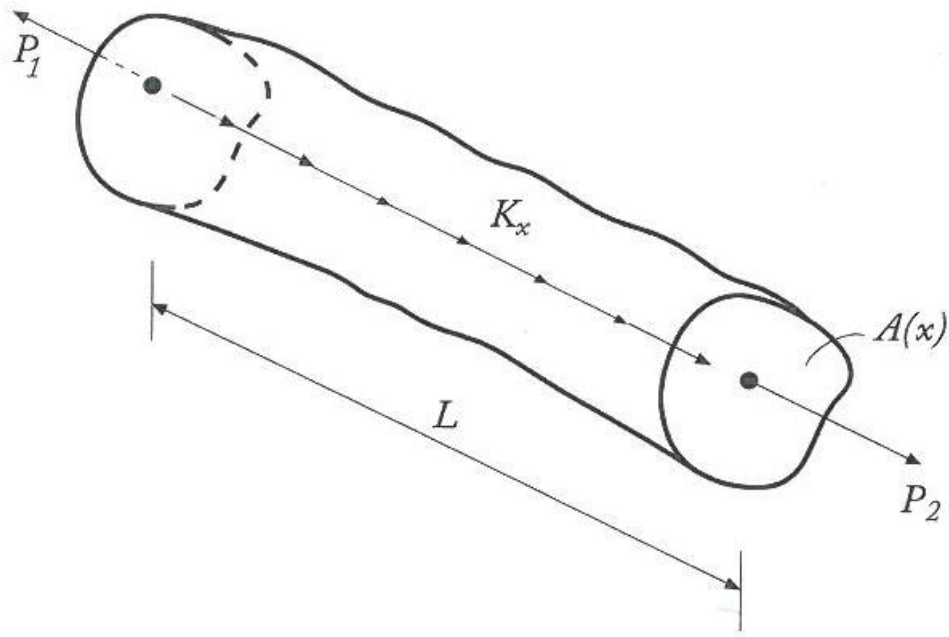
En cirkulär stång med radien,  $R$ , är utsatt för gravitation.

- Bestäm spänningen i stången,  $\sigma(x)$
- Bestäm förlängningen,  $\delta$



# Allmänna jämviktsekvationen för axialbelastad stång

- Betrakta en stång med längden  $L$  och varierande tvärsnitt  $A(x)$  belastad med en volymskraft  $K_x$  [N/mm<sup>3</sup>] i axiell led. Studera jämvikten för ett litet utskuret element vid koordinaten  $x$ .



$$\frac{d}{dx} \left( EA \frac{du}{dx} \right) + K_x \cdot A = 0 \quad (\text{F.S 3.1})$$

## Exempel 3

En cirkulär stång med radien,  $R$ , är utsatt för gravitation.

- Bestäm spänningen i stången,  $\sigma(x)$
- Bestäm förlängningen,  $\delta$

*Lös med hjälp av allmänna jämviktskvationen*

