

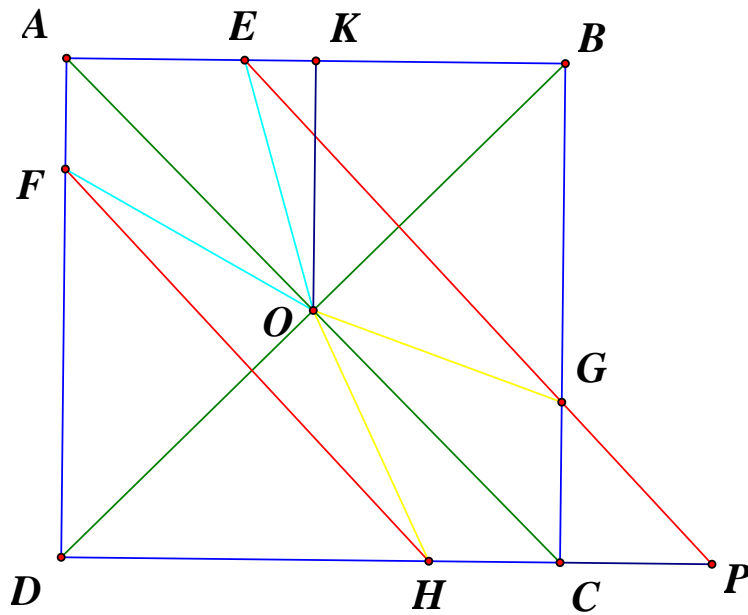
Lời giải mục THÁCH THỨC KỲ NÀY

Nguyễn Tuấn Anh

Lớp 11 Toán, THPT chuyên Hoàng Lê Kha, Tây Ninh.

Số điện thoại: 0971895842.

P394. (Mức B) Cho hình vuông ABCD có hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại O. Trên các cạnh AB, BC, CD và DA lần lượt lấy các điểm E, G, H và F không trùng với các đỉnh của hình vuông sao cho $\angle EOF = \angle HOG = 45^\circ$. Chứng minh rằng EG song song với HF.



Lời giải: Gọi K là trung điểm của AB, P là giao điểm của EG và CD.

Nhận xét 1: E nằm trong AK.

Chứng minh: Do $\angle BOK = \angle AOK = 45^\circ$ nên nếu E nằm trong BK thì F nằm trong AK (vô lí).

Nhận xét 2: $\triangle BGE \sim \triangle DFH$.

Chứng minh: Ta có $\angle EOK + \angle AOE = 45^\circ = \angle AOE + \angle AOF$ suy ra $\angle EOK = \angle AOF$. Từ đây $\angle DOF = 90^\circ - \angle AOF = 90^\circ - \angle EOK = \angle OEB$. Kết hợp với $\angle ODF = \angle OBE = 45^\circ$ thì $\triangle EBO \sim \triangle ODF$. Đồng nghĩa với $OB^2 = OB \cdot OD = BE \cdot DF$. Tương tự thì $OB^2 = BG \cdot DH$. Hay chúng ta có $BE \cdot DF = BG \cdot DH$ và $\angle EBG = \angle HDF = 90^\circ$. Suy ra $\triangle BGE \sim \triangle DFH$.

Cuối cùng, từ các điều trên và để ý $AB \parallel CD$ thì $\angle EPD = \angle BEG = \angle DHF$. Điều này ngụ ý rằng $EG \parallel HF$. Chúng ta đã xong!