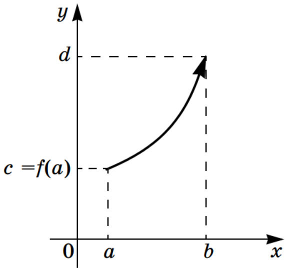

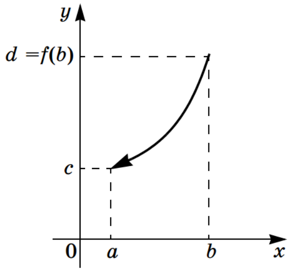

Рис. 34

Тем самым доказано, что действительно множеством значений функции f, или, что то же, множеством определения обратной функции f^{-1}, является интервал $(c,\ d)$. То, что функция f^{-1}однозначна и строго возрастает в интервале $(c,\ d)$, следует из леммы. Ее непрерывность в точке $x,\ x_1 < x < x_2$, следует из того, что она в силу теоремы 3 непрерывна на отрезке $[x_1,\ x_2] \subset (a, b)$.

Как и выше, теорема для строго убывающей функции следует из уже доказанной теоремы о строго возрастающей функции с помощью рассмотрения функции $-f$.

З а м е ч а н и е. Аналогично доказывается, что если функция строго возрастает и непрерывна на полуинтервале $[a, b), -\infty < a < b \leq +\infty$, или на $(a, b], -\infty \leq a < b < +\infty$, то обратная функция определена, строго возрастает и непрерывна на полуинтервале $[c,\ d)$, где $c = f(a)$, $d = \lim\limits_{x \to b-0} f(x)$, соответственно на $(c,\ d]$, где $c = \lim\limits_{x \to a+0} f(x)$, $d = f(b)$ (рис.34).

Случай строго убывающей на полуинтервале функции $f(x)$ можно свести к случаю строго возрастающей функции, рассмотрев функцию $-f(x)$.

П р и м е р. При любом целом положительном n степенная функция $y = x^n$ строго возрастает и непрерывна на положительной полуоси $x \geq 0$.

Действительно, если $0 \leq x_1 < x_2$, то, перемножая n раз эти неравенства, получим $x_1^n < x_2^n$, т.е. что функция $y = x^n$,