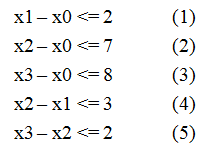
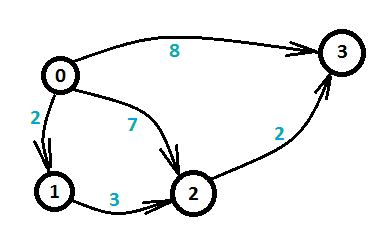
## 差分约束系统

给定n个变量和m个不等式（标准形要求带等号），每个不等式形如 x[i] - x[j] <= a[k] (0 <= i, j < n, 0 <= k < m， a[k]已知)，求 x[n-1] - x[0] 的最大值。例如当n = 4，m = 5，不等式组如图一-1-1所示的情况，求x3 - x0的最大值。



**解：对于每个不等式 x[i] - x[j] <= a[k]，对结点 j 和 i 建立一条 j -> i的有向边，边权为a[k]，求x[n-1] - x[0] 的最大值就是求 0 到n-1的最短路。**



**1负权圈的情况，需要求得是X[t] - X[s]的最大值，可以转化成求s到t的最短路，但是路径中出现负权圈，则表示最短路无限小，即不存在最短路，那么在不等式上的表现即X[t] - X[s] <= T中的T无限小，得出的结论就是 X[t] - X[s]的最大值 不存在。**

**2起点s无法到达t的情况，表明X[t]和X[s]之间并没有约束关系，这种情况下X[t] - X[s]的最大值是无限大。**

3大于转化为大于等于：

A-B>C == A-B>=C+1

4大于等于和小于等于互相转化

A-B>=C == B-A<=-C

5等式

A - B = c == A-B>=C && A-B<=C

如果给出的不等式有"<="也有">="，又该如何解决呢？很明显，首先需要关注最后的问题是什么，如果需要求的是两个变量差的最大值，那么需要将所有不等式转变成"<="的形式，建图后求最短路；相反，如果需要求的是两个变量差的最小值，那么需要将所有不等式转化成">="，建图后求最长路。

**约束成立判断(poj2983)**

    题意：给出两种关于防御站位置的信息，一种是确切的信息P A B X，表示A在B北面x距离的地方，另一种是V A B，表示只知道A在B的北面。问这些信息有没有矛盾。

分析：差分约束。第一种记为A-B>=X && A-B<=X，第二种记为A-B>=0，用SPFA求得解，则没有矛盾，否则就有矛盾。

**线性约束(poj1752)**

题意:有n个人在一条路上跑步，广告商准备在这条路上设置广告牌，假设这条路上每一个点有一个广告牌  
现在已知这n个人从Ai开始跑，到Bi结束，那么他可以看到A-B+1的广告牌数，现在广告商需要每个人都要看到k个广告牌，若A-B+1<k则他需要看到这条路上所有广告牌，问总的广告牌数和哪些**广告牌是需要留下的**

解题思路：差分约束：  
从题目意思可以得到以下这些约束：  
设a=max(Ai,Bi)，b=min（Ai,Bi）-1，c=a-b；  
如果a-b>=k，那么得到一个约束a-b<=k，得到一条有向边<b,a>==k

如果a-b<k ，则要求a-b=c  
变换一下就是a-b<=c和b-a<=-c  
得到两条边：<b,a>===c，<a,b>===-c  
当然还有一个大的约束条件是：  
对于任意一点有0<=d[i+1]-d[i]<=1（即相邻两点的广告牌大于等于0小于等于1） **最后输出哪个广告牌存在时，如果d[i]-d[i-1]==1，即i-1到i有一块广告牌，输出i总的广告牌数==d[end]**

**3区间约束**

 题目：给定n（n <= 50000）个整点闭区间和这个区间中至少有多少整点需要被选中，每个区间的范围为[ai, bi]，并且至少有ci个点需要被选中，其中0 <= ai <= bi <= 50000，问[0, 50000]至少需要有多少点被选中。

      例如3 6 2 表示[3, 6]这个区间至少需要选择2个点，可以是3,4也可以是4,6（总情况有 C(4, 2)种 ）。

      这类问题就没有线性约束那么明显，需要将问题进行一下转化，**用d[i]表示[0, i]这个区间至少有多少点能被选中，根据定义，可以抽象出 d[-1] = 0**，对于每个区间描述，可以表示成d[ bi ]  - d[ ai - 1 ] >= ci，而我们的目标要求的是 d[ 50000 ] - d[ -1 ] >= T 这个不等式中的T。因为d[i]描述了一个求和函数，所以对于d[i]和d[i-1]其实是有自身限制的，考虑到每个点有选和不选两种状态，所以d[i]和d[i-1]需要满足以下不等式：  **0 <= d[i] - d[i-1] <= 1**   （即第i个数选还是不选）。，将所有区间描述转化成图后求-1到50000的最长路

4**未知条件约束（poj1275）**

题目：在一家超市里，每个时刻都需要有营业员看管，R(i)  (0 <= i < 24)表示从i时刻开始到i+1时刻结束需要的营业员的数目，现在有N(N <= 1000)个申请人申请这项工作，并且每个申请者都有一个起始工作时间 ti，如果第i个申请者被录用，那么他会连续工作8小时。

现在要求选择一些申请者进行录用，使得任何一个时刻i，营业员数目都能大于等于R(i)

i = 0 1 2 3 4 5 6 ... 20 21 22 23 23，分别对应时刻 [i, i+1)，特殊的，23表示的是[23, 0)，并且有些申请者的工作时间可能会“跨天”。

