

Описание модели

Модель полезного сигнала имеет вид:

$$y(x) = \theta_0 + \theta_1 x + \dots + \theta_m x^m \quad (1)$$

Рассматривается модель наблюдений

$$y_k = \theta_0 + \theta_1 x_k + \dots + \theta_m x_k^m + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n} \quad (2)$$

где $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ – независимые и одинаково распределённые случайные величины.

Моделирование данных

Смоделировать два набора наблюдений на основе модели (2) для следующих случаев:

1 случай	2 случай
$m = 3, \varepsilon_k \sim N(0, \sigma^2)$	$m = 2, \varepsilon_k \sim R(-3\sigma, 3\sigma)$
$x_k = -4 + k \frac{8}{n}, \quad k = \overline{1, n}, \quad n = 40$	

Параметры задания определяются номером варианта:

Вариант 13
$\theta_1 = -1, \quad \theta_2 = 4, \quad \theta_3 = 0,08, \quad \sigma^2 = 2,3$ $\theta_0 = (-1)^N N = (-1)^{13} * 13 = 13$

Задание

Для обоих случаев выполнить по очереди следующие задания.

1. Подобрать порядок многочлена \hat{m} в модели (1), используя критерий Фишера, и вычислить оценки неизвестных параметров $(\theta_0, \dots, \theta_{\hat{m}})$ методом наименьших квадратов.

2. В предположении нормальности ошибок построить доверительные интервалы уровней надёжности $\alpha_1 = 0.95$ и $\alpha_2 = 0.99$ для параметров $(\theta_0, \dots, \theta_{\hat{m}})$.

3. В предположении нормальности ошибок построить доверительные интервалы уровней надёжности $\alpha_1 = 0.95$ и $\alpha_2 = 0.99$ для полезного сигнала (1).

4. Представить графически

- истинный полезный сигнал,
- набор наблюдений,
- оценку полезного сигнала, полученную в шаге 1,
- доверительные интервалы полезного сигнала, полученные в шаге 3.

5. . По остаткам регрессии построить оценку плотности распределения случайной ошибки наблюдения в виде гистограммы.

6. Вычислить оценку дисперсии σ^2 случайной ошибки.

7. По остаткам регрессии с помощью χ^2 -критерия Пирсона на уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что закон распределения ошибки наблюдения является нормальным.