

奇异值分解在卷积神经网络中的应用

纳文琪^{*}

^{*} 信息学院，学号：22018000164

1 引言

人工神经网络 (Artificial Neural Networks, ANN) 是上世纪 80 年代以来的研究热点，主要以模拟人脑神经细胞的方式，ANN 分别以卷积神经网络 (Convolutional Neural Networks, CNN) 和循环神经网络 (Recurrent Neural Networks, RNN) 两种方式在自然语言处理、图像处理方面得到了广泛应用。自问世以来，由于受计算能力的限制，ANN 并未得到大规模的应用。直到本世纪初，得益于计算能力提升，特别是 GPU 在大规模矩阵运算和反向传播算法中的应用，ANN 得到了快速发展。特别在图像识别领域，2012 年 AlexNet[1] 利用 CNN 实现的图像分类方法在多个分类竞赛中夺得了冠军，2015 年 ResNet[2] 网络的图像识别错误率已经低于人类。

CNN 虽然可以有效地解决一些图像处理的问题，然而，由于 CNN 网络一般较大，导致参数太多。例如，VGG16[3] 网络的参数已经达到了 1.3 亿个。参数太多最终将导致两个主要问题：首先是网络训练效率低，特别是当训练数据维度太大，例如大分辨率的图片时，网络训练效率会很低，甚至可能出现内存溢出的情况；其次是容易引起过拟合问题，当网络参数的数量远远多于数据集数量时尤为明显。因此，如何减少 CNN 的参数是一个值得研究的议题。

我们在本文中提出一种降低卷积神经网络参数的方法：在将图像送入卷积神经网络之前，先将图片进行奇异值分解，选取合适的秩，降低输入数据的维度，从而减少网络参数。

奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 是线性代数中一种常用的特征分解方法。具体表示为：

$$M = U\Sigma V^T \quad (1)$$

它可以将一个较大的矩阵 M 转换成两个较小的矩阵 U 、 V 和一个对角矩阵 Σ 来表示。因为通常情况下 M 的维度比较大，而分解后的矩阵可以通过调整 Σ 的秩来调节大小，因此我们常常通过调整 Σ 的秩的大小来得到一个原矩阵的近似表示，而此近似表示通常所占空间比原矩阵小得多。奇异值分解会使原矩阵数据有一定的损失，但一般来讲损失较小，只需取 10% 的秩即可获得原矩阵大约 99% 的数据。SVD 方法常常被用于图像压缩、推荐系统等方面。

卷积神经网络中减少网络参数的做法通常是：使用卷积操作代替全联接或使用 Patch 的方法 [4] 代替整个图片的卷积。我们考虑到通过奇异值分解后得到的 U 、 V 和 Σ 也是原图像的一种表示，且包含相对较全的信息，因此，我们考虑：是否可以先将大图片进行奇异值分解，再将分解的结果输入卷积神经网络中进行计算。

2 方法

我们拟采用以下方法在卷积神经网络应用奇异值分解方法，以达到减少网络参数的目的。

首先，我们假定输入的图片的维度为 $h \times w$ ，即图片高为 h ，宽为 w ，且只有一个通道。在将图片输入到卷积神经网络之前，我们先对图片进行奇异值分解，得到的 U 、 V 、 Σ 的维度分别是： $h \times r$ ， $w \times r$ ， $r \times 1$ ，其中， $r \ll h$ 且 $r \ll w$ 。

随后，我们将 U 和 V 输入到预先定义好的卷积神经网络中，并通过卷积层和扁平化层得到两个向量 F_1 和 F_2 。

最后，将 F_1 、 F_2 和 Σ 叠加在一起，组成一个向量 F ，再将 F 输入到卷积神经网络最后的全连接层中即可得到输出。

通过以上方式，可将一个大的矩阵分解输入为两个小的矩阵和一个向量的输入，通过调整 r 的值可以控制网络所需的参数的数量。

3 局限

以上所提的方法目前还处于试验阶段，但由其原理及前期所做的测试不难看出，将奇异值分解方法以这样的方式应用到卷积神经网络中将可能会遇到两个问题。首先，对矩阵进行奇异值分解本身是需要消耗计算资源的，这方面可能会导致计算效率降低，运算时间变长；其次，矩阵经奇异值分解后的结果进入卷积神经网络，其结果不具有可解释性，我们无法说明其意义。

虽然奇异值分解方法在卷积神经网络的应用当中还存在一些局限性，但针对一些特定的应用它仍然具有它的优势。例如，当我们使用一个较大的网络去训练一组图像时，通常需要将整个图像数据集进行数十轮的训练。这时，如果我们将每个图像进行奇异值分解后的结果缓存下来，这样在每次轮询的时候就不需要再进行奇异值分解运算了。

参考文献

- [1] Alex Krizhevsky, Ilya Sutskever, and Geoffrey E Hinton, “Imagenet classification with deep convolutional neural networks”, in Advances in neural information processing systems, 2012, pp. 1097–1105. [1](#)

- [2] Kaiming He, Xiangyu Zhang, Shaoqing Ren, and Jian Sun, “Deep residual learning for image recognition”, in Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition, 2016, pp. 770–778. [1](#)
- [3] Karen Simonyan and Andrew Zisserman, “Very deep convolutional networks for large-scale image recognition”, arXiv preprint arXiv:1409.1556, 2014. [1](#)
- [4] Phillip Isola, Jun-Yan Zhu, Tinghui Zhou, and Alexei A Efros, “Image-to-image translation with conditional adversarial networks”, arXiv preprint, 2017. [2](#)