

На правах рукописи



Назаров Антон Андреевич

**Правила ветвления аффинных алгебр Ли и  
приложения в моделях конформной теории  
поля**

01.04.02 – Теоретическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена на кафедре физики высоких энергий и элементарных частиц физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук,  
профессор,  
Ляховский Владимир Дмитриевич*

Официальные оппоненты: *доктор физико-математических наук,  
профессор,  
Кулиш Петр Петрович  
кандидат физико-математических наук,  
ученое звание,  
Мудров Андрей И*

Ведущая организация: *Объединенный институт ядерных исследований*

Защита состоится «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседании совета Д 212.232.24 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете, расположенном по адресу: Санкт-Петербург, Средний пр. В.О., д. 41/43, ауд. 305

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Санкт-Петербургского государственного университета.

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета,

*ученая степень, ученое звание*

*Подпись*

*фамилия и. о.*

## Общая характеристика работы

**Актуальность работы** Проблема вычисления коэффициентов ветвления для представлений алгебр Ли стоит уже многие десятилетия. Она актуальна для различных физических приложений. Вместе с тем, в отличие от кратностей весов не существует особенно эффективных алгоритмов.

**Цель диссертационной работы** Разработка рекуррентного подхода к функциям ветвления аффинных алгебр Ли, его связь с проблемами теории представлений и его приложения в моделях конформной теории поля.

**Научная новизна** Предложен эффективный алгоритм для вычисления коэффициентов ветвления, показана его связь с резольвентой Бернштейна-Гельфанда-Гельфанда.

**Практическая значимость** Результаты работы

**На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:**

- Продемонстрирована роль сингулярных элементов в описании структуры модулей аффинных алгебр Ли
- Из разложения сингулярных элементов получены новые рекуррентные соотношения на коэффициенты ветвления представлений аффинных алгебр Ли на представления произвольных редуктивных подалгебр
- Показана связь процедуры редукции с обобщенной резольвентой Бернштейна-Гельфанда-Гельфанда
- Выявлена связь расщепления корневой системы алгебры с разложением сингулярных элементов модулей алгебры в комбинацию сингулярных элементов модулей подалгебр
- Показано, что наличие расщепления приводит к существенному упро-

щению при вычислении коэффициентов ветвления и ведет к новым соотношениям на функции ветвления

- Предложено обобщение стохастического процесса Шрамма-Лёвнера на случай систем с калибровочной инвариантностью, соответствующих coset-моделям конформной теории поля
- Продемонстрирована роль сингулярных элементов в построении мартингалов стохастического процесса Шрамма-Лёвнера, то есть проиллюстрировано применение алгебраических методов теории представлений аффинных алгебр Ли в изучении критического поведения в двумерных решеточных моделях
- Реализованы различные алгоритмы для вычислений в теории представлений конечномерных и аффинных алгебр Ли

**Апробация работы** Материалы диссертации докладывались на семинарах кафедры физики высоких энергий и элементарных частиц СПбГУ, на семинарах в лаборатории имени П.Л. Чебышева математико-механического факультета СПбГУ, на международном семинаре молодых ученых “Workshop on Advanced Computer Simulation Methods” 27 - 29 апреля 2009 (Санкт-Петербург), на международных конференциях: “Модели квантовой теории поля (MQFT-2010)” 18-22 октября 2010 (Санкт-Петербург), “Supersymmetries and Quantum Symmetries - 2011”, 18-23 июля 2011 (Дубна), “Quantum Theory and Symmetries (QTS-7)”, 7-13 августа 2011 (Прага).

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 10 печатных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах [? ? ? ? ], 5 статей в сборниках тезисов и трудов конференций [? ? ? ? ? ], и в препринте [? ].

**Личный вклад автора**

**Структура и объем диссертации** Диссертация состоит из шести глав.

Глава ?? является вводной. В ней мы даем аксиоматическую формулировку конформной теории поля, описываем модели Весса-Зумино-Новикова-Виттена и coset-модели. Затем мы демонстрируем роль аффинных алгебр в описании этих моделей и приводим основные понятия теории представлений, использующиеся в диссертации. Кроме того, мы обсуждаем конформную теорию поля на области с границей, так как она оказывается связана со стохастическим описанием решеточных моделей.

Основной проблемой данной диссертации является изучение редукции модулей аффинных и конечномерных алгебр Ли на модули подалгебр, вычисление коэффициентов ветвления. В главе ?? мы вводим основные понятия теории представлений аффинных алгебр Ли и выводим основное рекуррентное соотношение на коэффициенты ветвления.

В следующей главе ?? мы проясняем связь ветвления с (обобщенной) резольвентой Бернштейна-Гельфанда-Гельфанда.

Глава ?? посвящена сплинтам – расщеплением корневой системы алгебры Ли в объединение образов корневых систем двух алгебр, не обязательно являющихся подалгебрами данной алгебры. Если одна из алгебр является подалгеброй, то сплонт приводит к резкому упрощению в вычислении коэффициентов ветвления – они совпадают с кратностями весов в модуле другой алгебры. Основная часть главы посвящена доказательству этого факта. Кроме того, сплонт корневой системы простой конечномерной алгебры Ли приводит к возникновению новых соотношений на струнные функции и функции ветвления соответствующего аффинного расширения. Эти соотношения обсуждаются в разделе ??.

Заключительная глава ?? посвящена практическим приложениям результатов диссертации. В разделе ?? мы описываем применение алгебраических методов к проблеме поиска соответствия между квантовополевым и решеточным описанием критического поведения. Раздел ?? представляет со-

бой описание пакета **Affine.m**, предназначенного для вычислений в теории представлений аффинных и конечномерных алгебр Ли и реализованного с использованием методов диссертации.

## Содержание работы

**Во Введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

### **В первой главе ...**

Содержание первой главы.

Результаты первой главы опубликованы в работе [? ].

### **Во второй главе ...**

Содержание второй главы.

Результаты второй главы опубликованы в работе [? ].

### **В третьей главе ...**

Содержание третьей главы.

Результаты третьей главы опубликованы в работе [? ].

### **В Заключение**

## Цитированная литература