

מבוא לתורת המידע (371-11-801)

בחינת גמר מועד ג' סמסטר ב' תשע"ו

04/11/2016

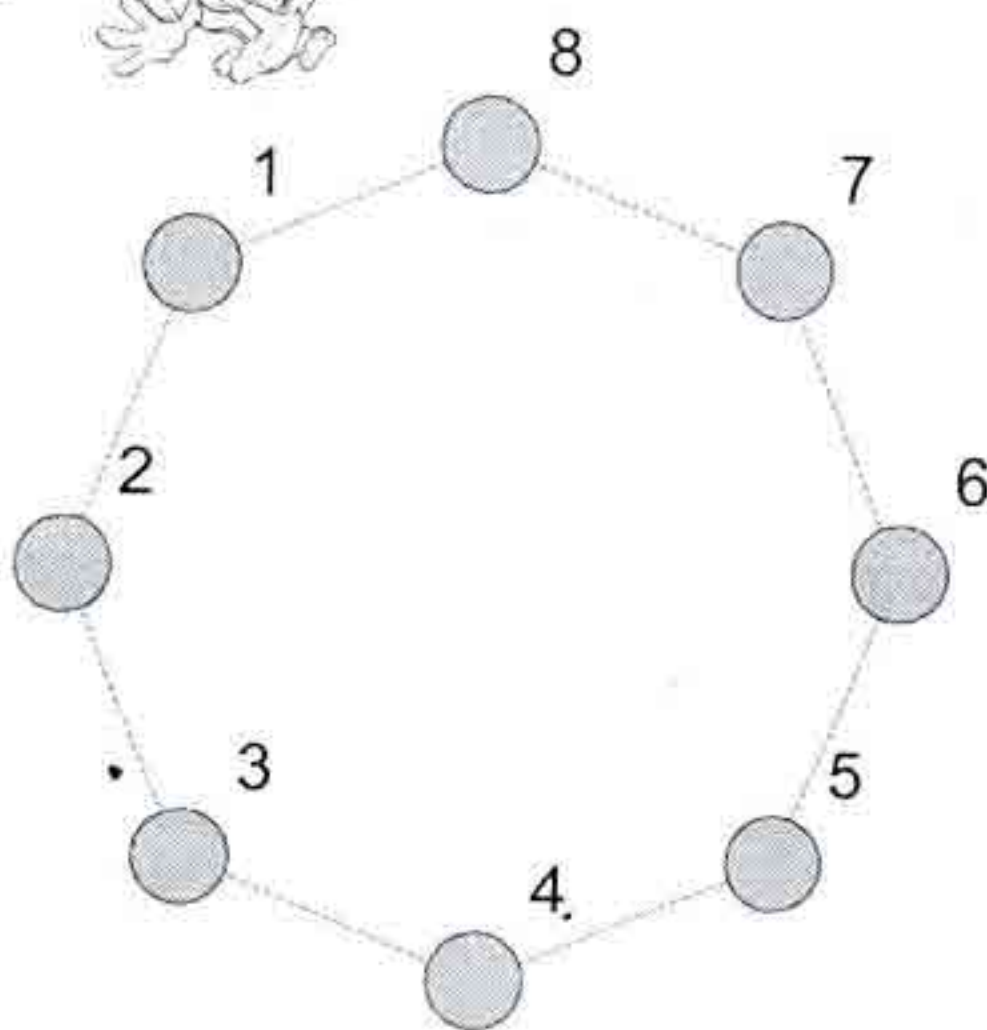
2/2

הוראות והדרכה

1. חומר עזר מותר: 4 דפי נוסחאות A4 משני הצדדים ומחשבון פשוט.
2. משך הבחינה הוא 3 שעות.
3. כל השאלות הן חובה.
4. הצג את תשובותייך בבהירות ופשט את הביטויים ככל הניתן.
5. קרא את כל השאלות מראש ועשה שימוש חכם בזמןך, אל תתעכב על שאלות שאינך מצליח לפתור ועל תבזבז זמןך על פרטים לא רלוונטיים לתשובה.

**בהצלחה !!!**

שאלה 1: (25 נק') - חתול ועכבר



נתון התהליך האקראי הבא. חתול ועכבר מתחילים הילוך מיקרי על המעגל כששניהם במצב 1. כל אחד מהם צועד בכל יחידת זמן ימינה בהסתברות  $y$  או שמאלה בהסתברות  $1-y$ . התהליך האקראי  $X_t$  מתאר את האורך של המסלול קצר ביותר על המעגל (במספר קשתות) בין החתול לעכבר (כאשר  $X_0 = 0$ ). אם יש צורך הבע את התשובות כפונקציה של  $y$  בצורה הפשוטה ביותר.

- א. (5 נק') מה הם המצבים האפשריים של שרשרת מרקוב זו?
- ב. (5 נק') האם זהו תהליך בעל התפלגות סטציונארית יחידה? הסבר. אם כן, מה היא?
- ג. (5 נק') מה היא האנטרופיה  $H(X_t)$  כאשר  $t \rightarrow \infty$ ?
- ד. (5 נק') מהו קצב האנטרופיה של התהליך  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_t$  כאשר  $t \rightarrow \infty$ ?
- ה. (5 נק') מהי סכמת הקידוד האופטימלית עבור התהליך? כמה היא קרובה לגבול התחתון האפשרי? הסבר.





## שאלה 2: (25 נקודות)

נתון ערוץ בעל מטריצת המעברים הבאה:

$$p(y|x) = \begin{bmatrix} & y \\ x & 0.3 & 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ & 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

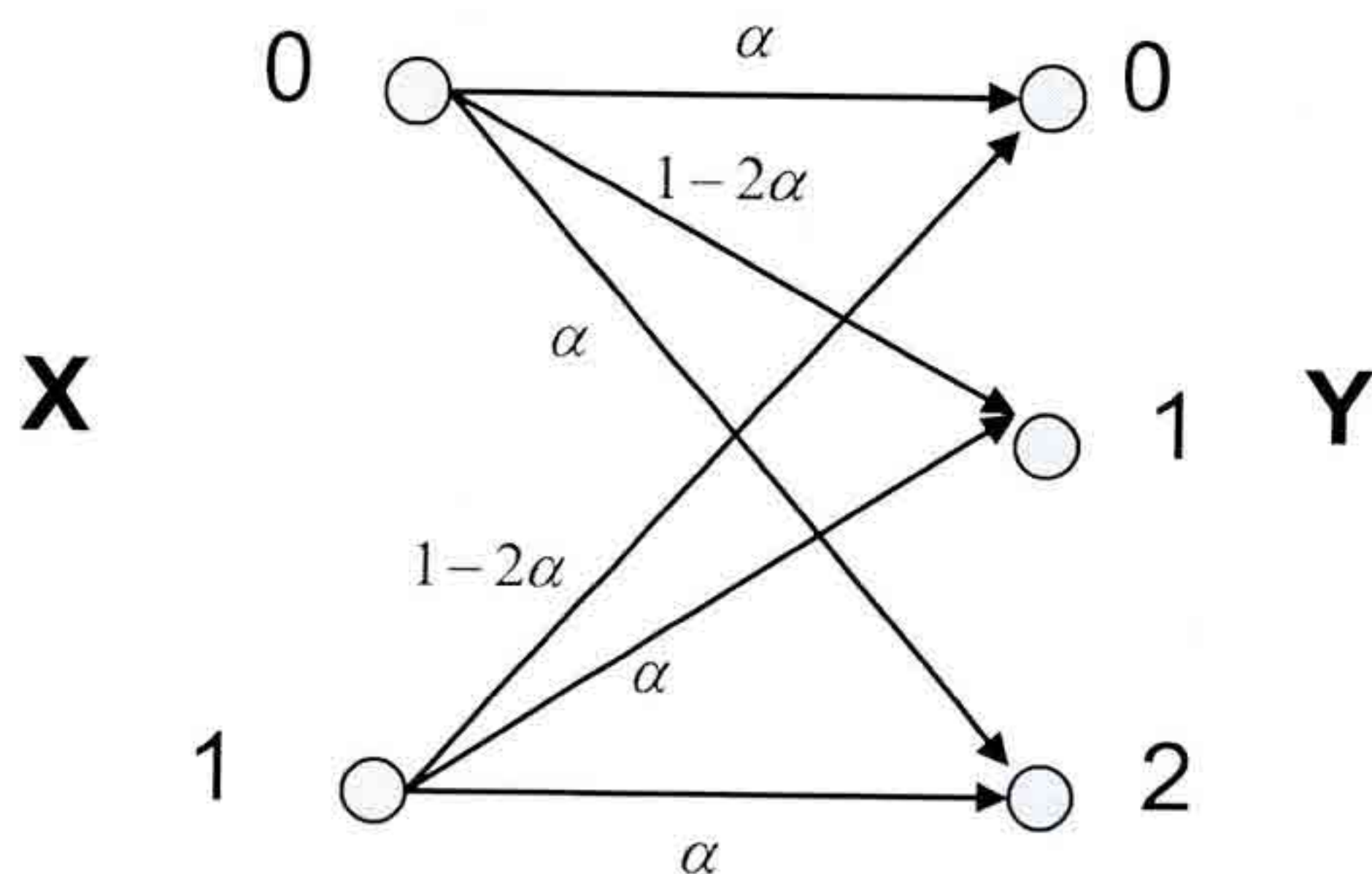
א. (6 נק') הוכיחו כי בערוץ עם 2 עמודות זהות ניתן להחליפן בעמודה אחת עם סכום ההסתברויות ללא שינוי בקיבולת הערוץ.

ב. (6 נק') הוכיחו שבערוץ עם 2 שורות זהות במטריצת המעברים ניתן ללמחוק את אחת השורות ללא שינוי בקיבולת הערוץ.

ג. (13) מצאו את קיבולת הערוץ ואת הפילוג שמשיג אותה..

## שאלה 3: (25 נקודות)

נתון ערוץ הבא ( $\alpha \leq 0.5$ ):



א. (11 נק') מצאו את קיבולת הערוץ ועבור איזה פילוג של  $X$  היא מושגת? פשטו את הביטוי של קיבולת ככל הניתן.

ב. (9 נק')

a. עבור איזה ערך של  $\alpha$  קיבולת הערוץ מינימאלית?

b. עבור איזה ערך של  $\alpha$  קיבולת הערוץ מקסימאלית?

c. הסבירו בקצרה את המשמעות של התוצאות ב-a ו-b (כלומר, מדוע התוצאות הגיוניות באופן אינטואיטיבי).

ג. (5 נק') הוכיחו כי קיבולת של הערוץ הנתון גדולה או שווה לקיבולת של ערוץ  $BSC(1.5\alpha)$ .





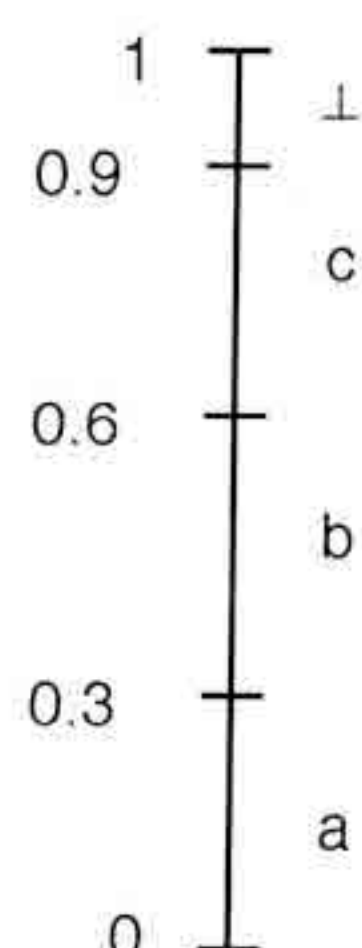
שאלה 4: (25 נק')

א. משתנה אקראי  $X$  מתפלג לפי  $(3/32, 1/4, 1/2, 5/32)$

a. מה הן מילות הקוד אם נקודד לפי קידוד Shannon-Fano-Elias? הסבירו.

b. תן דוגמא למילות קוד שיתאימו לאורכים של קוד שנון? הסבירו.

c. תן דוגמא למילות קוד בקוד הפמן? הסבירו.



ב. הנח קידוד אריתמטי לפי מודל לפלס וסימבולים  $a, b, c$  וסימן סוף שידור  $\perp$  הקורא בהסתברות 10%. כלומר תרשים ההתחלה הוא (משמאל):

מה יהיה הפיענוח של סדרת הביטים הבאה 1001?

ג. על פי קוד Lample-Ziv (LZ77) שנלמד בכיתה איזה סידרה קודדה על ידי

הקוד הבא  $(0,a) (0,b) (1,2,3)(1,3,4)(1,5,3)$

**בהצלחה!!!**

$$H(y) = B H(1 - \frac{y}{B}, \alpha) + P_1.$$





