Universidad Simón Bolívar
Departamento de Cómputo Científico y Estadística
CO3321 Estadística para Ingenieros

Laboratorio 6: Regresión lineal

Hecho por:
Jorge M., María Victoria
11-10495

Sartenejas, agosto de 2015

En este laboratorio se realizarán modelos de regresión lineal para el rendimiento relativo de procesadores IBM 370/158-3 y para el rendimiento esperado relativo, tomando una muestra de 209 procesadores ubicada en el archivo 'CPU.dat'. Estos modelos se realizarán a partir de las siguientes variables:

- CICLOTIME: número de ciclos por segundo.
- MINMEM: memoria mínima en kb.
- MAXMEM: memoria máxima en kb.
- CACHE: tamaño del caché.
- MINCANAL: número mínimo de canales.
- MAXCANAL: número máximo de canales.

Primero, se realizarán los modelos para las dos variables respuesta, donde el resto de las variables tendrán $|\rho| > 0.5$. Para esto se calculó la matriz de correlación para ambos modelos, para identificar cuáles variables son realmente significativas para el modelo a construir. Finalmente, se realizarán modelos para ambas variables con regresión paso a paso, donde en cada paso se eliminará la variable menos significativa. En los modelos finales todas las variables tendrán un nivel de significancia menor a 0.05.

Modelos para el rendimiento relativo de procesadores

En la Tabla 1 se encuentra la matriz de correlación obtenida para el modelo del rendimiento relativo, representado por la variable RELDENDIM. Como queremos ver cuál es la correlación de las variables del modelo con la variable respuesta, tomaremos en cuenta solo los valores ubicados en la última fila de la tabla. Se puede observar que la única variable que no cumple con la condición de $|\rho| > 0.5$ es CICLOTIME, por lo tanto, el resto de las variables estarán incluídas en el modelo a generar.

Variable	CICLOTIME	MINMEM	MAXMEM	CACHE	MINCANAL	MAXCANAL	RELRENDIM
CICLOTIME	1.0000000	-0.3356422	-0.3785606	-0.3209998	-0.3010897	-0.2505023	-0.3070821
MINMEM	-0.3356422	1.0000000	0.7581573	0.5347291	0.5171892	0.2669074	0.7949233
MAXMEM	-0.3785606	0.7581573	1.0000000	0.5379898	0.5605134	0.5272462	0.8629942
CACHE	-0.3209998	0.5347291	0.5379898	1.0000000	0.5822455	0.4878458	0.6626135
MINCANAL	-0.3010897	0.5171892	0.5605134	0.5822455	1.0000000	0.5482812	0.6089025
MAXCANAL	-0.2505023	0.2669074	0.5822455	0.4878458	0.5482812	1.0000000	0.6052193
RELRENDIM	-0.3070821	0.7949233	0.8629942	0.6626135	0.6089025	0.6052193	1.0000000

Tabla 1

Luego, el primer modelo para el rendimiento relativo será:
m1RR = lm(RELRENDIM ~ MINMEM + MAXMEM + CACHE + MINCANAL + MAXCANAL) con coeficientes -40.839361 0.015048 0.005345 0.603744 -0.381383 1.468231.

El R cuadrado ajustado para este modelo es 0.8562, que es un valor bueno debido a que está cercano a 1, aunque puede que aún existan modelos mejores a este. Los p-valores obtenidos se encuentran en la Tabla 2. De aquí podemos ver que todos son bastante cercanos a cero, exceptuando el de la variable MINCANAL, por lo tanto podría decirse que al contrario de las demás variables esta parece no ser significativa para nuestro modelo.

(Intercept)	**MINMEM**	**MAXMEM**	**CACHE**	**MINCANAL**	**MAXCANAL**
1.64e-10	4.68e-14	1.88e-14	2.94e-05	0.661	4.25e-10

Tabla 2

En la Figura 1 se puede ver cómo el modelo se ajusta a cada una de las variables, siguiendo con la conclusión obtenida anteriormente de que la mayoría de las variables son bastante significativas para el modelo. En todas estas gráficas se puede ver que el modelo intenta llegar a cada uno de los datos, sin embargo se pueden ver que algunos quedan por fuera. Esto quiere decir que es posible que pueda existir un modelo mejor.

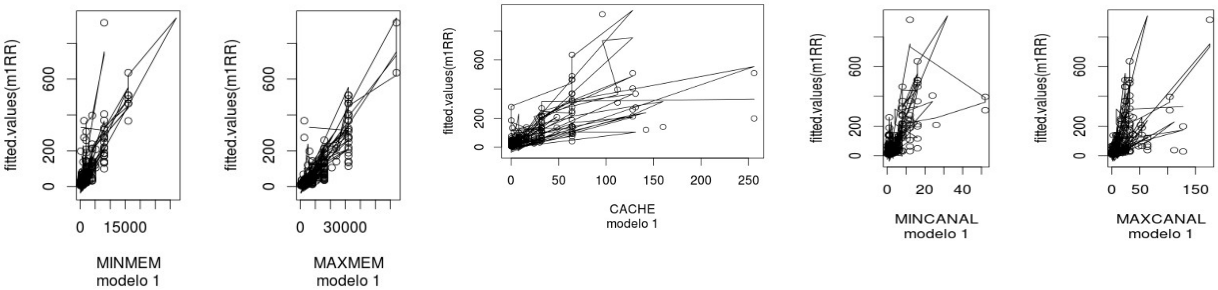

Figura 1

En la Figura 2 se encuentran las gráficas para verificar la independencia de los residuos respecto a los valores ajustados, la normalidad de los residuos, y que la media de los residuos sea cero. En la primera gráfica podemos ver que los datos parecen estar dispersos, excepto en la región de -2 a 2 que parecen seguir una figura de una recta con pendiente negativa, que podría indicar que no son del todo independientes respecto a los valores ajustados y por lo tanto que no es el mejor modelo para este problema. Además en el QQ-plot podemos ver que aunque los residuos parecen estar bastante cercanos a la recta en el centro de la gráfica, en los extremos se dispersan, haciendo que no sigan una distribución normal.

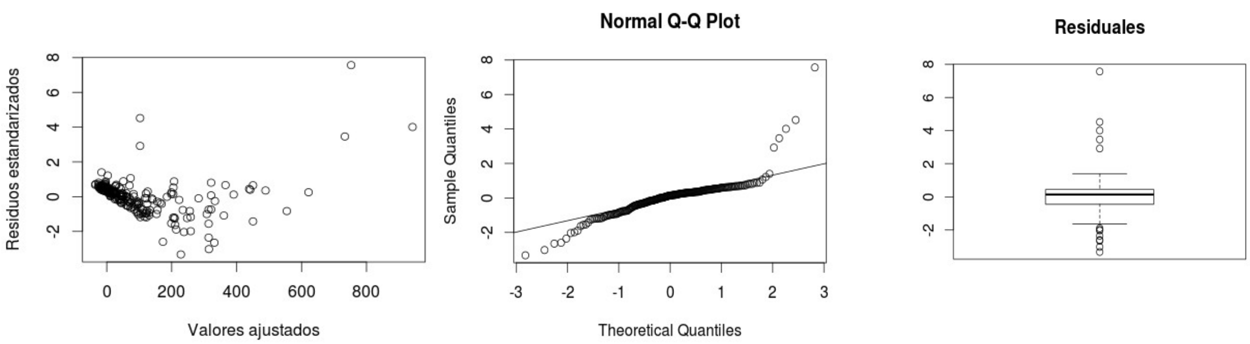

Figura 2

En la Figura 3 se encuentran los gráficos para representar la independencia de los residuos respecto a las variables del modelo, y en la tabla 3 las correlaciones de cada variable con los residuos. En todos los gráficos parecen ser independientes los valores ya que los datos no siguen la forma de una recta en ningun caso, esto también se puede ver en la tabla de las correlaciones donde todos los valores son cercanos a cero.

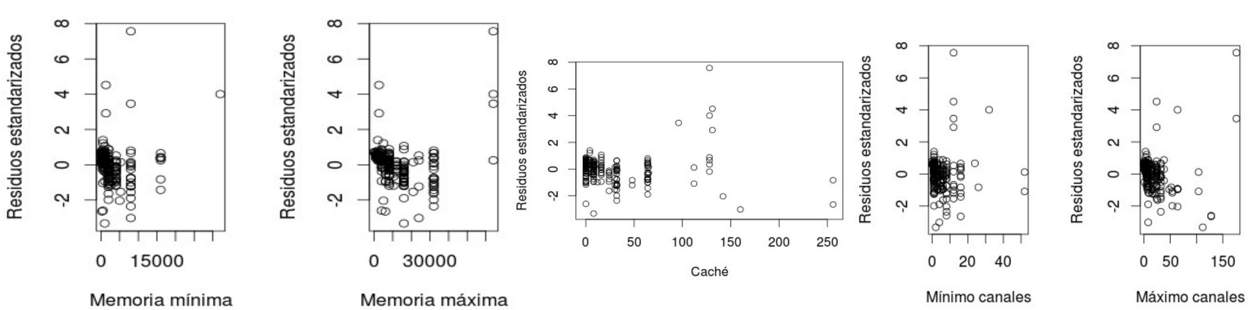

Figura 3

MINMEM	MAXMEM	CACHE	MINCANAL	MAXCANAL
0.03192656	0.04060056	0.00878235	0.01053701	0.02599248

Tabla 3

Como vimos en todo el estudio, es posible que exista algún modelo mejor para el rendimiento relativo de los procesadores. A continuación se creará un modelo con regresión paso a paso, como se explicó al inicio del presente informe.

Tomando el modelo inicial m2RR = lm(RELRENDIM ~ CICLOTIME + MINMEM + MAXMEM + CACHE + MINCANAL + MAXCANAL) obtenemos los niveles de significancia presentados en la Tabla 4. Podemos observar que la variable MINCANAL no es significativa para el modelo, por lo que será eliminada. A pesar de esto, el R cuadrado ajustado de este modelo es mejor que el del modelo anterior, este es 0.8609, estando un poco más cercano a 1.

(Intercept)	MINMEM	MAXMEM	CACHE	MINCANAL	MAXCANAL	CICLOTIME
4.99e-11	9.42e-15	1.33e-15	7.64e-06	0.75263	1.64e-10	0.00579

Tabla 4

Al eliminar la variable MINCANAL nos queda el modelo m3RR = lm(RELRENDIM ~ CICLOTIME + MINMEM + MAXMEM + CACHE + MAXCANAL) cuyos niveles de significancia se encuentran en la Tabla 5. Podemos ver que en este punto todas las variables son significativas para el modelo. Para este modelo el R cuadrado ajustado es 0.8615, el mejor de los valores de los modelos anteriores.

(Intercept)	MINMEM	MAXMEM	CACHE	MAXCANAL	CICLOTIME
3.58e-11	0.00539	4.34e-15	1.18e-15	5.11e-06	3.05e-11

Tabla 5

En la Figura 4 se presentan las gráficas donde se puede observar cómo se ajusta el modelo a cada una de las variables que lo componen. Al igual que en el primer modelo, se ve cómo este modelo intenta llegar a los valores de todos los datos estudiados, siendo CICLOTIME la única que no tiene valores por fuera.

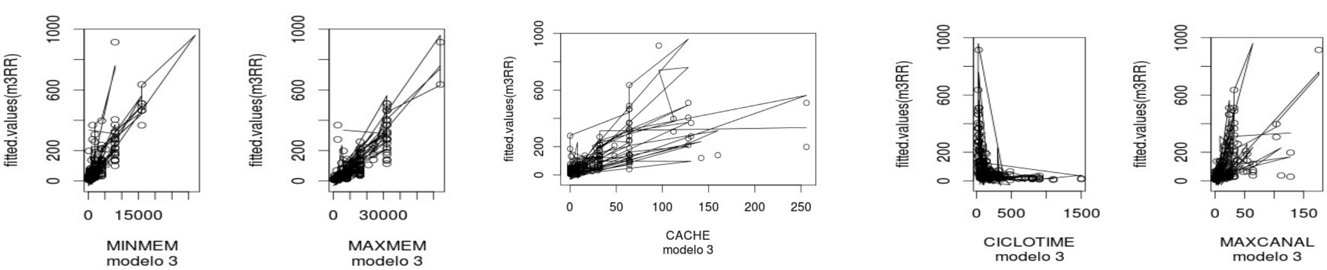

Figura 4

Para ver la independencia de los residuos respecto a los datos ajustados, verificar si se distribuyen normal y el valor de su media podemos observar las gráficas de la Figura 5. En la primera podemos ver una distribución de los datos parecida a la del primer modelo calculado, una parte de la gráfica parece tener la forma de una recta con pendiente negativa pero el resto de los datos se encuentra disperso, por lo que los residuos parecen ser independientes. Las otras dos gŕaficas cpinciden con las del modelo anterior, la media es 0 como se ve en el boxplot y los residuos no parecen seguir una distribución normal porque hay datos que se encuentran dispersos por encima y por debajo de la recta.

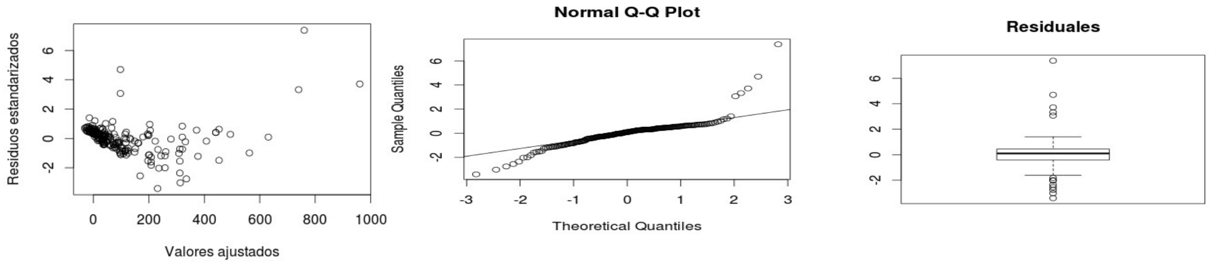

Figura 5

Luego, para ver la independencia de los residuos respecto a las variables del modelo se realizaron las gráficas correspondientes que se pueden ver en la Figura 6. Además, en la Tabla 6 se encuentran las correlaciones de cada variable respecto a los residuos. Al igual que en el modelo anterior parecen ser independientes, ya que las correlaciones son muy cercanas a cero para todas las variables y los gráficos no parecen seguir una forma de recta.

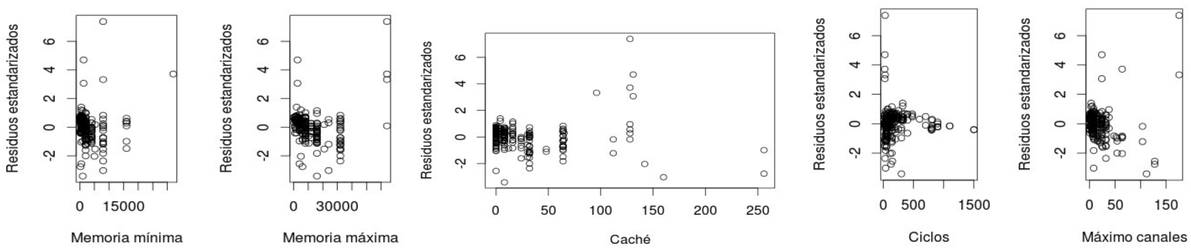

Figura 6

MINMEM	MAXMEM	CACHE	CICLOTIME	MAXCANAL
0.0289636	0.03608856	0.006896619	-0.00621301	-0.00621301

Tabla 6

Modelos para el rendimiento esperado relativo de procesadores

En la Tabla 7 se encuentra la matriz de correlación obtenida para el modelo del rendimiento esperado relativo, representado por la variable ESTRENDIM. Al igual que para la matriz de correlación anterior, veremos los valores ubicados en la última fila de la tabla. Al igual que en el modelo del rendimiento relativo, en este la variable CICLOTIME no cumple con la condición necesaria y queda fuera del modelo.

Variable	CICLOTIME	MINMEM	MAXMEM	CACHE	MINCANAL	MAXCANAL	ESTRENDIM
CICLOTIME	1.0000000	-0.3356422	-0.3785606	-0.3209998	-0.3010897	-0.2505023	-0.2883956
MINMEM	-0.3356422	1.0000000	0.7581573	0.5347291	0.5171892	0.2669074	0.8192915
MAXMEM	-0.3785606	0.7581573	1.0000000	0.5379898	0.5605134	0.5272462	0.9012024
CACHE	-0.3209998	0.5347291	0.5379898	1.0000000	0.5822455	0.4878458	0.6486203
MINCANAL	-0.3010897	0.5171892	0.5605134	0.5822455	1.0000000	0.5482812	0.6105802
MAXCANAL	-0.2505023	0.2669074	0.5272462	0.4878458	0.5482812	1.0000000	0.5921556
ESTRENDIM	-0.2883956	0.8192915	0.9012024	0.6486203	0.6105802	0.5921556	1.0000000

Tabla 7

Luego, el primer modelo para el rendimiento esperado relativo será:
m1RER = lm(ESTRENDIM ~ MINMEM + MAXMEM + CACHE + MINCANAL + MAXCANAL), con coeficientes -46.150795 0.013975 0.006285 0.443897 -0.322606 1.181646.

El R cuadrado ajustado para este modelo es 0.8982, valor bastante bueno ya que se aproxima a 1. Los p-valores obtenidos se encuentran en la Tabla 8. De aquí podemos ver que todos son bastante cercanos a cero, exceptuando el de la variable MINCANAL, por lo tanto podría decirse que al contrario de las demás variables esta parece no ser significativa para nuestro modelo. Este mismo comportamiento se vio en el primero modelo realizado para la variable del rendimiento relativo.

(Intercept)	MINMEM	MAXMEM	CACHE	MINCANAL	MAXCANAL
< 2e-16	< 2e-16	< 2e-16	0.00014	0.64708	5.3e-10

Tabla 7

En la Figura 7 podemos ver como se ajusta el modelo a nuestras variables. Para todas las variables el modelo intenta llegar a los valores de los datos, aunque deja algunos por fuera.

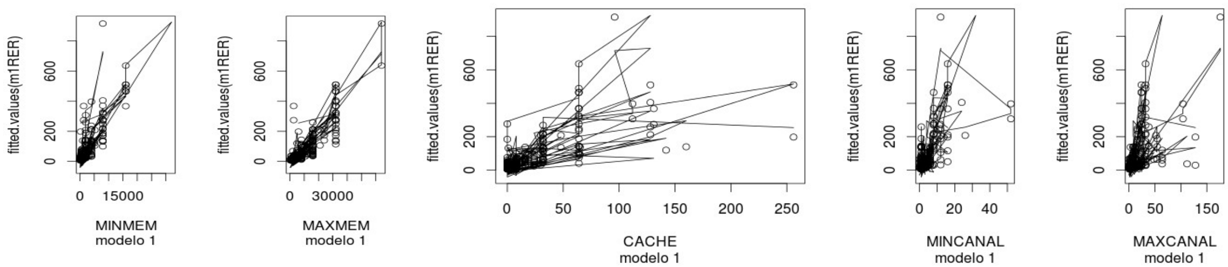

Figura 7

Por otro lado, podemos verificar la independencia de los residuos, y la normalidad y la media de los mismos con los gráficos presentes en la Figura 8. Al igual que en todos los modelos anteriores la media es cero, como se muestra en el boxplot. Estos residuos parecen estar más cerca de una distribución normal que todos los anteriores, pero aún no lo son completamente porque existen todavía datos dispersos.

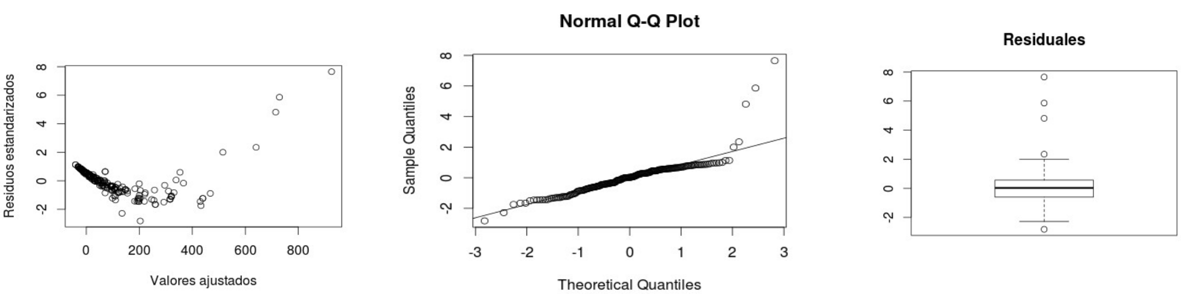

Figura 8

Para ver la independencia de los residuos respecto a las variables del modelo se realizaron los gŕaficos presentes en la Figura 9 y las correlaciones de cada variable con los residuos ubicadas en la Tabla 8. Las gŕaficas de este modelo se comportan de forma similar a la de los modelos anteriores, por lo que puede concluirse que las variables son independientes de los residuos, fenómeno que puede observarse también en la tabla de las correlaciones.

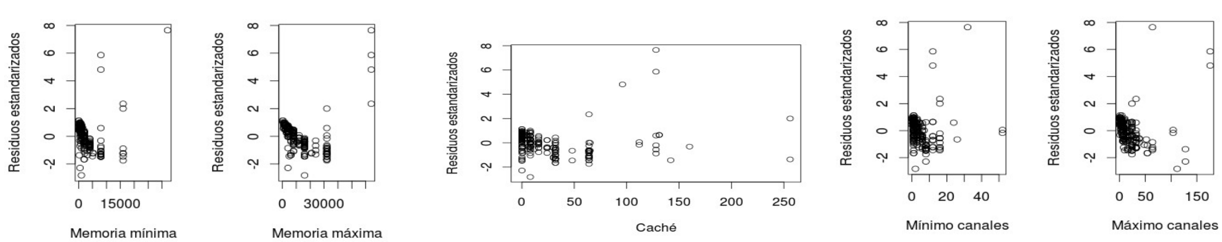

Figura 9

MINMEM	MAXMEM	CACHE	MINCANAL	MAXCANAL
0.05469624	0.05622592	0.02768083	0.02874994	0.03640145

Tabla 8

A continuación se realizará un modelo de regresión paso a paso, en busca de obtener mejores resultados. Tomando el modelo inicial modRER1 = lm(ESTRENDIM ~ CICLOTIME + MINMEM + MAXMEM + CACHE + MINCANAL + MAXCANAL) con coeficientes -66.48138 0.06596 0.01431 0.00659 0.49447 -0.17234 1.20117. Se obtuvieron los niveles de significancia presentados en la Tabla 9. Podemos observar que la variable MINCANAL no es significativa para nuestro modelo, por lo tanto será eliminada. El valor obtenido del R cuadrado ajustado para este modelo fue 0.9082, lo que parece demostrar que es mejor modelo que el anterior pero esto no siempre tiene por que ocurrir.

(Intercept)	MINMEM	MAXMEM	CACHE	MINCANAL	MAXCANAL	CICLOTIME
< 2e-16	< 2e-16	< 2e-16	9.94e-06	0.797	4.04e-11	2.85e-06

Tabla 9

Al eliminar la variable MINCANAL nos queda el siguiente modelo: modRER2 = lm(ESTRENDIM ~ CICLOTIME + MINMEM + MAXMEM + CACHE + MAXCANAL) con coeficientes -66.596815 0.066126 0.014236 0.006584 0.487088 1.186766. Se obtuvo un R cuadrado ajustado de 0.9086. En la Tabla 10 se ecuentran los niveles de significancia de cada variable del modelo. Se puede observar que en este punto todas las variables son significativas.

(Intercept)	MINMEM	MAXMEM	CACHE	MAXCANAL	CICLOTIME
< 2e-16	< 2e-16	< 2e-16	6.28e-06	5.88e-12	2.50e-06

Tabla 10

En la Figura 10 se puede ver el ajuste del modelo obtenido para cada una de las variables. El comportamiento es similar al de los modelos anteriores.

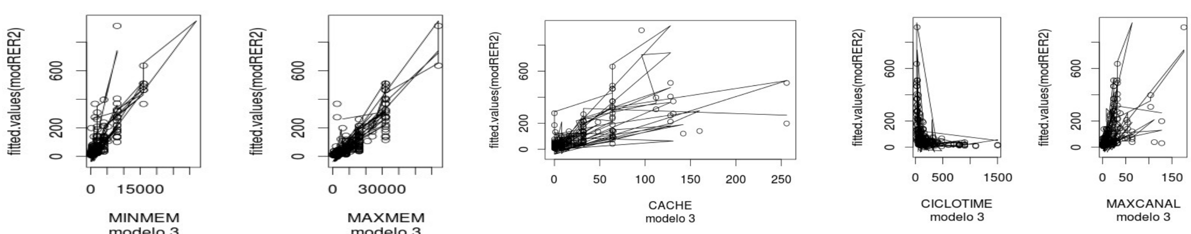

Figura 10

Además, en la Figura 11 se puede ver cómo los residuos son independientes respecto a los valores ajustados, ya que como en todos los modelos anteriores no sigue la forma de una línea recta, los datos se encuentran dispersos. También, como en los modelos estudiados con anterioridad la media es cero y los datos no siguen una distribución normal.

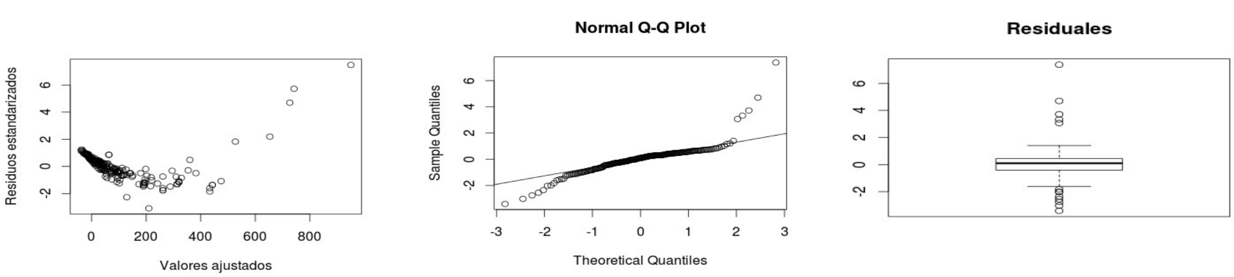

Figura 11

Finalmente, para ver la independencia de los residuos respecto a las variables del modelo se realizaron los gráficos ubicados en la Figura 12, que además están respaldados por los datos obtenidos en las correlaciones ubicadas en la Tabla 11.

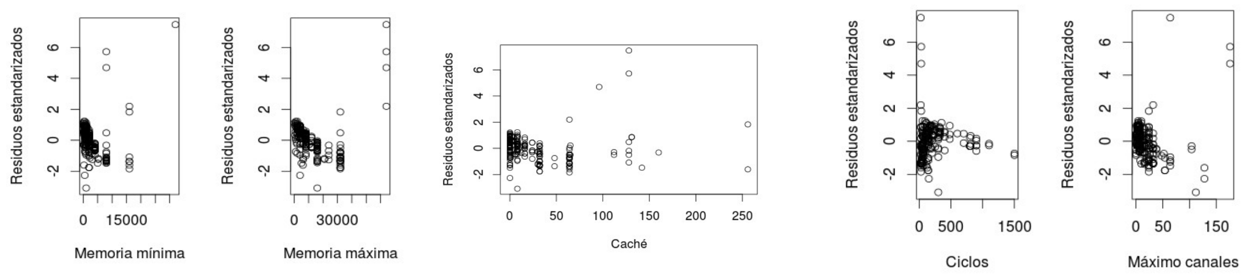

Figura 12

MINMEM	MAXMEM	CACHE	CICLOTIME	MAXCANAL
0.05318707	0.05182436	0.02446927	-0.009637251	0.03009679

Tabla 11

A continuación se presenta el script utilizado para realizar todos los estudios presentados en el informe:

```
# Laboratorio 6 de Estadística
# Hecho por: María Victoria Jorge 11-10495
#
# Ejercicio 9. Archivo 'CPU.dat'

datos = read.table("CPU.dat", header=T)
attach(datos)
names(datos)
rendRelativo = datos[-8] # Variables para el modelo del rendimiento relativo
rendEsperado = datos[-7] # Variables para el modelo del rendimiento esperado relativo

# Diagrama de dispersión
pairs(rendRelativo)
pairs(rendEsperado)

# Matriz de correlación
cor(rendRelativo)
cor(rendEsperado)

# Modelo donde |ro| > 0.5
m1RR = lm(RELRENDIM ~ MINMEM + MAXMEM + CACHE + MINCANAL + MAXCANAL)
summary(m1RR)

# Gráficos para ver cómo se ajustó el modelo
par(mfrow = c(1, 2))
plot(MINMEM, fitted.values(m1RR), sub="modelo 1",type="l")
points(MINMEM,RELRENDIM)
plot(MAXMEM, fitted.values(m1RR), sub="modelo 1",type="l")
points(MAXMEM,RELRENDIM)
plot(CACHE, fitted.values(m1RR), sub="modelo 1",type="l")
points(CACHE,RELRENDIM)
par(mfrow = c(1, 2))
plot(MINCANAL, fitted.values(m1RR), sub="modelo 1",type="l")
points(MINCANAL,RELRENDIM)
plot(MAXCANAL, fitted.values(m1RR), sub="modelo 1",type="l")
points(MAXCANAL,RELRENDIM)
```

```
# Crítica de m1RR
#independencia respecto a los valores ajustados.
plot(fitted.values(m1RR),rstandard(m1RR),xlab="Valores ajustados",ylab="Residuos estandarizados")
cor(fitted.values(m1RR),rstandard(m1RR)) #esto confirma la independencia numericamente
#chequeo de la normalidad de los residuos
qqnorm(rstandard(m1RR))
qqline(rstandard(m1RR))
#media de los residuos igual a cero
mean(rstandard(m1RR))
boxplot(rstandard(m1RR),main="Residuales")

par(mfrow = c(1, 2))
#independencia de los residuos respecto a MINMEM
plot(MINMEM,rstandard(m1RR), xlab= "Memoria mínima", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MINMEM, rstandard(m1RR))
#independencia de los residuos respecto a MAXMEM
plot(MAXMEM,rstandard(m1RR), xlab= "Memoria máxima", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MAXMEM, rstandard(m1RR))
par(mfrow = c(1, 2))
#independencia de los residuos respecto a MINCANAL
plot(MINCANAL,rstandard(m1RR), xlab= "Mínimo canales", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MINCANAL, rstandard(m1RR))
#independencia de los residuos respecto a MAXCANAL
plot(MAXCANAL,rstandard(m1RR), xlab= "Máximo canales", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MAXCANAL, rstandard(m1RR))
#independencia de los residuos respecto a CACHE
plot(CACHE,rstandard(m1RR), xlab= "Caché", ylab="Residuos estandarizados")
cor(CACHE, rstandard(m1RR))


# Modelo donde |ro| > 0.5
m1RER = lm(ESTRENDIM ~ MINMEM + MAXMEM + CACHE + MINCANAL + MAXCANAL)
summary(m1RER)

 # Crítica de m1RER
# Gráficos para ver cómo se ajustó el modelo
par(mfrow = c(1, 2))
plot(MINMEM, fitted.values(m1RER), sub="modelo 1",type="l")
points(MINMEM,RELRENDIM)
plot(MAXMEM, fitted.values(m1RER), sub="modelo 1",type="l")
points(MAXMEM,RELRENDIM)
plot(CACHE, fitted.values(m1RER), sub="modelo 1",type="l")
points(CACHE,RELRENDIM)
par(mfrow = c(1, 2))
plot(MINCANAL, fitted.values(m1RER), sub="modelo 1",type="l")
points(MINCANAL,RELRENDIM)
plot(MAXCANAL, fitted.values(m1RER), sub="modelo 1",type="l")
points(MAXCANAL,RELRENDIM)

#independencia respecto a los valores ajustados.
plot(fitted.values(m1RER),rstandard(m1RER),xlab="Valores ajustados",ylab="Residuos estandarizados")
cor(fitted.values(m1RER),rstandard(m1RER)) #esto confirma la independencia numericamente
#chequeo de la normalidad de los residuos
qqnorm(rstandard(m1RER))
qqline(rstandard(m1RER))
#media de los residuos igual a cero
mean(rstandard(m1RER))
boxplot(rstandard(m1RER),main="Residuales")
```

```
par(mfrow = c(1, 2))
#independencia de los residuos respecto a MINMEM
plot(MINMEM,rstandard(m1RER), xlab= "Memoria mínima", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MINMEM, rstandard(m1RER))
#independencia de los residuos respecto a MAXMEM
plot(MAXMEM,rstandard(m1RER), xlab= "Memoria máxima", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MAXMEM, rstandard(m1RER))
par(mfrow = c(1, 2))
#independencia de los residuos respecto a MINCANAL
plot(MINCANAL,rstandard(m1RER), xlab= "Mínimo canales", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MINCANAL, rstandard(m1RER))
#independencia de los residuos respecto a MAXCANAL
plot(MAXCANAL,rstandard(m1RER), xlab= "Máximo canales", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MAXCANAL, rstandard(m1RER))
#independencia de los residuos respecto a CACHE
plot(CACHE,rstandard(m1RER), xlab= "Caché", ylab="Residuos estandarizados")
cor(CACHE, rstandard(m1RER))


# Modelos para el rendimiento relativo paso a paso
m2RR = lm(RELRENDIM ~ CICLOTIME + MINMEM + MAXMEM + CACHE + MINCANAL + MAXCANAL)
summary(m2RR)

m3RR = lm(RELRENDIM ~ CICLOTIME + MINMEM + MAXMEM + CACHE + MAXCANAL)
summary(m3RR)

#Crítica para el modelo m3RR
# Gráficos para ver cómo se ajustó el modelo
par(mfrow = c(1, 2))
plot(MINMEM, fitted.values(m3RR), sub="modelo 3",type="l")
points(MINMEM,RELRENDIM)
plot(MAXMEM, fitted.values(m3RR), sub="modelo 3",type="l")
points(MAXMEM,RELRENDIM)
plot(CACHE, fitted.values(m3RR), sub="modelo 3",type="l")
points(CACHE,RELRENDIM)
par(mfrow = c(1, 2))
plot(CICLOTIME, fitted.values(m3RR), sub="modelo 3",type="l")
points(CICLOTIME,RELRENDIM)
plot(MAXCANAL, fitted.values(m3RR), sub="modelo 3",type="l")
points(MAXCANAL,RELRENDIM)

#independencia respecto a los valores ajustados.
plot(fitted.values(m3RR),rstandard(m3RR),xlab="Valores ajustados",ylab="Residuos estandarizados")
cor(fitted.values(m3RR),rstandard(m3RR)) #esto confirma la independencia numericamente
#chequeo de la normalidad de los residuos
qqnorm(rstandard(m3RR))
qqline(rstandard(m3RR))
#media de los residuos igual a cero
mean(rstandard(m3RR))
boxplot(rstandard(m3RR),main="Residuales")

par(mfrow = c(1, 2))
#independencia de los residuos respecto a MINMEM
plot(MINMEM,rstandard(m3RR), xlab= "Memoria mínima", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MINMEM, rstandard(m3RR))
#independencia de los residuos respecto a MAXMEM
plot(MAXMEM,rstandard(m3RR), xlab= "Memoria máxima", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MAXMEM, rstandard(m3RR))
par(mfrow = c(1, 2))
```

```
#independencia de los residuos respecto a CICLOTIME
plot(CICLOTIME,rstandard(m3RR), xlab= "Ciclos", ylab="Residuos estandarizados")
cor(CICLOTIME, rstandard(m3RR))
#independencia de los residuos respecto a MAXCANAL
plot(MAXCANAL,rstandard(m3RR), xlab= "Máximo canales", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MAXCANAL, rstandard(m3RR))
#independencia de los residuos respecto a CACHE
plot(CACHE,rstandard(m3RR), xlab= "Caché", ylab="Residuos estandarizados")
cor(CACHE, rstandard(m3RR))


# Modelos para el rendimiento esperado relativo paso a paso
modRER1 = lm(ESTRENDIM ~ CICLOTIME + MINMEM + MAXMEM + CACHE + MINCANAL + MAXCANAL)
summary(modRER1)

modRER2 = lm(ESTRENDIM ~ CICLOTIME + MINMEM + MAXMEM + CACHE + MAXCANAL)
summary(modRER2)

#Crítica para el modelo modRER2
# Gráficos para ver cómo se ajustó el modelo
par(mfrow = c(1, 2))
plot(MINMEM, fitted.values(modRER2), sub="modelo 3",type="l")
points(MINMEM,RELRENDIM)
plot(MAXMEM, fitted.values(modRER2), sub="modelo 3",type="l")
points(MAXMEM,RELRENDIM)
plot(CACHE, fitted.values(modRER2), sub="modelo 3",type="l")
points(CACHE,RELRENDIM)
par(mfrow = c(1, 2))
plot(CICLOTIME, fitted.values(modRER2), sub="modelo 3",type="l")
points(CICLOTIME,RELRENDIM)
plot(MAXCANAL, fitted.values(modRER2), sub="modelo 3",type="l")
points(MAXCANAL,RELRENDIM)

#independencia respecto a los valores ajustados.
plot(fitted.values(modRER2),rstandard(modRER2),xlab="Valores ajustados",ylab="Residuos estandarizados")
cor(fitted.values(modRER2),rstandard(modRER2)) #esto confirma la independencia numericamente
#chequeo de la normalidad de los residuos
qqnorm(rstandard(m3RR))
qqline(rstandard(m3RR))
#media de los residuos igual a cero
mean(rstandard(m3RR))
boxplot(rstandard(m3RR),main="Residuales")

par(mfrow = c(1, 2))
#independencia de los residuos respecto a MINMEM
plot(MINMEM,rstandard(modRER2), xlab= "Memoria mínima", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MINMEM, rstandard(modRER2))
#independencia de los residuos respecto a MAXMEM
plot(MAXMEM,rstandard(modRER2), xlab= "Memoria máxima", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MAXMEM, rstandard(modRER2))
par(mfrow = c(1, 2))
#independencia de los residuos respecto a CICLOTIME
plot(CICLOTIME,rstandard(modRER2), xlab= "Ciclos", ylab="Residuos estandarizados")
cor(CICLOTIME, rstandard(modRER2))
#independencia de los residuos respecto a MAXCANAL
plot(MAXCANAL,rstandard(modRER2), xlab= "Máximo canales", ylab="Residuos estandarizados")
cor(MAXCANAL, rstandard(modRER2))
#independencia de los residuos respecto a CACHE
plot(CACHE,rstandard(modRER2), xlab= "Caché", ylab="Residuos estandarizados")
```

```
cor(CACHE, rstandard(modRER2))
```