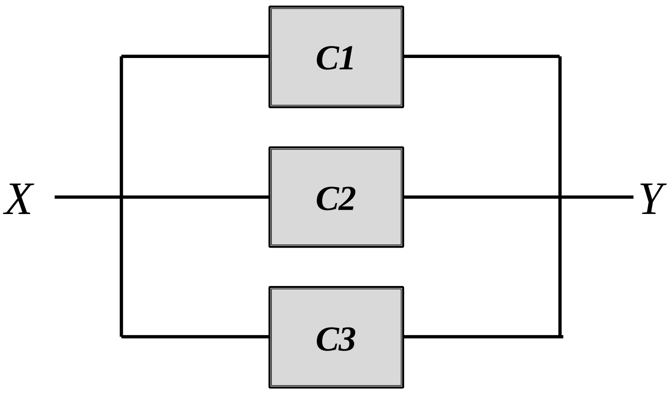
Teoría de la información

Tarea 1 (Entrega: Jueves 21 Agosto)

1. Se tiene una fuente de información con alfabeto $S = \{a, b, c, d\}$ en donde cada letra se emite de manera equiprobable. Para cada par de mensajes mostrar que sus probabilidades son independientes o no.
   a. $A = \{a, b\}$ y $B = \{a, c\}$
   b. $B = \{a, c\}$ y $C = \{c, d\}$
   c. $C = \{c, d\}$ y $D = \{a, c, d\}$

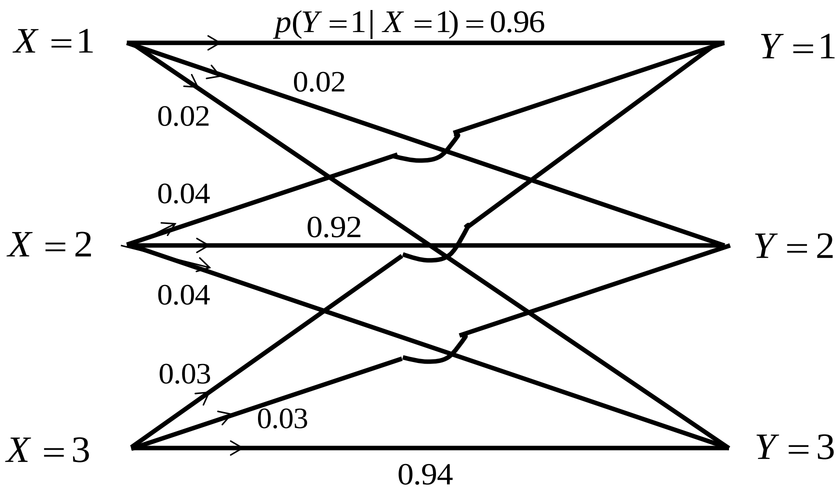
2. Dos eventos A y B con probabilidades $P(A) > 0$ y $P(B) > 0$ no pueden ser mutuamente exclusivos e independientes al mismo tiempo.
   a. Probar que si A y B son mutuamente exclusivos entonces no pueden ser independientes
   b. Probar que si A y B son independientes entonces no pueden ser mutuamente exclusivos

3. Un sistema de comunicación está compuesto de 3 componentes C_1, C_2, C_3. El sistema falla solo si los 3 componentes fallan con probabilidades 0.03, 0.05 y 0.07, respectivamente. Si los componentes fallan de manera independiente, calcular la probabilidad de que el sistema funcione.



4. Se tienen 2 canales de información A y B los cuales transmiten el 60% y 40% del tráfico de información de cierta compañía. La probabilidad de error del canal A es del 3% y 5% para el canal B. Dado que ocurrió un error, calcular la probabilidad de que este haya sido generado por el canal B.

5. La figura muestra un canal de comunicaciones ternario en donde un “3” se envía tres veces más frecuente que un “1” y un “2” se envía dos veces mas frecuente que un “1”.
   a. Calcular las probabilidades conjuntas $P(X = i, Y = j)$ para $i, j = 1,2,3$.
   b. Calcular las probabilidades $P(Y = 1), P(Y = 2)$ y $P(Y = 3)$
   c. Dado que se detectó un “1” en el receptor, cuál es la probabilidad de que un “1” se envió?



6. Un espacio muestra $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ tiene la siguiente distribución de probabilidades $p(s_1) = 0.2$, $p(s_2) = 0.3$, $p(s_3) = 0.5$. Sea f una función definida en S con $f(s_1) = 5$, $f(s_2) = -2$ y $f(s_3) = 1$. Calcular el valor esperado de f.