Página 1

Eid d  
  
[/ 1A  
  
NONANa  
  
CENTRO TECNOLÓGICO DA MARINHA EM SÃO PAULO  
INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES  
  
Desenvolvimento de Tecnologias para Aceleração de Prótons a Laser  
  
Convênio 42000/2018-064/00  
Relatório Anual — 2019  
  
(. Í'L .(;/ ILMBED,  
Dr. Nílson Dias Vieirá Junlor  
  
Coordenador pelo IPEN  
  
CMG (EN) Dr. Cláudio Costa Motta  
Coordenador pelo CTMSP  
  
Novembro de 2020  
Revisão 00

Página 2

CTM S P / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 iceão:  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Emissão: 12/11/2020  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares Pág.:i de ix Rev. 00  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
RESUMO  
  
Este relatório descreve os resultados, da primeira fase do desenvolvimento, de uma suíte de  
programas computacionais destinadas ao projeto de lasers de fibra óptica de sílica para  
regime de alta potência, P > 1XW , e com elevada qualidade de feixe, M? <L1,1. A suíte foi  
dividida em quatro partes. Inicialmente, sua utilização permite projetar lasers de fibra, desde  
que sejam conhecidas a sua geometria, a concentração dos íons de Yb"? e seu número V. Os  
resultados obtidos permitem avaliar a potência de saída em função da refletividade das  
redes de Bragg, do comprimento da fibra óptica e da potência de bombeio. Na segunda  
parte, o problema do balanço térmico na fibra óptica é analisado, tendo como resultado o  
perfil radial de temperatura na fibra óptica. O modelo permite analisar diferentes esquemas  
de bombeamento, em função da potência de saída e da temperatura no núcleo da fibra. Na  
terceira parte, o problema do guiamento óptico em fibras com dupla camada é analisado  
para encontrar as soluções de ondas. A ferramenta, analítica, permite obter o espectro de  
autovalores, para o problema de valor de contorno, fornecendo e as condições de  
propagação em modo único. Este ponto é fundamental, a fim de estabelecer elevada  
qualidade óptica do feixe. Na quarta parte na suíte, foi implementado o método de  
propagação de feixe, utilizando diferenças finitas para a solução da equação vetorial de  
Helmholtz. Esta técnica foi utilizada para o estudo da propagação de um feixe laser,  
aproximadamente, Gaussiano, no espaço livre, mas será utilizada, também, no estudo das  
variações do índice de refração da fibra ativa e suas implicações na qualidade do feixe,  
quando os lasers estiverem operando em regime de dezenas de quilowatts. Os resultados da  
suíte foram comparados com aqueles disponíveis na literatura, para lasers de fibra de  
itérbio, com potência média de saída da ordem de 1 kW, sendo observada uma  
concordância geral! muito boa.  
  
RESERVADO

Página 3

" Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
CTMSP / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág.:iii de ix  
  
Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 1  
- Capítulo 2  
  
2.1  
2.2  
2.3  
- 24  
2.5  
  
- Capítulo 3  
  
31  
3.2  
3.3  
" 3.4  
— 3.5  
e 3.6  
3.7  
  
- Capítulo 4  
  
T 4.1  
— 4.2  
- 4.3  
  
. 41  
4.5  
  
— 4.6  
4.7  
4.8  
4.9  
4.10  
4.11  
  
SNNA  
  
Í  
  
Índice do Relatório  
  
Introdução  
  
Modelo Teórico para a Amplificação Laser em Fibras Ópticas Dopadas  
com Íons de Yb\*3  
  
Introdução ao capítulo 2  
  
Formulação quantitativa do laser de Yb\*3  
  
Construção de uma solução analítica o modelo do laser  
  
Aplicação do modelo e análise dos resultados  
  
Conclusão do capítulo 2  
  
Análise teórica do mecanismo de dissipação de calor em lasers de fibra  
óptica dopada com Yb\*? com duplo revestimento  
  
Introdução ao capítulo 3  
  
Análise teórica dos mecanismos de transferência de calor  
  
Aplicação do modelo térmico ao modelo laser  
  
Análise dos resultados  
  
Comprimento ótimo da fibra ativa  
  
O limiar de oscilação laser  
  
Conclusão do capítulo 3  
  
Propagação Eletromagnética em Fibras Ópticas com Seção Transversal  
Circular  
  
Introdução ao capítulo 4  
  
Formulação do problema de valor de contorno  
  
Campos no núcleo e no revestimento da fibra óptica com índice de  
refração do tipo degrau  
  
Condições de contorno e equação característica para fibras com índice  
de refração do tipo degrau  
  
Caracterização dos modos em uma fibra óptica com índice de refração  
do tipo degrau  
  
Condição para o corte dos modos  
  
Fibra óptica mono modo  
  
Fibras com guiamento fraco e equação característica simplificada  
Modos linearmente polarizados (LP)  
  
A fibra óptica de seção transversal circular com duplo revestimento  
Conclusão do capítulo 4  
  
RESERVADO  
  
11  
21  
25  
  
26  
  
26  
27  
29  
30  
36  
41  
41  
  
43  
  
43  
43  
46  
  
48  
  
50  
  
52  
56  
57  
58  
61  
66

Página 4

CTMSP / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág.:iv de x  
  
Rev.: 0O  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 5  
5.1  
5.2  
5.3  
  
5.4  
  
5.5  
5.6  
5.7  
5.8  
  
Capítulo 6  
6.1  
6.2  
6.3  
6.4  
6.5  
  
Capítulo 7  
  
Anexo AÀ  
Anexo B  
  
Métodos de Propagação de Feixe (BPM)  
  
Introdução ao capítulo 5  
  
Equações de Maxwell na forma vetorial  
  
O método de propagação de feixe segundo da transformada rápida de  
Fourier (FFT-BPM)  
  
O método de propagação de feixe segundo a técnica de diferenças  
finitas (FD-BPM)  
  
Análise utilizando os ângulos largos e os aproximantes de Padé  
Análise semi-vetorial tridimensional  
  
Análise vetorial completa tridimensional  
  
Conclusão do capítulo 5  
  
Propagação de um Feixe Gaussiano no Espaço Livre  
Introdução do capítulo 6  
  
A fórmula integral de Fresnel-Kirchhoff  
  
Modos normais em guias de ondas de lentes  
Propagação de feixes Gaussianos no espaço livre  
Conclusão do capítulo 6  
  
Conclusão do Relatório  
Planta Demonstradora do Projeto do Laser  
  
Diagrama Elétrico, Modelagem Mecânica do Painel de Distribuição de  
Energia e do Sistema de Automação  
  
RESERVADO  
  
79  
79  
80  
84  
  
91  
  
100  
107  
112  
115  
  
119  
119  
119  
126  
129  
132  
  
136  
  
138  
139

Página 5

CTM S p / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 issão:  
Centro Tecnoiógico da Marinha em São Paulo/ proi Emissão: 12/11/2020  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares . .  
Pág.:v de ix Rev.: 00  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Ciláudio C. Motta  
  
Figura 2.1  
  
Figura 2.2  
Figura 2.3  
  
Figura 2.4  
Figura 3.1  
  
Figura 3.2  
  
Fígura 3.3  
  
Figura 3.4  
Figura 3.5  
Figura 3.6  
Figura 3.7  
Figura 3.8  
Figura 3.9  
Figura 3.10  
  
Figura 3.11  
Figura 4.1  
Figura 4.2  
Figura 4.3  
  
Figura 4.4  
  
Lista de Figuras  
  
Diagrama de nível de energia para o íon de Yb+3. A população no nível  
laser superior (inferior) de notação espectroscópica 2F 5;2 2 F32 é  
representada no N2 (N1), respectivamente.  
  
Comparação dos valores das expressões da Eq. (2.19), Eq. (2.20) e Eq.  
(2.21)  
  
Distribuição axial da potência do sinal laser P(z) e P(s), em função da  
potência de bombeio  
  
Distribuição axial da densidade de íons de Yb no nível superior laser  
  
Diagrama esquemático para representar os processos de transferência  
de calor em fibras ópticas dopadas com íons de Yb\*? com duplo  
revestimento.  
  
Distribuição da potência de bombeio P;(z) em um arranjo de  
bombeio direcional.  
  
Distribuição das potências de bombeio Pi(2) e P, (2) em um arranjo  
de bombeio bidirecional.  
  
Distribuição axial da densidade de potência térmica para o arranjo do  
bombeamento direto.  
  
Distribuição axial da densidade de potência térmica para o arranjo do  
bombeamento bidirecional.  
  
Distribuição radial de temperatura para z=O na configuração do  
bombeamento direcional, considerando as transferências de calor  
radiativa e convectiva.  
  
Perfil axial de temperatura para r=0 no bombeamento direcional  
  
Perfil axial de temperatura para 2=0 no bombeamento bidirecional  
Perfil axial de temperatura para r=O0 no bombeamento direcional  
  
Perfil axial de temperatura ao longo da fibra ativa no bombeamento  
direto.  
  
Perfil axial de temperatura ao longo da fibra ativa no bombeamento  
bidirecional.  
  
Primeiros quatro modos de propagação transversais elétricos TEov  
Ka, =3,794, Kxa, = 6,946, xa, =10,073, xa, =13,191  
  
Perfil radial do intensidade luminoda para os modos TEo1. TEo2 TEoz.  
TEoa  
  
Parâmetros de corte para modos LPnm, obtidos da solução da equação  
característica.  
  
Parâmetros de corte para modos LPnm, obtidos da solução da equação  
característica.  
  
RESERVADO  
  
114  
  
23  
  
23  
27  
  
31  
  
32  
  
32  
33  
33  
34  
34  
35  
35  
  
36  
  
51  
  
60  
  
61

Página 6

CTMSP / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauloí  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Páãg.:vi de ix  
  
Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Figura 5.1  
  
Figura 5.2  
  
Figura 5.3  
  
Figura 5.4  
  
Figura 5.5  
  
Figura 5.6  
  
Figura 6.1  
  
Aplicação da técnica FFT-BPM para a propagação de um pulso  
gaussiano ao longo de uma fibra óptica com n1= 1,47, n2 = 1,462, 11 =  
3,0 um e Ào = 1,55 um.  
  
Aplicação da técnica FFT-BPM para a propagação de um pulso  
gaussiano, no núcleo, ao longo de uma fibra óptica com n1= 1,47, nn =  
1,462, 1= 10,0 um e Ào = 1,55 um.  
  
Aplicação da técnica FFT-BPM para a propagação de um pulso  
gaussiano, no núcleo, ao longo de uma fibra óptica com duplo  
revestimento. n1= 1,47, n2 = 1,462, n3 = 1,458, 11 = 3,0 um, 12= 16,0 um  
e Ao = 1,55 um.  
  
Aplicação da técnica FFT-BPM para a propagação de um pulso  
gaussiano, no revestimento, ao longo de uma fibra óptica com duplo  
revestimento. n1= 1,47, n2 = 1,462, n3 = 1,458, 11 =3,0 um, 12 = 16,0 um  
e Ào = 1,55 um.  
  
Aplicação da técnica FD-BPM para a propagação de um pulso gaussiano  
no espaço livre na distância axial de 15 um da origem  
  
Aplicação da técnica FD-BPM para a propagação de um pulso gaussiano  
no espaço livre na distância axial de 150 um da origem.  
  
Redução no pico de intensidade luminosa e alargamento do feixe Gaussiano,  
em função da distância e da qualidade óptica do sistema.  
  
RESERVADO  
  
89  
  
90  
  
90  
  
91  
  
115  
  
115  
  
132

Página 7

" CTMSP /l PEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
— Centro Tecnotógico da Marinha em São Paulo/ poc: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares A o  
— Pág.:vil de ix Rev.: 00  
— Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
- Lista de Tabelas  
— Tabela2.1 — Parâmetros do laser de fibra dopada com íons de Yb+3 (Peysokhan, M., 9  
et al, 2020)  
- Tabela3.1 — Parâmetros do laser de fibra dopada com íons de Yb+3 (Li, |. et al, 31  
- 2008)  
" Tabela4.1 . —Parâmetros de corte para os primeiros modos híbridos 55  
- Tabela5.1 — Aproximantes de Padé 102  
  
" Tabela6.1 Redução no pico de intensidade luminosa em função da distância e da — 13>  
qualidade óptica do sistema  
  
RESERVADO

Página 8

" CTMSP / IPEN i Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 issão:  
— Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ proi Emissão: 12/11/2020  
, titut P : E éti e Nucl  
— Instituto de Pesquisas Energéticas ucleares Pág.viii de ix Rev. 00  
— Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Lista de Símbolos  
  
- fo Seção de choque da absorção do bombeio, m?  
í o Seção de choque da emissão do bombeio, m?  
- o Seção de choque da absorção do sinal, m?  
" ois Seção de choque da emissão do sinal, m?  
| T Tempo de vida radiativo, s  
2a, Absorção de fundo  
- Ew Componente azimutal do vetor campo elétrico, V/m  
- E Componente axial do vetor campo elétrico, V/m  
" H, Componente azimutal do vetor campo magnético, V/m  
- H. Componente axial do vetor campo magnético, A/m  
r Coordenada radial, m  
. () Coordenada azimutal, rad  
— J,(x) Função de Bessel ordinária de ordem v  
- Ji(x) Derivada da função de Bessel ordinária de ordem v, em relação ao seu  
  
c argumento.  
" K () Função de Bessel modificada, do segundo tipo, de ordem v  
Ki(x) Derivada da função de Bessel modificada, do segundo tipo, de ordem v, em  
  
relação ao seu argumento.  
  
- j Número imaginário, j=«/—\_1  
  
- L Constante de propagação axial, m t.  
  
” a Rádio do núcleo da fibra óptica, m.  
  
" E&5E, Permissividade elétrica relativa do núcleo e do revestimento da fibra óptica,  
  
respectivamente, F/m.  
  
E Permissividade elétrica do vácuo, F/m.  
  
" h Permeabilidade magnética do vácuo, H/m.  
  
- 1/A Índice de refração do núcleo e do revestimento, respectivamente.  
A Comprimento de onda, m.  
  
" ÃF Comprimento de onda da luz de bombeio, m.  
  
- A Comprimento de onda do laser, m  
  
RESERVADO

Página 9

CT M S P / l P E N l Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 issão-  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Prol Emissão: 12/11/2020  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares —— 7  
Pág.:ix de ix Rev.: 00  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
h Constante de Planck, 6,6207 x 10?º\* m?kg/s.  
  
k, Módulo do vetor número de onda, m\*  
  
k. Número de onda de corte, mº  
  
V Frequência normalizada, ou número V da fibra óptica  
Z, Impedância do espaço livre, 376,7 Q.  
  
Y" on de itérbio  
  
N(z,ft) Densidade total de íons de itérbio, m?  
N(z,t) Densidade de íons de itérbio ou população no nível laser inferior, m?  
  
N,(3,f) Densidade de íons de itérbio ou população no nível laser superior, m?  
  
Tr, Fator de preenchimento da potência do sinal  
  
Tp Fator de preenchimento da potência de bombeio  
R Refletividade do espelho de fundo, %  
  
R, Refletividade do espelho de saída, %  
  
P(2) Potência de bombeio, W  
P“(2) Potência do sinal, W  
Porida Potência do sinal na saída do laser, W  
  
L Comprimento da fibra óptica ativa, m  
  
RESERVADO

Página 10

CT M S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ | Doc.: Retatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 1 de 138 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 1 Introdução ao Relatório  
  
Lasers de fibra óptica de sílica, com duplo revestimento e núcleo dopado com fons de terras-  
raras, em particular com íons de itérbio, Yb\*?, apresentam características relevantes, quando  
comparados aos tradicionais lasers de estado sólido, tais como, confiabilidade,  
compacticidade e custo reduzido e, são, portanto, opções competitivas, para utilização como  
fontes de radiação laser de alta potência para muitas aplicações industriais.  
  
A pesquisa e o desenvolvimento tecnológico dos lasers de fibra de sílica tiveram o  
seu início em 1961, quase que, simultaneamente, com a publicação da ação laser obtida no  
laser de ruby, quando Snitzer (1961) publicou os resultados da oscilação laser em vidro e,  
discutiu sobre a possiblidade de operação laser em fibra óptica. Posteriormente, Koester e  
Snitzer, (1964) demonstraram, experimentalmente, amplificação laser em um meio ativo  
construído a partir de fibra óptica dopada.  
  
Esses resultados foram seguidos da comprovação por outros grupos de pesquisa.  
Contudo, o avanço na tecnologia de laser, nas décadas de 1960 e 1970, ocorreu nos lasers  
líquidos de corante e naqueles em cristais. Já nas décadas de 1980 e 1990, o interesse nos  
lasers de fibra ressurgiu, devido ao desenvolvimento da fonte do bombeio utilizando a  
tecnologia dos lasers a diodo, já, com níveis de potência e confiabilidade. Esse avanço foi  
acompanhado pela aplicação da tecnologia do laser de fibra em comunicações ópticas, onde  
o emprego dos amplificadores a fibra começou a ser empregado. Os conceitos básicos e a  
descobertas feitas nos primórdios das comunicações ópticas tiveram e, ainda tem, uma  
papel fundamental no desenvolvimento dos lasers de fibra óptica e nos amplificadores a  
fibra óptica.  
  
RESERVADO

Página 11

Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo!  
  
Instituto  
  
CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 2de 139 | Rev: 00  
  
Título: Desenvoivimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
o atin  
  
Aponta-se, a seguir, um conjunto de resultados e descobertas que contribuíram para  
gimento do nível de maturidade no desenvolvimento dos lasers de fibra óptica,  
  
existente a partir da década de 2010.  
  
PONHE  
  
n  
  
10.  
11.  
  
12.  
13.  
14.  
  
15.  
  
Primeira demonstração de operação de um laser de fibra;  
  
Primeira demonstração de um amplificador laser de fibra;  
  
Primeira demonstração da operação um laser a diodo;  
  
Desenvolvimento da tecnologia do processo deposição modificada de vapor químico  
para a fabricação das fibras ópticas em sílica fundida. Essa tecnológica permitiu  
construir fibras ópticas com baixíssimas perdas;  
  
Sensitização do fon Er\*? pelo doador Yb\*?3;  
  
Tecnologia desenvolvimento de fibras ópticas, com duplo revestimento e  
bombeamento utilizando o revestimento, em particular pelo revestimento interno  
que envolve o núcleo ativo da fibra;  
  
Desenvolvimento de lasers a diodo, com elevada eficiência de conversão energética,  
operação a temperatura ambiente com preço;  
  
Desenvolvimento de diodos laser de elevada eficiência e preço competitivo, para  
operação em única frequência;  
  
Progresso significativo na tecnologia de acoplamento dos lasers a diodo com a fibra;  
Desenvolvimento de fibras ópticas, com ganho, e altamente dopadas;  
  
Os componentes ópticos para os lasers fabricados segundo a tecnologia “all-fiber”  
tornaram-se comerciais;  
  
A descoberta e o desenvolvimento dos cristais fotônicos em fibra óptica;  
  
O desenvolvimento de lasers Raman em fibra de elevada eficiência de conversão;  
  
O desenvolvimento de fibras capazes de manter a polarização do campo elétrico  
propagante; e  
  
Filtragem especial do modo fundamental e tecnologia do enrolamento da fibra.  
  
Observando a sequência de rupturas tecnologias listadas, pode-se inferir que o  
  
sucesso na tecnologia dos lasers de fibra é resultado de um esforço conjunto de diversas  
  
áreas  
  
dos lasers de estado sólido, em particular, dos lasers a diodo e da tecnologia de  
  
fabricação de fibra óptica de sílica. Na realidade, os lasers de fibra utilizaram soluções  
  
tecnol  
  
ogias de ambas às áreas.  
Na atualidade, os lasers de fibra óptica competem e ameaçam substituir a maioria  
  
dos lasers de alta potência, em estado sólido e alguns lasers a gás. A maioria dos sistemas  
  
lasers  
  
fibra desenvolvidos são baseados nos lasers de vidro dopados com os seguintes fons  
  
de terras raras: Yb?\*, Er?\*, Er\*Yb?\*, Tm?\*, e Ndº\*.  
  
RESERVADO

Página 12

CT M S P / | P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 3 de 1398 | Rev: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Comparado com Nd?\*, o Yb\*\* apresenta uma eficiência de conversão superior, e uma  
capacidade de sintonia mais amplas, no intervalo espectral de 1-um, além de um período de  
tempo de armazenamento de energia superior. Adicionalmente, as características  
particulares do Yb?\* foram ampliadas pelos lasers a diodo de arseneto de gálio e índio  
(InGaAs), que apresentam excelente desempenho e confiabilidade de emissão na região de  
9xx nm. Com estas características disruptivas, na tecnologia do bombeamento por meio dos  
lasers a diodo, para comunicação óptica, outros (ons tais como o Er?\*\* e, mais tarde, o Tm?\*,  
também, receberam atenção significativa. Como resultado desse desenvolvimento adicional,  
foi possível elevar a potência laser disponível para centenas de watts, com mais de 30% de  
eficiência de conversão, para os sistemas de fibras ópticas dopadas com e Er?'Yb?\* e, para  
mais de 50 %, para sistemas dopados como Er?\*\* Tm?\*.  
  
Por outro lado, os pesquisadores e engenheiros desenvolveram técnicas para reduzir  
de maneira significativa às perdas ópticas nas fibras, sendo que a ruptura de maior impacto  
foi o desenvolvimento da técnica de puxamento de fibra, denominada de deposição  
modificada de vapor químico (MCVD!), que é utilizada na fabricação da fibra óptica de sílica.  
Com essa técnica, tornou-se possível fabricar fibras ópticas com atenuação inferior a 0,2  
dB/km para comprimentos de onda no intervalo de 1,5 um para fibras não dopadas e  
atenuação de 0,01 a 0,1 dB/m para fibras dopadas de terras raras, isto é, fibras de ganho.  
  
Um segundo resultado obtido na direção da operação de lasers de fibra óptica de alta  
eficiência foi a proposta de utilizar os íons de Yb?\*, como elemento de sensitização dos fons  
ativos no laser de Er\*\*. Este interesse, contudo, foi substituído pela excitação direta dos fons  
Yb?\*, com o surgimento dos lasers a diodo de InGaAs, emitindo de 9xx nm. Para o sistema  
dopado formado por Er\*\*Yb?\*, a sensitização fez uso da elevada largura espectral de  
absorção dos íons de Yb?\*\*, no intervalo de 915 a 976 nm, que são acessíveis aos lasers a  
diodo de InGaAs, bem como, foi possível obter fibra óptica com elevada concentração de  
íons dopantes de Yb?\*.  
  
No material co-dopado com Er\*\*Yb?\* e excitado por íons de Yb?\*, em sua banda de  
absorção, a transferência de energia para os fons Er?\*\*, em seu nível laser superior, cria  
condições de inversão de população eficiente do Er\*\*, com uma subsequente ação laser, no  
intervalo espectral de 1,5 um.  
  
Sistemas Er?\* Yb?\* também desempenham um papel fundamental nos lasers com  
duplo revestimento, onde para uma absorção eficiente do bombeamento é necessário à  
utilização de fibra ativas de comprimento mais longo. A elevação da concentração de Yb?\*  
permite absorção da energia de bombeamento de maneira eficiente no intervalo espectral,  
915 a 976 nm, na configuração de bombeamento, através do revestimento da fibra, o que,  
por sua vez, resultou em uma redução no comprimento da fibra.  
  
\* Acrônimo da língua inglesa para “Modified Chemical Vapor Deposition”.  
RESERVADO

Página 13

Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnotógico da Marinha em São Pauto/ | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 4 de 139 | Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Não obstante aos resultados expressivos já alcançados, o maior esforço científico e  
tecnológico tem sido no sentido e de desenvolver lasers de fibra para operação em mono  
modo e amplificadores que operam com um feixe laser com qualidade óptica limitada pela  
difração.  
  
Nos desenvolvimentos iniciais dos lasers de fibra, a fibra com ganho, que suportava  
somente o modo fundamental tinham um núcleo dopado com íon ativo com diâmetro da  
ordem de várias micra e um revestimento não dopado em volta do núcleo, com um  
diâmetro da ordem de 100 um. O bombeamento e o sinal eram injetados no interior do  
mesmo volume, isto é, cada um no núcleo, com a mesma direção ou em direção opostas na  
fibra de ganho, dentro de um perfeito “overlap”.  
  
Embora fosse uma boa solução e com várias vantagens, tal geometria de  
bombeamento do núcleo, tinha uma escalonabilidade limitada em potência, devido ao  
requisito do brilho, isto é, densidade de potência óptica, por ângulo sólido da divergência do  
feixe, dos lasers a diodo de bombeamento, de maneira a ser lançado, de maneira eficiente,  
no núcleo da fibra óptica.  
  
Essas circunstâncias limitaram a potência dos lasers de fibra no patamar de 1 W, que  
correspondeu a potência do bombeio do laser a diodo operando em modo único. Para  
aumentar a potência de bombeio acoplada, no meio dos anos 80, vários grupos de pesquisa,  
quase que, simultaneamente, propuseram lançar a radiação de bombeio um uma área maior  
do revestimento, que envolve no núcleo da fibra dopada.  
  
Esta técnica expandiu, significantemente, a capacidade de potência dos lasers de  
fibra óptica. Na sequência, fibras especiais foram desenvolvidas para permitir o  
bombeamento pelo revestimento. Com um revestimento externo com índice de refração  
ligeiramente inferior ao índice de refração do revestimento interno, estas fibras permitiram  
que, simultaneamente, o sinal de bombeamento se propagasse no revestimento interno e,  
também, no núcleo, e o sinal laser se propagasse somente no núcleo ativo da fibra.  
  
Devido a esta dupla propriedade de guiamento de onda, um novo tipo de fibra  
óptica, denominada de duplo revestimento foi ganhando espaço. Por outro lado, este novo  
arranjo reduziu o “overlap” entre as áreas de bombeamento no revestimento e a área de  
absorção do núcleo e, desta forma, os lasers de fibra ótica de operação contínua vieram a  
necessitar de comprimentos de fibra mais longo, para uma absorção efetiva do  
bombeamento, quando comparados com fibras com bombeamento pelo núcleo, com o  
mesmo coeficiente de absorção e no comprimento de ondas de bombeamento.  
  
Mesmo, para aplicações que necessitam de elevada potência pico e baixa potência  
média, onde processos ópticos não lineares criam problemas reais no projeto e  
desenvolvimento, a tecnologia do bombeamento no núcleo da fibra é uma técnica poderosa  
e frequentemente a melhor.  
  
RESERVADO

Página 14

CT M S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio; | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 5de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Entre as disrupturas mencionadas, deve-se enfatizar que a tecnologia de filtragem  
modal, utilizando a técnica do enrolamento da fibra, proposta em 2000 que, aparentemente,  
é a mais simples e de menor custo entre as técnicas existentes de filtragem modal.  
  
Empregando um elevado fator de discriminação entre as perdas devido à curvatura  
da fibra no modo transversal fundamental e aquela dos modos de ordem superior, em fibras  
de grande área modal (LMA?), que tem reduzido a diferença entre os índices de refração  
entre o núcleo e o revestimento, foi possível obter emissão laser em níveis de alta potência,  
com um feixe com qualidade óptica limitada pela difração, mesmo para fibras multi modo.  
  
Contudo, a tecnologia do enrolamento de fibra é, correntemente, a mais eficiente e  
robusta, permitindo que sistemas lasers de fibra, na classe de quilowatts de potência  
comerciais, sejam construídos com qualidade de feixe limitado por difração.  
  
Após o rápido progresso na tecnologia dos lasers a diodos de alta potência e a  
filtragem modal, baseada a técnica do enrolamento da fibra, os lasers de fibra, em operação  
contínua, ultrapassaram níveis de potência média superiores a 10 kW, para laser emitindo  
no infravermelho próximo, com uma qualidade de feixe próxima, daquela limitada por  
difração. Em operação muiti modo, foi possível atingir patamares de 50 kW.  
  
Como este número estão em crescimento, é possível, que as tecnologias dos lasers  
de fibra óptica substituam os lasers tradicionais, além de entrar em novos segmentos de  
mercado que, já tradicionalmente, utilizam outro tipo de laser.  
  
Este relatório descreve o desenvolvimento realizado no período de compreendido de  
dezembro de 2018 a dezembro de 2019. Os trabalhos seguiram as metas previstas.  
  
Em particular, o capítulo 2 apresenta o desenvolvimento de um modelo matemático  
para o projeto de lasers fibra. O modelo construído foi baseado nas equações de taxas que  
descrevem o balanço entre as populações dos níveis lasers do Yb, da fonte de bombeio e do  
transporte de fótons, ao longo do eixo óptico do laser.  
  
Utilizando o modelo desenvolvido, algumas configurações de bombeamento foram  
avaliadas, sendo que, os resultados obtidos das simulações foram comparados com  
resultados disponíveis na literatura, obtendo-se uma boa concordância.  
  
No capítulo 3, foi desenvolvido um segundo modelo teórico para a descrição do  
problema de transferência de calor na fibra óptica, acoplado com as equações de taxa, da  
propagação do bombeio e do sinal laser. No modelo térmico, os mecanismos de  
transferência radiativa e convectivas de calor foram incluídos, a fim de possibilitar uma  
descrição realista dos processos.  
  
A análise do problema do guiamento óptico em guias de ondas dielétricos, formado  
por três camadas, (núcleo, revestimento interno e revestimento externo), foi conduzida no  
capítulo 4. Foi possível obter uma solução analítica envolvendo as funções de Bessel e seus  
produtos cruzados.  
  
? Acrônimo da língua inglesa para “Large Mode Area”.  
  
RESERVADO

Página 15

CTMSP / IPEN l Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauto/ | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 6 de 139 | Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
No capítulo 5 foram apresentados e discutidos dois métodos numéricos para a  
propagação de feixe. O primeiro baseado da transformada de Fourier rápida, FET-BPM e o  
segundo baseado no método de diferenças finitas, FD-BPM. O método FFT-BPM é mais  
intuítivo, porém mais limitado. Ele foi implementado em Matlab e, como exemplo de  
aplicação, ele foi utilizado para descrever a propagação de um pulso luminoso Gaussiano ao  
longo de uma fibra óptica, mono-modo e, posteriormente, em uma fibra multimodo com  
duplo revestimento, sendo pulso propagado no revestimento.  
  
Já o método de diferenças finitas é geral, mas a sua implementação computacional é  
mais elaborada. Contudo, o FD-BPM, 3D vetorial é a ferramenta computacional mais  
poderosa já desenvolvida até a presente data, para a análise de guias de ondas ópticos. O  
FD-BPM foi implementado, também, em ambiente Matlab e utilizado para simular a  
propagação de um feixe Gaussiano no espaço livre, descrevendo corretamente, a dispersão  
óptica.  
  
No capítulo 6, o formalismo na propagação de um feixe laser Gaussiano no espaço  
livre foi discutido, com o objetivo da comparação com os resultados do capítulo 5.  
  
Por fim, a conclusão do relatório é apresentada no capítulo 6, que resume a suíte de  
ferramentas matemáticas desenvolvidas, para auxiliar ao projeto do desenvolvimento de  
lasers de fibra óptica dopadas com Yb, para operação em regime da alta potência.  
  
Dos anexos foram incluídos ao relatório, com o objetivo de apresentar para o  
desenvolvimento dos experimentos, que estão em execução.  
  
RESERVADO

Página 16

CTM SP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauto/ | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.: 7 de 139 | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Referências Bibliográficas do Capítulo 1  
  
T.H. Maiman, Stimulated optical radiation in ruby. Nature, vol. 187, pp. 493— 494 (1960)  
E. Snitzer, Optical maser action of Nd 3 + in a barium crown glass. Phys. Rev. vol. 7(12), pp.  
  
444— 446 (1961)  
  
E. Snitzer, Proposed fiber cavities for optical masers. J. Appl. Phys. vol. 32(1), pp. 36 — 39  
  
(1961)  
  
C. J. Koester, E. Snitzer, Amplification in a fiber laser. Appl. Optics. Vol. 3(10), pp. 1182— 1186  
  
(1964)  
  
Ferin, A.; Gapontsev, V.; Fomin, A.; Abramov, M.; Mochalov, D., 17 kW CW laser with 50 um  
delivery, Proc. 6th Int. Symp. High-Power Fiber Lasers Appl., 2012, Session HPFL-1.  
Gapontsev, V.; Fomin, V., Yusim, A.; Recent progress in scaling of high power fiber lasers at  
IPG photonics, Proc. Int. Conf. Solid State Diode Laser Technol. Rev., 2009, p. 142.  
  
RESERVADO

Página 17

CTM S P/l P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
Y óri ojeto - 2019 issão:  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ | POS-: Relatório anual do projeto Emissão: 07/08/20  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
' Pág.:8 de 139 Rev.: 00  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 2 Modelo Teórico para a Amplificação Laser em Fibras Ópticas  
Dopadas com Íons de Yb\*?  
  
2.1 . Introdução  
  
Neste capítulo desenvolve-se um modelo teórico para descrição quantitativa da  
emissão laser, em lasers de fibra óptica de sílica, dopadas com fons de Yb\*3, seguido de uma  
solução análitica aproximada. O resultado de relevância é que para uma dada fibra óptica,  
com dimensões físicas e concentração dos íons de Yb\*? conhecidas é possível projetar um  
laser para uma determinada potência de saída, em função da potência de bombeio,  
comprimento da fibra e das refletividades das redes de Bragg, que formam o ressonador  
eletromagnético.  
  
O capítulo é organizado da seguinte forma. Na seção 2.2 é apresentada a formulação  
do modelo teórico. Na seção 2.3 é apresentado o desenvolvimento de uma solução analítica  
para o modelo teórico proposto na seção 2.2. Os resultados obtidos pela aplicação do  
modelo são apresentados e discutidos na seção 2.4. O capítulo termina com uma conclusão  
ha seção 2.5.  
  
2.2 —“Formulação da Descrição do Laser  
  
A descrição quantitativa das caracterisiticas de saída e a distribuição de potência  
óptica no interior da porção ativa da fibra óptica do laser de fibra dopada com fons de Yb\*3,  
fundamentais para o projeto do laser, pode ser formulada por meio da solução de três  
grupos de equações: equações de taxa para a densidade da população dos níveis de energia,  
  
RESERVADO

Página 18

CT M S P/I P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ boc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.:9 de 139 Rev.: DO  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
as equações de propagação para a potência do laser e do bombeio e as equações decorrente  
das condições de contorno. Se as densidades das populações dos níveis laser superior e  
inferior, de notação espectroscópica, ZFS/Z e 31?3/2, forem denotadas poer(z,t) e N(z1),  
respectivamente, conforme representado pela FIG 2.1, as equações de taxa, que traduzem  
os fenômenos da absorção, emissão espontânea e estimulada de radiação, podem ser  
escritas na forma,  
  
Figura 2.1 Diagrama de níveis para o fon de Yb"?. A população do nível laser superior (inferior) de notação  
espectroscópica ZFS/Z (ZFQ/Z) é representada por 2 (N:).  
  
ON, z,t)\_ Ãpl—p a|p+ ( — Ãprp  
L —[—hcA ap[Pp (z,t)+ Pp (.,t)]N,(z,t) e  
  
]ºí 8; .0)+ P; ,)( r)\_N\_zT(êL)  
  
—[ E ]Nz(z,r)[íafw[&\*(z,r,á%R'(zM)WM(  
  
heÃ í ]Nl .0floscalr e.14)+ 2- e )3  
  
hcA  
(2.1)  
N(z,t)= N (2,1)+ N. (2;2), (2.2)  
  
onde N(z,t) é a densidade total de íons de itérbio do núcleo ativo da fibra. Na Eq. (2.1) 4,  
representa o comprimento de onda da fonte de bombeio, / é a constante de Planck, cé a  
velocidade da luz na fibra, T, e T, são os fatores de preenchimento para a luz de bombeio e  
  
o laser, respectivamente. À é a seção transversal da fibra, 0'; é a seção de choque de  
absorção da luz de bombeio, a; é a seção de choque de emissão estimulada da luz de  
bombeio, 7, é o tempo de vida do nível 2 de energia, oº é a seção de choque de emissão  
  
espontânea em relação ao sinal de laser e O; é a seção de choque de absorção do nível 1,  
  
RESERVADO

Página 19

CTMSP / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:10 de 139 Rev.: 0OC  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
em relação ao sinal laser. Pf(z,t,/l) e P]f(z,t) denotam as potências do sinal de laser e do  
bombeio, respectivamente.  
  
Se for considerado que o laser esteja operando com condição contínua (CW\*) e a  
largura de linha de emissão laser seja estreita, então: Nz(z,t)zNz(z), AZA,,  
  
Pi(z,1,4)= P\*(z) e Pi(z,1,4)= Pi(z). Nestas condições, a Eq. (2.2) pode ser escrita,  
  
ON,(z,1) =0  
ot  
ou  
  
[) - 6hO-(25 esro-see-29  
— rª  
  
hv, A  
  
Utilizando a Eq. (2.2) para eliminar N,(z,t), da Eq. (2.2) pode-se escrever,  
  
KR [hv A] [; (2)+ P; (z)]+[ ] [p\*()+p- )  
AMN [h A](º +o IP (e)+ P; (é )]+—+[hrA](a +oí)P\*(2)+Pp-(2)|  
  
Jm D:n € ()h -n  
  
(2.3)  
  
A propagação do sinal de laser, P'(z,1,4), que representa a densidade de potência  
do sinal, por unidade de comprimento de onda, propagando-se na direção z posítiva, e  
P (z,t,A) a correspondente propagação na direção z negativa, então as equações de  
  
propagação para os sinais podem ser escritas na forma,  
  
dP” (2,1,4)  
dz  
  
d—ª%ª—) = fos+osa)n () -oº MNEN GFA MP ELA) — (25)  
  
=T los + 62MAn e,)-oº NEN E1,2)-a, (A)E\* (2,1,2) (2.4)  
  
onde foi utilizada a Eq. (2.2) para eliminar Nl(z,t). 0 (4) e oÍ(4) representam as seções  
  
de choque de absorção e emissão estimulada no comprimento de onda do sinal 4,  
  
\* Acrônimo da língua para “continuos wave”, CW  
  
RESERVADO

Página 20

CTMSP / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
.2 óri: jeto - cÀ ineão  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ | DOe-: Relatório anual do projeto - 201 Emissão: 07/08/20  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:11 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
respectivamente. O coeficiente positivo a,(4) representa a perda por espalhamento no  
comprimento de onda 4 .  
A luz de bombeio de potência P,(2,1), no comprimento de onda 4,, é acoplada ao  
  
primeiro revestimento que envolve o núcleo da fibra. AÀ sua propagação é governada pelo  
seguinte conjunto de equações,  
  
dP (z, ;  
—P;(Zz—t) =T , lo; +o9)N (a,0)- osN(e, NP; (2,0) -a,(4,)P/ (2,1) (2.6)  
dP, (2,1) "  
  
=—, o +o)v,(e,0)-oº NP; (2,0)+ a,(4,)P;(2,1) (27)  
  
O coeficiente positivo a,(4) representa a perda da potência de bombeio devido ao  
espalhamento no comprimento de onda Àp.  
  
As Eqs. (2.4), (2.5), (2.6) e (2.7) devem ser resolvidas sujeitas as condições de  
contorno, traduzidas pelas equações,  
  
P(z=0)=R(4,)P/(2=0) (2.8)  
P(z=D=R(A,)P/(z=D) (2.9)  
P (2=0)P, (z=0) = PA(z=L)P (z=L)= RP (2=0)? (2.10)  
  
onde R(4,) e R,(4,) representam as refletividades das redes de Bragg 1 e 2, que formam a  
  
cavidade, respectivamente.  
  
2.3 Construção de uma Solução Analítica  
  
O sistema de equações diferenciais de primeira ordem, Eq. (2.4)-(2.7) em conjunto  
com a Eq. (2.3) é não linear e, desta forma, a sua integração deve ser realizada por  
integração numérica, por exemplo, utilizando os métodos Runge-Kutta. Por outro lado para  
que o modelo seja de utilidade prática, para projeto de lasers de fibra operando em regime  
de alta potência, é de relevância, desenvolver uma solução analítica, mesmo que  
aproximada, antes do emprego a solução numérica.  
  
Neste sentido, deve-se procurar algumas hipóteses simplificadoras para que o  
sistema de equações (2.4)-(2.7) possa ser, analiticamente, resolvido. O regime de operação  
do laser buscado é aquela de alta potência, onde o sinal laser é recirculante na cavidade,  
sendo sua intensidade superior a da potência de saturação da fibra, isto é,  
  
RESERVADO

Página 21

CTMSP / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:12 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
Pi(2)+Py(2)>> PS (2.11)  
onde  
  
hv,A  
P“= á (2.12)  
  
Tendo em vista que o sinal laser total é intenso o suficiente para saturar o ganho em  
cada posição z, a Eq. (2.1) combinada com o fato de 0º >> oº, implica que N(z) >> Nz(z).  
Por simplicidade, considerar-se-á que a reflexão do sinal de bombeio na segunda rede de  
Bragg é desprezível. Sob estas hipóteses, a Eg. (2.6) pode ser escrita como,  
  
d—Pí? =-fr,osn+a, l (2.13)  
  
A solução da Eq. (2.13) pode ser expressa na forma  
Pi(2)=P/(0)e E (2.14)  
  
Onde, o coeficiente de atenuação do sinal de bombeio, & é definido de acordo com a  
expressão,  
  
a= oN+a, (2.15)  
  
A Eq. (2.14) será utilizada para a determinação da potência de bombeio necessária  
para obtenção de um determinado nível de potência laser de saída. O próximo passo é a  
obtenção da equação que descreva a propagação do sinal laser em ambos os sentidos. As  
Eq. (2.4) e (2.5) estão sujeitas as seguintes condições de contorno na posição das redes de  
Bragg,  
  
F (0)=RE(0)  
P (D=RPF'L)  
  
Utilizando a Eq. (2.4) e Eq. (2.5), sob a hipótese, de largura de banda de emissão estreita, e  
em regime CW, pode-se mostrar que  
  
RESERVADO

Página 22

CTMSP / IPEN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauto/ | DO€: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:13 de 139 Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
dP'(2) dR ()  
F& EE  
  
(2.16)  
  
que pode ser utilizada para demostrar que a derivada em relação a variável z do produto  
P(2)P, (2) anula-se, e, portanto, é uma constante ao longo de todo o comprimento da  
  
fibra. Em outras palavras,  
  
EIlAOAO) EA 0 AGA AONE/AOREAO  
  
PI(2)P, (2) P(2)P/(2) E( EB ”  
Portanto,  
PI(0)P, (0) = PA(D)P;(D)=P/(2)P; (2) = RP (0)? (2.17)  
  
A Eq. (2.3) pode ser escrita na forma  
  
Nº(zí ]a +otfe:(9)+ p; (7)]+Nº(- +N()[  
  
N(z)[hr A] fp\*()): p ()) NE )[hv  
  
]a +osfe:()+ n-)|=  
  
1)&A 6  
  
s  
  
ou, ainda,  
  
Tr,  
N,(Z  
" íhva  
  
Je:+oslO+ 50 rel z ilro: e  
mla erolr e -ref;  
  
T  
  
: A]a:[&\*(z)w(z)]  
  
EQ( :- : +os)-  
=NN) [B ()+& (v)í;º AHN;V(Z)(G;%:) a:% (218)  
  
Se for definido as seguintes funções auxiliares  
  
RESERVADO

Página 23

Pa dçado (:  
  
[NSA NA  
  
E  
  
Pi  
  
Área: 16  
  
CTM S P /l P E N Convênio: 42000/2018-064/00  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 07/08/20  
  
Pág:14de 139 — | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
&(2) =[7;(2): P,:(z)í ;vrA ch AÃ;(ÉÍ))(GZ +6;)%  
  
P,(2) =[7(2)+ » ()(—LH ];Ç(()) i roi)-o: %  
  
hv,A  
Portanto, a Eq. (2.18) poderá ser escrita na forma  
  
N, (z  
N(z)  
  
—  
  
P(2)-D)(2) =  
  
(2.19)  
  
(2.20)  
  
(2.21)  
  
Como mostrado na Fig. (2.2), enquanto D,(z) e D,(z) variam consideravelmente ao longo  
  
do comprimento da fibra óptica, a variação de Nz(z)/N ao longo do mesmo comprimento é  
  
diminuta. Portanto, é justificado considerar o valor médio < N,(z)/N >, calculado ao longo  
  
do comprimento da fibra. Deve ser observado que esta substituição é somente aplicada ao  
primeiro termo do lado direito da Eq. (2.18). O valor médio de N, (z) sobre o comprimento  
  
da fibra pode ser expresso, segundo,  
  
JTAA Fm A >AA  
  
Figura 2.2 Comparação dos valores das expressões das Eq. (2.19), Eq. (2.20) e Eg. (2.21)  
  
S E  
N\_=Í£Nz(z)dz  
  
RESERVADO  
  
(2.22)

Página 24

CTM S P / l P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ | DºC: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:15 de 139 Rev.: CO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Para calcular a integral do valor médio de Ív'\_2 , um método é utilizar o ganho total do sistema  
  
laser de fibra. O ganho total do sistema do laser de fibra é, para cada passagem, dado pela  
expressão,  
  
tdP"(2) tdP (2)  
G=( 0B s 2.23  
Fre to (2:23)  
  
Substituindo as expressões para dP. (z)/lf(z) dadas pelas Eq. (2.4) e (2.5), a Eq. (2.23)  
  
passa a ser escrita  
  
G=íín[(crf+a:)NZ(z)—a:N]—a,)dz—Íír,[(a:+u:)Nz(z)—a:N]—a3dz  
  
oOu  
  
G=2T,(lot+os )Í N(2)de - 27,0ºN +a, )I (2.24)  
o  
  
A partir da Eq. (2.24), pode ser obtida uma expressão para o cálculo do valor médio Ã/'-2 ,  
  
— 17 G/2L+2(ToºN+a  
N, =[n( =—7Á\_í\_)s : s 2.25  
2 LE!. z( )dz rlos+os ( )  
  
Por outro lado, o parâmetro de ganho, G , deve ser calculado utilizando as características do  
laser e, desta forma, para cada passagem pode-se escrever  
  
RRe”=1 ou G= %m (2.26)  
  
Combinando as Eq. (2.25) com Fq. (2.26), obtém-se, finalmente, o valor médio da densidade  
da população do nível 2,  
  
N; = (2.27)  
)  
  
Substituindo, agora, a expressão para o valor médio para a densidade populacional do nível  
2, na Eq. (2.18), obtém-se  
  
RESERVADO

Página 25

CTM S P /' P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
— Relatóri jeto - 2019 issão:  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Doc.: Relatório anual do pro Emissão: 07/08/20  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.:16 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
[1;(2)+ P; (é )í E ]íN El +os)-Nos)+  
< N,(2)> +[P: (2)+ P” (Z)(;Í/Éá )íNz (z)(af +Oos )— No? % =0 (2.28)  
  
Utilizando as Eq. (2.4), (2.5), (2.6) e (2.7) que descrevem a propagação do sinal e do  
bombeio, o seguinte sistema de equações pode ser escrito,  
  
dP/(2) dP (2)  
d de  
  
] al &O+PO=rlos+os)N, )-l R) — (229)  
  
F%\_díz(zq & +rE|=rfos+o)()-osinle A| — (2:30)  
  
Inserindo a Eq. (2.29) e (2.30) em Eq. (2.28), obtém o seguinte resultado  
  
dP\*(2) dP .  
[hVT—ºAH[ dz( 2 d(z)]m [2\*(2)+ P; (7)]%  
  
T adP, dP,  
N, +[hízA]H: dz( z) dz(z)] ª,,[ ;(z)+Pp\_(Z)]%=0 (2.31)  
  
Utilizando a Eq. (2.14) e o fato de que P,(2)=0, a Eq. (2.31) pode ser simplificada para a  
  
forma,  
  
+a, [2/()+ P (z)]+ e Pi(0)a,-a)+hv, 40 (2.32)  
  
p T  
  
4dP\*(2) dP(  
de de  
  
A fim de integrar a Eq. (2.32), será inicialmMente considerado que a,=0 e, então,  
  
incluído como uma perturbação. Esta hipótese é válida tendo em vista que a atenuação  
óptica em fibras ópticas é muito pequena. Na ausência do termo de perdas, a Eq. (2.32)  
pode ser integrada, resultando,  
  
N  
  
a  
  
P (2)-P/(0)-Pr(2)+P;(0)+ % Pi (0Xa, a)[º\_m \_1]+hv A g=0 (2.33)  
Y -a  
  
s  
F)  
  
RESERVADO

Página 26

CTM s P /I P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ | DO€: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instiítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:17 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Utilizando as condições de contorno, Eq. (2.8)-(2.10), a Eq. (2.33) pode ser escrita na  
seguinte forma,  
  
RP (0)  
  
F (2)- P(  
  
+(1— R)P/(0)+É P\*(0X)a, a)[e— —1]+hvsANºz=O  
Vp -a  
  
Pí(9)' +| (1 R)R(0) - X P;<0)[1 ºf;](l e”ªª)+hvsA]Í2 z]&\*(z)—m\*(m%o (2.34)  
  
P 2  
  
A Eq. (2.34) é uma equação polinomial quadrática em P“(z) sendo prontamente resolvida.  
  
A fim de tornar a Eq. (2.34) mais compacta, seja definir  
  
26(2) = (1- R )P (0)-2 P; (0)[1 -ª](l e=)invado,z (2.35)  
Y, a T2  
  
d=RP(0) (2.36)  
  
Com estas definições, a Eq. (2.35) pode ser escrita de uma forma mais compacta,  
  
P(z? +2bP\*(2)-d=0 (2.37)  
  
A solução de interesse para o problema é aquela expressa por  
  
P()=-b+ /B +d (2.38)  
  
Por outro lado, utilizando a relação da Eq. (2.10), segue que, P()P (2)= RP (0) =d.  
  
Desta forma,  
  
d  
  
P(D)=  
P FS (2.39)  
Substituindo na Eq. (2.39) na Eq. (2.37),  
d | d  
[P;(z)] 72 B) d=o, (2.40)  
  
RESERVADO

Página 27

CTM S P / l P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:18 de 139 Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
ou ainda,  
AN — —  
P (2)º -2hP(2)-d=0O, (2.41)  
  
cuja solução de relevância é escrita na forma,  
P()=b+ |b +d. (2.42)  
  
As Eq. (2.38) e Eq. (2.42) descrevem a propagação dos sinais laser nas direções direta  
e reversa e, em conjunto, com as Eq. (2.3) e Eq. (2.14) fornecem a completa solução para o  
problema do laser de fibra óptica dopada com Yb.  
  
Contudo, ainda será necessária a determinação da P (0) que aparece na Eq. (2.35)  
para o cálculo de b(z) baseado nos parâmetros de projeto do laser. Para isto, deve-se  
  
calcular o valor para as potências do sinal laser, para z=/Z. Aplicando as condições de  
contorno,  
  
F(DP (L)=P"(0)P(0)  
FE (D)=RE(L)  
F (0)=RF(0)  
  
que resultam em  
  
E= REO, (2.43)  
  
e, desse modo, resulta em uma equação quadrática para P\*(L),  
PD +2b(z =L)P\*(L)-d=O0. (2.44)  
  
Mas, segundo Eq. (2.43), P(L)= ./R /R,P/(0), a Eq. (2. 44) pode ser escrita na forma  
  
% P\*(0)º +26(z=L) 11;1 P (0)- RP (0)º=0, (2.45)  
2 2  
  
ou ainda, substituindo a Eq. (2. 35) para a expressão de b(z), Eq. (2.45), se escreve  
  
RESERVADO

Página 28

CT M S P /I P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.:19 de 139 Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
R p-(0y+2 &) p-(0)+ FD ) |R- (O)= REN =O, (2.46)  
  
R 2 R  
  
onde  
  
fO)= -LP;(O)[l—ª](l-e-ªh nvader. (2.47)  
2V, a T,  
  
Dividindo ambos os lados de Eq. (2.46) por P (0) resulta em  
  
2  
  
[f+(1 &)Jí A]P;«» 2RRISD)=0.  
  
Portanto, P (0O), pode ser escrita na forma,  
  
o EA  
  
FO T R) RA 249  
Am JR—Z V; p+ [ 2Z, al N  
  
P(O) TEGR)SECR) VPPP(O)I . (1-e\*)+hva i L), (2.49)  
  
e, finalmente, substituindo a Eq. (2.27), para o valor médio de N, (z),  
  
- N/É'Psal Vs[ 2, NA P;(O) a 1 2.50  
R(O)—JÉ(I—RZ)+JÉ\_(1—RI) . 1 a](l e) —(FSUSN+aS)L—an\_— . (2.50)  
  
sa 172  
  
Um procedimento similar pode ser aplicado a fim de obter uma expressão para P\*(LD), ou  
  
aplicar a Eq. (2.43), que resulta em,  
  
. PEA v,[ V ahO &. 1 2.50  
EOTRCR)I RE AT, a](l o inta d n )- 250  
  
RESERVADO

Página 29

CTM S P / I P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:20 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Todos os parâmetros da Eq. (2.50) são parâmetros conhecidos do laser. A Eq. (2.50)  
mostra como P (0) depende dos parâmetros do laser. É de relevância notar que mesmo se  
considerar a completa solução da propagação do sinal por todo o laser, pode-se notar como  
o valor de E (0) depende das refletividades R e R,dos espelhos, e como depende do  
comprimento Lda fibra óptica. Substituindo Eq. (2.36) na Eq. (2.27), pode-se obter uma  
completa dependência axial da potência dos sinais P\*(2) e P"(z). Por outro lado, para a  
otimização do desempenho do laser utilizando o sinal de saída, pode-se utilizar o sinal P(O0)  
, nas Eq. (2.11) e (2.14) e calcular os valores de P\*(L) e P (D) diretamente.  
  
A fim de incluir a atenuação referente as perdas de por espalhamento do sinal laser,  
a Eq. (2.33) pode ser escrita como,  
  
Pi (2)-P/(0)-Pr(2)+ P; (0)+% P; (0Xa, a)[º\_ ”1]+hvSAN22+  
V, a Ta  
  
+a, f (2)+ P (2)de'=0. (2.51)  
o  
Definindo a função perturbação ó(z), segundo  
A; pn peronlos  
ó(2) =Z fl8)+ P (2nbe. (2.52)  
U  
  
Com esta definição, as Eq. (2.37) e (2.42) passam a ser escritas,  
  
Pi()=-(b+5)+ | [(b+6) +d,, (2.53)  
Ps(a)=(b+5)+ (b+5)º +d,. (2.54)  
  
Para encontrar a expressão para ó(z) na teoria da perturbação de primeira ordem, deve-se  
utilizar as Eq. (2.39) e (2.42) para determinar P\*(z) e P (2), que substituídos na Eq. (2.52)  
  
resulta em  
ó(2) = axí,/b(z')º +RP(0) dz'. (2.55)  
õ :  
  
A Eq. (2.55) pode ser aproximada utilizando-se a regra do ponto médio para integração, que  
resulta em  
  
RESERVADO

Página 30

CTM S P / I P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág.:21 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
ó(2) = a,Jb(2/2) + RP (0Y. (2.56)  
  
A expressão obtida da Eq. (2.56) é utilizada nas Eq. (2.53) e (2.54) para a obtenção de Ps(2)  
e F;5(2), que por sua vez, permitem calcular, admitindo que P3(0) = P (0). Uma vez que  
Ps3(2) tem sido obtido, um novo valor para P;3(0), e o processo e repetido mais uma vez, a  
  
fim de concluir a aproximação de primeira ordem.  
  
2.4 . Aplicaçãodo Modelo e Análise dos Resultados  
  
Com base na formulação da solução, a potência de bombeio propaga-se ao longo da  
fibra, sendo atenuada por meio da transferência de energia para os níveis atômico dos íons  
de itérbio, segundo os processos quânticos de absorção e emissão estimulada de radiação.  
Esta atenuação é descrita segundo a Eq. (2.14), escrita aqui novamente,  
  
Pi(2)=P;(0)eC, (2.57)  
onde a =T oiN+a,.  
  
De acordo com o balanço energético, o sinal laser começa a ser amplificado, como  
descrito por meio das Eq. (2.38) e (2.42),  
  
Pi()=-b+ |b +d, (2.58)  
  
P(2)=b+ |b +d, (2.59)  
  
onde  
1 - v a " N, |  
  
b(2) [(1 R)P/(0)=\*% P;(O)[l P](l eE)+nvA J (2.60)  
2 VY, a Ta  
  
d=RP(0),e (2.61)  
  
lhl—l—+2(1“so':N+a3)  
— L JRR  
  
12  
2  
  
? rlos+os)  
  
(2.62)  
  
RESERVADO

Página 31

CTM S P / I P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ | DOC: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.:22 de 139 Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A distribuição da densidade populacional do nível 2 ao longo da distancia axial da parte ativa  
fibra óptica é descrita segundo a Eq. (2.3)  
  
r T  
P a P+ P— z s a + -  
o apro: e( 75)Jeiro: re "  
N&) (T Vo PANENSAR D p( |  
25 eel : e +[ thA](as +ofr-Q: )  
P 2 s  
A potência do sinal laser de saída disponível pode ser calculada segundo a expressão  
Pa = A-R)PI(D). (2.64)  
  
A solução teórica apresentada foi utilizada para determinar a potência de saída de  
um laser de fibra dopara com íons de Yb\*?, com os parâmetros do laser mostrados na TAB  
241  
  
Tabela 2.1. Parâmetros do laser de fibra dopada com íons de Yb\*? (Peysokhan, M., et al, 2020)  
  
Parâmetro Símbolo Vvalor  
1 Área do núcleo, m? A 5,0 x 107  
2 Fator de preenchimento da potência do sinal 1—5 0,82  
3 Fator de preenchimento da potência de bombeio rp 1,2x10?  
4 Concentração de Yb\*?, m? N, 6,0 x 10%  
5 Tempo de vida radiativo, s T 1,0x10?  
6 Seção de choque da absorção do bombeio, m? O'; 6,0 x 10%  
7 Seção de choque da emissão do bombeio, m? 0'; 2,5 x 10726  
8 Seção de choque da absorção do sinal, m? 0': 1,4 x 1077  
9 Seção de choque da emissão do sinal, m? 0': 2,0x10%  
10 Absorção de fundo 2, 6,0 x 10  
11 Comprimento de onda do bombeio, nm Ãp 920  
12 Comprimento de onda do sinal, nm ÃS 1090  
13 Refletividade do espelho de fundo, % R 99  
14 Refletividade do espelho de saída, % R2 4  
15 Comprimento da fibra, m L 35m  
16 Potência de bombeio, W lf (0) 40 W  
  
A curva da evolução da potência ao longo do comprimento da fibra, para uma  
potência de bombeio constante, está mostrada da FIG 2.3. Na FIG 2.5 está mostrada a  
  
RESERVADO

Página 32

- CTM SP /I P EN Convênio: 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
— Pág.:24 de 139 Rev.: 00  
  
— Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Uma das limitações do modelo proposto é a hipótese da condição de bombeamento  
  
- suficientemente intenso, de maneira que o sinal laser recirculante na cavidade, Pf(z) é,  
  
- também, intenso o suficiente para saturar o meio ativo e suprimir a amplificação por  
- emissão espontânea (ASE?).  
  
Outro ponto de relevância é que não foi considerada a reflexão do sinal de bombeio,  
  
P, (z) =0, sendo necessária uma revisão do modelo. Contudo, pela analise dos resultados  
  
obtidos nas simulações, foi possível inferir um boa concordância com os dados disponível da  
literatura.  
  
? ASE, acrônimo da língua ínglesa para “Amplification by Stimulated Emission”.  
  
- RESERVADO

Página 33

CTM sp/l P E N Convênio: 42000/2018-064/00 Áres: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 07/08/20  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.:25 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Referências Bibliográficas do Capítulo 2  
  
Kelson, |.; Hardy, A. A., Strongly pumped fiber laser, fEEE J. Quantum Electronics, v. 34, n. 9,  
p. 1570-1577, (1998).  
  
Kelson, 1; Hardy, A. A., Optimization of strongly pumped fiber laser, J. Lightwave  
Technology, v.17, n.5, p. 891-897, (1999).  
  
Peysokhan, M.; Mobini, E.; Mafi, A., Analytical formulation of a high-power Yd-doped  
double-cladding fiber laser, OSA Continuum, v. 3, n. 7, p. 1940-1951, (2020).  
  
RESERVADO

Página 34

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anua! do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 26 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 3 Análise Teórica do Mecanismo de Dissipação de Calor em Lasers de  
Fibra Óptica dopada com Yb\*? com Duplo Revestimento  
  
3.1 . Introdução do capítulo 3  
  
Neste capítulo o problema térmico nas fibras ópticas dopadas com fons de Yb\*? com  
dupla camada de revestimento é analisado. Em particular, o problema do calor gerado  
devido ao espalhamento elástico da luz de bombeio, no núcleo da fibra, é descrito  
quantitativamente, por meio de um balanço de energia.  
  
São analisadas as características de duas configurações de bombeamento, o  
bombeamento direcional e o bidirecional, sob a óptica da eficiência, distribuição de calor e  
temperatura na fibra, tanto na direção radial, quanto axial.  
  
No modelo considera-se como fonte calor, o calor gerado no núcleo ativo da fibra  
decorrente do espalhamento elástico. O fluxo de calor é propagado por condução térmica  
nas camadas de revestimento até a superfície da fibra, quando então, por meio de  
transferência de calor radiativa e convectiva é transferida para o meio ambiente.  
  
Por meio da análise do modelo térmico e transferência de calor é possível  
dimensional um sistema de refrigeração a fim de permitir o controle de temperatura da  
fibra, reduzindo, desta forma, alguma possível de instabilidade decorrente da mudança do  
índice de refração da fibra.  
  
Este capítulo está organizado da seguinte forma. Na seção 3.2 é apresentada análise  
teórica do mecanismo de transferência de calor. Por meio desta análise é possível chegar a  
uma expressão matemática que permite determinar a distribuição radial de temperatura da  
  
RESERVADO

Página 35

CTM S P/I P E N Projeto: Convênio W/mlom/ºo Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 27 de 139 | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
fibra em função da potência de bombeio. Na seção 3.3, o modelo térmico é acoplado ao  
modelo teórico do laser desenvolvido no Cap. 2, além de incluir o bombeamento  
bidirecional.  
  
3.2 —Análiseteóricado mecanismo de transferência de calor  
  
A FIG 3.1 ilustra os processos de dissipação de calor originada no núcleo da fibra para  
o ar ambiente. O calor gerado no núcleo da fibra é transferido do núcleo para a superfície  
por condução térmica e dissipada da superfície da fibra para o ar ambiente por transferência  
de calor segundo os processos de convecção e radiação térmica. Não há fontes de calor  
tanto no revestimento interno, como no externo da fibra. Portanto, os revestimentos,  
interno e externo, da fibra óptica são considerados como um único corpo. Os raios do núcleo  
e do revestimento são denotados por a e b, respectivamente. Além disto, a variação  
azimutal da temperatura é ignorada devido à simetria cilíndrica da fibra. Para um meio  
isotrópico, as equações para a condução térmica em regime permanente são escritas como,  
  
Core  
  
Inner  
cladding  
  
QOutter  
cladding  
  
enmtetho  
and radiative  
Ru trambro  
  
Figura 3.1. Diagrama esquemático para representar os processos de transferência de calor em fibras ópticas  
dopadas com í(ons de Yb\*? com duplo revestimento.  
  
18/ T()) om  
rôr[r õr )\_ K" (ría) (3.1)  
18( 7  
  
onde Z(r) e Tz(r) representam a temperatura no núcleo da fibra e no revestimento,  
respectivamente, 7, representa a temperatura no eixo da fibra (r = 0) e xé o coeficiente de  
  
condutividade térmica da fibra. Q(z) representa a densidade de potência térmica ao longo  
  
da direção axial da fibra, que depende principalmente da absorção e perda da luz de  
bombeamento e pode ser descrito por.  
  
RESERVADO

Página 36

CTM S P / I P E N 1 Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 28de 139 | Rev.:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
a(z)P (z)  
29(e)=— "2" (-s), (3.3)  
7  
  
onde a(z)=a,(z)+a, e Sé a eficiência quântica cujo valor teórico é 4,/A4, - Tendo em  
vista que a eficiência quântica não pode ser alcançada em aplicações práticas, a expressão  
para a eficiência ser trocada pela eficiência prática de inclinação\* nos cálculos. No  
revestimento da fibra (a<r <b), não há fonte de calor, isto é Q(z)=0. Admitindo que a  
conexão térmica entre o revestimento e o núcleo seja perfeita, a temperatura e suas  
derivadas são contínuas no contorno (r = a). Portanto, as condições de contorno podem ser  
  
expressas como se seguem:  
  
en  
  
>- r\_0\_0, (3.4)  
T=B e (3.5)  
an()) eLf)  
  
ôr ma— õr mma (3.6)  
  
A diferença de temperatura entre a superfície da fibra e o ar ambiente é determinada pelo  
fluxo de calor convectivo e radiativo. A condição de contorno na superfície entre a fibra de  
revestimento e o ar ambiente é escrita pela lei de Newton (transferência por convecção) e a  
lei de Stefan-Boltzmann (transferência radiativa de calor):  
  
oT(r)  
õr  
  
h  
  
r=b o  
  
-n -) 7)  
  
onde h, é a coeficiente convectivo, 7. é a temperatura do ar ambiente, é a constante de  
  
Stefan Boltemann, e € é a emissividade da superfície. As temperaturas no núcleo e no  
revestimento podem ser derivadas pelo uso das Eq. (3.7) e Eq. (3.8) sujeitas às condições de  
contorno, Eq. (3.10) e são dadas segundo:  
  
2  
Tl(r)=Tº —%— (rSa), e (3.8)  
  
2 Slope efficiency  
RESERVADO

Página 37

CTMSP / IPEN l Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 28de 139 | Rev.: 0D  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
oa)O o (r  
L6)=, n = (a<r<»). (3.9)  
4K 2K a  
  
Utilizando as Eq. (3.7)-(3.9), a relação entre a temperatura na superfície da fibra Tz(r =b) e  
  
a temperatura do ar ambiente 7” pode ser obtida e é dada pela expressão,  
ET s) +MLous) = [th +oeTÍ + Q%ª\_] =0. (3.10)  
  
Substituindo-se a Eq. (3.10) nas Eq. (3.8) e (3.9), as distribuições de temperatura no núcleo  
da fibra e no revestimento podem ser calculadas numericamente.  
  
3.3 — Aplicaçãodo modelo térmico ao modelo laser  
  
Na modelo teórico desenvolvimento do Cap. 2, o balanço térmico não foi  
considerado. Isto é, a perda da potência da fonte de bombeio traduzida pelo coeficiente de  
espalhamento, a,, e a perda de potência do sinal laser, pelo coeficiente de espalhamento  
  
a,, não foram incluídos como fontes de geração de calor.  
  
Além disto, o modelo construído no Cap. 2 não contempla a configuração de  
bombeamento bidirecional. Neste capítulo, o bombeamento bidirecional é incluindo por  
meio das seguintes expressões:  
  
+ — Dt a  
P; (2)= P (0)e E, (3.11)  
que descreve o bombeamento direto, e  
  
Pr()= P (De, (.12)  
  
onde, o coeficiente de atenuação do sinal de bombeio, a foi definido no Cap. 2, de acordo  
com a expressão,  
  
a=P oNi+a,. (3.13)  
  
A fim de incluir o bombeamento bidirecional, a Eq. (2.35) se modifica e b(z) passa a ser  
  
escrita como b,(z),  
  
RESERVADO

Página 38

CTM s P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 30de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Nz (314)  
T  
  
2h,(2) = (1 R)P/(0) —:——\*[1 —%)[P;(O)(l —eE)+ Pr(D(I=e" E Nl+nvA  
  
P  
  
34 Análisedosresultados  
  
Nesta seção, a distribuição de temperatura e a relevância da transferência de calor  
radiativa serão investigadas, numericamente, por meio de um exemplo de laser de fibra  
dopada com Yb\*? operando em regime de alta potência. O comprimento da fibra dopada  
com Yb é de 12 m, sendo o raio do núcleo, o raio de revestimento interno e o externo, 20  
um, 300 um e 400 um, respectivamente. Outros parâmetros estão, incluindo aqueles  
relacionados com os processos térmicos estão listados na TAB 1.  
  
A distribuição axial das potências de bombeio e do laser, tanto na configuração de  
bombeamento direto como bidirecional estão mostradas nas FIG. 3.2 e 3.3. Na FIG. 3.2 a  
potência de sinal de bombeio é de 1 kW, sendo injetada em z = O, através de uma rede de  
Bragg de 98% de refletividade. Na FIG 3.3 duas fontes de bombeio de 500 W são injetadas  
em ambas extremidades da cavidade, com redes de Bragg de 98%, em z = 0, e 46 em z = L.  
Na FIG 3.2 pode ser observado que a luz de bombeio é quase completamente absorvida e  
sendo o sinal laser no sentido direto saturado na saída. Na FIG 3.3 pode ser visto que a  
distribuição da luz de bombeio na configuração bidirecional é ainda mais absorvida que  
aquela da configuração direta, é o sinal laser na configuração direta. O sinal de laser na saída  
é também saturado.  
  
A FIG. 3.2 mostra a distribuição axial da potência de bombeio P;(z), quando o  
revestimento é excitado por uma fonte de 1 kW, no arranjo direcional e, também, a  
evolução dos sinais de laser P\*(z) que se propagam na direção direta e reversa P(2).  
  
Utilizando a Eq. 3.3, foi possível determinar o perfil axial da densidade de potência  
térmica na fibra em ambos os modelos de bombeamento, como mostrado na FIG 3.4 e 3.5.  
Substituindo a densidade de potência térmica nas Eq. 3.8 e 3.9, as distribuições de  
temperatura das direções axial e radial para os dois modos de bombeio, puderam ser  
obtidas e estão ilustradas na FIG 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9. Pode ser visto, segundo a FIG 3.6 que a  
distribuição de temperatura para o modo de bombeamento direto não é simétrica ao longo  
do eixo da fibra. No eixo é (r=0) a temperatura máxima é de 357,8ºC, é obtida na  
extremidade de entrada, enquanto que um mínimo de 33,0ºC é obtida na extremidade de  
saída. Pode, também, ser visto nas FIG. 3.6 e 3.7, que a diferença de temperatura na direção  
radial é menor que da direção axial, e tem uma diferença máxima de 15,4ºC, na direção  
radial é obtida na entrada da fibra. Nestas condições, a proteção da fibra poderá ser  
danificada.  
  
RESERVADO

Página 39

CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.: 31 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Tabela 3.1. Parâmetros do laser de fibra dopada com íons de Yb\*? (Li, )., et al, 2008)  
  
Parâmetro Símbolo Valor  
  
1 Área do núcleo, m? Fi 5,0x 10%  
2 Fator de preenchimento da potência do sinal 1“5 0,82  
3 Fator de preenchimento da potência de bombeio Fp 1,2x10?  
4 Concentração de Yb\*?, m? N, 6,0 x 10%  
  
Tempo de vida radiativo, s T 1,0x10\*?  
6 Seção de choque da absorção do bombeio, m? 0': 6,0 x 10%  
7 Seção de choque da emissão do bombeio, m? O'; 2,5x 10726  
8 Seção de choque da absorção do sinal, m? 0';1 14x107  
9 Seção de choque da emissão do sinal, m? o 2,0x 10%  
10 Absorção de fundo a2a, 6,0 x 10?  
11 Comprimento de onda do bombeio, nm Ãp 920  
12 Comprimento de onda do sinal, nm Ã: 1090  
13 Refletividade do espelho de fundo, % Rl 99  
14 Refletividade do espelho de saída, % R, 4  
15 Comprimento da fibra, m L 12m  
16 Potência de bombeio, W Pi(0) 1000 W  
  
1x10'r T T T  
  
Psp(z)  
  
Psm(z)  
  
Ppm(z)  
  
Figura 3.2 Distribuição da potência de bombeio P (z) em um arranjo de bombeio direcional.  
  
RESERVADO

Página 40

CTM SP /l P EN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 32de 139 | Rev.:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A FIG 3.3 mostra a distribuição das potências de bombeio em um arranjo de bombeamento  
bidirecional, com fontes de 500 W, cada.  
  
1)(103 T T TA=—— T T  
  
Figura 3.3 Distribuição das potências de bombeio P; (z) e P; (z) em um arranjo de bombeio bidirecional.  
  
Desta forma, algum método de refrigeração forçado, como gás e agua dever utilizado  
no lado de entrada da fibra. Pode, também, ser observado da FIG 3.8 e 3.9 que no eixo da  
fibra (r=0) uma temperatura máxima de 237,4ºC é atingida no lado de saída da fibra e a  
temperatura mínima de 84,2ºC esta no centro na fibra.  
  
2x10' T U  
  
15x10”  
  
Q2) x)  
  
Sx10  
  
Figura 3,4. Distribuição axial da densidade de potência térmica para o arranjo do bombeamento direto.  
RESERVADO

Página 41

CTM S P / | P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág:33de 139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
A máxima diferença de temperaturas nas direções radiais é de 7,6ºC, que é obtida no  
  
lado de saída. Comparando os resultados das duas configurações de bombeamento, pode  
  
ser inferido que. Portanto a configuração que utilizado o bombeamento bidirecional é  
  
recomendada para sistema lasers de alta potência.  
  
ac T T  
  
8x10  
  
6x10  
  
Q(z)  
  
4xio|  
  
2x10  
  
Figura 3.5. Distribuição axial da densidade de potência térmica para o arranjo do bombeamento bidirecional.  
  
460 T T  
  
Temp(r,0)  
  
A  
  
430 + —  
  
o vpagê 2240 \* 3x107? ax1o\*?  
  
T  
  
Figura 3.6. Distribuição radial de temperatura para z=O na configuração do bombeamento direcional,  
considerando as transferências de calor radiativa e convectiva.  
  
RESERVADO

Página 42

CTM S P / I P E N l Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 34 de 138 | Rev.:0O  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Com o objetivo de demonstrar a importância da transferência radiativa de calor, uma  
comparação entre as distribuições de temperatura com e sem a transferência radiativa de  
calor foi realizada. Os resultados estão mostrados nas FIG 3.10 e 3.11. As curvas sólidas  
mostram as distribuições de temperatura no eixo da fibra (-=0) nas configurações de  
bombeio direto e bidirecional, somente quando a transferência de calor é somente  
convectiva e as curdas pontilhada mostram as distribuições quando tanto a convecção e a  
transferência radiativa é considerada.  
  
500  
  
400  
  
300  
Temp(9,2)  
  
200  
  
100  
  
Figura 3.7 Perfil axial de temperatura para r=0 no bombeamento direcional  
  
325 T T T  
  
Temp(r,0)  
  
310 — 4 .  
o 1x10 º 2pao 3x107º ax10\*  
  
Figura 3.8 Perfil axial de temperatura para z=0 no bombeamento bidirecional  
  
RESERVADO

Página 43

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauío/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 35de 1393 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
40 T T  
  
Temp(0,2)200  
  
100  
  
o 4 8 12  
  
Figura 3.9 Perfil axial de temperatura para r=0 no bombeamento direcional  
  
Pode ser observada, através das FIG 3.10 e 3.11 que as diferenças de temperatura  
com e sem considerar o transferência radiativa de calor, a máxima diferença para os modo  
direto e bidirecional são 1190,4ºC e 518,0ºC, respectivamente. Os valores numéricos  
mostram que a transferência radiativa de calor desempenha um importante papel, sendo  
que ele deve ser incluído na análise de problemas térmicos, estresse e efeitos termo-ópticos,  
especialmente, em regime de alta potência.  
  
2x10 T T  
  
15x10? \* q  
  
Temp(0,2z,0.95)  
  
3 P  
vacF D 7  
Temp(0,2,0.0) — \* %  
  
500  
  
Figura 3.10 Perfil axial de temperatura ao longo da fibra ativa no bombeamento direto.  
  
RESERVADO

Página 44

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | DOC.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág: 36 de 139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
P1ó TT —  
800 "  
600r À  
  
Temp(0,2,0.95)  
  
Temp(0,2,0.0)  
  
4001 "  
  
Figura 3.11 Perfil axial de temperatura ao longo da fibra ativa no bombeamento bidirecional.  
  
3.5 Comprimento ótimo da fibra ativa  
  
O comprimento ótimo da fibra ativa pode ser obtido quando o sinal de potência  
próximo ao espelho oposto do espelho onde o sinal foi injetado não aumenta e nem  
decresce quando o comprimento é ligeiramente alterado. A Eq. (2.4) pode ser escrita na  
forma,  
  
8 8) -a ' O, (3.15)  
de  
  
onde, g(z), é o ganho do sinal, expresso por,  
  
g(2)=T, (0': +o;s )N2 (z)— oiN (z) . (3.16)  
  
Desta forma, para um sinal de bombeio injetado em z =0, o comprimento ótimo z = Lótimo  
  
é obtido na condição,  
  
dP\* +  
dí = [g(Lótfmo) a.v]& Lsimo) =0 (3.17)  
é ==  
  
Entimo  
  
RESERVADO

Página 45

Pi  
  
Cado  
  
PE  
  
SBSNT  
  
PE  
  
N  
  
i  
  
Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 37 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Sob a condição de elevada potência do sinal recirculante na cavidade, o ganho será  
saturado, e, portanto, Nz(z) << N, para todos os z. Esta condição será verdadeira se, o  
  
denominador da Eq. (2.3), atender a relação.  
  
([5)es ol 5l o( E e een  
  
ou, ainda,  
2 PT a , eYp: (M 1/1, 8&  
  
onde P.(2)=[5\*(2): R- (2)|, e  
  
— hv,ÃA  
sat 7 e  
r:º-s TZ  
  
desde que, 07 << o . Portanto, a Eq. (2.3) passa a ser escrita na forma,  
  
(3.18)  
  
FT o” — rp V; CT; Pp(z) (7: sZ  
  
S (3.19)  
  
N NÃO) o 15 R)  
  
A Eq. (3.16) pode ser escrita com a condição 0 <<of?  
  
NM2) g&+LoiN  
N N. o;  
  
,  
  
qgeu, substituindo na Eq. (3.19), resulta em,  
  
NE Uª[v—x]——Pp ) + N o Fs)  
  
s  
  
ss  
  
sat sar a  
£.(2) FG rToºN  
  
sa  
ou  
RESERVADO

Página 46

Área: 16  
  
CTM SP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.: 38 de 139  
  
Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
NT Gª[ª]l)—'(í)ª"mo'ª&—raª]&flíl.pªj!  
  
() ? V, sat U sa |À sa  
EN Z ,  
14 E  
sa  
P(z  
N, [J 2E nn  
v P  
os(z) P sof  
14 EO  
PSÚÍ  
Definindo,  
g1() =NE roew  
vp/vx Psal U  
  
a Eq. (3.20) assume a forma,  
  
£o(2)  
  
0 TEA ,  
  
A fim de obter uma expressão com alguma utilidade. Partindo da Eq. (3.22), para z=L  
  
admitindo que o espelho de saída, esteja posicionado  
  
P (La,,, )= RP (Lºp, ), pode-se escrever,  
  
s  
  
gO(Lupl)  
E Eop) "  
á 1+[1+R1 ]Ps (Lap/ )/ ])sal  
  
Por outro lado, a Eq. (3.21) pode ser escrita, para z = Lops  
  
NT ,o50ºP (L P(  
gnL)= 2B Em) 7 ox m) roey,  
  
V /vlEa A  
  
onde,  
  
RESERVADO  
  
em z=L,,  
  
(3.20)  
  
(3.21)  
  
(3.22)  
  
om E  
  
então  
  
(3.23)  
  
(3.24)

Página 47

Dagrigqo  
  
)  
  
l  
  
taa  
  
CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 39 de 139  
  
Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
AÇA P  
  
NE pcrz  
Portanto, a Eq. (3.23) pode ser escrita,  
  
P(Ly)/A-T,o2N  
b RET  
  
E Eop)  
  
sal  
  
Resolvendo para a potência, P,(Loyp), à Eq. (3.24) pode ser escrita  
P(Ly)=P(0)e",  
  
onde & = NI,07 +a,,e P,(0), segundo a Eq. (3.21), pode ser escrita como  
  
P,(O) =%[gº (0) +F.oºN]= Af8,(0)+T,oºN].  
  
p p  
  
Substituindo a Eq. (3.26) em Eq. (3.25), pode-se escrever,  
  
P.(Ly)=Alg,(0)+r,osnkb\*r  
  
opr  
A Eq. (3.24) pode ser escrita na forma  
£o(L, om ) = [go (0)+FT, o\*ªN]e \* ToN.  
  
Substituindo Eq. (3.28) em Eq. (3.23), chega-se, finalmente, a expressão.  
  
0) +I,os For 1" N  
gs(Lapr)—[gO( ) O, a,.  
1+ 1+R7]'P apl sal  
  
(3.25)  
  
(3.26)  
  
(3.27)  
  
(3.28)  
  
(3.29)  
  
(3.30)  
  
Contudo, ainda resta determinar P\*(L ) A Eq. (2.51) poderá ser utilizada para este fim, se  
  
o espelho de saída for colocado na posição axial,  
  
RESERVADO

Página 48

ÉFardãoa  
  
CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 40 de 139 | Rev.:OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
R-P, H Pi(O  
P\*(D x/—; sa V; [l ªp](l e-aL) p () (F,o'fN+as)L—ln 1 .(331)  
JE(I—&)—FJRZ (I—Rl)\_vp 2 Pm E RIR'].  
  
E, com a hipótese adicional que sob a condição de bombeamento intenso, os dois últimos  
termos possam ser desprezados, e a Eq. (3.31), resulta em  
  
. R Pa v,[ a,,] PATAO 3.32  
EEn TEn ETA U a DD ) 632  
  
sat  
  
O termo entre os colchetes pode ser desenvolvido da seguinte maneira,  
  
v [1 , J PO [ N 0i +a,-a, ] P(O) — Nr,ot(P(0)/(,/v)P.)- N0 +NT,oº  
V  
  
ajP a \_(vp Ív, )PW a S  
  
sa  
  
p  
  
que, usando a Eq. (3.21) para z =0, resulta em,  
  
Y. 1\_&J£Q=M, (3.33)  
  
Portanto, a Eq. (3.31) pode ser escrita na forma,  
  
AN RB £L(O)+NCOS ( a 3.34  
ECRTRGERIARÇOR)O a ) 22  
  
A Eq. (3.30) pode agora ser escrita, com a substituição da Eq. (3.33)  
  
[8,(0) +F,oºNb = -r.oeN = asíl +R gº(º);Nr T (1 g )% (3.35)  
  
onde R é dado por,  
  
R (I(+RLNR  
JRI(I—R2)+J7€—;(1—R1).  
  
Resolvendo para o termo exponencial da Eq. (3.34), pode-se escrever,  
  
RESERVADO

Página 49

CT M S P / | P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | DOc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág:41de 139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
ToíNta, 1+5[g0(0)+era;']% a ashoiN 5  
á a, g,(0) +L,olN  
  
ALops  
  
em — - ; (3.36)  
[g0(0)+frofNíl+ªÍÍ] “ 4R  
a a,  
  
oOu,  
  
a | a,+NÇ=oº =  
  
& ) &ONTre te  
Lgp[ 1 ]\_l'l as go(a " ss (337)  
  
\* —+R  
a  
  
s  
  
3.6 OLimiarde Oscilação Laser  
  
A partir da expressão dada pela Eq. (3.31) que rescrita utilizando-se a Eq. (3.21),  
poderá ser utilizada para a determinação do limiar de oscilação laser, isto é, a mínima  
potência de bombeio a ser transferida para a fibra óptica, de tal maneira que o ganho  
compense as perdas. Desta forma,  
  
— NE o5P,(0), (-e=)-ar-n—d  
  
2 vp/vs Psm RlR'z  
  
(3.38)  
  
Resolvendo a Eq. (3.38) para P,(0), obtém-se, finalmente, a condição de limiar da oscilação  
  
laser,  
  
1 ) ab,v)P.  
P(0), =]| aL+1 2 : (3.39)  
p( du [CC n ——RXRZjINrpo\_:(l\_e—aL)  
  
3.7 — Conclusão do capítulo 3  
  
Neste capítulo, foi construído um modelo teórico para a descrição do problema de  
transferência de calor na fibra óptica, acoplado com as equações de taxa, da propagação do  
bombeio e do sinal laser.  
  
No modelo térmico, os mecanismos de transferência radiativa e convectivas de calor  
foram incluídos a fim de possibilitar uma descrição mais realista do processo.  
  
A análise dos resultados mostrou que a distribuição axial de temperatura ao longo da  
fibra de ganho é menor quando é utilizado o esquema de bombeamento bidirecional se  
comparado com o esquema de bombeamento direto.  
  
RESERVADO

Página 50

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.:42de 139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Outro ponto de relevância é o papel fundamental desempenhado pelo mecanismo  
  
de transferência radiativa de calor, sendo este predominante quando comparado com a  
  
transferência convectiva, indicando que o mecanismo de transferência radiativa não pode  
  
ser ignorando, em problemas de análise térmica de lasers de fibra de alta potência.  
  
RESERVADO

Página 51

CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.: 43 de 139 | Rev.:0O  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Referências Bibliográficas do Capítulo 3  
  
Li, ).; Duan, K.; Wang, Y.; Cao, X.; Zhao, W.; G, Y.; Lin, X., Theoretical analysis of the heat  
dissipation mechanism in Yb\*?-doped double-clad fiber lasers, Journal of Modern Optics,  
  
v.55, n. 3, p. 459-471, (2008).  
  
Jeong, Y.; Sahu, ). K.; Payne, D. N.; Nilson, J., Ytterbium-doped large-core fiber laser with 1.36  
kW continuous-wave output power, Optics Express, v. 12, p. 6088-6071, (2004)  
  
Xiao, L.; Yan, P.; Gong, M.; Wei, W.; Ou, Pan., An approximate analytic solution of strongiy  
  
pumped Yb-doped double-clad fiber laser without neglecting the scattering loss, Optics  
Communications, v.230, p. 401-410, (2004).  
Liu, J.; Zhao, C.; Hu, H.; Shuai, C., Systemic optimization of linear cavity Yd-doped double-clad  
fiber laser, Optik, v. 124, p. 793-797, (2013).  
  
RESERVADO

Página 52

CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | DOC-: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 44 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 4 Propagação Eletromagnética em Fibras Óptica com Seção  
Transversal Circular  
  
4.1 Introdução ao capítulo 4  
  
Neste capítulo, a fibra óptica, com índice de refração do tipo degrau, é analisada  
como um problema de valor de contorno, com o objetivo de se obter expressões para a  
distribuição do campo eletromagnético cuja propagação é sustentada pela estrutura de  
guiamento. Na formulação desenvolvida, é possível obter a distribuição modal e a condição  
de corte da fibra, de maneira a ser possível o projeto de uma fibra para propagação em  
modo único. Os modos linearmente polarizados (LP), também, são discutidos. O problema  
da propagação eletromagnética em fibras ópticas, com duplo revestimento, também, é  
analisado, em vista da relevância para o projeto de lasers de fibra.  
  
O capítulo está organizado da seguinte forma. Na seção 4.2 é a presentada a  
formulação do problema de valor de contorno. Na seção 4.3, a solução para os campos no  
núcleo e no revestimento da fibra óptica, com índice de refração do tipo degrau, é  
desenvolvida. Na seção 4.4, as condições de contorno e equação característica para fibra  
com índice de refração do tipo degrau, são estudadas Na seção 4.5, os modos em uma fibra  
óptica com índice de refração do tipo degrau são caracterizados. Na seção 4.6, as condições  
para o corte dos modos são discutidas.  
  
O problema da propagação em modo único é discutido na seção 4.7. A seção 4.8  
discute o problema de fibras óptica com guiamento fraco e na seção 4.9, os modos  
linearemente polarizados (LP) são analisados.  
  
RESERVADO

Página 53

CTM s P /I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 45de 139 | Rev: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Na seção 4.10, o importante problema da propagação ópticas em fibras com duplo  
revestimento é discutico, obtendo-se as expressões para os modos do núcleo e os modos no  
revestimento. A conclusão do capítulo 4 é apresentada na seção 4.11. Ao final do capítulo,  
além da referência bibliográfica, foram inseridos três apêndices, detalhando vários  
desenvolvimento matemáticos relacionados com o desenvolvimento matemático do  
problema da propagação.  
  
4.2. Formulação do problema de valor de contorno  
  
As soluções de ondas para um sistema de guia de ondas ópticos, formado por um  
núcleo de raio r <a, índice de refração, n, e um revestimento de raio, r> a e índice de  
refração, 1, onde n >n,, podem ser obtidas por meio das equações de Maxwell, das  
condições de contorno, na interface do núcleo da fibra com o revestimento, r=a, seguido  
na solução da equação característica do problema. As soluções da equação características  
produzem um número infinito de constantes de propagação, associadas com os modos de  
propagação.  
  
Para o desenvolvimento das soluções de onda, será considerado que o raio do  
revestimento é grande o suficiente, para assegurar que o campo no revestimento decairá,  
sendo nulo na interface, revestimento-ar. Esta hipótese permite a construção de uma  
solução para a fibra óptica, como um problema de valor de contorno. A hipótese concorda  
bem com a condição que existe no interior de uma fibra óptica, desde que projetada  
adequadamente.  
  
Para se obter as soluções de onda em uma fibra, com índice de refração do tipo  
degrau, deve-se resolver a equação de onda para as componentes axiais dos campos, £. e  
H,., tanto para a região do núcleo como para a região do revestimento. Uma vez que se  
tenha obtido as expressões para as componentes E, e H pode-se, então, obter as  
expressões para as componentes transversais dos campos.  
  
A partir da equação de Helmholtz escalar, sob a hipótese de uma dependência  
harmônica com o tempo e uma propagação na direção axial, descrita segundo, exp(—jPz),  
onde P é a constante de propagação axial, a evolução das componentes axiais dos campos  
é governada pelas equações, ver apêndice 4A,  
  
EE E antE =0 (4.1)  
o rôr r oq  
ôªH:JrlôH: 18H. »  
  
. t— F+K HA =0 .  
d& rôr r ô K H: (4.2)  
  
onde,  
  
RESERVADO

Página 54

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág.: 46de 139 | Rev.:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Kº =k] — º é o autovalor do problema e k, módulo do vetor número de onda.  
  
A técnica de separação de variáveis será aplicada a fim de desenvolver uma solução  
para as Eq. (4.1) e (4.2). A hipótese a ser formulada é que os campos podem ser escritos  
como o produto de duas outras funções, cada uma delas, função somente de uma variável  
independente, isto é,  
  
E,(1,9) = F(ND() (4.3)  
  
Substituindo a Eq. (4.3) nas Eqs. (4.1) e (4.2), realizando as derivadas, dividindo ambos os  
lados da equação pelo produto, F(r)D(&), obtém-se a seguinte equação,  
  
I[rld-F dFJHng\_ 1780 (44)  
  
— +r =V  
F dr” dr &D do”  
  
Deve ser observado que vº, é uma constante, já que cada lado do sinal da igualdade é  
função somente de uma das variáveis independentes. A solução para D(&), pode ser  
escrita, na forma,  
  
D(p)=e"". (4.5)  
  
A equação radial, Eq. (4.4) pode ser, por outro lado, escrita,  
  
dF 1dF a2 V  
a +| K —— |F=0. 4.6  
dr” r dr [ r'J ( )  
  
A Eq. (4.6) está na forma da equação de Bessel ordinária de ordem v. As duas  
soluções linearmente independentes, podem ser escritas,  
  
F) = AJ, (6)+ AN (x). (4.7)  
  
J,(x) é a função de Bessel ordinária de ordem v eN,(xr) é a função de Neumann.  
  
Do problema físico, deve-se impor que, para a r=0, o campo elétrico seja finito.  
Especificamente, a função cilíndrica deve ser finita para - = 0 . Tendo em vista que a função  
de Neumann diverge na origem, a constante 4, =0. Os campos no revestimento da fibra  
  
devem ter um comportamento que decaia a zero - >> a. Esta imposição física implica que  
  
RESERVADO

Página 55

CTM S P / | P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág:47de 139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
os campos na região do revestimento, devam ser descritos pelas funções de Bessel  
modificadas do segundo tipo K, (x).  
  
4.3. — Campos no núcleo e no revestimento da fibra óptica com índice de  
refração do tipo degrau  
A fim de obter a distribuição dos campos que descrevem o comportamento  
eletromagnético da fibra óptica de seção transversal circular, deve-se escolher a solução da  
equação de Bessel apropriada, que neste caso deve considerar o comportamento finito dos  
campos no centro da fibra. Portanto, a função de Neumann não é adequada, conforme já  
discutido. Portanto para - <a, as soluções devem ter a forma,  
  
E (r,p9)=AJ (gr)e'”,e (4.8)  
H.(r,9) = BJ (Kr)e"". (4.9)  
  
Já na região do revestimento, - >a, os campos devem decair radialmente com a  
dependência, e ”. Portanto, as funções modificadas de Bessel, do segundo tipo, são  
adequadas para descrever a dependência mencionada. Portanto, para r>a  
  
E.(r,9) = CK, ( )e”\*? (4.10)  
H.(r,9) = DK (7)e'”\* (4.11)  
  
A fim de se obter as componentes transversais dos campos nas regiões do núcleo e  
do revestimento, as expressões abaixo podem ser utilizadas, obtidas diretamente das  
equações de Maxwell, ver apêndice 4A,  
  
E,9)==] [/f E + u õHª] (4.12)  
K õr r o  
—j(BoõE. õH.  
E(r,o)==]1| 2E : :  
9 (7,0) ” [r o ou õrJ (4.13)  
—jbloulõE oH.  
H,(r,9) = . . 4.14  
r(1,9) K'[,Brõr ôç)) (4.14)  
j( 180E BoOH.  
%mm—j%u z É J (4.15)  
K rôr r oôo  
  
Com a utilização das Eq. (4.12) a (4.15), para a região do núcleo, r<a, as componentes  
transversais são escritas na forma,  
  
RESERVADO

Página 56

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 48 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
E,(1,9) =z [A/ª'ldí () + BG V)ªwlfí ('ª))ej ”, (4.16)  
" Y  
  
E,(r,9) = []/3 AJ (6) — xaouBJ, (Kr)] ”, (4.17)  
H,(r,p9)= [ joE AJV () + xBBJ, ('ª)]ej " (4.18)  
H, (r,p9)= |:nglAJ' (K) + j,B BJ, (v)] P e (4.19)  
onde,  
  
K =kRo- B =oune-PD. (4.20)  
  
Ji(x) é a derivada da função de Bessel ordinária em relação ao seu argumento. Os campos  
transversais no revestimento da fibra são obtidos de maneira similar  
  
==2(BeKIG) +ou, É DK; (w)]eªº, (4.21)  
  
EJO, ça)=;—3:/3%CKVW>—yw#oDK;w)]e”º', (4.22)  
  
H,(7,9) = ;—1— ee P CK/(p) + 7BDK,<yr>]ef"º, (4.23)  
  
H,(r,9) = %:ywsZCKv () + BZ DK; (7r):|e”ª', e (4.24)  
onde,  
  
=B -kR=B o 1E (4.25)  
  
K. é a derivada da função de Bessel modificada, de segundo tipo, em relação ao seu  
argumento  
  
As constantes de integração 4, B, C, D e a constante de propagação, , serão  
determinadas aplicando-se as condições de contorno.  
  
RESERVADO

Página 57

CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 49 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
4.4 Condições de contorno e equação característica para fibras com índice  
de refração do tipo degrau  
As condições de contorno que impõem a continuidade das componentes tangenciais  
dos campos na interface núcleo-revestimento em r = a , implicam que,  
  
E (a,9)=E (a0,9), (4.26)  
Ej(a,p9)=E,(4,9), (4.27)  
H (a,p)= H (a,9), (4.28)  
Ha(a,9)=H,(0,9),e (4.29)  
  
onde, os índices 1 e 2 são utilizados para fazer referência aos campos no núcleo e no  
revestimento da fibra, respectivamente. Aplicando estas condições de contorno obtém-se  
quatro equações simultâneas para as constantes incógnitas. A equação para a componente  
axial do campo elétrico é, utilizando a Eq. (4.8) e (4.10),  
  
AJ, (xa) - CK , (7a)=0. (4.30)  
  
Para a componente azimutal do campo elétrico na interface, a Eq. (4.17) e (4.22), resulta  
  
ÁZZAJV(ka) + j% BÊ Ç) -2 D= (4.31)  
x y  
  
x a ºa  
  
Para a componente axial do campo magnético, a Eq. (4.9) e (4.11), resulta na seguinte  
equação  
  
BJ (xa)- DK,(7a)=0. (4.32)  
  
A quarta equação é obtida utilizado a continuidade das componentes azimutais do campo  
magnético da interface, que, segundo a Eq. (4.19) e (4.24),  
  
— j% Af (a)+ É BJ () + PE CK, (a)+ Ê U DK,(7a)=0. (4.33)  
K a y a  
  
K 7?  
  
O conjunto de Eq. (4.30) a (4.33) constituem um sistema de equações algébricas,  
homogênea, que terá solução não trivial, desde que o determinante do sistema seja nulo,  
isto, é  
  
RESERVADO

Página 58

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 5S0de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
J, () o - K,(7a) o  
Bv Oou, ; ÊByv ODHo 4  
L stm) Prom SR -EKi09)| ;  
R K 7a É =0. (4.34)  
0 J, (&a) 0 -K () jc  
[ Ê oE, ÊB D  
  
- j () ÉJ (1) K (a) EÉK ()  
K K a y a  
  
O desenvolvimento do determinante leva a equação característica para a propagação  
de ondas no guia de onda óptico. Este equação define os modos e fornece os valores  
possíveis de , xe y, associados a cada modo de propagação. A equação do caracteristica  
para uma fibra óptica com indice de refração degrau pode ser escrita na forma ,ver apêndice  
4B,  
  
s a7 ) Ki9a) [ ay? 6) . Km ] | ( ,)8e|. (4.35)  
& K J (K) K) | x J,(xa) K () Ez K  
As constantes nas Eq. (4.10) e (4.11) podem ser reescritas em termos de um único  
coeficiente incognita A. Por exemplo, as Eq. (4.30) e (4.32) podem ser resolvidas, para  
  
— J (Ka)  
  
C ———Kv (a) A4,e (4.36)  
— T ()  
  
D= K (a) B. (4.37)  
  
As constantes 4 e B estão relacionadas por meio das Eq. (4.8) ou (4.9). Utilizando as Eq.  
(4.31) e resolvendo para B em termos de 4, segue que,  
  
p = ) tla (xea) K (ga)-+ jel, Ga)KyGa)]  
á O(E, — e )U ÇPI, (Ka)K, (7a)  
  
(4.38)  
  
Se a Eq. (4.32) for utilizada, ao invés da Eq. (4.31), a expressão resultante da relação entre B  
e À seria escrita na forma,  
  
a(E, — )U PI, () K, (7a)  
axy |; (xa) K, (70) + jxJ! (7a) Ki (70) |  
  
jv (4.39)  
  
RESERVADO

Página 59

CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.:51de 138 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
4.5 Caracterização dos modos em uma fibra óptica com Índice de refração  
  
do tipo degrau  
  
Em geral, a distribuição espacial para os campos eletromagnéticos ou modos que  
podem ser sustentados em uma fibra óptica, com índice de refração do tipo degrau, têm seis  
componentes. Para uma fibra com seção transversal circular, existem os modos híbridos,  
denotados por modos HE e EH, bem como os modos, transversais elétricos, TE e o modos  
transversais magnéticos, TM. Os modos híbridos têm tanto componentes axiais como as  
componentes transversais dos campos elétrico e magnético.  
  
Para o caso especial de v =0, somente os raios meridionais se propagam no guia.  
Para este caso, o lado direito da equação característica, Eq. (4.35) é igual à zero, pode-se  
obter as duas equações, que definem os modos TE e TM. Estas equações são escritas, na  
forma,  
  
[ayª AÇA K(;(ya)] 20 (4.40)  
x L(m \* K00) '  
s a7 m) . Kiom)]  
L'z x JS (m) ªKo(ya)] º (4.91)  
  
Para verificar que a Eq. (4.40) é a equação de definição para os modos TE e a Eq. (4.41) é a  
equação de definição para os modos TM, pode-se observar, que para os modos TE, E =0e  
  
para os modos TM, H. =0. Por outro lado, observando que,  
  
E.(r,9)=AJ (1 )e””, (4.42)  
e  
H.(r,p)= BJ (x )e"". (4.43)  
  
E, é nulo quando 4=0 e H =0, quando B=0. Fazendo referência à Eq. (4.38), quando  
v—>0, B—>co, a menos que 4=0. Portanto, a Eq. (4.40) é a equação característica  
quando v—>0 e A=0. Isto é, a Eq. (4.40) é a equação de definição para os modos TE.  
Utilizando, agora, a Eq. (4.39) quando v=0 e B=0,aEq.(4.41) éa equação característica  
para os modos TM, quando v=0 e B=O0.  
  
Lembrando a relação K; =--K,, as Eq. (4.40) e (4.41) podem ser escritas  
  
7hm Kom .  
x J (xa) \* K (a)  
  
o, (4.44)  
  
RESERVADO

Página 60

CTM S P /l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 52 de 139 | Rev.:DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
e, para os modos TM,  
  
& 7 J (xo) :]-Kl(W) (4.45)  
&, K J (K1) K,(7a)  
  
A FIG. 4.1 ilustra a solução numérica da Eq. (4.44), para os primeiros quatro modos  
de propagação transversais elétricos.  
  
LES(x)+RHS(1)  
— o  
  
o 5 10 5  
0 x 5  
  
Figura 4.1 Primeiros quatro modos de propagação transversais elétricos TEov Ko = 3,794, Ka, = 6,946,  
xaz =10,073, xaz =13,19]  
  
A intensidade luminosa pode ser obtida utilizando o teorema de Poynting,  
  
L())= %Re(Éx H )-à, ==RelE H!, - H E,) (4.46)  
  
1  
2  
que utilizando as Eq. (4.16), (4.19), (4.18) e (4.17), para o modo TEo;, resulta em  
  
=L17 B 2MA nR PE  
I:(r)—zzo (KZZ)Z Ex |B1| Á (Kªa) (4.47)  
  
A FIG 4.2 mostra o perfil radial do intensidade luminoda para os modos TEo1. TEo2  
TEo3. TEoa, calculados utilizando-se a Eq.(4.46).  
  
RESERVADO

Página 61

CTM s P / | P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 53 de 139 | Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
. r r ES 7 r r í  
y ;  
7FASIxIOÉ 2143x10?,  
:  
o i  
á 10  
TE aaó ETEO)  
eioê|  
FT  
( o  
" o " L " D o  
E mo DA aa aa  
o T a o r a  
TEo1 TEo2  
15x10 —— T —  
1.019x10,  
Pc  
TLTE(1)  
Sx10  
2  
o : ” ” ” =  
o 1A0ó a0 3aoto aaó o 1x10 SST 3x10 4xio  
o r a o t a  
TEo3 TEoA  
  
Figura 4.2 Perfil radial do intensidade luminoda para os modos TEo1. TEo2 TEo3. TEoa  
  
4.6 Condições para o corte dos modos  
  
Um importante parâmetro para cada modo de propagação é sua frequênciade corte.  
Conceitualmente, um modo está cortado quando o seu campo no revestimento deixa de ser  
evanescente, sendo desanexado do guia, isto é, o campo no revestimento não decail. A taxa  
decaimento do campo no revestimento é determinado pelo valor da constante 7».  
  
Considerando a expressão assintótica para a função de Bessel modificada para  
grandes favores de seu argumento,  
  
K, () = ———j;r (eseanaao )ac (4.46)  
  
Pode ser observado que, para grandes valores de y, o campo é fortemente concentrado no  
interior e próximo ao núcleo. Com o decréscimo do valor de y, o campo se estende para  
além do revestimento. Finamente, para y = O, o campo de desprende do guia. A frequência  
  
no qual isto acontece é denominada de frequência de corte. No corte,  
  
RESERVADO

Página 62

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág:54de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
y=0=/B2-k, (4.47)  
  
ou  
  
Nl (4.48)  
onde  
ki, = UE . (4.49)  
  
No núcleo do guia, no corte, tem-se o seguinte,  
  
ki =h B (4.50)  
kie = QE (4.51)  
  
Pode-se obter uma expressão para a frequência de corte de um modo por meio da  
substituição da Eq. (4.48) na Eq. (4.50), que resulta em  
  
E s ol = Lu( s) (4.52)  
Resolvendo para &, por meio da Eq. (4.52), obtém-se  
  
K.  
  
ú VA( E,) (4.53)  
  
A frequência de corte de um modo pode ser zero se x,=0. Um, e somente um,  
modo pode existir em uma fibra óptica com m, = O0. Este modo é o modo híbrido HE11 que  
existe para todas as frequências. É, portanto, possível projetar e operar uma fibra óptica em  
modo único. A fibra óptica de modo único tem um diâmetro de núcleo, muito pequeno, e  
uma pequena diferença de índices de refração entre o núcleo e o revestimento. Estes  
parâmetros devem ser selecionados, cuidadosamente, para assegurar que todos os outros  
modos guiados estejam abaixo de suas frequências de corte.  
  
Antes de desenvolver a equação de projeto para a fibra de modo único, deve-se  
desenvolver as equações para as condições de corte (e resolver para os x.) para os  
  
RESERVADO

Página 63

CT M s P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Doc. Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág:55de 139 | Rev.:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
diferentes tipos de modos, que podem existir em uma fibra óptica de índice de refração do  
tipo degrau.  
  
Os modos TE e TM, v =0  
As condições de corte para os modos TEou e TIMo, são obtidas a partir da u-ésima raiz da Eq.  
(4.54) mostrada a abaixo.  
  
J(Ka)=0, (4.54)  
  
isto é, o valor de x.a é obtido a partir da raiz da Eq. (4.54). A corresponde frequência de  
  
corte para o modo é calculado utilizando este valor de x, na Eq. (4.53).  
  
Os modos Híbridos  
Modos HE1,  
A condição de corte dos modos HE1, é descrita pela Eq. (4.55)  
  
K a=x, parav=1,2,3,.., (4.55)  
onde o parâmetro x,, é a p-ésima raiz para equação,  
  
J (x,)=0 (4.56)  
Como anteriormente discutido, o modo fundamental HE11 existe para todas as frequências.  
Ele se propagará quanto todos os outros modos estiverem cortados. À equação que  
descreve a sua condição de corte é  
  
K a=0 (4.56)  
Os modos EH.,  
  
A equação que estabelece a condição de corte para os modos EHv, é também da Eq. (4.56),  
  
mas com a restrição de x,,\*<0. Os demais modos EHv, têm a seguinte equação que  
  
estabelece a condição de corte,  
  
Modos EHy, para v=2,3,4,..  
  
RESERVADO

Página 64

CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 56de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
E, K a  
1 —  
—1 U 1 (K,0) == J (K,a) (4.57)  
E vl  
  
Para os modos híbridos, há dois tipos de modos para cada valor inteiro de v >1. Os  
modos cuja frequência de corte é determinada pela Eq. (4.55) são designados de modos  
EHyp. À Eq. (4.57) determina as frequências de corte para os modos HEvp. Tanto os modos  
EH1, como os modos EHa«s) tem a mesma frequência de corte. Contudo, eles não são  
modos degenerados, tendo em vista que nas frequências, outras que são seja a de corte,  
eles têm diferentes constantes de propagação. Para v =0, os modos não degenerados TE e  
TM, cuja condição de corte é idêntica é dado da Eq. (4.54).  
  
Pode-se calcular o parâmetro de corte x.a para diferentes tipos de modos que  
existem em uma fibra do índice de refração do tipo degrau utilizando-se as Eq. (4.54) a Eq.  
(4.57). A Tab. 4.1 lista os primeiros modos de ordem mais baixa e seus respectivos valores  
para os parâmetros de corte. Para calcular o parâmetro de corte para os modos HEyv,, deve  
ter sido especificada a razão do índice de refração do núcleo e do revestimento da fibra. Os  
parâmetros de corte para todos os outros modos são obtidos diretamente, para uma dada  
ordem v correspondendo à 4 -ésima raiz das funções de Bessel. Para a construção da Tab  
4.1 considerou-se que n /n, =1,02 (e,/6, =1,0404).  
  
Tabela 4.1 Parâmentros de corte para os primeiros modos híbridos.  
  
Modo Híbrido Ka Modo Híbrido K a  
HEu 00 EH31 6,41  
HE21 2,42 HE13, EH12 7,016  
HE12, EHu 3,832 HE32 7,016  
HE31 3,86 EHas 7,59  
EH2: 5,14 HEs1 7,61  
HEa: 5,16 EH22 8,42  
HE22 5,53 HEs2 8,43  
EHsz1 6,38  
  
Para apreciar o significado físico do parâmetro de corte x.a, pode-se escreve-lo em  
  
termos dos parâmetros físicos da fibra. Segundo a Eq. (4.52)  
  
K a=0O,|] 1E, («lnf -” )1, (4.58)  
  
e, notando que,  
  
27  
  
FR  
  
anfus =A (4.59)  
  
RESERVADO

Página 65

NSNSA  
  
CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág:57de 139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
pode-se escrever, a seguinte expressão para o parâmetro de corte K. a,  
  
Zm 2  
Vexwga=2PI RR. (4.60)  
A  
  
O parâmetro de corte x.a é normalmente conhecido como o número V da fibra. O  
  
número de modos de propagação é proporcional ao seu número V.  
  
4.7' — Fibra óptica mono modo  
  
Nesta seção, será desenvolvida uma expressão para projetar uma fibra óptica para  
propagação mono modo, com índice de refração do tipo degrau. Para isto, deve-se  
considerar que o número de modos de propagação é função do número V da fibra. Para  
V <2,405, o único modo que se propagará na fibra é o modo fundamental HE11. Para  
desenvolver a equação de projeto para uma fibra mono modo, a Eq. (4.60) deve ser escrita  
em termo do parâmetro A, o índice de refração fracionário, que considera a diferença de  
Índices entre o núcleo e revestimento.  
  
Z”ª,/ - '———-—np/ZA R, (4.61)  
  
onde,  
m=n(1-A), (4.62)  
e  
A =Ah (4.63)  
m  
Para pequenos valores de A, AÀº <<2A e a Eq. (4.61) pode ser escrita,  
2  
V Zª,/znl /4 =8,886 ªZl JA (4.64)  
  
Portanto, para uma dada fibra ótica, como raio do núcleo conhecido, assim como os  
Índices de refração, a Eq. (4.64), fornece o comprimento de onda da luz, em que a  
propagação ocorrerá em modo único.  
  
RESERVADO

Página 66

CTM S P/I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 58 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
4.8 —Fibras com guiamento fraco e a equação característica simplificada  
  
Nas seções 44 e 4.5 obteve-se uma solução rigorosa para os campos  
eletromagnéticos, quando o índice de refração é do tipo degrau. Contudo, a equação  
característica e a descrição das seis componentes dos campos híbridos obtidas na análise é,  
matematicamente, complexa. Para avançar na análise de uma fibra com muitos modos seria  
difícil, sem que fosse possível alguma hipótese simplificadora. Para simplificar a descrição  
dos modos em uma fibra, deve-se notar que a maioria das fibras utilizadas na construção de  
laser de potência tem material do núcleo, cujo índice de refração é, ligeiramente, diferente  
aquele do revestimento, isto é, pode ser considerado que À <<1 e, que tipicamente, menor  
do que 0,05. O emprego desta hipótese resultará em uma considerável simplificação  
analítica. Nesta seção, será feito o uso da hipótese de A<<1 para derivar equação  
característica simplificada para uma fibra com guiamento fraco.  
  
Partindo da equação característica exata, Eq. (4.35), para uma fibra com índice de  
refração do tipo degrau e, definindo, as razões,  
  
J'= ) JS a(K)  
sa J (xa) '  
p =d Ta(a)  
xa J (Kx0)  
K= l K n(7a) ;  
7 K,(7a)  
K = l Kv—l (ya) ;  
nm K,(7a)  
  
Pode-se escrever,  
  
[Í T K')(J\* K\*)+[Í P K\*](J- K )=0, (4.66)  
  
Pode-se obter a equação de dispersão característica, fazendo, n, = n,. AÀ Eq. (4.66) pode ser  
escrita,  
  
-R ox )=o (4.67)  
  
Utilizando a Eq. (4.67), obtém-se, imediatamente, as duas equações características  
  
RESERVADO

Página 67

CTM S P /I P E N Tpro jeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 59 de 139 | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
1 J,1(Xa) " K (70)  
  
, para os modos HE (4.68)  
xa J(sm) yAK (a)  
e,  
L) — Exa(90) para os modos EH (4.69)  
  
xa J (kxl) zaaK,(ya)  
  
As equações características Eq. (4.68) e Eq. (4.69) são uma forma muito mais  
conveniente, para a obtenção das soluções para as constantes de propagação do que  
equação característica exata, Eq. (4.35).  
  
4.9 — Modos linearmente polarizados (LP\*)  
  
Na condição de guiamento fraco, é possível construir modos eletromagnéticos cujos  
campos transversais sejam, essencialmente, polarizados em uma dada direção. O  
desenvolvimento a seguir, segue a formulação desenvolvida por (Gloge, 1971).  
Considerando, por hipótese, que as componentes transversais possam ser escritas na forma,  
  
E,= gº ;:l %H = EíKJ((;:íZª í; (('Z)% costvo). (4.70)  
ol y v  
Na notação utilizada, a linha superior faz referência ao núcleo e a linha inferior ao  
revestimento. Z, é a impedância do vácuo e £, é a intensidade do campo elétrico na  
interface. Temos em vista a liberdade de escolha as funções azimutais da Eq. (4.70) e dois  
estados ortogonais de polarização, pode-se construir um conjunto de quatro estados de  
polarização, para todos v, deste que v>0.  
Para v=0, tem-se somente dois modos, ortogonalmente, polarizados entre si. As  
componentes longitudinais podem se obtidas das equações  
  
.Z [1/n2] oH.  
E,= j == 4.71  
:2 Í7 í/n; Ex (4.71)  
e,  
1 0E  
H=j >. 4.72  
, d (4.72)  
  
\* Acrônimo da língua inglesa para “Linearly Polarized.”  
  
RESERVADO

Página 68

CTMSP /l PEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 60 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Substituindo, a Eq. (4.70), nas Eq. (4.71) e (4.72), pode-se escrever,  
  
& 2 Iulr/a) = (z(”í 9) sin(v+Do +1J"—-Jl(%ííí)sin(v -Do  
E m 2NM A D  
E. EÍ o K. (or/a) sintv+Do=2 K. (a&r/a) sin -Do , (4.73)  
n K(O) n Kv(o)  
e  
F u\_']“ª:;(?ría) cos(v+1o- u']"—j(l(íríl)ººs(v -Do  
. E, , (u 7 U  
H.=-j 2kZ,a | Kwl0r/a) ,, CG+Do+o K (&r/a) sin -Do (4.74)  
K,(&) Kr(0m)  
  
Para AÀ pequeno, as componentes axiais são pequenas comparadas com as  
componentes transversais. Os fatores envolvidos são u/ka e w/ka que devido a Eq. (4.70)  
  
são ambos da ordem de VA. Repetindo a diferenciação das Eq. (4.73) e (4.74) leva as  
componentes transversais que não idênticas com os campos postulados, mas os erros são  
pequenos da ordem A. Estes campos serão desprezados desenvolvimento seguinte. Sendo  
que esta é a aproximação que determina a exatidão de hipótese para os modos linearmente  
polarizados.  
  
Para casar os campos na interface núcleo e revestimento, a Eq. (4.70) deve ser escrita  
em termos de componentes cilíndricas. Segue, então, que  
  
; ok í J lar/a)/J,(0)  
  
2 Kv(wr/a)/Kv(w)%[ººS(V“)º”ººª(v-ºªªL (4.75)  
  
nJ (ur/fa)/J, (u  
=7 E, | m ar/a)/J, () [sin(y +1)p — sin(v — Do]. (4.76)  
2Z, |1K , wr/a)/K,(W)  
Se, 1 = n, nas Eq. (4.73) a (4.76) e utilizando a relação de recorrência entre os J, €  
K,, pode-se casar todas componentes tangenciais dos campos na interface por meio da  
  
equação.  
  
” J () == K () Í  
  
(4.77)  
J/(u) K,(w)  
  
A Eq. (4.77) é a equação característica para os modos polarizados linearmente (LP).  
Fazendo w=0 é possível obter os valores de corte J, , (%)=0.Para v=0, isto inclui das  
  
RESERVADO

Página 69

- CT M S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
- Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 61de 138 | Rev.:DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
raízes da função de Bessel J (u)=-J,(u), que deve considerada para incluir JLi(u)=O0,  
como a primeira raiz.  
  
Desta forma, pode-se obter os valores de corte indicados na Fig. 4.3 para os modos  
LPom & LPim. No limite de w — co, tem-se que J,(u)=0.Desse modo, as soluções para u  
  
- estão entre y,, (u) e J,(u). Toda solução está associada com um conjunto de modos  
- designados por PLum. Para v > 1, cada conjunto tem quatro modos.  
  
— A exatidão da equação característica pode ser melhorada se n é n, são considerados  
" diferentes na Eq. (4.76) à Eq. (4.76). Neste caso, contudo, os termos com (v+Do e vy-Do  
  
" satisfazem a duas diferentes equações características,  
  
"” u J.1a(U) 4W K.n (1)  
" n s& n K0  
  
(4.78)  
  
Utilizando as relações de recorrência para as funções de Bessel, J, e K,, pode-se mostrar  
- que estas duas equações convergem para a Eq. (4.77), para o caso onde n = n,. Para o caso,  
S onde n \* n,, esta degenerência deixar de existir. Cada o modo PLym divide-se em modos  
com índices (y+1)p, que são identificados como HEw1m é modos com índices (v—Do que  
  
formam os modos HEv-1m ou os modos TMn e TEm.  
  
— Figura 4.3. Parâmetros de corte para modos LPnm, obtidos da solução da equação característica.  
  
RESERVADO

Página 70

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | DOc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág:62de 139 | Rev: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
4.10 A fibra óptica de seção transversal circular com duplo revestimento  
  
A fibra óptica com duplo revestimento desempenha hoje um papel fundamental na  
tecnologia dos lasers de potência, principalmente, quando ela é fabricada como meio laser  
ativo, por meio da dopagem do seu núcleo com fons de Yb\*?. Nessa tecnologia, a luz laser de  
bombeio se propaga no núcleo e no revestimento interno, enquanto que o laser se propaga  
somente no núcleo. Como este arranjo é possível obter elevada eficiência de bombeamento,  
quando comparada aos esquemas de bombeio convencionais.  
  
Figura 4.4 Geometria da fibra óptica com duplo revestimento.  
  
A FIG 4.4 ilustra um arranjo de uma fibra óptica com duplo revestimento. A região do  
núcleor <a, tem índice de refração n, a região do revestimento interno, a <r <b, tem  
  
Índice de refração n,, e a região do revestimento externo, r 2b, tem com índice de refração  
n, . Para que ocorra o guiamento, 1m >n, > H, .  
  
Seja a solução do problema de valor de contorno para a fibra com duplo  
revestimento.  
  
a) Para a região do núcleo da fibra, r <a, com índice de refração n,  
  
Es(r,p9)=AJ, (tr)e”, (4.79)  
Ha(r,p)= BJ (K14r)e"”?, (4.80)  
onde x =kim — B. (4.81)  
b) Para a região no revestimento interno, a <r < b, com índice de refração n,,  
En(r,9) =[4J, () + A,N, (,7))e””, (4.82)  
H (r,p) =[BJ, (t647) + BN, (t6,17)E””, (4.83)  
  
RESERVADO

Página 71

Pd dd  
  
a  
  
Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 63 de 139 | Rev.:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
onde x? =kin; — p?. (4.84)  
c) Para a região no revestimento externo, b <r, com índice de refração n,,  
  
Es(r,9)= AK (hr)e"”, (4.85)  
H3(r,p)=BK, (hr)e””, (4.86)  
onde h = B\*-kim;. (4.87)  
  
Aplicação das condições de contorno. As componentes tangenciais são contínuas nas  
interfaces, r=a e r=b. Utilizando a Eq. (4A.15) e (4A.17),  
  
S CETEAÇE  
oOH. õE.  
  
Hw———jl\_ É\_-+ ===  
K |r ô õr  
  
Para a região r<a  
  
Eqpl(rvça) = sz  
1  
  
|:]B% AJJ (Kr) — K ouBJJ, (Klr)ílejw, e (4.88)  
  
Ha(r,9)= ;! [KlwsleJ; (Kr)+ j/f%Bko (zqr)]e"º. (4.89)  
  
1  
  
Para a região no revestimento interior, a <r <b  
  
Entr,9) == ím%[AlJv 6) + 448, (en)]- x5au[BJ; Gexr) + BZN;(m]%eW, e (4.90)  
  
H, (r,p)= K—Zjíxza)sz [4J] (t647) + AN GezP)]+ jB[BJ, (K,7) + BJN, (Kzr)]%e/w . (4.91)  
r  
  
2  
  
Para a região no revestimento interior, b <r  
  
Es(1,9) = %[ B%A3Kv (hr)- hªw,uºB3K.',(har)]ej"º (4.92)  
  
RESERVADO

Página 72

Pn Ça  
  
ó  
  
CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | DOC.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 64 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
—l , v  
Ha5(r,p9)= ” |:haª)83A3Kv ) + PT BA, (h;r)]e”º (4.93)  
Aplicando as condições de contorno para r=a. A continuidade das componentes  
axiais do campo elétrico implica que,  
  
AJJ, (K,a) = AJ, (K,a)+ AN (K,a). (4.94)  
  
A continuidade das componentes azimutais do campo elétrico, segundo as Eq. (4.88)  
e Eq. (4.90), implica que,  
  
1  
T  
K  
  
[]BEAOJV (64a) - KouBJJ, (Klª)] =  
  
=%ímg[fll«fv(xzanAszma)]—szu[BlJ;ma)+BZN;(xzw]y (4.95)  
  
A continuidade das componentes axiais do campo magnético implica que,  
BJ (Ka) = BJ, (K,a)+ BN , (K,a) . (4.96)  
  
A continuidade das componentes azimutais do campo magnético, segundo as Eq. (4.89) e Eq.  
(4.91), implica que,  
  
1 , .V  
?!:KlwgleJv (Ka) + ]pí BJ, (Klª)] =  
  
1  
  
=%íxzwsz[AlJ;(xza)+AZN;<Kza)]+jBª[B,JV(KZa)+BZNV(K2a>]%. (4.97)  
a  
  
2  
  
Aplicando, agora, as condições de contorno para r=0b. A continuidade da  
componente axial do campo elétrico implica em,  
  
AJ,(K1b)+ AN (K,b)=AK,(hb) (4.98)  
A continuidade da componente azimutal do campo elétrico, segundo as Eq. (4.90) e Eq.  
  
(4.92), implica em,  
  
RESERVADO

Página 73

CTM S P /I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 65de 139 | Rev.:OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
=) í jB%[AZJV (65b) + AN (t65b) |- ,00u[B J (K5b) + BNl (rczb)]) =  
Kz  
| ,  
=É[B%Kv(hgb)—%wuoBgKV%b)]. (4.99)  
A continuidade das componentes axiais do campo magnético implica em,  
  
Bl']v (bi) + BzNy (bi) = BaKV (hgb) , (4.100)  
  
e, finalmente, as componentes azimutais do campo magnético, segundo as Eq. (4.91) e Eq.  
(4.93), implicam em,  
  
-- %zwsz [471 (656) + AN (16,b)]+ j/f%[B.Jv (,b) + B,N, (bi% =  
K  
  
=%[haª?ãaAsKí(%b)+,3%33Kv(hab)]. (4.101)  
  
O sistema de equações algébricas formado pelas Eq. (4.94) a (4.101) é uma sistema  
com oito equações e oito incógnitas, 4o, 41, 42, 43, Bo, B1, B2 e B3, além da constante de  
propagação. O sistema poderá ser reduzido para quatro equações com quatro incógnitas,  
por meio da substituição das equações para a continuidade das componentes axiais nas  
  
equações para a continuidade das componentes axiais. Portanto, utilizando as Eq. (4.94) a  
(4.101), pode-se escrever (ver Apêndice C).  
  
[%—%]m—í—[AIJV (t,0) + 4,N, (6,0) |=  
K K) a  
  
1  
  
QB (16,0) + BN ,) o 209987 (6,0) + BN (6,0)] (4.102)  
Kla xa J (K6a)  
  
(%—%]m%[&&wwBZNV(Kza)]=  
K; a  
  
K  
  
= E [4J; (K6,0) + AN; (K,a )- ª LD( 4J (ea)+ AN (6,0)] — (42103)  
K.A a J (K,a)  
  
[%f hª ],Bbz [4J, (16,6) + A,N, (165b) |=  
  
RESERVADO

Página 74

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | DOc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 66 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
= jA ; au K (hb)  
= [BJ! (K,b) + B,N! (6,b)|+ = 1b K (hb) [BJ, (K6,b) + B,N, (K65b)] — (4.104)  
  
1 1  
[\_2+É)B;\_2[A1Jv (1,b) + A,N, (K2b)] -  
  
— EÇ ; — oe K (5b)  
=]j = ) [4J! (K,b) + 4,N' (156)] 1b K (Lb) [4J,(K,b)+ 4N (K,b)] (4.105)  
  
Uma considerável simplificação, no desenvolvimento da equação característica para  
o problema da fibra óptica com duplo revestimento, pode ser obtida, for analisada a  
propagação dos modos TE. Neste caso, 4, = 4 = 4, = A, =0, e a equação característica tem  
  
a forma, ver apêndice 4C,  
  
a F qgq, as,  
EZA as ) 4.106  
(bvf ª] (KUÍbUã] (4.100)  
onde,  
Ut= a(n 6) (4.107)  
U= a(n 5) (4.108)  
W2=8(8'-kREm) (4.109)  
= E£LP)  
W.K,M,) (4.110)  
IOU)  
=/h 4.111  
UJ,U) 411  
b b  
P =JV(ZUZ)NV(UZ)\_JV(UZ)Nv(;UZ) (4.112)  
=J,QUINIUI) =T U)N,ÊU,) (4.113)  
Á b f  
n =J1 ÉU)N,U) =S UINÕU,) (4.114)  
a  
f b T Á T b  
S, =JV(ZUZ)NV(UZ)—JV(UZ)NV(;UZ) (4.115)  
  
RESERVADO

Página 75

CTM s P / l P E N i Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | DOc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág:67de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Já para os modos TM, B, = B, = B, = B, =O , e a equação característica tem a forma,  
  
be,r, +Kp, -& Ka, +b£Z sv2 : (4.116)  
a E U, EVU, ae,U,  
  
O desenvolvimento da solução analítica para o problema do guiamento do campo  
  
eletromagnético em fibra óptica com duplo revestimento é uma ferramenta de relevância  
do desenvolvimento de laser de fibra de alta potência.  
  
4.11 . Conclusão do capítulo 4  
  
O desenvolvimento teórico do problema da propagação das ondas eletromagnéticas  
em guias de onda dielétrico é simplificado se a diferença entre os índices de refração do  
núcleo e do revestimento é pequena. Neste caso, é possível construir uma solução para os  
modos linearmente polarizados, sendo que a equação a característica, também, tem uma  
forma simples.  
  
No caso de um de um guia ondas dielétrico, formado por três camadas, todas  
dielétricas e não metálicas e nem ferromagnéticas, foi possível obter uma equação  
característica para o problema envolvendo somente as funções de Bessel e produtos  
cruzados das funções de Bessel, sendo que a solução pode ser obtida por métodos gráficos.  
  
Este resultado é de relevância para projeto de laser de fibra operação em regime de  
alta potência e elevada qualidade óptica de feixe.  
  
RESERVADO

Página 76

CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.: 68 de 139 | Rev:0O0  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Referências Bibliográficas do Capítulo 4  
Gloge, D., Weakly guiding fibers, Applied Optics, vol. 10, no. 10, pp. 2252-2258, 1971.  
Gloge, D., Dispersion in Weakly Guiding Fibers, Applied Optics, vol. 10, no. 11, pp. 2442-  
  
2445, 1971.  
  
Tsao, C. Y.H.; Payne, D. N., Gambling, W. A., Modal characteristics of three-layered optical  
fiber waveguides: a modified approach, J. Opt. Soc. Am. A ,vol. 6, No. 4, pp. 555-563,1989.  
  
Erdogan, T. Cladding-mode resonances in short- and long period fiber grating filters, J. Opt.  
Soc. Am. A, vol. 14, pp. 1760—-1773, 1997.  
Erdogan, T., Cladding-mode resonances in short- and long period fiber grating filters: errata,  
J. Opt. Soc. Am. A, vol. 14, pp. 1760-1773, 1997.  
  
RESERVADO

Página 77

CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
  
Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 69 de 139 | Rev.:0O  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Apêndice 4A  
Equação de onda em coordenadas cilíndricas  
  
Seja um campo vetorial F = F(r,4,z,t) definido em uma dada região do espaço. O seu  
  
rotacional pode ser escrito na forma,  
  
âà, rã, à  
  
- oF.  
r  
  
w  
)  
“  
  
r ôp Õ rôp & Oz ô “riôr' \* ô  
F F F  
  
Sob a hipótese de uma dependência harmônica com o tempo e a propagação de uma onda  
na direção z positiva, o campo vetorial pode ser escrito na forma  
  
F(r,p,2,1) = F(r,9)e/0P) (4A.2)  
  
Onde & é a frequência angular e ( é constante de propagação. Sob a hipótese (44.2), a Eq.  
(4A.1) pode ser escrita  
  
= |, [(160E R õF. 1(16 õF, ieot=Be  
VxF= —— +jiBF |- jBE 4= |4â ) 2& — EE | |o/(er-A=) '  
x [a,[r o +jb 4,] aª,(]B v + õ ]+a\_ r[r ôr(rFº,) õo ]]e (4A.3)  
  
Sob a hipótese (44.2) derivada temporal do campo vetorial F = F(r,Q,27,1) Se escreve  
  
oF .- 8  
3 jot, p)eÍe A (48.4)  
  
Agora, aplicando os resultados (4A.3) e (4A.4) na lei de Faraday,  
  
= oH  
Vx Ê=n < 4A0.5  
H T (4A.5)  
  
Q  
  
10E. . a Í. õoE. ) . 1/83 õE, : R , ,  
,[;—ã;+],BEw]—a?[]BE, + õ ]+a: r[ôr (rEW) ôw] jca,uº(l-l,a, + H á, +H\_,a:)  
  
Que em termos das componentes vetoriais, pode ser escrita,  
  
RESERVADO

Página 78

CTMSP/IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 70de 139 | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
1 õE,  
jou H, ————-—JBE (4A.6)  
r Oop  
õE.  
jounçãH,=j6E, += (44.7)  
18 1ôõE  
OU H, ==——rE, J+=— 4A.8  
jou, ôr( )+ 7 õo (44.8)  
  
Procedendo de maneira análoga para a lei de Ampére,  
  
VxÃ= Eêê (4A.9)  
  
õt  
  
ou  
  
10H. oH., |, . 1/8 oH, ; a a ,  
[;ô—+],BH ] [j,BH +—ã—]+a:;[ã(rHP)—— do ]=]wa(E,a, +E á, +E:a:)  
  
Que estrita em termos das componentes vetoriais, resulta em  
  
10H. .  
  
joeEk, === =+ jõpH, (44.10)  
r Op  
  
. oH.  
  
JoeEk, == jPH, — (4A.11)  
1 õ 16H  
  
jOWEeE, = H, J=  
J r Or (r ºº) r ô (4A.12)  
  
O próximo passo é expressar as equações em termos das componentes axiais, E e H..Para  
isto, a Eq. (4A.7) é substituída na Eq. (4A4.10), que é, então, reescrita  
  
joOeE, = L2 + Ê [j/?E, + õE:]  
rôp Au, õr  
  
Resolvendo para £,, resulta em,  
  
ng\_,â” Er—lõH:+ p õÕE.  
Ou, rôp ou, d  
  
RESERVADO

Página 79

CT M S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 71 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Mutltiplicando ambos os lados da equação acima por — jOu,  
  
(v?º14e-B)E, J'w#O[lôH"+ Ê õEº]  
  
roôp Áu, d  
Definindo, a constante e propagação radial  
K = uEe-BP=R-P (44.13)  
  
Pode-se, finalmente, escrever  
  
E,= j7 PA 10A , B E (4A.14)  
K r p õr  
  
Para se obter uma expressão similar para a componente, £,, substituir a Eq. (4A4.6) na Eq.  
(44.11),  
  
19E, , H,  
= -['Bíã A ] (4A4.15)  
  
Utilizando a Eq. (4A.11) na Eq. (4A.6), obtém-se a expressão para H,  
  
H ==A |-l , g (48.16)  
r Op õr  
  
e, substituindo a Eq.(4A.10) na Eq. (4A.7), obtém a expressão para H,  
  
j (, 10H — õE  
H, == p +Âoe— (48.17)  
K“| 7 Oop õr  
  
A fim de obter a equação para a componente axial do campo elétrico, £., que descreve a  
propagação das ondas eletromagnéticas, as Eq. (4A.16) e Eq. (4A4.17) são substituídas na Eq.  
(4A.12),  
  
;3 100H. .ÁeW E .woelõE L.we 180 E ,.fplõôoH.  
.]Ú]gE = ] 2 2 ] 2 R = 2 2 '7- : 2 =  
Kx rôr dp K ô K r & K r o K rôp o  
  
RESERVADO

Página 80

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.: 72 de 139  
  
Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Multiplicando ambos os lados por jx\*/mwe  
  
ô'l:;\_. , 1E , 1, ô“Ej +K E =0  
ô rôr r OQp '  
  
De maneira similar, a equação para a componente axial, H,  
  
H 10H. 18H.  
E+ =+ = +  
  
z > E+K H =0  
ô rôr r ô  
  
RESERVADO  
  
(4A.18)  
  
(4A.19)

Página 81

CTM S P /l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 73 de 138 | Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Apêndice 4B  
Desenvolvimento do determinante  
  
J, (xa) o -K ,(0) o  
L1m P E K 00 -2Kiço)  
0 J, (Ka) 0 — Kv(ya) '  
  
ººªl J  
  
m) ÊE% s() SEx ÊEx 0)  
K a y sa  
  
Empregando o método do cofator, (4B8.1) pode ser desenvolvida,  
  
%o am Lx -2 x)  
K Vra á  
Jx ,) o K00 |+  
  
EX m) Ex ÉK 0)  
K a a  
  
En Fs) Z  
-K6) o Jim) — K) |=0 (48.2)  
  
- E om EXm ÊX R 0)  
K Ka .a  
  
O desenvolvimento adicional leva à  
  
EE Si )K (70) - f EJ (xa)Kº(7a)  
  
p  
)  
  
L E () K2 () — PE K (7a) K (7a) J; (xa)J, (1)  
V a Ky  
  
A a)K? (7a)+;º o J () K2 (50)  
  
"  
  
-je ,f;ªªl J () .; (xea) K, (za) K (9a) — É L  
  
—%J5<m>K3(7a) =0  
  
Dividindo ambos os lados por J? (xm) K?(7a) e rearranjando os termos  
  
RESERVADO

Página 82

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 74 de 133 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
e ue K 00) a ue KGA 6KMM) aa Ji(sa) ee J )K ()  
y K0m xx J(kK)DK (1) xº Ji( xy J (k)K, ()  
  
Colocando em evidência a razão K' (7a)/K; (7a) entre os primeiro e quarto termos do lado  
esquerdo da equação acima, e a razão J'(xm)/J, (xa) entre os segundo e terceiro termos,  
  
obtém-se  
  
QKL(W)[CO#USZ Ki(0) ee J;<m>]+ .úºJL(Kª)[w#oEz K00 . ous J;(:«:)]  
7KG60L 7 K6m \* x Jl x 7 Ko0) \* x J ()  
  
=[£z+£z)º  
  
2 2  
ya Ka  
  
Observando que os termos entre colchetes no lado esquerdo da equação acima, podem,  
também, ser colocados em evidência, obtém-se uma forma compacta para a equação  
característica,  
  
(4B.3)  
  
[.wum) ªFK.',(Yª)][ªWogz Ki() aa J;(w)]\_(pv)ªíl R 1)2  
VA  
  
KJ (xa) 7 K) 7 K) K J (Ka) a ó  
  
A Eq. (4B.3) pode ser adicionalmente, simplificada, desenvolvendo o lado direito,  
  
2,2/ 6) , . KiGA | 2 6D 12 KGA (BrY 2. 2x  
KY [YJV(W)HKKV(W)]P /ioslij(m)ww #OEZKKV(W)J—[ " ) (K +7 ) (4B.4)  
  
A fim de expressar o lado direito da equação característica utilizando uma razão entre as  
permissividades elétricas dos meios,  
  
esque-p=k-P (4B.5)  
r=p-aue =9 -k (4B.6)  
Portanto,  
  
RESERVADO

Página 83

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 75 de 139 | Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
K +YV = UE 0 uE, kã[gl 1] (4B.7)  
E  
J K J7 K ? ?  
szzíy CINA v(m)][klzy 268 2 v(ya)] [,Bv) k;[s, \_1] (48.8)  
J, (Ka) K, () J, (z) K, () a Ez  
  
Multiplicando a Eq. (4B.8) por aº/kzºk , obtém-se, finalmente, a expressão para a equação  
  
características para os modos de propagação de uma fibra óptica de seção transversal  
  
circular  
a aa . Kçm (rasem . Kç [(éa )BT  
Lz x J x) \* Kv(ya)J[ K Jv(m)HyªKv(ra)J Hsz 1] KªJ (48,)  
  
RESERVADO

Página 84

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/08/2020  
  
Pág.: 76 de 139  
  
Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Apêndice 4C  
  
Desenvolvimento da equação de característica para uma fibra óptica com duplo  
  
revestimento e índice de refração do tipo degrau.  
  
Seja o sistema de equações decorrentes a aplicação das condições de contorno nas  
  
interfaces, para r=a er=b,  
  
AQJ, (1550) = AJ, (K1a)+ A,N,(K,0).  
  
%[mª Ako<x1a>—xlw#BoJ;<K.a>]=  
K; a  
  
=—Hj;fª[AlJv(KzanAQNV<K2a>]—xzwy[B,J:<:<2a>+BZN;(xza)]%.  
> a  
  
BJJ,(k,a) = BJ,(x,a) + BN, (K,a) -  
  
1 , .oV  
'K\_zlí'ºlªºªonjv('ªlª)ª' ],â; Bko(Kuª):I =  
  
1  
2  
  
AJ, (K1b)+ AN, (K,b) = A,K, (h;b)  
  
= %í“zª)ªz [4J,(x,0) + AN (50)]+ jBE[B, (650) + BJN, (Kzª)]% :  
  
— J í jB % [A (K656) + A,N, (K65b)]— x,0u[B J (K26) + B,N) (bi)]É =  
- %[Bª AK (hb)= em B.K, (iab)] :  
  
BJ (K.b) + BN , (1,b) = B,K,(h;b),  
  
—\_ííkzcºgz [AJÇ (K,b)+ A,N, (bi)]"' ÍB%[BIJV (6,b) + B,N, (bi)]) =  
  
K>  
  
=É[haweaA;K;(%b)+/3—;—BBKV(h3b>].  
  
RESERVADO  
  
(4C.1)  
  
(4C.2)  
  
(4C.3)  
  
(4C.4)  
  
(4C.5)  
  
(4C.6)  
  
(4C.7)  
  
(4C.8)

Página 85

CT M S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Do€:: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág:77de 139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Alguma simplicidade no desenvolvimento poderá ser obtida se a equação  
característica for desenvolvida, inicialmente, para os modos transversais. Seja desta forma, o  
desenvolvimento da equação característica para os modos TE.  
  
Para o caso dos modos TE, as amplitudes 4, =4 =A,=A,=0,e o sistema de  
  
equações, Eq. (4C.1) a (4C.8) se reduz a um sistema homogêneo, de quarta ordem,  
  
UIJ;(UJ \_UZJ;(Uz) 0 \_UzN;(Uz)  
o Esu&b Exm GxuA |é  
h h P á ó B,  
UMÇU) — =UM,U, o -UIN,U,) |g |ºº (4c)  
2 2 2  
h n P n h  
onde  
a=2 (4C.10)  
h  
Ut=a"(k3nt 9) (4C.11)  
Ut=a(kn3 6) (4C.12)  
W2 =6(98º-KREnl) (4C.13)  
  
O desenvolvimento do determinante característico de Eq. (4C.9), leva a expressão  
  
(í—[ª] [J,(aU,)N,(U,) =J U)N, (aU,)]  
  
1  
  
Jª[%]-[Jc(aUz)Nv(Uava(Uz)N:.(aUz)]HK  
  
NE  
  
—Kª[—ª—] [J..<aUz)N;<U2>—J;(U»Nv(avz)]—rl[%] [5;(aU,)N;(U,) = SU )N (aU )]=0  
1 2  
  
Pa 1  
(4C.14)  
onde  
K (W,)  
E 4C.15  
W.K,0,) (4C15)  
J (U)  
= 4C.16  
UJ,U) (4c16)  
  
Seja definir os seguintes produtos das funções de Bessel,  
RESERVADO

Página 86

CT M s P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | DOC.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág: 78de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
D, =S (aU )N (U) =J UN (aU,), | (4C.17)  
q, =J (aU )N; (U,) =J (U)N,(aU,), (4C.18)  
r, = J (aU,)N,(U,)=J (Us)N, (aU,), € (4C.19)  
s, sJ (aU,)N;U,) -J (U)N;(aU,). (4C.20)  
  
Substituindo as Eq. (4C.17) a (4C.20) na Eq. (4C.14), e após algum desenvolvimento  
algébrico, a Eq. (4C.14) pode ser escrita,  
  
2 > 2 2 2  
% [Uª) n 1 JR T [UZJ P K” [Uº] q7= : [UZ] s,=0 (4C.21)  
  
nh ó LERANHA nh  
  
"  
  
que, finalmente, resulta na equação característica para os modos TE,  
  
F q s  
J= +kp, |=| && 4 4c.22  
[aU pV] [ Ú, aU;] (4.22)  
  
2  
  
Para os modos TM, as amplitudes B, =B =B,=B,=0,e o seguinte sistema de  
  
equações homogêneo, de quarta ordem, pode ser obtido,  
  
Ul']x:(Ul) \_Usz,(Uz) o \_Usz'(Uz)  
o BWA Eewmy EBnrub é  
, n ” R n 1A  
S UTJI,(U) UJ (U,) o —Uzsz(Uz) 4 =0. (4C.23)  
2 2 2  
0 [Uº]JV(UJª) sn[Wª]KxWa) [Uª]N,(UJ—º) 4  
á h Pa é K  
onde,  
s; =2 (4C.24)  
E  
. =2 (4C.25)  
8]  
  
O desenvolvimento do determinante do sistema de equações, Eq. (4C.23), resulta na  
equação,  
  
RESERVADO

Página 87

14 Gdoa  
  
CT M S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/08/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág.: 79 de 139 | Rev.:OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
1 (U,) U,(1Y  
1  
+SU, — K 2 | J(U)N,(aU)) = S7533-2| — | UJ (aU,)N;U,) —  
Lé h AN  
, (4C.26)  
  
w  
  
2  
1 U. 1 1V ) , 1  
S“Uzr\_K[Tz] J (aU, IN(U,)+ Sn5S23 í[r——] F(U,)N(aU,)=0  
2  
  
2 1 1  
  
De maneira similar ao desenvolvido da equação característica para os modos TM,  
seja substituir as expressões para os produtos das funções de Bessel, Eq. (4C.17) a (4C.20),  
na Eq. (4C.26), que após alguma manipulação algébrica, resulta  
  
2 2 2 2  
23 ª(ª] r, +JK 2 [UZ] DT SK z [UZJ 9 — Sa1823 !  
2a .  
  
RÃh RAh 2 1  
  
[Uz ]-sv o (4C.27)  
"  
  
2  
  
Finalmente, a equação característica para os modos TE pode ser escrita na forma,  
  
S3h Kq, . SS  
JS , =s, v , Sassy |. 4C.28  
[aUz va] 5..1[ Ú, aUlz] ( )  
  
RESERVADO

Página 88

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág:80de139 |Rev:oo  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 5 Métodos de Propagação de Feixe (BPM)!  
  
5.1 . Introdução ao capítulo 5  
  
A propagação de ondas eletromagnéticas em um meio arbitrário pode ser, rigorosamente,  
descrita pelas equações de Maxwell, em conjunto com as relações constitutivas pertinentes, bem  
como, as condições de contorno. Contudo, o desenvolvimento de soluções analíticas das equações  
de Maxwell para problemas específicos é, normalmente, difícil e para cada solução particular pode  
ser encontrada somente para um limitado número de estruturas simples, tais como trechos de guias  
de ondas ópticos, com índice de refração do tipo degrau. Por outro lado, soluções numéricas podem  
ser simples em problemas mais complexos, que não podem ser resolvidos analiticamente. Para fazer  
uma solução numérica factível, certas hipóteses devem ser feitas para simplificar para equações de  
Maxwell para aplicações específicas. O método denominado de Propagação de Feixe, (BPM) é a  
técnica mais poderosa, até o presente momento, para investigar os fenômenos de propagação de  
ondas luminosas em estruturas axiais de guiamento de ondas.  
  
Entre os diversos tipos de métodos de propagação de feixe, podem-se destacar a  
transformada de Fourier Rápida, FFTº, e o método de diferenças finitas. O ponto comum entre esses  
métodos é a técnica em que as derivadas são discretizadas nas direções transversais à direção de  
propagação.  
  
Este capítulo é organizado como segue. Na seção 5.2, as expressões para a equação de onda  
na forma vetorial é desenvolvida. Na seção 5.3, o método de propagação de feixe, segundo a técnica  
FFT-BPM é apresentado e discutido. Na seção 5.4, o método de propagação de feixe, segundo a  
técnica de diferenças finitas, é apresentado, onde várias abordagens do método FD-BPM são  
discutidas, desde um formalismo mais simplificado, que utiliza à aproximação para-axial, ou de  
  
J BPMéO acrônimo da língua inglesa que denota “beam propagation method”.  
? FFT é o acrônimo da língua inglesa que denota "fast Fourier transform”.  
  
RESERVADO

Página 89

1EG  
  
Í  
  
ii  
  
CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág:B81del139 | Rev:oo  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Fresnel até o formalismo ângulos largos, segundo dos aproximantes de Padé, a formulação semi-  
vetorial da equação de onda, finalizando com a formulação vetorial completa tridimensional.  
  
5.2 —Equações de onda na forma vetorial  
  
A equação de onda para o campo elétrico, E , em sua forma vetorial, sob uma dependência  
harmônica com tempo, pode ser escrita como  
  
VÊ +V[ª : ÉJ+ RE ÊE=0, (5.1)  
8"  
  
onde &, = W j 1,&, , é o número de onda no espaço livre. Admitindo que a estrutura seja uniforme  
  
ao longo da direção z, a derivada da permissividade elétrica em relação a z é nula, e o segundo termo  
da Eq. (5.1), pode ser escrito como  
  
=âíl%5x lâªrE ô lõª Ex.\*\_lââ (5.2)  
8 & \* a d” yôy d&”  
  
E, Ox E  
  
r  
  
Substituindo a Eq. (5.2) na Eq. (5.1) e escrevendo a equação vetorial em termos das componentes  
E, e E,, obtém-se  
  
FE, o1686 FE FE 0[ 1 õE  
  
2 + DE, | +—E+-—E+khie E, — -E, |=0 .  
ox? õx[s, õ J & a ETc [a õ y) 63  
FE, 8(16 FE, FE, 0(/1 e  
  
==+ DE, |F +— Z +he E +——| — E =0 º  
Ex õ\*y[s, Ex YJ & a tTE a” 64  
Observando que  
FE, o(1 e o/(18  
  
e + D E, E )|. :  
ôx” ôx[s, õx ] õx[s &x” )] 6)  
A Eq. (5.3) pode ser escrita,  
o/108 FVE, FE, 0[ 1 E  
  
E ))) E + ke E + =  
  
ôx[& ax(g, \*)J EEA \*+PEDA+ (8 ? Ey] o (5.6)  
  
RESERVADO

Página 90

Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Rev.: DO  
  
Pág.: 82 de 139  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Um procedimento similar conduz a Eq. (5.4), à forma,  
  
| a  
  
2  
  
õE ( E)]+ôôEy+k E ,+  
  
õx2  
  
o  
-.  
  
18  
E &  
  
F)  
&Y  
  
lôgE  
õx  
  
0E,E, + x  
  
)  
  
(5.7)  
  
A fim de completar a descrição da equação de onda vetorial, deve-se obter a expressão para  
  
o campo magnético, H , cuja equação vetorial é dada por  
  
á H+ ErxlvxA)+k2s R =0. (5.8)  
" O desenvolvimento do segundo termo da Eq. (5.8) conduz à seguinte expressão,  
- Ve,X (Vx H )= , 2e, =  
õx õ  
" (VxE, (VxÊ, (VxÊ).  
- E s. , ÔE EN õe = ÕõE =  
- =— (VxH). 4, - — (VxH) á, +| —(VxA) —— (VxA) á 5.9  
ôy( ): ôy( )\_y[ôx( y õy(x )x]ª\_ (5.9)  
  
- (VxÊ),=2E- D  
  
' &Y &  
  
' = oH, oH.  
  
' VxH),=  
  
" VxA), & &d  
  
õH  
  
- (VxH), = :A  
  
YY  
  
Substituindo as expressões (5.10) — (5.12) da Eq. (5.9), pode-se escrever,  
  
=) õe (OH, oH, ôe, [ OH, eõH,  
" + õs,[ôHx õH:J\_\_âE, om oH, ã  
" ôx ô & yid && '  
  
RESERVADO  
  
Observando que as componentes do rotacional, em coordenadas cartesianas são escritas na forma  
  
(5.10)  
  
(5.11)  
  
(5.12)  
  
(5.13)

Página 91

CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 83 de 139 Rev.: 60  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A Eq. (5.8) com a Eq. (5.13) passa a ser escrita em termos das componentes  
  
? ? oH  
ôfíx ôffx lôgrôHX+õH+k8H 1 õe, P0 (5.14)  
õx y e d ô [ E Oy Ox  
PH oH, & H, & H,  
ô » 1 ôe, H, m +ReH,+ 1868 ,0H, . (5.15)  
Ox & Ox dx y” z” ôx õy  
Observando que  
2 ? [1 ôHx]\_õ“lfx 1 ôe, OH, (5.16)  
WE Y e d&  
E  
oH P H oH  
i o(/1 0oH, \_ô L 1 ôe, H, (517)  
Oxle, ôx ôx e & õx  
As Eq. (5.14) e Eq. (5.15) se escrevem  
? oH,  
f l'fx +e8, 2 0|/120H, ô H, QEx +L 1ôe =0 (5.18)  
Ox” "ôyle & ôz E, ôy F  
oH & H, õ H,  
0o[/10H, 2E , +he e + 168 H, (5.19)  
Oxle, Ox Oy” º 8 ô d  
  
No caso partícular, e de interesse neste trabalho, os campos, E,(x,X,2), E ,(X,y,2), H, (x,y,2),  
Hy(x, Y,Z), se propagam ao longo do eixo axial z, podem ser separados em uma função envoltória  
  
de variação lenta multiplicada por um termo de fase de oscilação rápida, isto é,  
  
E(X%,X,2) Ê, (X,V,Z)  
E (xy,2) | | E,(%x,X,2) ”  
HX(X,JAZ) H +(X,Y,Z)  
H, (x,y,2) Hy(x, Y,Z)  
  
(5.20)  
  
Que substituído na segunda derivada em relação a z, resulta  
PE : 0 )oE ”  
  
A =e"F|—| j2 2 BE 5.21  
Oz\* [ (] p ôz] õz Ê X] 621  
  
RESERVADO

Página 92

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág.: 84 de 139 Rev.: 0D0  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
E, em expressões similares para as demais componentes dos campos elétrico e magnético.  
Substituindo a Eq. (5.21) na Eq. (5.6), e observando que o fator de fase é comum a todos os termos,  
  
, 8 )oE, o = EÊ , -  
  
E, Ox õ 8 ôy  
  
E as demais componentes Eq. (5.7), Eq. (5.14) e Eq. (5.15), são escritas na forma  
  
8)oE, VYEÊ, a(18/ - , = BO/188  
  
PB > » E )|+(k2e, — 2JE +— | — 2E E 2  
PÊ jA s +ôy[£,ôy(€' y)]+(ºª' &) y+õy[8, õx ] 623)  
. 0 )oH, VH o/(16H > y 168 60H  
  
2 x — - x kig — BIH 4— RL 24  
PB Oz/ / ô õx +8'ôy[€, õ ]+( oê B) X+s, d ôx 629  
, 6)0H 8 /1 2oH, õH 1, ôH  
  
2B =— Y — k2 — :  
PÊ & ªaxía ôx] +lkês -BE + E & (5.25)  
  
E possível expressar o sistema de equações (5.22) e (5.23) utilizando uma notação matricial  
  
É SE , É  
  
Onde  
= oO/18/=)) FE ,, 2Nx  
  
PÊ = E ) |+ E +(k2 2 )É  
  
É. õx[ã, E ,)] . +(t2e, - PJE, (5.27)  
- oO/108 x  
  
P É =2| = 2E E  
  
D alE & ,) (5.28)  
— FOÊ, o(18/ = , 2N  
— 8/ 188mx  
  
P ÊE =2 |%E  
  
nEy ôy[ E & ] (5.30)  
  
Uma expressão similar a da Eq. (5.26) pode ser escrita para o campo magnético,  
  
RESERVADO

Página 93

CT M S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 85 de 139 Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
[1'26“3)3 FF 2 (5.31)  
z JO|H,) |P P,MNH,  
  
Onde os elementos da matriz tem, agora, a forma,  
  
x PH o/16H 2 2V  
PLH 2+e, & |+|hkhãe, - B H, (5.32)  
P ]'\_Íx =l\_ôíª (5.33)  
” e & d  
” o(168H,) H, ,, o  
P H,=€, & | +—2+(ke — B 5.34  
W y r ôx 8,. ôx ô))- ( 0oEr B )Hy ( )  
z 186 60H  
P H, == — á 5.35  
“ > é & ô 6.35)  
  
É de relevância observar uma diferença fundamental entre o desenvolvimento das soluções  
teórica e numérica. No cap. 4 a solução para a propagação de ondas luminosas em guias de ondas  
ópticos foi construída a partir das componentes axiais, E. e H. e, então, as componentes  
transversais foram calculadas. Já no caso do método de propagação de feixe, as componentes  
transversais são inicialmente determinadas e, então, o sistema é iterado a fim de determinar a  
propagação dos campos.  
  
5.3 O método de propagação de feixe segundo a transformada rápida de  
  
Fourier (FFT-BPM)  
  
O método FFT-BPM foi amplamente utilizado no projeto de guias de ondas ópticos até o  
desenvolvimento dos métodos de propagação de feixe utilizando diferenças-finitas. Os principais  
óbices do FFT-BPM são aqueles devido à própria natureza da FFT, isto é, longo tempo de  
computação, a largura de discretização na direção transversal deve ser uniforme, a condição de  
contorno transparente, a ser discutida na seção 5.4, não pode ser aplicada, larguras de discretização  
muito pequenas não podem ser utilizadas, a polarização não pode ser tratada, é inadequada para  
guias de ondas ópticos como elevada diferença de índices de refração, o número de pontos de  
amostragem deve ser uma potência de 2, e os passos de propagação devem ser pequenos. Contudo,  
apesar de suas limitações o FFT-BPM foi o primeiro método a ser desenvolvimento e,  
conceitualmente, apresenta uma linha de raciocínio interessante e útil.  
  
5.3.1. Equação de onda  
  
Seja a equação de Helmholtz que é obtida a partir de Eq. (5.1) em sua forma escalar,  
  
RESERVADO

Página 94

CT M S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc-: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág.: 86 de 139 Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio €. Motta  
2  
v d Rn (x,y,Z =0 (5.36)  
VW (X,Y,2) + - V(x,yY,2) +hyn (x,y,2)W(Xx,yY,2) = .  
Z  
  
2 " P  
onde V” representa o operador de Laplace em coordenadas cartesianas transversais,  
  
s.  
  
Vi=<—T+<y,  
\* a d  
  
(5.37)  
e a função de onda,W(x,y,z), pode representar as componentes E, ou E,. Neste método é  
utilizada a aproximação de que o envelope de ondas Q(x,y,z) varia lentamente, conforme  
discutido na Seção 5.2, quando comparado com a função de onda w(x, y, z), que se propaga com a  
  
velocidade da luz ao longo da direção + z . Sob esta hipótese, a função de onda pode ser escrita  
como  
  
v(x,y,2) =d(x,y,2)e É, (5.38)  
  
onde À é a constante de propagação, incógnita do problema. Substituindo (5.38) em (5.36) e  
realizando as derivadas, o termo, podendo ser cancelado, resultando na seguinte equação,  
  
õ ? 2 2 2  
0% ? —Vlç5+k5(n'—nfjf)a$. (5.39)  
  
2j =  
Vdrasra:  
  
Quando a derivada segunda, em relação à coordenada axial, da Eq. (5.39) puder ser desprezada, tal  
  
aproximação é denominada de para-axial ou aproximação de Fresnel. Caso contrário, a formulação é  
denominada de ângulos largos. Sob a aproximação de Fresnel, a Eq. (5.39) se escreve,  
  
.n O 2 2/ 2 2  
ZJ/ªô—f =Vig+kR( n% (5.40)  
  
A Eq. (5.40) pode ser integrada formalmente, resultando em  
  
L freeae e  
  
éd(x,y,Az) =e \*Éº $d(x,3,0). (5.41)  
  
Desse modo, a função de onda Q(x, y, z + Àz) , que descreve o avanço da função Á(x,X,z) por um  
intervalo Az na direção de propagação, pode ser escrita como  
  
GE leoe, dh  
d(x,y,2+Az)=e \*A e g(xX,2) (5.42)  
  
Se for definindo a grandeza  
  
RESERVADO

Página 95

CT M S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 87 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
2  
ho (  
2 2  
Z=———º—(n —n )Az, (5.43)  
2B á  
  
a Eq. (5.42) pode ser expressa segundo,  
  
E A  
d(x,y,7+Az)=e \*) ee \*% d(x,y,7) (5.44)  
  
Quando o índice de refração na região de análise puder considerado uniforme, y será nulo. Nestas  
condições, a solução para a equação de onda será reduzida a uma forma simples,  
  
—A  
  
d(x,y,2+Az)=e \*É Vlçó(x, y2). (5.45)  
  
Sob o ponto de vista físico, o operador  
  
e %, (5.46)  
corresponde à propagação de Á(x,y,z) sobre um incremento Az no espaço livre. Desta forma, os  
primeiro e terceiro termos na Eq. (5.44) correspondem à propagação do espaço livre da frente de  
onda da luz no incremento Az/2. O segundo termo corresponde ao deslocamento de fase, similar  
  
aquele produzido por uma lente.  
  
A fim de obter uma forma explícita para o operador propagação, no espaço livre, a  
transformada rápida de Fourier será utilizada, sendo esta técnica denominada de análise espectral. A  
transformada de Fourier discreta, isto é, o domínio espectral da função de onda é  
  
- MANA \_jz,[['"xx '?'J  
Ónml2)= 2> d(%x,y,2)e (5.47)  
m=0 n=0  
Onde  
x= mÃx Yy=nNy X = MAx Y = NAy (5.48)  
A transformada de Fourier inversa discreta é  
MA NA sz[%%)  
d(x,,2)= > X dn(De (5.49)  
  
me-M/2 n=-N/2  
  
RESERVADO

Página 96

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 88 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
Az ÚVÍ MPA NPA " ['Í(x ';,\_y]  
dMx,1,Z+—)=e Z Z ç?m (z +—)e (5.50)  
2 me-Mf2ns=N/2  
MPA NA PEA  
x Y  
  
$(X,Y,Z +—)- >2 qum(z)e  
  
me-M/2ns-NP2  
  
(5.51)  
  
Resumo do procedimento para a solução de Eq. (5.36) utilizado a técnica FFT-BPM para um  
incremento Àz .  
  
1) na distância axial z, calcular a função de onda no domínio espectral q?mn(z) por meio cálculo  
da transformada de Fourier discreta da função de onda é(x,y,2);  
2) A fim de obter a função de onda transformada ç;mn(z+Az/2), na posição axial Az/2,  
  
multiplicar pelo operador,  
  
Esta multiplicação corresponde a propagação ao longo da distância Az/2 no espaço livre  
  
3) Tomando-se a transformada de Fourier inversa da função de onda no domínio espectral  
Ãm (z+Az/2), obtida no segundo passo, obtém-se a função de onda no domínio do espaço,  
P(x,y,2+Az/2), na frente da lente para o desvio de fase. À seguir, multiplicando pelo  
  
termo de desvio de fase devido à lente por eXxp(—jy), obtém-se a função de onda do  
domínio do espaço exatamente após a lente,  
  
e t b(X,Y,2+ %) .  
  
4) Tomando-se a transformada de Fourier da função de onda no domínio do espaço após a  
lente de desvio de fase e multiplicando por,  
  
,  
  
que corresponde a propagação sobre uma distância axial Az/2 no espaço livre, obtém-se a  
  
função de onda no domínio espectral, q?,,m(z+Az), na posição z+Az.  
  
5) Quando a expressão da função de onda no domínio do espaço, na posição Á(x,y,2+Ãz)  
for necessária, toma-se a transformada de Fourier inversa do função de onda no domínio  
  
espectral ;Zm (Z+ Az), obtida no passo 4.  
  
Formulação de ângulos largos.  
  
RESERVADO

Página 97

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 89 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Na formulação apresentada, a derivada segunda da função envoltória de variação lenta 9(x,y,2z)  
em relação à coordenada axial, foi desprezada. Quando não for possível utilizar a aproximação de  
Fresnel, a Eq. (5.39) que, sob a hipótese adicional,  
  
d(%x,y,2) = A(x, y)e” (5.52)  
  
poderá ser escrita na forma,  
  
2jBr =7 =Y"+kB(R—n2,). (5.53)  
  
Portanto,  
  
P 2jBr+Vi+kRB(e-ni,)=0,  
  
que, resolvendo, fornece as raízes  
  
y= jBEj ÍB +V +kºªinº —nã.ri (5.54)  
  
Desta forma, a solução para a função de onda &(x,y,z+Az) poderá ser escrita na forma de um  
operador sobre a função de onda em Ó(x,y,2z).  
  
j[pf Bavicele-, ] s  
  
d(x,,2z+Az)=e Fó(x,,2) (5.55)  
  
É possível expandir a expressão sobre o sinal da raiz, se for observado que, koª(nZ —nã,.)« B+Vi,  
  
=  
  
N/BZ“LVÍ'\*"kUZ(”Z—”eZJy):N/,BZ+Víl:l+M] = BZ+V2+IM (5.56)  
  
BAVi "28B+V  
  
A expressão da Eq. (5.56) pode ser, adicionalmente, simplificada se forem observados as seguintes  
hipóteses  
  
Vis<fÃ.,e  
  
( =nà)=(n+ngnn)=2n,01=n5).  
  
Além disto, a constante de propagação É = kon,g - Portanto, a Eq. (5.56) se escreve  
  
RESERVADO

Página 98

CTM S P /I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | DOC.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 90 de 135 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
7 7 k?n  
B Vi n )= B +V º[;ff M=ng)= 5 +V +kÓn=ng) (5.57)  
Substituindo a Eq. (5.57) na Eq. (5.55), a função de onda, Ó(x, y, z + Áz) , se escreve,  
  
(/8Vi-6)a:  
  
d(x,y,2+Az) = e UT E, Ó(x,3,2). (5.58)  
  
A fim de reduzir os erros devido ao arredondamento numérico, o termo na exponencial pode ser  
escrito na forma,  
  
V  
  
VB +Vi - Bapte— (5.59)  
NB +Vi+B  
  
Com a ajuda da Eq. (5.59), a Eq. (5.58), pode ser escrita em uma forma simetrizada,  
  
a ) A i  
ST EA ( 2.  
d(x,Y,27+Az)=e Nic çQ 28 "Ví"pçó(x,y, z). (5.60)  
  
Desta forma, o operador para a propagação ao longo de uma distância Az/2 na aproximação de  
Fresnel, corresponde àquele da formulação de ângulos largos por meio da correspondência,  
  
jás =V  
JAsoa FE d  
Vi 2 Í8Ç  
4 º NBAVIAB  
e B < e "” (5.61)  
Aproximação de Fresnel Formulação em ângulos largos  
  
tnieantnõs do Piiso Gauaiano Propagado  
  
Figura 5.1. Aplicação da técnica FFT-BPM para a propagação de um pulso gaussiano ao longo de uma fibra óptica com m=  
1,47, n2= 1,462, 1=3,0 um e Àp=1,55 pm.  
  
RESERVADO

Página 99

Projeto: Convênio 42000/2013-064/00 Área: 16  
CTMSP/IPEN |=  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 91 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A FIG 5.1 ilustra a aplicação da técnica FFTI-BPM implementada em Matlab, para a  
propagação de um pulso gaussiano ao longo de uma fibra óptica com Índice de refração do tipo  
degrau, com a frequência normalizada, V = 1,86. A FIG. 5.2 ilustra uma propagação multimodal ao  
longo da fibra óptica devida à elevação do raio do núcleo fibra de 3,0 um para 10,0 um.  
  
Intensidade do Pulso Gaussismo Propegado  
  
Figura 5.2. Aplicação da técnica FFT-BPM para a propagação de um pulso gaussiano, no núcleo, ao longo de uma fibra  
óptica com n1= 1,47, n2=1,462, r1 = 10,0 um e À = 1,55 um.  
  
Imeraldade do Puixo Gaussiano Propagedo  
  
Figura 5.3. Aplicação da técnica FFT-BPM para a propagação de um pulso gaussiano, no núcleo, ao longo de uma fibra  
óptica com duplo revestimento. n1= 1,47, nz = 1,462, nz=1,458, 11 =3,0 um, r2=16,0 um e Ào = 1,55 um.  
  
RESERVADO

Página 100

CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 92 de 139 Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A FIG 5.3 ilustra a aplicação da técnica FFT-BPM implementada em Matlab, para à  
propagação de um pulso gaussiano ao longo de uma fibra óptica com duplo revestimento e com  
Índice de refração do tipo degrau, n1= 1,47, n2=1,462, na3=1,458, 1. =3,0 um, 1= 16,0 um e Ao=1,55  
um. A FIG. 5,4 ilustra uma propagação no primeiro revestimento da fibra.]  
  
ntemuidado de Putso Gavesiano Progagado  
  
Figura 5.4. Aplicação da técnica FFT-BPM para a propagação de um pulso gaussiano, no revestimento, ao longo de uma  
fibra óptica com duplo revestimento. n1= 1,47, n = 1,462, na3=1,458, 11 =3,0 um, r2=16,0 um e À = 1,55 um.  
  
5.4 . O método de propagação de feixe segundo a técnica de diferenças  
  
finitas (FD-BPM)  
  
O FD-BPM é um método muito poderoso é tem sido amplamente utilizado em projetos de  
guias de ondas ópticos. Entre os diversos métodos FD, o esquema implícito desenvolvido por Chung e  
Dagli é o estado da arte, se forem consideradas a exatidão, a eficiência numérica e a estabilidade. O  
método é incondicionalmente estável e, particularmente, vantajoso não somente porque ele  
permite. Em adição, a condição de contorno transparente (TBC), que é simples e não requer cuidado  
especial para a sua implementação, foi desenvolvido por Hadley. Um esquema de ângulos largos  
utilizando os aproximantes de Padé, também, foi desenvolvido por Hadley.  
  
O formalismo da equação de onda vetorial foi apresentado na seção 5.2 deste trabalho.  
Porém a abordagem a ser conduzida, considerar-se-á, inicialmáente problemas mais simples e, a  
medida que o desenvolvimento for avançando, chegará na formulação da equação vetorial de onda.  
  
Equação de onda  
  
Para a formulação do método FD-BPM, seja considerar a equação de onda para um guia de onda  
óptico, cuja estrutura na direção y é uniforme. Tendo em vista que a estrutura na direção y é  
considerada uniforme, as derivadas em relação y podem ser consideradas nulas, e as componentes  
escalares das equações de Maxwell são escritas na forma  
  
RESERVADO

Página 101

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnalógico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 93 de 139 ' Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
= Ê =-jou H, (5.62)  
Z  
õE, OE  
——Z 2E =—-jiqu, H (5.63)  
d& & JONUÇO,  
õE,  
E =—-jouH. (5.64)  
õx '  
õH,  
—— -= jos(s, E, (5.65)  
õz  
oH, oOH  
—E-—E=joss, E 5.66  
dx a | S06E.É, (5.66)  
aH, .  
= joss, E, (5.67)  
õx  
  
Modos TE. Considerando as componentes Ey e H,como as componentes principais, será  
necessário obter a expressão para a equação de ondas para as elas. No caso dos modos TE, as  
componentes E,, E. e Hy são nulas, sendo que  
  
\_% =-jou H, (5.68)  
  
Z  
  
õE  
  
T =jouH, (5.69)  
X  
  
oH, OH, .  
  
z —õ—x'=\_]a)€ºârEy (5.70)  
  
Derivando a Eq. (5.68) em relação a z e a Eq. (5.69) em relação a x e, então substituindo os resultados  
na Eq. (5.70) obtém-se  
  
FE, FE, ,  
"R +kys,E,=0 (5.71)  
  
A representação para a componente H, é obtida utilizando um procedimento similar, que resulta  
  
em,  
FH, OH  
ôZº\* t ôx; rkie H,=0 (5.72)  
  
No caso dos modos TM, as componentes H,, H. e Ey são nulas, e as equações que descreve a  
  
propagação as seguintes,  
  
ÕOE, OE. :  
—õ—z—ní=\_]ªwºHy (5.73)  
  
RESERVADO

Página 102

CT M S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauto/ — | Doce.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 94 de 139 Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
H, .  
- = josE, E, (5.74)  
Z  
oH, .  
= joEs E, E. (5.75)  
X  
  
A equação de onda para E, é obtida derivando a Eq. (5.74) em relação a z, a Eq. (5.75) em relação a  
  
x, e substituindo as expressões resultantes na Eq. (5.73), que pode ser escrita na forma  
  
ô'E,x 22 lí(e,Ex) +kie E,=0 (5.76)  
Oz”\* Oxle x  
  
Segundo um procedimento similar, pode-se escrever para a componente, Hy  
  
2  
  
Drre -ª-[l . )+kâs,Hx =0 577  
Oz” Oxle, Ox  
  
Formulação FD-BPM  
  
A formulação FD-BPM será discutida com base o esquema implícito desenvolvido por Chung e Dagli.  
  
Na formulação apresentada o domínio será 2D e a discretização será considerada equidistante para  
  
assegurar a exatidão de segunda ordem.  
  
Modo TE. A equação de onda para a componente Ey é, segundo a Eq. (5.71),  
  
FE, FE, ,  
L+—Z+kie E =0 (5.78)  
ozº & º  
  
rOy  
  
Como na formulação FFT-BPM, utilizando a aproximação de que a envoltória varia lentamente, o Ey  
que se propaga ao longo da direção z, pode ser escrito como o produto de uma função envoltória e  
um termo de fase,  
  
Ey(x, y, z) = çz)(x, y, z)e'w: (5.79)  
Substituindo a Eq. (5.79) na Eq. (5.78), obtém-se a equação de onda de Fresnel  
  
n nob d ,, 2  
  
2fb——=—>+khle, —n 5.80  
J2b Ex o( r e])Ó ( )  
A fim de discretizar a Eq. (5.81), as coordenadas x e z, a função de onda Á(x,z) e a permissividade  
  
relativa £,(x,2),são escritas da forma,  
  
RESERVADO

Página 103

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2013-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 95 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
x= pAx (5.81)  
z=1Az (5.82)  
d(x,2)=0, (5.83)  
E,(x,2) =E8:(p) (5.84)  
  
Nestas condições a Eq. (5.80), se escreve, tem termos de diferença finitas,  
  
ôZÓ = 1 íúp+1 —áp - Óp \_$p—l ?p—(—l —Záp +€úp\_| (5.85)  
& Ax Ax Ax (ax) i  
E  
Kile, -nà, b =kRle (D -n2; d6, (5.86)  
Substituíindo Eq. (5.85) e Eq. (5.86) na Eq. (5.80), pode-se escrever  
  
19 n D%  
12/5'6—; = a d/. +la,+kle,(p)-ni o +adra (5.87)  
Onde  
a =— (5.88)  
  
ax '  
a —; (5.89)  
  
(x i  
a,= ——A (5.90)  
  
“ ( i  
A discretização do lado esquerdo da Eq. (5.85) resulta em  
  
. ôó Í $!+1 \_Ó!  
  
2b = fapLãAE 5.91  
P2b d) P " (5.91)  
E, Finalmente, a expressão para a equação de diferenças finita para os modos TE  
  
+ e 4' 2  
a»[v+1€ó;[;-11 f í a 4j Aí K [sía(p)\_nsí]%#u \_a;qáí;zl -  
4 2 2  
=a, íH+íaí+j£+k;[s£(p>—n;,f]%qá;+a:as,',+1 (5.92)  
  
RESERVADO

Página 104

CTM S P /l P E N í Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág.: 96 de 139 Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Modos TM. Para os modos TM, a equação de onda é aquela apresentada na Eq. (5-.77)  
  
PH ,  
s=+E, 9 ,12H, +kye, H,=0 (5.93)  
Oz” Ôxle, ôx  
  
Que sob a hipótese da envoltória com variação lenta da envoltória,  
— /  
  
Obtém-se a equação de onda na formulação de ângulos largos  
  
nn 6b Sh o[/1 2 2  
PÊ E s'ôx[a, ôxJJrkº(g' "eí)ªª (5.95)  
  
Considerando que a derivada segunda em relação à coordenada axial pode ser desprezada, obtém-se  
a equação de onda de Fresnel  
  
oob o/106) , 2  
B =g — | — —n  
PBPTAA õx[e, âx]'\*'ko (e, -n25 )ó (5.96)  
  
A fim de discretizar a Eq. (5.96), as coordenadas x e z, a função de onda Á(x,z) e a permissividade  
  
relativa £,(x,2),são escritas da forma,  
  
x= pÃx (5.97)  
z=[Az (5.98)  
d(x,2)=O, (5.99)  
E (x,2) = £(p) (5.100)  
  
Utilizando as Eq. (5.97) — (5.100), o termo da derivada da função de onda Á(x,z) em relação à x, da  
Eq. (5.96) se discretiza segundo:  
  
É \_l\_\_õ\_â — 1 1 $p+1\_áp 1 áp—úp\_l  
E'ôx(é:, ôx] 8'(p)Ax[5,(p+1/2) Ax e(p-V/1) MA ] (5.101)  
  
Onde  
  
RESERVADO

Página 105

CTMSP / IPEN 1Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | DOc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág:97de139 | Rev:0O  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
e (p+D 2E PHDTE(D) (5.102)  
2 2  
1 —l  
e (p-d+EDFE(P-D (5.103)  
2 2  
Portanto, a Eq. (5.101), se escreve em termos de equação de diferença,  
o/10  
E ôx[g õf) =0,b,1+A,d, +A bn (5.104)  
Onde  
a, =— ) — 2&( (5.105)  
(Ax)\* E (p)+e,(p-D)  
a =— — 2E . (5.106)  
(Ax)' e (p)+e, (p+D)  
a,= 1 ; 28(p) 1 ; 2€,(p) (5.107)  
(Ax)\* e (p)+e(p-l1) (Ax)' e (p)+e,(p+l)  
Para o segundo termo do lado direito de Eq. (5.96), a equação de diferenças se escreve  
kã(s, —njfl,)çó =Kk (e, (p) —nfj,)qip (5.108)  
Substituindo as Eq. (5.104) e Eq. (5.108) na Eq. (5.96), pode se escrever  
BÊ - +fa, + |e (D =n2,]6, +  
SP b FFR lE, D) =A5 10, FA Ón (5.109)  
A discretização do lado esquerdo da Eq. (5.109) fornece,  
22b qj'“ \_ál  
2BE = jogte — 5.110  
2b ax ) p A (5.110)  
  
Finalmente, a expressão para a equação de diferenças finita para os modos TM, pode ser escrita na  
forma  
  
468 ;  
HHA , HA . 2541 2 E REAA  
f ,,wl«í a tiT Rl (p-nk 6 -algs  
  
Abp  
=a, ,,,\_1 '\*Áªíª']z  
  
+ki [sí (D)-n& ]%q)l[, +ab. (5.111)  
  
RESERVADO

Página 106

CTM S P / I P E N t Projeto: Convênio 42000/2013-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 98 de 139 Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A condição de Contorno Transparente  
  
Nesta seção será apresentada a condição de contorno transparente desenvolvida por Hadley, já que  
é uma técnica eficiente para suprimir as reflexões no contorno e, adicionalmente, é fácil de  
implementação em programas computacionais. Seja considerar uma janela de análise,  
unidimensional, que contém nós em p=1 e p=M. Seguindo a abordagem de Hadley, seja  
  
incorporar os nós p=O0 e p= M+1.  
Contorno do lado esquerdo:  
  
A influência do nó hipotético que está fora da janela. A função de onda para a onda que se propaga  
para a esquerda com numero de onda &, é expressa segundo,  
  
d(x,2) = A(z)e"” (5.112)  
  
Se for representado as coordenadas e os campos nos nós p=0,1,2, por XNo,X1,%7 E çóº,q%,çúz, e  
  
adicionalmente, considerar,  
  
d = A(E)e"\* (5.113)  
d = A(2)e" (5.114)  
do = A(2)e" P (5.115)  
  
Onde & ,, são os campos no interior da janela, e é, é o campo hipotético cuja influência deveria  
  
ser incorporada no campo do interior da janela de análise. Dividindo-se a Eq. (5.115) pela Eq. (5.114)  
pode-se escrever,  
  
ax — o  
[G  
  
onde Ax =%x,— x =X — x,. Portanto, tomando o logaritmo de ambos os lados, a expressão para  
  
e ==  
  
k, pode ser escrita,  
  
1  
k,= jTAxln(m)'  
  
E, finalmente,  
  
d =/c ". (5.116)  
  
RESERVADO

Página 107

CTM s P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnotógico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág:99del139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A condição de contorno para o lado direito é obtida utilizando-se o mesmo raciocínio, que resulta em  
— jk  
  
du =be PE (5.117)  
  
Programação  
  
Deve-se agora incorporar a condição de contorno TBC ao programa computacional. Para o esquema  
de FD na direção de propagação, o esquema mais amplamente utilizado e aquele de Crank-Nicolson.  
  
O problema a ser resolvido consiste em se obter os campos incógnitas, çó”l, na posição axial z +Az,  
por meio do conhecimento do campo em çú' , onde os índices / e / +1, correspondem às posições z  
  
e z+ Àz . Portanto, utilizando-se a Eq. (5.111) ou Eq.(5.92), obtém-se a equação de diferenças  
  
o A  
d =A b =  
  
. 4 2 2  
caiói+lairiÊneo il — 6u  
  
" 4 2 +| 2  
  
Z  
  
Analisando a equação de diferenças, Eq. (5.118), pode-se observar que os campos incógnitas em  
z+Az são çáí:ll, çóí,\*l e í:v e os campos conhecidos em z são í,\_,, (úí, e (]5,',,,, para o intervalo  
p=1l até p=M. Considerando os coeficientes incógnitas A(p), B(p), C(p) e o valor  
conhecido D(p), definido segundo,  
  
A(p)=-a]", (5.119)  
B(p)= í- cA —í—f -R e”(p)- náf]%, (5.120)  
C(p)=-a", (5.121)  
Dim=ass1,+ a + Al la aa G.122)  
  
a Eq. (5.118) pode ser escrita em uma forma simplificada  
APdS + B(P)G6," + C(p)dia = D(p) (5.123)  
  
Contorno à esquerda p=|1  
  
Como mostrado na Eq. (5.116), o campo &, no nó hipotético é expresso como  
  
Éóo =9517Ll  
  
RESERVADO

Página 108

CTM S P / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Poc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág.: 100 de 1383 ) Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
onde  
  
1 1  
  
(5.124)  
  
Tendo em vista que o parâmetro y, é determinado utilizando-se os campos conhecidos em 2z, isto é,  
  
em , y, é conhecido. Desse modo, a Eq. (5.123) é reduzida para  
BDA +COE" = D)  
  
Onde  
  
/ +) + -4 2 + 2  
B) =-a, In% av+j Af-ko[«ºí1(1)—%]%  
CO =-a7"  
  
DO)=aid+ íªí + jí—fª+ Be'oO- n;,—]%a.' + a  
  
Contorno a direita, p= M  
  
Utilizando o mesmo raciocínio da condição de contorno da esquerda.  
  
AlA + B(OMDdi = D(M)  
onde  
  
A(M) = a  
  
p H H -45 2/ 2  
B(M)=-a!' wí aj+ TE lenao =n |  
DD =aldies +atra+ai+ SÊn leson i la  
  
Resumindo, e montando o sistema na forma matricial  
  
RESERVADO  
  
(5.125)  
  
(5.126)  
(5.127)  
  
(5.128)  
  
(5.129)  
  
(5.130)  
  
(5.131)  
  
(5.132)

Página 109

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág.: 101 de 139  
  
Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
B) CM 0 O o d  
AQ) BO) CÔ) O o i  
0 43 BO COÔ) o )  
o o " ' : f  
  
O Q Q TT . o  
  
: : : : CIM-1) çó'“  
0 o o o 0 AM BM Ng"  
  
DO)  
DO)  
DO)  
  
D(M-1)  
D(M)  
  
5.5 Análise utilizando os ângulos largos e os aproximantes de Padé  
  
Na análise conduzida até este ponto, as discussões tiveram como base a equação de Fresnel,  
isto é, na aproximação para-axial. Nesta seção, o método de propagação de feixe em ângulos largos,  
baseados nos operadores aproximantes de Padé e o método multi passos, desenvolvidos por Hadley  
  
serão discutidos.  
  
Os operadores aproximantes de Padé  
  
(5.133)  
  
Quando a segunda derivada em relação a z na equação de onda não é desprezada, a equação e onda  
  
é  
  
Bªªªª Pó  
  
Onde P para os modos TE  
  
2  
  
E, para os modos TM,  
c/(16ô 2  
P=E& — +ko n  
"ê [g õx ] E - Pa )  
A Eq. (5.134) pode ser resolvida formalmente,  
  
f jo jP  
ôZ[l ZBôquj Z,Bá  
  
d —jPPf  
d 1+(j/26)(0/0e)  
  
RESERVADO  
  
(5.134)  
  
(5.135)  
  
(5.136)  
  
(5.137)

Página 110

- CTM S P / I P E N 1 Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnotógico da Marinha em São Paulo/ — | Poc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 102 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Quando a derivada em relação a z é desprezada, a Eq. (5.137) é reduzida a equação de Fresnel. Aqui,  
a derivada em relação a z é considerada como uma relação de recorrência.  
  
o  
"” õz  
  
= jP/26  
. 1+(1/20)(0/0)  
  
(5.138)  
  
nl  
  
A seguir serão apresentadas as expressões explicitas para várias ordens da relação de recorrência.  
- Inicialmente, seja a equação de partida.  
" õ  
Oõz  
  
=0  
a (5.139)  
  
A seguir são apresentadas as expressões para a correspondente WA abertura larga  
1. WA de ordem zero (aproximação de Fresnel)  
  
" f — jP/2fB .P  
" n =A = j 14  
. &l . j;jol "2 (5.140)  
— 14+ ==  
" 26 ê  
''''' 2. WAde primeira ordem  
” õ — jP/2 — jP/2 P/2  
- 32/26 2Ê —— ; 23Ê, (5.141)  
; õz|, 14 ) F) 14 ) jP 1+P/2b  
: 2B 6e, 2Bl 26  
- 3. WA de segunda ordem  
ô — jP/2 — jP/2 PRp+Pº(868?  
; jP/26 PB — PRP+ /f[f (5.142)  
d&h , d) 17 [/=jP/26 1+P/2f  
| 26 e 2b 1+P/26?  
- 4. WA deterceira ordem  
' 0) —jP/26 =P/26 j 22b+ PP (5.143)  
' &h 1, 5 ( f ;PRB+P/SE 1+3P/498º +Pº/16B: |  
" 2b , 2f 1+ P/26?  
  
RESERVADO

Página 111

CT M S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauto/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 103 de 139 | Rev.:0O  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
5. WA de quarta ordem  
  
õ — jP/2B — jP/2B PRPB+3Pº/868º + Pº/328"  
= - = — TT =2) - . z (5.144)  
[24 A AcA M =RB+PTAB) 1+ P/Bº +3Pº/16B  
2bê&, — 2fb1+3P/AB +Pº/16B'  
6. WA de quinta ordem  
o) —iP/2b — jP/2B  
&l 27l ,7 -APRB+3P/BE +P/2A)  
26 õe, 2b 1+ P/Bº+3Pº/168'  
2 3 3 5  
P/2,B+7P /2/3 +34P 1[32B : (5.145)  
1+5P/48º +3Pº/8fB +P\*/64B  
7. WA de sexta ordem  
d LTA PPA .  
dek ,| ( d/ , PRAB+P/RO+3P/320  
2f e 2Bl " 1+5P/AB +3Pº/8B + PS/64B  
— ;2/26+5Pº/88º +3P\*/16Bº + P/128687 (5.146)  
1+3P/28º +5P2/8B8 +Pº/16B) |  
8. WA de sétima ordem  
9) —iP/2f —P/2b  
dh 177 14 ) PlAp+5Pº(88º +3Pº/1668º + P\*/12887  
2b , ” 14+3P/268º +5Pº/868º +Pº/16B'  
2 3 3 F) 4 7  
P/2B+3P?/4B8º +5Pº/16Bº + P\*/32B (S147)  
  
1+7P/4B +15P2/166B +5Pº/326 + Pº/25668"  
  
Desse modo, a relação de recorrência, Eg. (5.138) pode ser reduzida a uma expressão que  
inclui somente o operador P,  
  
o .N  
aa ) Dó, (5.149)  
  
RESERVADO

Página 112

CTM S P /l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág.: 104 de 139 Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
nnde N e D são, ambos, polinômios de operador P. AÀ ordem de ânguilos largos correspondem aos  
aproximantes de Padé segundo as relações mostradas na FIG. (5.1).  
  
Tabela 5.1 Aproximantes de Padé  
  
WA o < (1,0)  
WA 1 =< (1,1)  
WA 2 = (2,1)  
WA 3 e (2,2)  
WA 4 e (3,2)  
WA 5 e (3,3)  
WA 6 e (4,3)  
WA 7 e (4,4)  
  
Diferenciando a Eg. (5.149), com base no esquema de Crank-Nicolson, obtém-se  
  
ôá = 1 Hm 4  
DV (gº d) (5.150)  
N Nl  
  
JDÓ— U (5.151)  
  
Desta forma, segundo as Eq. (5.150) e Eq. (5.151), a Eq. (5.149), pode ser escrita como  
  
1 ) Í N 41 + !  
E(ªª""ªªl)ªf\*õ Ó 7 $ (5.152)  
E, portanto,  
(D+ j(Az/2)N)6' =(D- j(Az/2)N)6'  
Que pode ser reescrita na forma,  
un D—j(AzZ/2)NV  
25 ]( / ) (á[ (5.153)  
  
— D+j(Az/2)N  
  
Ou, ainda, em termos do complexo conjugado,  
g 2 D=(AZ2N ,  
[D-j(az/2)N]  
  
Ól+l — =0 Çól (5.154)  
  
DEP'  
=0  
  
RESERVADO

Página 113

CTM S P /l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
— Pág:105de 139 | Rev.:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
No que se segue, serão calculados os coeficientes £, para os ângulos largos, de ordem WA-O a WA-7.  
  
" 1. WA de ordem zero.  
  
" D=le N=—1í  
- 2b  
" . Az  
- Neste caso, é, =1 e & = \_]ZE (5.155)  
- 2. WA de primeira ordem.  
D=1+L7eN=L  
" 46” 26  
" 1  
" Neste caso, 6, =1 e & =4—Bz(l—jBAz) (5.156)  
- 3. WA de segunda ordem.  
— Deli+l en=2,E  
: 45º 26 8B  
Neste caso, 6, =1, é =—(2— jBAz) e & ==j—— 5.157  
' &=1,6 46'( jBdz) eé, TT (5.157)  
- 4. WA de terceira ordem.  
- D=l+ 3P,+ P-4eN—l+ P".  
. 4b 166 2b abp  
" 1 1  
Neste caso, 6, =1, é ==—— (3— jPAz , ==——— l — 7 Z .  
: &L á TA 6-jbaz) e& = o (1— j26Az) (5.158)  
- 5. WA de quarta ordem.  
— 2 2 3  
- D1:P,+3PAeN—P+3P3+P5  
- P 166 2b 8B 32b  
- Neste caso, £, =1, & = 17 (4 j[v'Az),.'f7 : (3 j3£AZ) e É =—jí (5.159)  
-" 40 ? 1660 ? 645  
  
6. WA de quinta ordem.  
  
RESERVADO

Página 114

PEA  
  
CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág:106de139 | Rev.:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
sP 3Pº P P P 3Pº  
  
t ; N= + +  
4B BB 6ABoo 2B 28 25  
  
Neste caso,  
  
& =1, é =41?(5—ijz),52 =à(3—jZBAZ) eó =jg%(1—j3BAZ) (5.160)  
  
7. WA de sexta ordem.  
  
3P SP P P SP 3P Pi  
7 to t z eN F + s + 7  
26bº 8B 166 2b 88 1660 1286  
  
Neste caso,  
  
1+  
  
&=1,& 423 (6 f/fAz),êz—lólp4 (10- j5BAz),  
  
Az  
— (2- j3BAz) e é, = 25657 (5.161)  
  
&= 3255  
  
8. WA de sétima ordem.  
  
28 8B 168 2B BB 165 28  
  
Neste caso,  
  
3P SP P N= P 5P- 3Pº P  
  
:º=1,:1=â(7—j/3 d2) & = roge (15 j6boa),  
  
SAE R A n DA  
&= ]W(Íª—]—',BAZ) e =]W(1—145A4) (5.162)  
  
O método Multipasso  
  
O motivo da matriz global, na aproximação de Fresnel, ser tri-diagonal é que a ordem do operador P,  
que contém a derivada segunda em relação à coordenada x e poder ser aproximada no esquema FD  
com três elementos é 1.  
  
Tendo em vista que formulação de ângulos largos escrita nas Eq. (5.155) — (5.162) ou Eq. (5.138) —  
(5.147) incluem potências no operador P superiores a 2, a largura da coluna dos elementos não nulos  
será maior do que 3. Desse modo, o método de Thomas (Press, W. H., et al, 1992), que é  
numericamente eficiente, não poderá ser utilizado para resolver a equação algébrica matricial final.  
Nesta seção, discutir-se-á o método de múltiplos passos, que foi desenvolvido por Hadley (1993).  
  
RESERVADO

Página 115

Cadoi  
  
PE a f  
  
NENSEBENISRN  
  
1E  
  
CTM S P / | P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 107 de 1393 | Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Considere a Eq. (5.154). O numerador do fator do lado direito da Eq. (5.154) é obtido como mostrado  
nas Eq. (5.155) e (5.162). O denominador pode ser, também, obtido, já que é o complexo conjugado  
do numerador. Tendo em vista que £, =1, o numerador do termo no lado esquerdo da Eq. (5.154)  
  
pode ser fatorado  
  
SEP =(+a,D)-(lt+aPNl+aP), (5163)  
  
=0  
  
onde os coeficientes a, , podem ser obtidos resolvendo-se o sistema de equações algébricas,  
D- j(Az/2)N=X"&P' (5.164)  
=0  
  
O denominador do termo do lado direito da Eq. (5.154) pode ser obtido a partir da conjugação  
complexa dos coeficientes, a,  
  
É.;\*P' =(I+a,P)' -- (I+aPY (1+a P (5.165)  
  
i=0  
  
Desse modo, o campo incógnita, çó”l, pode ser obtido a partir do conhecimento do campo  
  
conhecido ;zf' pela solução sucessiva, de  
  
(1+a,P)-(I+raPl+aP) ,  
  
l  
. z 5.166  
  
ó (1I+a,P)Y --(I+a,P) (l+a P) ( )  
O próximo passo é resolver a Eq. (5.164). Para isto, seja escrever a Eq. (5.164) na forma,  
  
l1+a:P)--(I+aP l1+a P  
( P) A +aP) m ( ªí ) Ó! (5.167)  
(1+a,P):--(1+a,P) ((+aP)  
Então, definido o é”” , como segue  
  
n (IraP)r-(I+2lP  
  
Óm/ — [ P) c l+a )çám (5.168)  
  
(1+a,P)--(I+a,P)  
  
/n  
  
Tendo em vista que ál é conhecido, pode-se calcular É ””, por meio da solução de Eq. (5.168).  
  
Utilizando ó“v” , pode-se reescrever a Eq. (5.167) como  
  
RESERVADO

Página 116

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 108 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
(r+a,P)--(+asP) o A+aP) q  
  
2 (5.169)  
(1+a,P)--(I+a,P) (1+a;P)  
Definindo, agora, 6 \*", por meio da relação,  
(]51+2/n — (L a;P)---(I+8P) m (5.170)  
(1+a,P)--(1+a;P)  
Pode-se reescrever a Eq. (5.169) como  
$[+2/n = (l+a2P) ÓHl/n (5.171)  
  
(1+a3P)  
  
i/n 1+2/n  
  
Tendo em vista que & é conhecido, pode-se obter 9 \*”, resolvendo-se a Eq. (5.171). Repetindo  
  
> . s " & " P  
este procedimento, o valor do campo incógnita, é \* no ponto z +Az, por meio da solução de  
  
l+a,P  
  
1+n\_—l  
n 5.172  
l+aP $ó ( )  
  
á“l =  
  
Isto é, o campo incógnita, é6“\*', pode ser obtido a partir do conhecimento do campo conhecido &'  
  
por sucessivas soluções de,  
  
l+f —l+aP  
l1+a/P  
  
[+'—'—1  
n  
  
Ô Ô  
  
(5.173)  
  
A vantagem do método de múltiplos passos é que a equação matrícial a ser resolvida em  
cada passo é de mesmo tamanho daquele obtido pela equação de Fresnel e, para problemas 2D, ela  
é tri-diagonal. Desse modo, o procedimento de cálculo é simples. O método pode ser facilmente  
estendido para problemas 3D e, também, tem sido utilizado para procedimentos FE-BPM de ângulos  
largos.  
  
5.6 Análisesemi-vetorial tridimensional  
  
As discussões precedentes foram limitadas ao BPM 2D, que considera um estrutura 1D na  
seção transversal. Quando, contudo, o campo propagante se espalha muito na seção transversal 2D,  
o método de programação 3D é necessário. Tendo em vista que o a formulação do BPM-2D  
apresentada anteriormente, um formulação 3D BPM, numericamente muito mais eficiente baseada  
no método implícito em direções alternadas (ADIº) será discutido aqui.  
  
? ADI. Acrônimo na língua inglesa, para alternate-direction implicit  
  
RESERVADO

Página 117

Área: 16  
  
CTM S P / l P EN ! Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 109 de 139  
  
Rev.: DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
No método ADI-BPM, o calculo para um passo, z—>z+Az, é dividido em dois passos,  
  
z —>z7+Az/2 e z+Az/2->z+Az, e os dois passos são resolvidos sucessivamente nas direções x  
  
ey. Tendo em vista que a solução de um problema 3D, pode ser reduzida a solução de um problema  
2D duas vezes utilizando o método ADI, ao invés de uma grande equação matrícial, tem-se que  
somente resolver as equações matriciais tri-diagonais duas vezes. Desse modo, elevada eficiência  
numérica é alcançada especialmente para guias de ondas de grandes dimensões. Nesta seção, a  
formulação semi-vetorial é utilizada para analisar guias de ondas de grandes diferenças nos índices  
  
de refração e para tratar a polarização.  
  
Desprezando os termos para a interação entre as polarizações na equação vetorial, a  
  
equação semi-vetorial pode ser escrita na forma  
  
w  
oz?  
  
+Py=0  
  
Onde, Pyw e w para os modos quase TE são obtidos da Eq. (5.x0x) e Eq. (5.%x00)  
  
ô fia ESA  
Py í (ª,l//)%'\*#\*'ko'ªr'//  
  
|e &  
w=E,  
of1ôwy) v ,,  
Py =E = — | + +k,  
Y g'õx[s, õx] FA 0V  
v=H,  
  
A Py ew para os modos quase-TM são obtidos da Eq. (5.x00x)  
  
PyY=2X% +íjtslâ(8,w)%+kãs,w  
  
ôx dyle  
v=ÊE,  
PyY=2E+6 2 |LL 1E 1nx  
&” YE Y) &&  
v=H,  
  
Utilizando a aproximação da envoltória variando lentamente,  
  
v(x,y,2) = 60 y,2)e P  
  
RESERVADO  
  
(5.174)  
  
(5.175)  
  
(5.176)  
  
(5.177)  
  
(5.178)  
  
(5.179)

Página 118

CTM S P/I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauío/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág.: 110 de 139 | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Considerando a aproximação de Fresnel,  
  
d$ o (5.180)  
  
Equação de onda de Fresnel,  
F2 á 5.181  
j /3 (5.181)  
  
Deve ser observado que Pw na Eq. (5.181) difere pelo fator —Bº. Segundo as Eq. (5.174) e (5.178)  
e para os modos quase-TE é expresso segundo  
  
PA=2 [ (qf)] a t(, - B) (5.182)  
  
Na representação do campo elétrico e como  
  
PRRS, ax[1 õqj) +É 1(66 - B) (5.183)  
  
E, O õy  
  
Na representação com campo magnético. Para o caso dos modos quase TM ela é expressa como  
  
P gxºj ôõy[ " (w)] (k2s, = º, (5.184)  
  
na representação do campo elétrico, e como  
  
2P d) (120 -  
P?ª-ôxzªªªrõy[ôy] (ko E= )á (5.185)  
  
na representação do campo magnético.  
  
Na discretização da malha não equidistante para um seção transversal 2D é também utilizada  
nas direções laterais para o FD-BPM 3D. Aqui os índices para as posições transversais x e y, são,  
respectivamente p e q e o índice para a distância z, na direção e propagação é |. Desse modo, pode-  
se escrever os campos, a largura da discretização e a permissividade relativa, como segue.  
  
o = Pa VoZ)  
  
RESERVADO

Página 119

CTM S P / I P E N 7 Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Pág: 111 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
á;[ytl q Ó(xptlayqa Z/)  
Ó]ly,qH á( p . ql ZI  
  
n=7, 7X  
SEYga TV  
e=xp+l =  
  
W=X,-X,)  
  
1  
E (pq)=E,(Xp Y Z)  
Inicialmente, discretizar-se-á com relação à x e a y. Discretizando a Eq. (5.183) — (5.185)  
P=aibla,+aba, +aibl a +aid a tlai+ai)A, +hRle(po-ni e  
w p-l,q etprl.g nt p,q-l sT p,g+l x y2T p , DA  
  
onde nj, p /k . Desse modo, discretizando-se somente o lado direito da Eq. (5.182) com relação  
  
axeay,pode-se reduzir a Eq. (5.182) a expressão,  
  
]2p—ª\_aw en t Cebrua FAbnar F Abrgu FTA )d,, +Rle DDn ,:  
  
(5.186)  
  
A Eq. (5.186) pode ser reescrita na forma,  
  
. n O  
jzp\_áf = (ªw .g É aeáp\*-l,q +a, M) derivadas em relação a x  
+ (ªn .g P asóp,q-el + ayqu)q) derivadas em relação a y  
+kle p -nib,, 5187  
  
O próximo passo é a discretização do lado esquerdo da Eq. (5.187) em relação a z. Um problema a ser  
observado na discretização é a diferença central do lado direito e do lado esquerdo da equação da  
direção z. Utilizando a técnica ADI-BPM, o cálculo para o passo z —>z+Az é dividido em dois  
Ppassos, 2 > z+ AZ/Z , Seguido de z + AZ/Z —> z + Àz , como será desenvolvido a seguir.  
  
Primeiro passo: z > z+Az/2 ( —>[1+1/2)  
A derivada em relação à x do lado direito da Eq. (5.187) é escrita utilizando-se a expressão implícita  
da FD, utilizando o campo incógnita em, / +1/2, como  
  
aí:-l/z ªj,l;ll/ª + aíu/z !1;11/3] + a)]:l/l ózl:;/z (5.188)  
  
RESERVADO

Página 120

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág: 112 de 139 | Rev.:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A derivada em relação a variável y, por outro lado, é escrita utilizando-se a expressão FD explícita  
com o campo conhecido em /.  
  
tb a Fb a FA Ó (5.189)  
  
p ql  
  
A parte remanescente do lado direito é expressa tomando-se a média de / e 1+1/2, como  
  
1412  
rlivo. =n fh o 6:190)  
1/2 Á H s A ;  
Onde £, “ = (8, +E, )/2 Já o lado esquerdo da Eq. (5.187) é escrito na forma,  
Óm/º d)z  
12,3 —> JA PEPA 7 A (5.191)  
A partir das Eq. (5.188) até Eq. (5.191), a expressão para FD pode ser escrita como  
41/2 qjl  
Ó /+1/z  
Ã  
+A1brga +Aboga FA Óag T hko [e'\*'/ (pq)- nw] EXmA (5.192)  
  
A Eq. (5.192) pode ser escrita separando-se os termos que contém l+1/2 no lado esquerdo e / no  
lado direito,  
  
2 1141/2 4+1/2 4 4+1/2 4 41/2 11/2  
atrgso a s PÊ la onA catoans s  
4 2  
=a,b, \_l%a +j Z +P [et2(p,9)- nezf]%ó,,qwápqu (5.193)  
  
Segundo passo: z +Az/2>z+Az ([+1/21+1)  
  
A derivada em relação à y do lado direito da Eq. (5.187) é escrita utilizando-se a expressão implícita  
da FD, utilizando o campo incógnita em, / +1, como  
  
DA pl 11 411 HA 2A  
%z p,q—1+a á q ay PDA (5.194)  
  
RESERVADO

Página 121

—  
CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág.: 113 de 139 — | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A derivada em relação a variável x, por outro lado, é escrita utilizando-se a expressão FD explícita  
com o campo conhecido em [ +1/2.  
  
12 4141/2 141/2 451/2 14/2 4141/2  
& a FX boag TAx o (5.195)  
  
A parte remanescente do lado direito é expressa tomando-se a média de / +1/2 e /, como  
  
o ÓHIP $l+l  
R e (p,q)- "ejy]fm (5.196)  
  
2  
  
Já o lado esquerdo da Eq. (5.187) é escrito na forma,  
  
Ó $1+1 141/2  
2 — D pA P1 (5.197)  
j B p e  
A partir das Eq. (5.194) até Eq. (5.197), a expressão para FD pode ser escrita como  
?M QIÍW PS 1 4 1A 4  
2P Az/2p =a, p+ql+a+ p+«7+l+a+ pfq  
/+1/7 +o"  
141/2 411/2 141/2 411/2 m/2 45 , 2Ln : :  
+ alA 4 alReR + atRgiR a ple(p,q)- nw] o (5.198)  
  
A Eq. (5.198) pode ser escrita separando-se os termos que contém / +1/2 no lado esquerdo e [ +1  
no lado direito,  
  
2 2 t1/2 141/2 141/2 4141/2  
a';“”a;:\_àíf,% 2ú+ AZ+k a ler pn ]%á ; +aidi, =  
  
, 4B khfimo  
a;+1çá!l;:;4 f í aí'l"'] Af 20 [ t/2 (p,q)- nw]%ám a Z;ªrl (5.199)  
  
Conforme já pontuado, tendo em vista que os cálculos reais ADI-BPM em dois passos é o BPM 2D, a  
técnica é numericamente eficiente.  
  
5.7 — Análise vetorial completa tridimensional  
  
O desenvolvimento apresentado nesta seção tem como base o trabalho desenvolvido por  
Huang e Xu, (1993).  
  
Equação de onda  
  
RESERVADO

Página 122

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 117 de 138 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
propagação de um pulso luminoso gaussiano ao longo de uma fibra óptica mono-modo e,  
posteriormente, uma fibra multimodo com duplo revestimento, sendo pulso propagado no  
revestimento.  
  
Já o método de diferenças finitas é geral, mas a sua implementação computacional é mais  
elaborada. Contudo, o FD-BPM, 3D vetorial é a ferramenta computacional mais poderosa já  
desenvolvida até a presente data, para a análise de guias de ondas ópticos. O FD-BPM foi  
implementado, também, em ambiente Matlab e utilizado para similar a propagação de um feixe  
gaussiano no espaço livre, descrevendo corretamente, a dispersão óptica.  
  
RESERVADO

Página 123

Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág: 118de 139 | Rev:00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Referências Bibliográfica do Capítulo 5  
  
Xu, C. L.; Huang, W. P.; Chaudhuri, K. S.; Chrostowski, 1., An unconditionally stable vectorial beam  
propagation method for 3-D structures, IEEE Photonics Technologies Letters, vol. 6, n. 4, pp. 549-551,  
(1994).  
  
Huang, W. P.; Xu, C. L., A wide-angle vector beam propagation method, IEEE Photonics Technologies  
Letters, vol. 4, n. 10, pp. 1118-1120, (1992).  
  
Huang, W. P.; Xu, C. L.; Chu, S-T.; Chaudhuri, K. S., The finite-difference vector beam propagation  
method: analysis and assessment, Journal of Lightwave Technologies, vol. 10, n. 3, pp. 295-305,  
(1992).  
  
Hadley, G. R., Transparent boundary condition for the beam propagation method, IEEE Journal of  
Quantum Electronics, vol. 28, n. 1, pp. 363-370, (1992).  
  
Hadley, G. R., Wide-angle beam propagation using Padé approximant operators, Optics Letters, vol.  
17, n. 20, pp. 1426-1428, (1992).  
  
Hadley, G. R., A multistep method for wide angle beam propagation, integrated Photonics Review,  
vol. ITu 15-1, pp. 387-391, (1993).  
  
Chung, Y.; Dagli, N., An assessment of finite difference beam propagation method, IEEE Journal of  
Quantum Electronics, vol. 26, n. 8, pp. 1335-1339, (1990).  
  
Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., Numerical Recipes, Cambridge  
University Press, NY, (1992).  
  
RESERVADO

Página 124

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 119 de 139 — | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 6 Propagação de um Feixe Gaussiano no Espaço Livre  
  
6.1 . Introdução ao capítulo 6  
  
O estudo da propagação de um feixe Gaussiano no espaço livre é de interesse para  
este trabalho, em vista do desenvolvimento do sistema de entrega do feixe laser. Um das  
técnicas disponíveis para tal estudo é a utilização da fórmula integral de Kirchhoff-Huygens,  
com a aproximação de Fresnel. Esta técnica consiste no desenvolvimento da solução da  
equação Helmholtz escalar, por meio de uma expressão integral, sob a aproximação paraxial,  
isto é, feixes que se propagam, em sistemas de guiamento óptico, com desvio mínimo do  
eixo óptico.  
  
A seção 6.2 apresenta o desenvolvimento da fórmula integral de Fresnel-Kirchoff,  
utilizando a técnica da função de Green. Na seção 6.3, apresenta-se a expressão escalar  
entre fase e amplitude, na aproximação paraxial, de um feixe laser Gaussiano. Os modos  
normais em guias de ondas ópticos de lentes são desenvolvidos, obtendo-se os polinômios  
Hermite-Gaussianos. A propagação de um feixe Gaussiano no espaço livre é discutida na  
seção 6.4. Em particular, são apresentadas as expressões para a variação da cintura do feixe  
laser, do raio de curvatura da frente de onda esférica, à medida que feixe se propaga no  
espaço livre com a, corresponde, redução da intensidade luminosa.  
  
6.2 — Afórmula integral de Fresnel-Kirchoff  
A fórmula integral de Kirchhoff, da teoria escalar da difração, pode ser obtiva  
utilizado o teorema de Green. Sejam as funções escalares, D(F) e G(F,r') definidas em  
  
uma dada região do espaço, em um volume V, limitadas por uma superfície S. Admitindo  
que as funções satisfaçam e equação escalar de Helmholtz, pode-se escrever  
  
VD(F)+ h D(F)=0,e (6.1)  
VG(F,F) + R G(F,F) = 6(F F). (6.2)  
  
Seja agora multiplicar a Eq. (6.2) por D e a Eq.(6.1) por G(F,r') e, então, subtrair uma da  
outra  
  
GF,FIVIDPF) — OD(F)VG(F,F) = O(F)O(F F). (6.3)  
Integrando, à Eq. (6.3), no volume V,  
  
Sl66.PVO - EV GE P7 = S[06P6SF -F (6.4)  
RESERVADO

Página 125

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnotógico da Marinha em São Pauio/ — | DOC-: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág.: 120 de 139  
  
Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Utilizando o teorema de Green, a integral de volume no lado esquerdo de Eq. (6.4), segue,  
  
Sler,P)VoGRp -oPpVEeG, P lrr = flo6,rA-vop -epA-ver,P)JAs . — (65)  
  
A Eq. (6.4) pode, então, ser escrita na forma,  
  
S[DP F-F = :f [GGF,FY)A-VOGF) — D(F)A- VG(F, FN ds .  
  
K  
Realizando, agora, a transformação: 7 > 7' e observando que:  
G(F,F) = G(F',F),  
O(F-F)=ó(F'-F),e  
V>-V".  
  
A Eq.(6.6) se transforma em  
  
S[OFISF FYF = f[DFYA -VGE,P) -GE,FYA VOGF) YE  
  
Observando, também, a propriedade da função delta de Dirac,  
  
S[OFSF FF =0),  
  
a Eq. (6.10) resulta em  
  
D(P) = d[DFYA -VGE,P) -GE,PIR - VEFN s.  
s  
  
(6.6)  
  
(6.10)  
  
(6.11)  
  
(6.12)  
  
Para a determinação da função de Green, G(F,F'), para a equação de Helmholtz,  
  
para o espaço livre, seja considerar o desenvolvimento da expressão  
  
RESERVADO  
  
(6.13)

Página 126

Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
CTMSP/IPEN ó  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 121de 139 — | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
onde R= [F — 7'[ « Sejam as identidades vetoriais pertinentes  
  
V(DE)=TVO+DVE, e | (6.14)  
v(61)=3-vOo+OV-2, (6.15)  
  
onde, D=D(F) e F=Y(7) são funções escalares e Ã=Ã(F) uma função vetorial.  
  
Portanto, a expressão da (6.13) se desenvolve como,  
  
— jeR  
, 1  
  
e 1  
=Vp,: e PV o+=Vç e |=  
R [ RR R R  
  
V =V,:V,  
(6.16)  
1 R 11 ”  
  
ZVRF.VRe HÇ .VREJFEVR -V2e ?m  
  
As componentes radiais dos operadores gradiente e divergente, em coordenadas esféricas,  
podem ser escritas como,  
  
2 Ô  
V,= —, .  
R79x SR e (6.17)  
2 1 Ô ,  
Ve=âpoo R. i  
n PAr RR (6.18)  
  
Desta forma, a componente radial do operador de Laplace se escreve.  
  
1 6/,,8  
Vi V=n R2 |.  
R RR õR[ õRJ (6.19)  
  
Substituindo estas expressões, na Eq. (6.16), pode se escrever  
  
1ow 018 . 1 | ee  
V Ve /R a A| — jke R )= jk——  
R oR R OR Rº(] =J FoA:  
  
1 ” 1 8/ ,;8 , 168 ' 2k ah E  
—V,-V. e” o R JER | — jkR? e R )Z E R E R  
RRR RªõR[ oR ) RªôR( FR) RE RÊ  
  
Finalmente, a Eq. (6.13) se escreve,  
  
RESERVADO

Página 127

CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares Pág:122de139 | Revioo  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
AR R 2R o p 2 À =  
V= jn j E u ç D uaço 1 Ê aa (6.20)  
R R R R R R R  
Dividindo ambos os lados de Eq. (6.20) por 47 , obtém-se  
— jkR — JeR i  
á a 5 DcA RS c (6.21)  
47R 47R 47R  
Mas,  
v l. S(R) (6.22)  
47:R ' .  
Este resultado implica que a função de Green para a equação de Helmholtz,  
VZG(F,F')+kªG(F,F')=5(F—;7'), (6.23)  
para o espaço livre tem a forma,  
— — 1 eAA  
G(F,F) = —— (6.24)  
47 l7—F|  
  
A fim de obter a integral de difração de Kirchhoff, a função de Green, G(F,Y'),  
  
expressa pela Eq. (6.24) é substituída na Eq. (6.12), onde  
1 eAA 1 e  
  
GF” =-  
b F-F 4x R  
  
,  
  
1 e 1( jk 1) jk j R  
V 2= =— sero — E , J R :  
R[ 47 R ] 471'[ R RZJe 9 4ní KR) R  
  
Portanto, a Eq. (6.12) passa a ser escrita  
  
RESERVADO  
  
(6.25)  
  
(6.26)

Página 128

CT M S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 123de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
— 1 çe?  
D(F) = —  
P 47zí R  
  
o IÍV'CI)(F') + jk(l - —k%)%õ(?)]ds' : (6.27)  
  
Esta equação é quase a integral da difração de Kirchhoff. Para adaptar a formulação  
matemática ao contexto da difração, deve-se considerar o volume V e a superfície S,  
formada, agora, pelas superfícies S, e S2. A integral de superfície S poderá, deste modo, ser  
dividida em duas partes,  
  
1 çe R j)R  
) =— ã[ A| VEOGEN+ jk[l—ãjítb(í') ds +  
L f g voOGI+ 'k[l—lJÃCD(F') ds” (6.28)  
4xi R RRR |  
  
Na superfície S2, os campos satisfazem, por hipótese, a condição de radiação, isto é,  
  
e  
PD>/O09)— (6.29)  
— jkr  
2s —(ík +%J - (6.30)  
  
Portanto, a integral remanescente, é a integral da difração de Kirchhoff,  
  
em  
R  
  
CD(F):ÉJ'  
  
R - FR  
A| VoOGFN+ j 1— |E oeN ds” 6.31  
| í()](kRJR()] (6.31)  
Uma aproximação, normalmente, válida é aquela de considerar que a distância do  
ponto de observação corresponde há muitos comprimentos ópticos, isto é,  
  
1  
k »—r—. (6.32)  
  
Quando esta hipótese é valida, pode-se desprezar a derivada de 1/r, se comparada  
com a derivada de exp(— jkr) . Sob está hipótese, a Eq. (6.31), se reduz,  
  
- 1 ,eR  
D(F) = —  
? 47z-[ R  
  
s  
  
- [V'CD(F') + jk%CD(F')]dY' . (6.33)  
  
RESERVADO

Página 129

CTM S P / l P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 124 de 139 — | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Uma segunda aproximação para r é possível para os casos que envolvem aberturas  
com dimensões física pequenas, se comparadas com distância da fenda ao ponto onde o  
campo está sendo medido. Para tais situações, as seguintes aproximações são verdadeiras,  
  
lx—x'l << íz—z'] e Iy—y'l << Iz—z'l. (6.34)  
  
Desta forma, r poderá ser aproximado,  
  
refa- o TE J(z z')º[n(x“xl)z“y —y')ZJ  
  
2 2  
r ]z Z,!+1(x—x) +('Iv—y) +oes (6.35)  
2 (7—-z)  
  
De acordo com a geometria do problema, cosy é o cosseno diretor formado pela  
direção a normal ao plano e a direção da onda incidente e cosa é o cosseno diretor  
formado pela direção do ponto de observação da onda difratada e a direção do eixo axial.  
Nestas condições, pode-se escrever  
  
KAcA (6.36  
õn õz -36)  
oDF) sDF A NAA  
. j D) jJRDFIcosy (6.37)  
õn õz  
õr O z-—-Z  
— —— =cCcosa (638)  
  
õn õ  
  
Sob estas aproximações, a Eq. (6.33) ser simplifica,  
- k em  
D(F) = j— | (cosy +cosa)—— D(FN)ds'  
P ]4”5[( 7 +eosa)—— D(GF)As (6.39)  
  
Se o ponto de observação estiver localizado, suficientemente, próximo ao eixo óptico,  
  
cosa=1. (6.40)  
  
RESERVADO

Página 130

CTM S P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 125de 1398 — | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Na hipótese da onda plana incidir perpendicularmente a fenda de difração, segue que,  
cosy =] (6.41)  
  
Com as Eq. (6.40) e (6.41), a integral da difração, da Eq. (6.39), resulta em  
. —jh  
PP)=2/[—o(FYAs, (6.42)  
v s ”  
  
que é a integral de Fresnel.  
  
A interpretação física da Eq. (6.42) é que cada ponto da abertura pode ser  
considerado como uma fonte de uma onda esférica. A intensidade da fonte é determinada  
pela amplitude da onda incidente no particular ponto da abertura. O ponto campo,  
localizado da posição, F =(x,y,z), é formado a partir da superposição de todas as ondas  
esféricas que estão chegando a ele. Esta interpretação física foi proposta por Huygens, em  
1690, sem o conhecimento da equação de onda. A característica mais notável da Eq. (6.42)  
é, que apesar de ser uma aproximação da Eq. (6.31), o fato das perturbações originadas na  
abertura, se propagarem como ondas esféricas, a partir de cada elemento da abertura está,  
realmente, correta.  
  
6.3 — Modos normais em guias de ondas de lentes  
  
Guias de onda formados por lentes são capazes de sustentar a propagação de raios  
luminosos. O tratamento da óptica ondulatória dos guias de ondas é baseado em uma teoria  
escalar. Contudo, esta abordagem é suficiente exata para prever que os guias de ondas  
formados por lentes, são capazes de suportar modos normais e, desta maneira, as  
distribuições de campos da forma mais geral, podem ser expressos como uma superposição  
dos modos normais. À solução para os modos normais dos guias de ondas formados por  
lentes será desenvolvida utilizando a teoria da difração de Kirchhoff-Huygens, na  
aproximação de Fresnel, Eq. (6.42). O problema será conduzido utilizando duas lentes  
Sucessivas de uma guia de ondas de lentes infinitamente longo.  
  
A transmissão do campo luminoso através de meia lente pode ser descrito segundo a  
transformação,  
  
&= e—/(k/zn(az—xº—yª)ml &), (6.43)  
  
onde o campo no plano 1, é representado por Di(x,y), enquanto que o campo  
imediatamente à direita da primeira lente é representado por õ; (x, y). O radio de curvatura  
  
da lente é a e f é sua distância focal. O campo &D (x,7), imediatamente, à esquerda da  
  
RESERVADO

Página 131

CTM S P / | P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ — | DOc.: Relatório anua! do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 126 de 139 — | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
segunda lente é obtido pela transformação de &,(x,y), com a ajuda da integral da difração  
e de Kirchhoff-Huygens, em sua aproximação de Fresnel. Nestas condições, a Eq. (6.42) se  
escreve,  
  
— jrçet—  
  
BDa(x,7) == [— D (x,/)dx'dy . (6.44)  
" À 5 ”  
  
Sob a aproximação, Eq. (6.35), com |z—z'| =L, a integral Eq.(6.44), se transforma em  
  
2 2N  
repalE=rITO Y)  
2 L  
  
- jk[ pl e2Y o  
2 L  
e  
  
õl (x:, yl)dx/dyr  
  
- j  
  
(Dº(xs )=\_ 2 12  
  
2” zí“yx—x)w(y—y)-  
2 L  
  
, k e  
9DP,(x,y)= Ée'f”'.fe JºL[( o ]õ, (X,Y)dx'dy'. (6.45)  
S  
  
Lembrando que uma lente fina é um transformador de fase, a Eq. (6.45) pode ser escrita  
  
PD(x,)=e T "BD&y. (6.46)  
  
O objetivo deste desenvolvimento é encontrar uma solução modal. Desta forma,  
deve-se impor que D,(x,y) seja igual à Di(X,y), exceto por um fator de fase y. Para  
lentes de grande abertura, (a —co), o campo luminoso não perde potência, à medida que  
se propaga sustentado pelo guia de ondas de lentes. Neste caso, y é uma grandeza  
  
complexa, com módulo unitário. A condição para um campo modal pode ser escrita,  
DPi(x,y)=7D,(x,7). (6.47)  
A Eq. (6.47) é a formulação de um problema de autovalor. Portanto, a Eq. (6.47), pode ser  
  
escrita, com a ajuda as Eq. (6.43) a Eq. (6.46),  
  
RESERVADO

Página 132

CT M s P / I P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | DOC.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
Pág.: 127 de 139 | Rev.:0DO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
2  
jo jk[L\*—;—]J - ,í"í[(xh Pax y'ªí#—l]»lnaz yy']  
Px = e fe ? D(X', Y) dx'dy'. (6.48)  
AL H  
  
No caso particular de L =2/,aEgq. (6.48) se reduz,  
  
e 'â(z;au»z )  
  
x D(x,y)= D(X, Yy)dx'dy. (6.49)  
  
2M z -Í  
Utilizando a seguinte separação de variáveis,  
  
D(x,7)=S(X)8(), (6.50)  
  
na Eq.(6.49), resulta, no seguinte, par de equações,  
  
—l fn  
f (x) —W\_J;f(x)e dx', e (6.51)  
KB(X) NF \_J;g(y)e dy. (6.52)  
  
Observando a seguinte equação integral!,  
  
o ?  
fe”e T H, (X)dx', (6.53)  
  
1  
N27A ,  
  
E  
j'e ?\*H,(x)=  
onde H,(x) são os polinômios de Hermite, definidos segundo a relação,  
  
H, () =CN'e” d e” (6.54)  
  
A equação integral, Eq. (6.51), tem a seguinte solução  
  
£f()= A”Hn[ x/%;cje\_"f  
  
? Gradshteyn, 1. S., e Ryzhik, |. M., Tables of Integrais, Series, and Products, 7th Ed. Academic Press, New York, 2007, pp. 7.376.  
  
RESERVADO  
  
N|>«  
  
(6.55)

Página 133

Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pauio/ Doc.: Relatório anua! do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág.: 128 de 139 | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
As funções £,(x) são denominadas de polinômios Hermite-Gaussianos e formam um  
  
conjunto completo de autofunções, satisfazendo as condições de ortogonalidade,  
  
Íf,.(x)fm Codx= ó (6.56)  
e, de fechamento,  
  
\_]ifn LS X dx=ó(x-x). (6.57)  
  
Utilizando a Eq. (6.56), a constante A, é determinada, resultando em,  
  
1  
4,= (Zln!)l/Z(Ãf)l/«t (6.58)  
O autovalor da Eq. (6.53) é dado por,  
K= (6.59)  
  
Finalmente, os modos sustentados por um guia de ondas de lente, com uma abertura muito  
grande, são escritos como,  
  
1 E A ) ZEe)  
Pm ED E GmA H”[&/ª\_x]H“(x/;y]e —  
  
6.4 Propagação de feixes Gaussianos no espaço livre  
A formulação escalar entre a fase e amplitude, na aproximação paraxial, de um feixe  
laser Gaussiano pode ser escrita na forma,  
  
(6.60)  
  
2A  
  
D(x,1,0)=4e \* , (6.61)  
  
A integral de Fresnel-Kirchhoff, na forma da Eq. (6.45), poderá ser utilizada para  
determinar a distribuição de campo à medida que ela se propaga ao longo do eixo 2z, isto é,  
  
RESERVADO

Página 134

CTMSP / | PEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág.: 129 de 139 | Rev.: OO  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
já e tt TE cnletenn ,,  
Ó(x,y,z):—/ge .[Ie e \* dx'dy',  
  
ec  
  
ou, ainda,  
\_É e  
D(x,y,2) = Ã e lxly,  
  
ond e,  
á k >  
TE mix  
  
lx=ly=Íe “e  
  
—  
  
dx .  
  
(6.62)  
  
(6.63)  
  
(6.64)  
  
A solução da integral, Eq. (6.64), é simples, ver apêndice 6A, que resulta em  
  
Gmx - 2  
1=lA ee E  
  
Desta forma, a Eq. (6.62) pode ser escrita,  
  
, (tmr ) ” 2kr?  
27W, AeEe 4;Z+(kw;fe ENE '  
  
Ó E ? =- 2  
(, , 2) ]W  
  
Seja definir a grandeza,  
  
twiI=  
  
(  
  
W(2)=w, | 1+ [%]—  
  
(6.65)  
  
(6.66)  
  
(6.67)  
  
que é reconhecida como a cintura do feixe Gaussiano, na posição axial, z .  
  
A fase da onda é constante sobre a superfície esférica e o deslocamento de fase, a  
  
partir da superfície curva ao plano que tangencia está superfície em r = 0, é dado por  
  
42º +(kwy)\*  
  
Na aproximação paraxial, seque que,  
RESERVADO  
  
(6.68)

Página 135

CTM S P / | P E N Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág: 130de 139 — | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
r+R =(R+d). (6.69)  
  
O raio de curvatura da superfície esférica é definido, segundo.  
  
R(2) =z 1+(z—º) ; (6.70)  
onde,  
  
-  
, =AL, (6.71)  
a  
  
A largura do feixe, w(z), e o raio de curvatura, R(z) determinam completamente o  
feixe Gaussiano, em uma dada posição ao longo do eixo. O parâmetro z, é denominado de  
comprimento de Rayleigh. Fisicamente, o comprimento de Rayleigh, z,, representa o  
  
comprimento axial, para o qual o raio do feixe aumenta de um fator 2, quando comparado  
com o correspondente valor em, r =0 . É possível expressar a solução da Eq. (6.66) em uma  
forma mais simples, com a ajuda das expressões para a largura do feixe, w(z), e observando  
  
que,  
  
27007 1 w e!ªª"[â]  
  
j . = ——  
1(22 + jkul) 1\_].2\_27 wW(z)  
  
(6.72)  
  
o  
  
Finalmente, a expressão para o feixe Gaussiano, para posição, (r,z), pode ser escrita,  
  
M  
  
D(r, 2) = — 4e “Oe (6.73)  
  
W(z)  
Esta expressão é, não somente, mais simples que a Eq. (6.66), mas, também, mostra  
  
o deslocamento de fase, quando a onda se propaga ao longo do eixo dos z. A intensidade  
luminosa pode ser calculada a partir da Eq. (6.73), resultando em,  
  
RESERVADO

Página 136

CT M S P / I P E N l Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
Pág: 131 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
2 2P  
2 W, EX  
I(r, 2) =|O(r,2)] = -2 A| e VO, (6.74)  
Ww(z)  
  
No caso de um feixe que não seja Gaussiano, as expressões para o comprimento de  
Rayleigh e para a cintura do feixe deverão ser corrigidas, a fim de incluir o parâmetro de  
quantifica a qualidade do feixe, M? >1. A igualdade vale para o caso de um feixe Gaussiano.  
Desta forma, as novas expressões, são escritas,  
  
2 (Mº)= x ,J,;º ; (6.75)  
e  
  
2 %  
w MY)=w)1+ Mº Í(zzw—) - (6.76)  
  
A FIG. 6.1 ilustra a redução do pico da intensidade luminosa, durante a propagação  
de um feixe Gaussiano no espaço livre, sem considerar os efeitos das lentes devido à  
atmosfera. O feixe luminoso, na origem, (z=0), tem uma cintura de feixe, de w =25mm.  
  
No gráfico da FIG.6.1a, o fator de qualidade do feixe é M? =1, enquanto no gráfico da FIG.  
6.1b, o fator de qualidade do feixe é M? =1,3.  
  
osr À osr 7  
I(r,0,1) Ir,0,1.3)  
115,50,1) º6f 1r,50,1.3) \* 17  
1r,100,1.3)  
  
1(r.100,1)  
1(1,500,1)04F  
  
7 1(r,500,1.3)0.4F  
  
—-005s -0o0o3 -0oo 001 003 00s —0os -0o0o3 -0o 001 0.03 005  
  
(a) (b)  
  
Figura 6.1. Redução no pico de intensidade luminosa e alargamento do feixe Gaussiano, em função da distância  
e da qualidade óptica do sistema.  
  
RESERVADO

Página 137

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ — | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
  
Instítuto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 132 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
A TAB 6.1 mostra a redução no pico de intensidade luminosa em função da distância  
e da qualidade óptica do sistema. A redução na intensidade é um fenômeno intrínseco,  
contudo, é de relevância observar o papel fundamental da manutenção de qualidade óptica  
do feixe a fim de minimizar a redução.  
  
Tabela 6.1 Redução no pico de intensidade luminosa em função da distância e da qualidade óptica do sistema  
  
z(m) Redução da Intensidade (%) | Redução da Intensidade (%)  
(M =1) (M =1,3)  
50 98,8 96,8  
L 100 95,5 88,2  
500 46,0 23,0  
1000 17,5 6,9  
  
6.5 Conclusão do capítulo 6  
  
Neste capítulo apresentou-se o formalismo escalar para a descrição da fase e da  
amplitude, na aproximação paraxial, de um feixe laser Gaussiano. Em particular, foram  
apresentadas as expressões para a variação da cintura do feixe laser e do raio de curvatura  
da frente de onda esférica, à medida que esse se propaga no espaço livre com àa,  
corresponde, redução de amplitude.  
  
O formalismo foi conduzido utilizando a técnica da função de Green para a obtenção  
da integral da difração de Kirchhoff na aproximação de Fresnel. Posteriormente, obteve-se  
os modos normais de propagação em guias de ondas ópticos formados por lente de grande  
abertura, obtendo-se os polinômios Hermite-Gaussianos  
  
As expressões teóricas obtidas são de relevância para a comparação com os  
resultados obtidos utilizando os métodos numéricos, desenvolvidos no capítulo 5.  
  
RESERVADO

Página 138

CTMSP/IPEN  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág.: 133 de 139 — | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Referências bibliográficas do capítulo 6  
  
Siegman, A. E., Lasers, University Science, Mill Valley, Calif. 1986  
  
Kogelnik, H.; Li,. T., Laser beams and resonators, Proc. IEEE, vol. 54, pp. 1312-1329, 1966.  
Yariv, A., Quantum Electronics, 2 Ed., Wiley, NY, 1975.  
  
Marcuse, D., Light Transmission Optics, 2ºº Ed., Van Nostrand, NY, 1982.  
  
RESERVADO

Página 139

CTMSP/IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00  
  
Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ Doc.: Relatório anual do projeto - 2019  
  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucieares  
  
Emissão: 12/11/2020  
  
Pág: 134 de 139 — Rev.: 0D  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser  
  
Autor: Cláudio C. Motta  
  
Apêndice 6A  
Cálculo da integral  
  
Completando o quadrado no termo exponencial  
  
2 2  
xl +j%(x—x')º =(«/Zx'—j k x) +L[L+j]x2  
  
o 22«/5 2z 2za  
onde,  
a=|—+ ji  
Wã 2z  
  
(6A.1)  
  
RESERVADO

Página 140

CTMISP/IPEN — |Praino:convênioa2000/2018-064/00 —  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo/ | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 1386 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
Capítulo 7 Conclusão do Relatório  
  
Este relatório descreveu os trabalhos realizados, na primeira fase do desenvolvimento, de uma  
suíte de programas computacionais destinadas ao projeto de lasers de fibra óptica de sílica,  
para regime de alta potência e com elevada qualidade de feixe. A suíte foi dividida em quatro  
partes. Inicialmente, sua utilização permite projetar laser de fibra, desde que seja conhecida a  
geometria a fibra e do revestimento, a concentração dos íons de Yb\*?, e do número V. Os  
resultados obtidos permitiram avaliar a refletividade das redes de Bragg, o comprimento da  
fibra ativa e a potência de bombeio, tendo como parâmetro, a potência de saída do laser.  
  
Com o intuito de integrar o sistema de equações diferenciais de primeira ordem, não  
lineares, algumas hipóteses simplificadoras tiveram de ser consideradas, sendo que uma das  
limitações do modelo proposto é a hipótese da condição de bombeamento suficientemente  
intenso, de maneira que o sinal laser recirculante na cavidade. Não obstante, pela análise dos  
resultados obtidos nas simulações, foi possível inferir uma boa concordância com os dados  
disponível da literatura, validando, em uma primeira aproximação, o modelo desenvolvido.  
  
Na segunda parte, da suíte, o problema do balanço térmico na fibra óptica foi formulado  
e analisado, tendo como resultado o perfil radial de temperatura na fibra. O modelo permitiu  
analisar diferentes esquemas de bombeamento, para uma dada potência de saída,  
monitorando-se perfil de temperatura no núcleo da fibra.  
  
A análise dos resultados mostrou que a distribuição axial de temperatura ao longo da  
fibra de ganho é menor quando é utilizado o esquema de bombeamento bidirecional se  
comparado com o esquema de bombeamento direto. Outro ponto de relevância é o papel  
fundamental desempenhado pelo mecanismo de transferência radiativa de calor, sendo este  
  
predominante quando comparado com a transferência convectiva, indicando que o mecanismo  
RESERVADO

Página 141

CTMSP / IPEN Projeto: Convênio 42000/2018-064/00 Área: 16  
  
Centro Tecnológico da Marinha em São Pautoí | Doc.: Relatório anual do projeto - 2019 Emissão: 12/11/2020  
Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
  
Pág.: 137 de 139 | Rev.: 00  
  
Título: Desenvolvimento de tecnologias para aceleração de prótons a laser Autor: Cláudio C. Motta  
  
de transferência radiativa não pode ser ignorando, em problemas de análise térmica de lasers  
de fibra de alta potência.  
  
Na terceira parte da suíte, o problema do guiamento óptico em fibras com dupla camada  
é analisado para encontrar as soluções de ondas. À ferramenta, analítica, permite obter o  
espectro de autovalores, para o problema de valor de contorno, e as condições de propagação  
necessárias para propagação em modo único. Este ponto é fundamental a fim de estabelecer  
elevada qualidade óptica do feixe.  
  
Na quarta parte na suíte, foi implementado o método de propagação de feixe, utilizando  
diferenças finitas para a solução da equação vetorial de Helmholtz. Esta técnica foi utilizada  
para o estudo da propagação de um feixe laser Gaussiano, no espaço livre, sendo utilizada,  
principalmente, no estudo das variações do índice de refração da fibra ativa e suas implicações,  
na qualidade do feixe, quando os lasers estiverem operando em regime de dezenas de  
quilowatts.  
  
Os resultados da suíte foram comparados com aqueles disponíveis na literatura, para  
lasers de fibra de itérbio, com potência média de saída da ordem de 1 kW, sendo observada  
uma concordância geral muito boa.  
  
RESERVADO