

Iluminación

Ecuación general Fuentes Modelos Sombreado



Ecuación general de trasporte



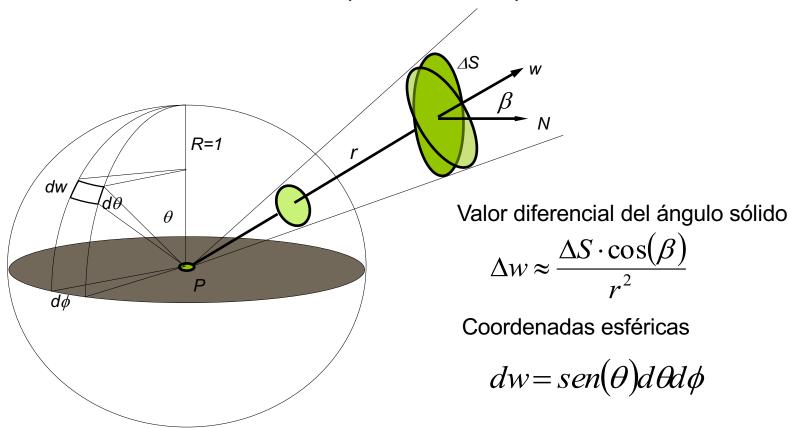
Iluminación

- El objetivo es conocer la energía espectral que alcanza y emite una superficie en cada dirección por unidad de área
- Las direcciones se definen por vectores
- Para contabilizar los fotones por unidad de tiempo y superficie en una determinada dirección usamos el ángulo sólido diferencial



Angulo sólido

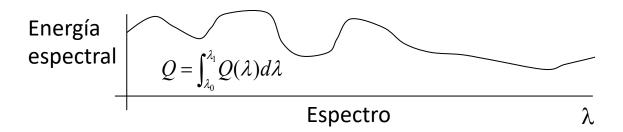
El ángulo sólido subtendido por un objeto desde un punto P es el área de la proyección del objeto sobre la esfera unidad centrada en P y se mide en estereorradianes (adimensional).





Energía espectral

- La **energía** Q (julios) de un haz de fotones en un rango de longitudes de onda es la suma de las energías de cada uno
- La energía espectral (J nm⁻¹) o densidad de energía según longitud de onda, se define como la energía para cada longitud de onda, y es el límite de $\Delta Q/\Delta\lambda$ cuando el intervalo tiende a 0. En gráficos se suele llamar $Q(\lambda)$ a la energía espectral





Potencia espectral

- Es más útil trabajar con potencias (vatios) que con energía cuando asumimos estados permanentes
- La potencia espectral es la energía espectral por unidad de tiempo (W nm⁻¹) y se representa por $\Phi(\lambda)$. También se llama flujo radiante espectral



Irradiación y Radiosidad

- Cuando iluminamos una superficie nos interesa saber cuánta energía por metro cuadrado y por segundo recibe. Así podremos comparar superficies más o menos iluminadas
- Lo mismo sirve para superficies radiantes como las pantallas
- La energía espectral por unidad de tiempo y área que recibe una superficie se denomina **irradiación espectral** $H(\lambda)$. Se calcula como la potencia espectral por metro cuadrado y se mide en W nm⁻¹ m⁻²

 $H(\lambda) = \frac{d\Phi(\lambda)}{ds}$

La energía espectral por unidad de tiempo que abandona una superficie, por reflexión por ejemplo, se le denomina radiosidad espectral $B(\lambda)$ o radiación espectral saliente. Se calcula igual y tiene las mismas unidades



Radiancia

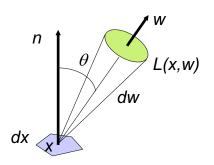
- La radiancia espectral $L(\lambda)$ es la energía espectral que atraviesa una superficie por unidad de tiempo en una determinada dirección (por unidad de ángulo sólido) y por unidad de superficie perpendicular a esa dirección. Se mide en W nm⁻¹ m⁻² sr⁻¹
- La radiancia es constante en una dirección dada mientras el fotón no "choque" con nada y es una magnitud direccional
- Para conocer la irradiación sufrida por una superficie debida a la radiancia procedente de una determinada dirección debemos considerar el **ángulo de incidencia** $H=L\cdot\cos\theta\cdot\Delta\omega$
- La radiancia es la magnitud más importante en informática gráfica. Es la que habitualmente se calcula. Muchas veces recibe el nombre -informal- de intensidad



Radiancia

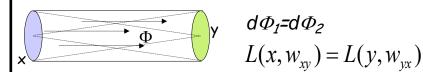
Radiancia: mide la energía radiante en un punto de una superficie en una determinada dirección, por unidad de superficie perpendicular a la dirección, por unidad de ángulo sólido en la dirección y por unidad de tiempo. Se mide en vatios/m²/sr

$$L(x, \vec{w}) = \frac{d^2 \Phi}{dx \cos(\theta) dw}$$



Propiedades:

1. La radiancia en la dirección del rayo luminoso permanece constante en su propagación (medios no participantes).



2. La respuesta de un sensor es proporcional a la radiancia de la superficie visible del sensor.





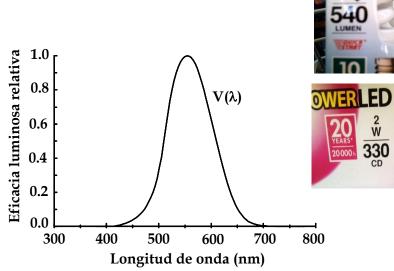
Resumen magnitudes radiométricas

- Radiancia L (vatio/m²sr): Energía por unidad de tiempo que 'atraviesa' una superficie unidad en dirección perpendicular a ella
- Flujo o potencia radiante Φ (vatio): Energía total que atraviesa una superficie por unidad de tiempo $\Phi = \int_{S} \int_{\Omega} L(x, \vec{\omega}) \cos(\theta) ds \ d\omega$
- Intensidad de una fuente puntual I (vatio/sr): Energía emitida por una fuente puntual por unidad de tiempo y dirección $I = \frac{d\Phi}{dw}$
- Densidad superficial de flujo radiante (vatio/m²): Energía que atraviesa una determinada superficie por unidad de tiempo y superficie
 - Radiosidad B (superficies emisoras)
 - Irradiación H (superficies receptoras) $H(x) = \frac{d\Phi}{ds} = \int_{\Omega} L(x, \vec{\omega}) \cos(\theta) d\omega$
- Las magnitudes radiométricas espectrales son las anteriores para cada longitud de onda $L(x, \vec{\omega}) = \int_{\Gamma} L(x, \vec{\omega}, \lambda) d\lambda$



Magnitudes fotométricas

- Función de eficacia $V(\lambda)$
- Correspondencia
 - Flujo o potencia luminosa (lumen): Flujo radiante visible.
 - Intensidad luminosa de una fuente (candela): Intensidad luminosa visible.
 - Luminancia (candela/m2 = nit): Radiancia visible.
 - Densidad superficial de flujo luminoso (lux)
 - Luminosidad o brillo de una fuente: Radiosidad visible.
 - Iluminación: Irradiación visible.
- Dependencia espectral



Curva de rendimiento luminoso del flujo radiante monocromático $V(\lambda)$. k=684 lúmenes/watt para λ =555nm máxima sensibilidad

$$F = k \int_{visible} V(\lambda) \Phi(\lambda) d\lambda$$



Reflexión en una superficie

- La luz reflejada total respecto a la irradiación incidente en una superficie se llama albedo k
- La luz reflejada en cada punto x de la superficie de un objeto depende de la iluminación y es selectiva con la longitud de onda

$$\frac{dk(\lambda)}{dx} = \rho(x,\lambda) = \frac{d\Phi_r}{d\Phi_i}$$
 Potencia radiada total en x
Potencia recibida total en x
Reflectancia espectral

 Hay que observar que la reflexión en cada punto en cada dirección depende de la dirección de irradiación además de λ y es una característica del material

Urban environment	0.14 - 0.2
Grass	0.15 - 0.2
Fresh grass	0.26
Fresh snow	0.82
Wet snow	0.55-0.75
Dry asphalt	0.09-0.15
Wet Asphalt	0.18
Concrete	0.25-0.35
Red tiles	0.33
Aluminum	0.85
Copper	0.74
New galvanized steel	0.35
Very dirty galvanized	0.08



Reflexión

 Función de distribución de la reflectancia bidireccional BRDF

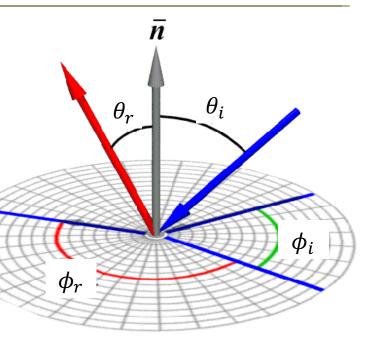
$$f_r(x,\theta_r,\phi_r,\theta_i,\phi_i) = \frac{L_r(x,\theta_r,\phi_r)}{dH_i(x)} = \frac{L_r(x,\theta_r,\phi_r)}{L_i(x,\theta_i,\phi_i)\cos\theta_i dw_i}$$

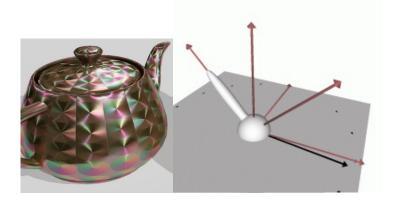
- Propiedades
 - Principio de reciprocidad de Helmholtz

$$f_r(x, \theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) = f_r(x, \theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$$

Anisotropía

$$f_r(x, \theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) \neq f_r(x, \theta_r, \phi_r + \varphi, \theta_i, \phi_i + \varphi)$$







Ecuación de reflexión de radiancia

$$L_r(x, w_r) = \int_{\Omega_i} f_r(x, \theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) L_i(x, w_i) \cos \theta_i dw_i$$

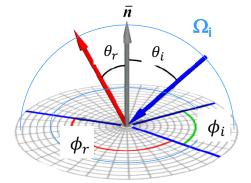
Relación entre la

Irradiación desde w_i

radiancia

en w_r y la irradiación en w_i

Radiancia en w_r debida a la irradiación desde w_i



Radiancia total en w_r debida a cualquier irradiación



Ecuación general de la iluminación

 La radiancia observada en un punto desde una dirección es la suma de la radiancia emitida propia más la reflejada en esa dirección

$$L_r(x, w_r) = L_e(x, w_r) + \int_{\Omega_i} f_r(x, \theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) L_i(x, w_i) \cos \theta_i dw_i$$



Función de reflectancia

 Función de reflectancia bihemiesférica o reflectancia: La razón entre el flujo entrante y el reflejado. Varía entre 0 y 1.

$$\rho(x) = \frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = \frac{B(x)}{H(x)} = \frac{\int_{\Omega_r} L_r(x, w_r) \cos \theta_r dw_r}{\int_{\Omega_i} L_i(x, w_i) \cos \theta_i dw_i}$$
Radiancia total en w_r

- Variando el espacio de integración podemos calcular 9 reflectancias (direccional Ω =w, cónica Ω = Δ w, hemiesférica Ω = 2π)
- Reflectancia direccional (i) hemiesférica (r)

Caso difuso uniforme
$$\rho_{dh}(x,w_i\to 2\pi) = \int_{\Omega} f_r(x,w_i,w_r)\cos\theta_r \ dw_r = \pi \ f_r(x)$$

Ejercicio: Calcular $\iint_{\theta=0,\phi=0}^{\theta=\frac{\pi}{2},\phi=2\pi} cos\theta sin\theta d\theta d\phi$



Descomposición de la BRDF

Reflexión especular

$$L_r(x, \phi_r, \theta_r) = L_i(x, \phi_r \pm \pi, \theta_r)$$

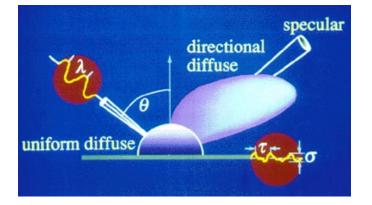
Reflexión difusa uniforme

$$f_r(x, w_r, w_i) = f_r(x) = cte \rightarrow L_r(x) = f_r(x)H(x)$$

$$\rho_{dh}(x) = \rho_{hh}(x) = \frac{B(x)}{H(x)} = \pi f_r(x) \rightarrow B(x) = \pi L_r(x)$$



$$f_r(x,\theta_i,\theta_r)$$

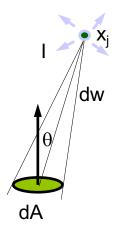




Ejemplo: Iluminación local. Luz puntual

$$I=rac{\Phi}{4\pi}$$
 Intensidad de una fuente uniforme

$$H = I \frac{dw}{dA} = \frac{\Phi}{4\pi} \frac{\cos \theta}{(x_i - x)^2}$$
 Irradiación de una superficie



$$L_r(x, w_r) = \int_{\Omega_i} f_r(x, w_i, w_r) dH_i(x)$$
 que en el caso de varias fuentes puntuales

$$L_r(x, w_r) = \sum_{i} f_r(x, w_i, w_r) H_i(x) = \sum_{i} \frac{\Phi_i}{4\pi} \frac{1}{(x_i - x)^2} f_r(x, w_i, w_r) \cos \theta_i$$

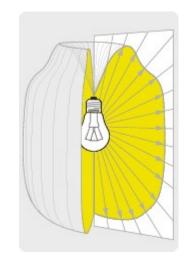


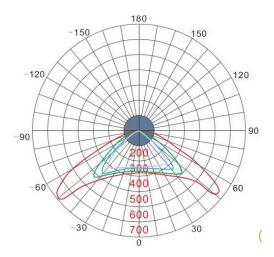
Fuentes de luz



Cuerpos radiantes

- Una fuente de luz es un cuerpo que radia energía dentro del espectro visible
 - Temperatura alta
 - Luminiscencia
- La fuente se caracteriza por
 - Su geometría (extensa o puntual)
 - Su energía espectral direccional (candelas) condicionada usualmente por la luminaria
- Modelo mínimo para GpC
 - "Intensidad" de la fuente (I_r,I_g,I_b) en una dirección dada -radiancia-
 - ightharpoonup El **vector de iluminación** \overrightarrow{l} es el vector unitario en el sentido contrario al que viajan los fotones







Fuentes direccionales

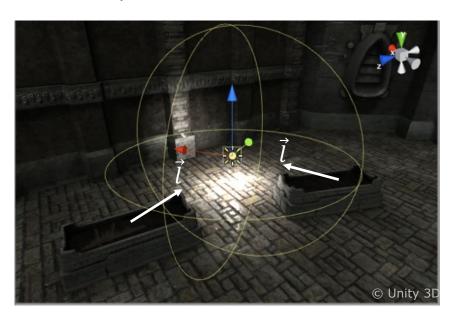
- Se supone suficientemente alejada para considerar que todos los fotones viajan en la misma dirección (caso del sol)
- $lackbox{ Se caracteriza por una única dirección de iluminación \vec{l} independiente del punto observado$





Fuentes puntuales uniformes

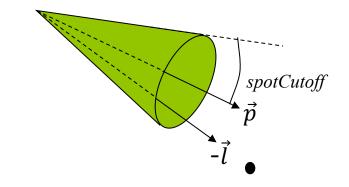
- Los fotones parte de un punto único -posición de la luz-
- La distribución espacial de la energía espectral es radial y uniforme desde ese punto. Puede atenuarse con la distancia
- ightharpoonup El vector de iluminación \vec{l} se calcula como el vector unitario desde el punto observado a la posición de la luz





Fuentes puntuales focalizadas

- Los fotones parten de un punto único
 -posición de la luz-
- Se define una dirección central de iluminación -vector unitario \vec{p} -
- ightharpoonup El vector de iluminación \vec{l} se calcula como el vector unitario desde el punto observado a la posición de la luz
- La distribución espacial de la energía espectral es función del ángulo entre los vectores $-\vec{l}$ y \vec{p} . Suele definirse un ángulo máximo a partir del cuál no hay emisión

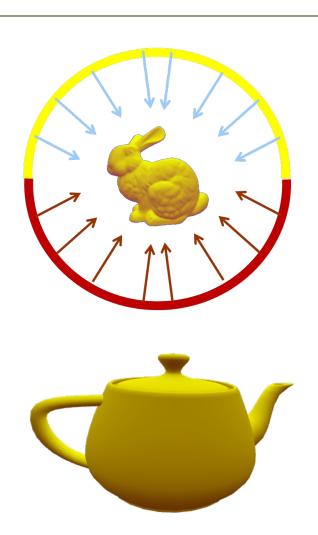






Fuentes semiesféricas

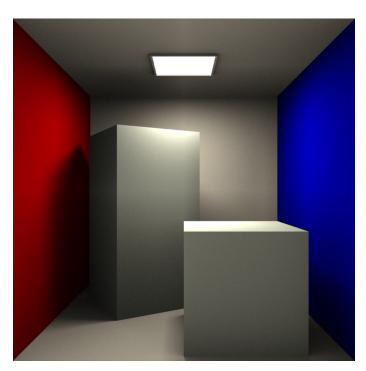
- Simulan la iluminación del cielo
- Geometría
 - Semiesfera emisora
 - El vector \vec{l} varía a lo largo de toda la semiesfera visible (integral) según la normal
 - La energía espectral tiene distribución radial uniforme
 - Se puede considerar la iluminación de la semiesfera inferior (suelo)





Fuentes extensas

- Generalmente suelen ser fuentes lineales, cuadriláteros o esferas
- ightharpoonup El vector $ec{l}$ varía a lo largo de la fuente de luz
- La distribución espectral de la energía se suele considerar hemiesféricamente uniforme en cada punto de la fuente de luz
- La irradiación sobre el punto observado es la integral de las radiancias a lo largo de la superficie de la fuente





Modelos de iluminación

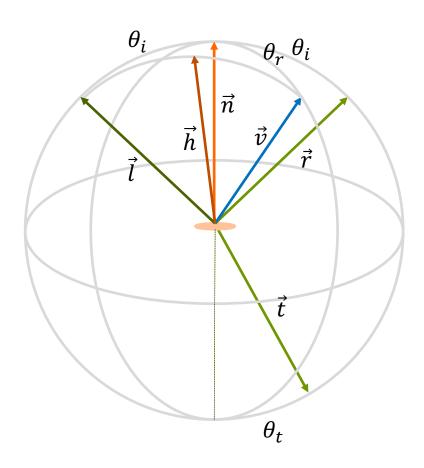


¿Qué es?

- Una solución a la ecuación general de iluminación
- Necesitamos simplificar
- Simplificación de la integral de las direcciones de entrada
 - Modelos locales: Sólo consideran la iluminación directa (procedente de las fuentes de luz)
 - Modelos globales o semiglobales: Consideran además otras direcciones
- Simplificación de la BDRF
 - Modelos empíricos: Asumen factores constantes -inventados- para cada tipo de reflexión
 - Modelos físicos: Intentan aproximar la reflexión a la respuesta real del material (dependencia de ángulos, rugosidad, anisotropía, etc)
- Simplificación de la visibilidad de la fuente



Vectores



 $ec{l}$: vector de iluminación

 \vec{n} : normal

v: vector de observación

$$\vec{r} = 2(\vec{n} \cdot \vec{l})\vec{n} - \vec{l}$$

$$\vec{h} = \frac{\vec{l} + \vec{v}}{|\vec{l} + \vec{v}|}$$

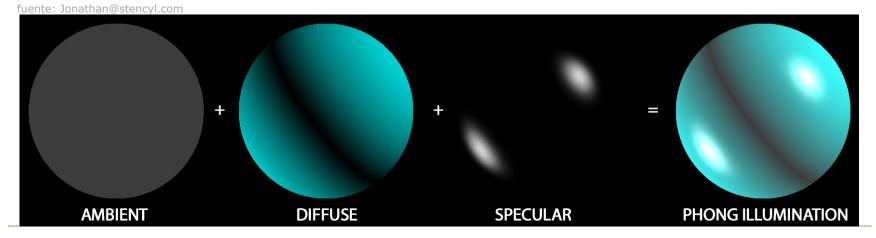
$$\vec{t} = \left(\frac{\eta_i}{\eta_t}(\vec{n} \cdot \vec{l}) - \sqrt{1 - \frac{\eta_i^2}{\eta_t^2} \left(1 - \left(\vec{n} \cdot \vec{l}\right)^2\right)}\right) \vec{n} - \frac{\eta_i}{\eta_t} \vec{l}$$



Modelo local: Blinn-Phong

- Sólo se consideran iluminación directa, el resto se aproxima por iluminación ambiente
- La reflexión se descompone en difusa (ley de Lambert) y lóbulo especular
- La BRDF se simplifica a factores de reflexión difuso y especular por canal RGB

$$I_{RGB} = I_{aRGB} k_{dRGB} + \sum_{i=1}^{m} f_{att_i} I_{L_iRGB} \left[k_{dRGB} \left(\vec{n} \cdot \vec{l}_i \right) + k_{sRGB} \left(\vec{n}_i \cdot \vec{h} \right)^n \right]$$
 ambiental
$$\begin{aligned} & \text{difusa} \\ & \vec{n} \cdot \vec{l} > 0 \end{aligned} \end{aligned}$$
 especular
$$\vec{n} \cdot \vec{h} > 0$$



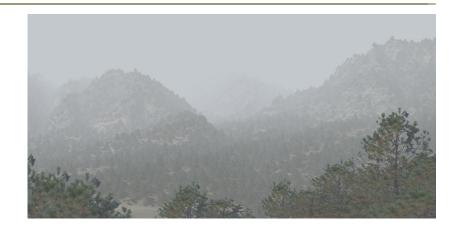


Atenuación con la distancia al observador

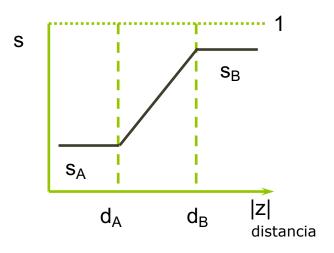
- Debemos tener en cuenta la distancia de los objetos al observador.
- Suponiendo que el observador en el origen podemos considerar la distancia como el valor absoluto de z.
- Se pueden conseguir efectos de atmósfera tomando una intensidad de fondo I_F e interpolando con la I obtenida por el modelo de iluminación
- ▶ |z|<d_A
 - La atmósfera siempre ofrece la misma atenuación mínima: s_A
- $d_A < |z| < d_B$
 - Atenuación lineal con la distancia:

$$s = s_A + \frac{s_B - s_A}{d_{B-d_A}} (|z| - d_A)$$

- ▶ |z|>d_B
 - ightharpoonup Atenuación máxima constante: s_B



$$I' = s \cdot I_F + (1 - s) \cdot I$$





Reflexión difusa dependiente del observador

Lambert $I_d = k_d \cdot I_L \cdot \cos(\theta_i)$



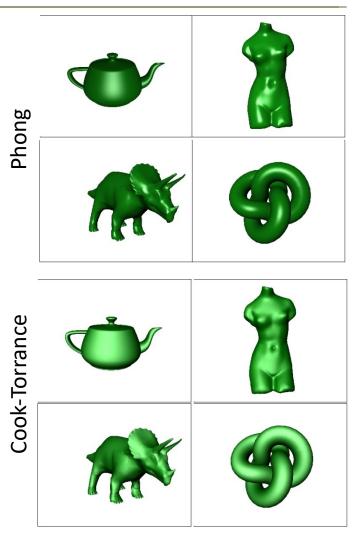
Lommel-Seeliger $I_d = k_d \cdot I_L \cdot \cos\left(\frac{\theta_i}{\theta_s + \theta_i}\right)$



Modelo físico (PBR): Cook-Torrance

- Objetivo del modelo: Mejorar la representación de los brillos del modelo de Phong.
 - Dependencia del ángulo de incidencia
 - Dependencia de la <u>longitud de onda</u>
- Generalidades del modelo
 - Nuevo término especular
 - Se basa en la BDRF
 - La dispersión de brillo basado en el modelo de microfacetas
 - El cambio de color en el brillo está basado en el factor de Fresnel
 - Superficies metálicas mucho mejor que Phong
 - Mejora sensible de los brillos para iluminación horizontal

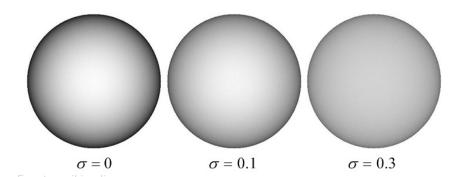


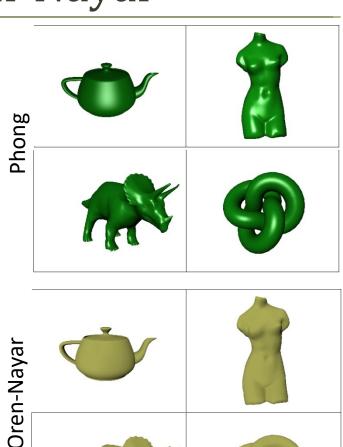




Modelo físico (PBR): Oren-Nayar

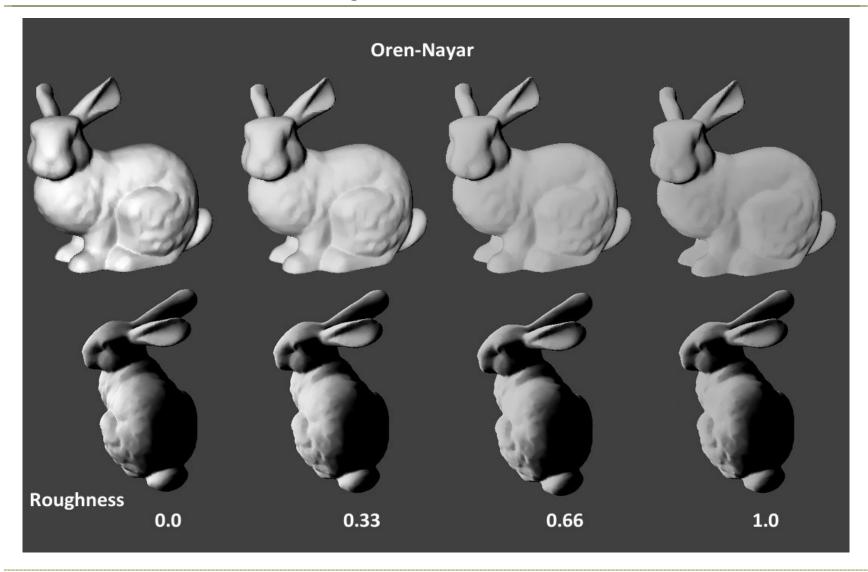
- Modela la iluminación difusa para superficies rugosas
- Motivado por la apariencia de la luna que no corresponde con Lambert
- Usa, como base, el modelo de microfacetas
- Cada microfaceta se comporta como un reflector Lambertiano
- Las microfacetas siguen una distribución Gaussiana que mide su rugosidad σ
- Cuando la rugosidad es 0, se reduce al modelo de Lambert
- Depende de las direcciones de iluminación y observación además de la rugosidad y la k_d







Modelo Oren-Nayar





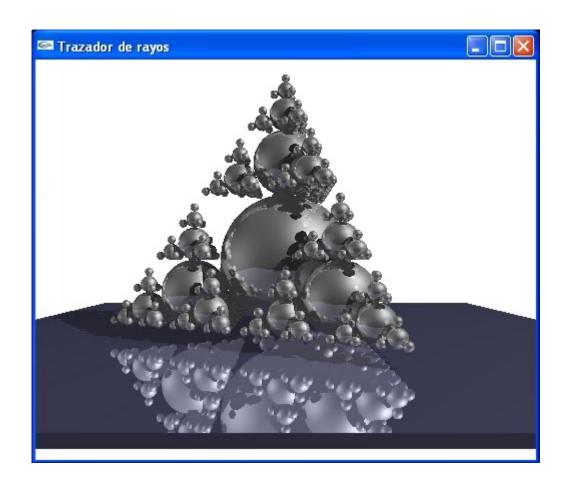
Modelo global: Whitted

$$I_{\lambda} = I_{a\lambda}k_{a}O_{d\lambda} + \sum_{i=1.m}S_{i}f_{att_{i}}I_{p_{i}\lambda}\left[k_{d}O_{d\lambda}\left(\vec{N}\bullet\vec{L}_{i}\right) + k_{s}\left(\vec{N}\bullet\vec{H}_{i}\right)^{n}\right] + k_{s}I_{r\lambda} + k_{t}I_{t\lambda}$$

	Fuentes	Objetos
re	$\sum_{i=1m} S_i f_{att_i} I_{p_i \lambda} k_s (\vec{N} \bullet \vec{H}_i)^n$	$k_{_S}I_{r\lambda}$
te	no	$k_{_t}I_{_t\lambda}$
rd	$\sum_{i=1m} S_i f_{att_i} I_{p_i \lambda} k_d O_{d \lambda} \left(\vec{N} \bullet \vec{L}_i \right)$	$I_{a\lambda}k_{a}O_{d\lambda}$
td	no	$-a\lambda \cdot a - d\lambda$



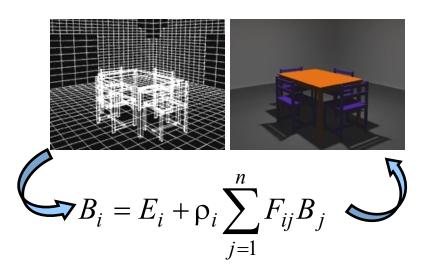
Modelo de Whitted





Modelo global: Radiosidad

- Centrado en la reflexión difusa por elementos finitos
- Precisa del cálculo del factor de forma de una superficie respecto de otra
- Sistema de ecuaciones donde las incógnitas son las radiosidades de los elementos geométricos
- Cálculo ajustado de penumbras
- Independiente del observador







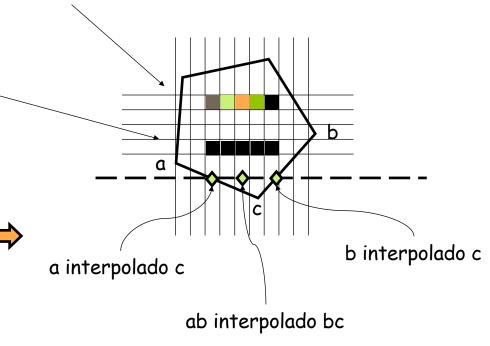
Modelos de sombreado



Tipos de algoritmos

- El sombreado <u>usa el modelo de</u> <u>iluminación</u> para conseguir colorear el pixel
- El algoritmo fundamental de sombreado era demasiado costoso
 - Un cálculo (al menos) del m.i. Para cada pixel ocupado.
- Algoritmo de sombreado constante.
 Una vez por polígono.
 - Luz en el infinito (N.L=cte)
 - Observador en el infinito (N.V=cte)
 - El polígono representa una superficie plana
- Algoritmos de sombreado por interpolación
 - Cálculos de iluminación en los vértices e interpolación

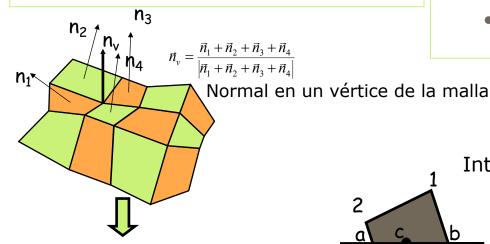
Algoritmo fundamental de sombreado
para cada polígono
convertir el polígono al raster
para cada pixel (visible) del polígono
calcular el punto 3D sobre el polígono
calcular el modelo de iluminación en ese punto
colorear el pixel



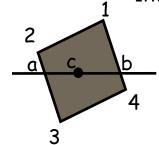


Algoritmo de sombreado de Gouraud

- (Gouraud, 1971) Usa un esquema de interpolación bilineal de intensidades aplicado a mallas de polígonos.
 - Consigue
 - Disminuir el cálculo drásticamente
 - Disminuir la visión de las aristas
- No consique
 - Eliminar totalmente las aristas (efecto de Mach)
 - Representar aceptablemente los brillos
 - Posibles errores en superficies corrugadas



Cálculo del modelo de iluminación en los vértices I_1, I_2, I_3, I_4



Interpolación Bilineal

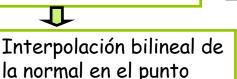


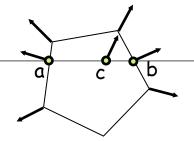
Algoritmo de sombreado de Phong

 (Phong, 1975) Usa un esquema de interpolación bilineal de normales aplicado a mallas de polígonos.

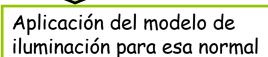
Cálculo de normales en los vértices

ALGORITMO









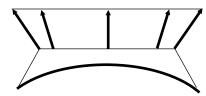
$$\vec{N}_a = \frac{1}{y_2 - y_3} (\vec{N}_2 (y_c - y_3) + \vec{N}_3 (y_2 - y_c))$$

$$\vec{N}_b = \frac{1}{y_1 - y_4} (\vec{N}_1 (y_c - y_4) + \vec{N}_4 (y_1 - y_c))$$

$$\vec{N}_c = \frac{1}{x_b - x_a} (\vec{N}_a (x_b - x_c) + \vec{N}_b (x_c - x_a))$$

Cálculo incremental

La interpolación de normales simula la curvatura



- Características destacadas
 - Mejora los brillos sensiblemente
 - El coste del cómputo es alto
 - Padece los problemas comunes a los métodos interpolativos
 - Silueta poligonal
 - Distorsión perspectiva
 - Superficies corrugadas



Comparación visual de algoritmos de sombreado



Fuente: www.cs.cmu.edu