UNIVERSIDAD DE SAN ANDRÉS - Matemática 2 (Administración- Contador- Negocios Digitales)

Ejercitación 4: Derivadas (Parte II)

1. Calcular el plano tangente de $f(x,y) = x^2 + y^4 + e^{xy}$ en el punto $(1,0)$.
2. Calcular el plano tangente de $f(x,y) = \ln(\sqrt{1+xy})$ en los puntos $(0,0)$ y $(1,2)$.
3. Calcular el plano tangente de $f(x,y) = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ en el punto $(\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$.
4. Calcular el plano tangente de $f(x,y) = e^{2x}\cos(bx+y)$ en el punto $(\frac{2\pi}{b}, 0)$.
5. Comparar los planos tangentes de $f(x,y) = x^2 + y^2$ y de $g(x,y) = -x^2 - y^2 + xy^3$ en el punto $(0,0)$, cómo son uno respecto del otro.
6. ¿ Dónde corta el eje z al plano tangente de $f(x,y) = e^{x-y}$ en el punto $(1,1)$?
7. Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\mathcal{C}^1$ tal que su plano tangente en $(1,-1)$ es $x + y + 2z = 3$, y sea $g(x,y) = e^{x^2-1}y$. Calcular el plano tangente de $2f + g$ en $(1,-1)$.
8. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\mathcal{C}^1$ tal que $\nabla f(0,0) = (4,-1)$ y el plano tangente de f en $(0,0)$ es $\alpha x + \beta y + z = 4$. Hallar α, β y $f(0,0)$.
9. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\mathcal{C}^1$ tal que $f_v(1,2) = \sqrt{2}$ para $v = (1,-1)$. Hallar todos los $k \in \mathbb{R}$ tales que $6x + ky - 2k = z + 3$ es el plano tangente de f en $(1,2)$.
10. Calcular las matrices diferenciales de f en P:
    (a) $f(x,y,z) = 2x + y + 4z$ en $P = (1,-1,2)$.
    (b) $f(x,y,z) = x^2y^3z^4$ en $P = (1,1,1)$.
    (c) $f(x,y,z) = (3x^2 + z - 1, \sin(xe^{zy}))$ en $P = (2,1,0)$.
    (d) $f(t) = (\cos t, \sin t, t)$ en $P = 0$.
    (e) $f(x,y) = (x^2 + y^2\sin(xy), e^x\cos y, 3x)$ en $P = (1,0)$.
11. Si $f(u,v) = (u+v, u, v^2)$ y $g(x,y) = (x^2+1, y^2)$, calcular $D(f \circ g)(1,1)$.

Regla de la cadena:

12. Si $f(u,v) = (\cos(v) + u^2, e^{u+v})$ y $g(x,y) = (e^{x^2}, x - \sin(y))$, calcular $D(f \circ g)(0,0)$.

13. Sea $f(u,v) = \dfrac{u^2+v^2}{u^2-v^2}$. Sea $h(x,y) = f(u(x,y), v(x,y))$ siendo las funciones $u(x,y) = e^{-x-y}$ y $v(x,y) = e^{xy}$. Calcular la matriz diferencial de $h(x,y)$.

14. Si $f(x,y) = (x+y^3, x, e^{x-y})$ y $g(x,y,z) = x^2 + 1 + zy^2$, calcular el plano tangente de $g \circ f$ en $(1,1)$.

15. Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ y $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\mathcal{C}^1$ tales que $f(2,1) = (1,0)$, $Df(2,1) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $\triangledown g(x,y) = (12x^3y + e^x, 3x^4 + \sin(y))$ y $g(1,0) = 0$. Hallar el plano tangente de $g \circ f$ en $(2,1)$.

16. Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ $\mathcal{C}^1$ tales que $f \circ g(x,y) = y\sin(x) + y^2 + x$, $g(0,1) = (0,2)$ $Dg(0,1) = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. Hallar el plano tangente de f en $(0,2)$.

17. Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\mathcal{C}^1$ y $g(x,y) = (3x(y+1), e^y)$, tales que el plano tangente de $f \circ g$ en $(-1,0)$ es $2x - z = 2$. Calcular el plano tangente de f en $(-3,1)$.