

- (4) Sean V un \mathbb{K} -espacio vectorial, $v \in V$ no nulo y $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$ tales que $\lambda v = \mu v$.
Probar que $\lambda = \mu$.

Supongamos que $\lambda \neq \mu$, luego $\lambda - \mu \neq 0$.

Por lo tanto, existe el inverso de $\lambda - \mu$, es decir, existe $\gamma \in \mathbb{K}$ tal que $1 = \gamma(\lambda - \mu) = (\lambda - \mu)\gamma$.

Luego, $v = 1 \cdot v = \gamma(\lambda - \mu)v = \gamma(\lambda v - \mu v) \stackrel{\text{hip.}}{=} \gamma \cdot 0 = 0$

Partiendo de $\lambda \neq \mu$ concluimos que $v = 0$, lo cual contradice la hipótesis y es un absurdo.

Por lo tanto, $\lambda = \mu$.