

(4) Probar que si $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ entonces el polinomio $x^2 + a^2$ tiene siempre dos raíces complejas distintas.

Igualo el polinomio a 0:

$$\begin{aligned} 0 &= x^2 + a^2 \Rightarrow x^2 = -a^2 \\ &\Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{-a^2} \\ &\Rightarrow x = \pm a \\ &\Rightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -a \end{cases} \end{aligned}$$

Como $a \neq 0$, se tiene que $x_1 \neq x_2$.