

(3) Probar que si $z \in \mathbb{C}$ tiene módulo 1 entonces $z + z^{-1} \in \mathbb{R}$.

Por proposición 4.2.4, sabemos que si $z \neq 0$, $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$

Por hipótesis tenemos $|z| = 1$, y resulta $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{1^2} = \bar{z}$

Luego, $z + z^{-1} = z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re}(z) \in \mathbb{R}$

↑
↳ parte real de z multiplicada por 2