

- (10) Suponga que tiene que resolver un sistema de ecuaciones lineales y que tras hacer algunas operaciones elementales por fila a la matriz ampliada obtiene una matriz con la siguiente forma

$$\left( \begin{array}{cccc|c} a & * & * & * & * \\ 0 & b & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & d & * \end{array} \right)$$

donde  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  y  $*$  son algunos números reales. ¿Qué conclusiones puede inferir acerca del conjunto de soluciones a partir de los valores de  $a, b, c$  y  $d$ ?

Lo primero que podemos notar es que si  $c$  es no nulo el sistema no tiene solución, pues sería equivalente a un sistema cuya ecuación  $0=c$  es falsa.

Asumamos ahora que  $c=0$ . Si  $a, b$  y  $d$  son no nulos, entonces como en el ejercicio 9 podemos simplificarlos aplicando la operación elemental multiplicar la respectiva fila por  $a^{-1}$ ,  $b^{-1}$  y  $d^{-1}$ . Luego intercambiar las filas 3 y 4 para obtener la matriz

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & * & * & * & * \\ 0 & 1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Razonando como en el ejercicio anterior, podemos transformar la matriz en una MERF que va a tener una fila nula. Además, éste sistema tiene una solución.

En efecto, para fijar ideas supongamos que  $a, b$  y  $c$  son las entradas de la última columna de la matriz ampliada, entonces  $(a, b, 0, c)$  es una solución. En éste caso, el sistema tiene infinitas soluciones.

Hay otros varios casos para analizar de manera similar.

Finalmente, al igual que antes, no es necesario llegar a una MERF para saber si el sistema tendrá o no solución, una o infinitas.

Pero para calcular de forma paramétrica el conjunto de soluciones SI es necesario llegar a una MERF.