(6) Sea $A \in \mathbb{K}^{n\times n}$. Probar que el polinomio $\tilde{\chi}_A(x) = \det(A - x\,\mathrm{Id}_n)$ y el polinomio característico de A tienen las mismas raíces.

$$
\begin{aligned}
\tilde{\chi}_A(x) &= \det(A - x\,\mathrm{Id}_n) \\
&= \det(-\mathrm{Id}_n(x\,\mathrm{Id}_n - A)) \\
&= \det(-\mathrm{Id}_n) \cdot \det(x\,\mathrm{Id}_n - A) \\
&= (-1)^n \det(x\,\mathrm{Id}_n - A) \\
&= (-1)^n \chi_A(x)
\end{aligned}
$$

Luego, $\tilde{\chi}_A(x)$ y $\chi_A(x)$ son polinomios que difieren por el factor $(-1)^n$, es decir, tienen las mismas raíces.