

(2) Encontrar los coeficientes reales del polinomio $p(x) = ax^2 + bx + c$ de manera tal que $p(1) = 2$, $p(2) = 7$ y $p(3) = 14$.

Implemento el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \textcircled{I} & a+b+c=2 \\ \textcircled{II} & 4a+2b+c=7 \\ \textcircled{III} & 9a+3b+c=14 \end{cases}$$

Por \textcircled{I} tengo $a+b+c=2 \Rightarrow c=2-a-b$, reemplazo en \textcircled{II} :

$$4a+2b+c=7 \Rightarrow 4a+2b+2-a-b=7 \Rightarrow 3a+b=5 \Rightarrow b=5-3a, \text{ reemplazo en } \textcircled{III}:$$

$$9a+3b+c=14 \Rightarrow 9a+3(5-3a)+c=14$$

$$\cancel{9a}+15-\cancel{9a}+c=14 \Rightarrow c=-1$$

$\textcircled{I} \quad a+b+c=2 \Rightarrow a+b-1=2 \Rightarrow a+b=3 \Rightarrow a=3-b$, reemplazo en \textcircled{II} :

$$4a+2b+c=7 \Rightarrow 4(3-b)+2b-1=7$$

$$12-4b+2b-1=7$$

$$-2b=-4 \Rightarrow b=2$$

$$\textcircled{I} \quad a+b+c=2 \Rightarrow a+2-1=2 \Rightarrow a=1$$

Finalmente $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=-1 \end{cases} \Rightarrow$ el polinomio resultante es $p(x) = x^2 + 2x - 1$.

$$\begin{aligned} p(1) &= 2 \quad \checkmark \\ p(2) &= 7 \quad \checkmark \\ p(3) &= 14 \quad \checkmark \end{aligned}$$