(8) Dar un conjunto de generadores para los siguientes subespacios vectoriales.

a) Los conjuntos de soluciones de los sistemas homogéneos del ejercicio (5) del Práctico 2.

b) Los conjuntos descriptos en el ejercicio (6) del Práctico 2.

a)

a) $\begin{cases} -x-y+4z=0 \\ x+3y+8z=0 \\ x+2y+5z=0 \end{cases}$

La única solución de éste sistema es la trivial.
Luego el subespacio de soluciones es $\{0\}$.

b) $\begin{cases} x-3y+5z=0 \\ 2x-3y+z=0 \\ -y+3z=0 \end{cases}$

El conjunto de soluciones de éste sistema es $\{(4t,3t,t):t\in\mathbb{R}\}$
Por lo tanto $(4,3,1)$ genera el espacio de soluciones.

c) $\begin{cases} x-z+2t=0 \\ -x+2y-z+2t=0 \\ -x+y=0 \end{cases}$

El conjunto de soluciones de éste sistema es $\{(s-2t,s-2t,s,t):s,t\in\mathbb{R}\}$
$=\{s(1,1,1,0)+t(-2,-2,0,1):s,t\in\mathbb{R}\}$
Luego, $(1,1,1,0)$ y $(-2,-2,0,1)$ generan el espacio de soluciones.

b)

a) $\begin{cases} x-3y+5z=b_1 \\ 2x-3y+z=b_2 \\ -y+3z=b_3 \end{cases}$

El conjunto de soluciones del sistema es $\{(s,2s-3t,t):s,t\in\mathbb{R}\}$
Por lo tanto, $(1,2,0)$ y $(0,-3,1)$ generan el espaco de soluciones.

b) $\begin{cases} x-z+2t=b_1 \\ -x+2y-z+2t=b_2 \\ -x+y=b_3 \\ y-z+2t=b_4 \end{cases}$

El conjunto de soluciones del sistema es $\{(s,2t-s,t-s,t):s,t\in\mathbb{R}\}$
Por lo tanto $(1,-1,-1,0)$ y $(0,2,1,1)$ generan el espacio de soluciones.

c) $\begin{cases} -x-y+4z=b_1 \\ x+3y+8z=b_2 \\ x+2y+5z=b_3 \end{cases}$

El conjunto de soluciones del sistema es $\{(b_1,b_2,b_3):b_1,b_2,b_3\in\mathbb{R}\}$
Por lo tanto $\{e_1,e_2,e_3\}$ generan el espacio de soluciones.