

5) Para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones, describir explícita o paramétricamente todas las soluciones e indicar cuál es la MERF asociada al sistema.

$$a) \begin{cases} -x-y+4z=0 \\ x+3y+8z=0 \\ x+2y+5z=0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 8 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2+f_1 \\ f_3+f_1}]{} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 12 \\ 0 & 1 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_1+f_3 \\ f_2-2f_3}]{} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 13 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_1 \cdot (-1) \\ f_2 \cdot (-1/6)}]{} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_1+13f_2 \\ f_3-9f_2}]{} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La MERF asociada al sistema es Id_3 y la única solución es la trivial.

$$b) \begin{cases} x-3y+5z=0 \\ 2x-3y+z=0 \\ -y+3z=0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2-2f_1 \\ f_3 \cdot (-1)}]{} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 3 & -9 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2-3f_3 \\ f_1+3f_3}]{} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2 \leftrightarrow f_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leftarrow \text{MERF asociada}$$

El conjunto de soluciones del sistema es $\{(4t, 3t, t): t \in \mathbb{R}\} \rightarrow$ paramétrica.

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3: x-4z=0 \wedge y-3z=0\} \rightarrow \text{impl\'icita}.$$

$$c) \begin{cases} x-z+2t=0 \\ -x+2y-z+2t=0 \\ -x+y=0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2+f_1 \\ f_3+f_1}]{} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2-2f_3 \\ f_1+2f_3}]{} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2 \leftrightarrow f_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leftarrow \text{MERF asociada}$$

El conjunto de soluciones del sistema es $\{(s-2t, s-2t, s, t): s, t \in \mathbb{R}\} \rightarrow$ paramétrica.

$$\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4: x-z+2t=0 \wedge y-z+2t=0\} \rightarrow \text{impl\'icita}.$$

$$d) \begin{cases} -x-y+4z=1 \\ x+3y+8z=3 \\ x+2y+5z=1 \end{cases}$$

El sistema es el mismo que el de a), sólo cambia que éste es no homogéneo, la búsqueda de la MERF asociado es la misma, me concentro únicamente en el resultado de cada ecuación.

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 & | & 1 \\ 1 & 3 & 8 & | & 3 \\ 1 & 2 & 5 & | & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2+f_1 \\ f_3+f_1}]{} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 & | & 1 \\ 0 & 2 & 12 & | & 4 \\ 0 & 1 & 9 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_1+f_3 \\ f_2-2f_3}]{} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 13 & | & 3 \\ 0 & 0 & -6 & | & 0 \\ 0 & 1 & 9 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_1 \cdot (-1) \\ f_2 \cdot (-1/6)}]{} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -13 & | & -3 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 9 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_1+13f_2 \\ f_3-9f_2}]{} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -3 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2 \end{bmatrix}$$

La MERF asociada al sistema es $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -3 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$, y su solución $(-3, 2, 0)$

$$e) \begin{cases} x-3y+5z=1 \\ 2x-3y+z=3 \\ -y+3z=1 \end{cases}$$

El sistema es el mismo que el de b), sólo cambia que éste es no homogéneo, la búsqueda de la MERF asociado es la misma, me concentro únicamente en el resultado de cada ecuación.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2-2f_1 \\ f_3 \cdot (-1)}]{} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2-3f_3 \\ f_1+3f_3}]{} \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2 \leftrightarrow f_3} \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & | & -2 \\ 0 & 1 & -3 & | & -1 \\ 0 & 0 & 0 & | & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_3 \cdot 1/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & | & -2 \\ 0 & 1 & -3 & | & -1 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_1+2f_3 \\ f_2+f_3}]{} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & | & 0 \\ 0 & 1 & -3 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix}$$

La MERF asociada al sistema es $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & | & 0 \\ 0 & 1 & -3 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix}$, el sistema no tiene solución.

$$f) \begin{cases} x-z+2t=1 \\ -x+2y-z+2t=3 \\ -x+y=1 \end{cases}$$

El sistema es el mismo que el de c), sólo cambia que éste es no homogéneo, la búsqueda de la MERF asociado es la misma, me concentro únicamente en el resultado de cada ecuación.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{f_2+f_1 \\ f_3 \cdot f_1^{-1}}]{} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2-2f_3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2 \leftrightarrow f_3} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La MERF asociada al sistema es $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & | & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$, el conjunto de soluciones del sistema es $\{(s-2t+1, s-2t+2, s, t): s, t \in \mathbb{R}\}$