(8) Sea $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$. Reduciendo A por filas,

a) encontrar todas las soluciones sobre $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$ del sistema $AX = 0$.

Busco la MERF asociada:

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[f_2-2f_3]{f_1-3f_3} \begin{bmatrix} 0 & 8 & 2 \\ 0 & 7 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_1 \cdot 1/8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1/4 \\ 0 & 7 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[f_3+3f_1]{f_2-7f_1} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1/4 \\ 0 & 0 & -3/4 \\ 1 & 0 & 3/4 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2 \cdot (-4/3)} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3/4 \end{bmatrix}$$

Si aplico $f_1 = f_1 - 1/4 f_2$, $f_3 = f_3 - 3/4 f_2$ y reacomodo llego a Id_3, por lo tanto el sistema tiene la solución trivial $(0,0,0)$.

Además, las operaciones realizadas valen para $\mathbb{R}$ y para $\mathbb{C}$, entonces $(0,0,0)$ es solución para ambos casos.

b) encontrar todas las soluciones sobre $\mathbb{R}$ y $\mathbb{C}$ del sistema $AX = \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{bmatrix}$.

Repito la secuencia de operaciones en el vector K:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[f_2-2f_3]{f_1-3f_3} \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_1 \cdot 1/8} \begin{bmatrix} 1/8 \\ i \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[f_3+3f_1]{f_2-7f_1} \begin{bmatrix} 1/8 \\ i - 7/8 \\ 3/8 \end{bmatrix} \xrightarrow{f_2 \cdot (-4/3)} \begin{bmatrix} 1/8 \\ -4i/3 + 7/6 \\ 3/8 \end{bmatrix} \xrightarrow[f_3 - 3/4 f_2]{f_1 - 1/4 f_2} \begin{bmatrix} i/3 - 1/6 \\ -4i/3 + 7/6 \\ i - 1/2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{reacomodo}} \begin{bmatrix} i - 1/2 \\ i/3 - 1/6 \\ -4i/3 + 7/6 \end{bmatrix}$$

El sistema no tiene solución en $\mathbb{R}$, pero sí en $\mathbb{C}$, $K = \begin{bmatrix} i - 1/2 \\ i/3 - 1/6 \\ -4i/3 + 7/6 \end{bmatrix}$