(5) Encontrar

a) un vector no nulo ortogonal a $(3, -4)$,

b) un vector no nulo ortogonal a $(2, -1, 4)$,

c) un vector no nulo ortogonal a $(2, -1, 4)$ y $(0, 1, -1)$.

a) <(3,-4),(a,b)> = 3a + (-4)b = 0

Si a=4 y b=3 tengo 3*4+(-4)3 = 12+(-12) = 0
Por lo tanto el vector (4,3) es ortogonal a (3,-4)

b) <(2,-1,4)(a,b,c)> = 2a + (-1)b + 4c = 0

Si a=3, b=2, c=-1 tengo 2*3+(-1)2+4(-1) = 6+(-2)+(-4) = 0
Por lo tanto el vector (3,2,-1) es ortogonal a (2,-1,4)

c) Tengo 2 condiciones:
<(2,-1,4),(x,y,z)> = 2x-y+4z = 0
<(0,1,-1),(x,y,z)> = y- z = 0

Puedo deducir que si y-z=0 => y=z

Reemplazo en la primera ecuación:
2x-y+4z = 2x-y+4y = 2x+3y = 0

Como 2x+3y=0 => 2x=-3y

Tengo muchas posibles combinaciones, pero para éste caso elijo x=3:
2x=-3y => 2*3=-3y => 6=-3y => -2=y

Luego, y=z => z=-2

Finalmente, (3,-2,-2) es ortogonal a (2,-1,4) y (0,1,-1), corroboramos:

<(2,-1,4),(3,-2,-2)> = 2*3 +(-1)(-2)+ 4(-2) = 6+2+(-8) = 0
<(0,1,-1),(3,-2,-2)> = 0*3 + 1(-2)+(-1)(-2) = 0+(-2)+2 = 0