

(14) Determinar el dominio y la derivada de las siguientes funciones vectoriales:

(a) $r(t) = (\ln(4 - t^2), t^3, \arctan(t))$

$$\text{Dom}(r(t) = (\ln(4 - t^2))) = (-2, 2)$$

$$\text{Dom}(r(t) = t^3) = \mathbb{R}$$

$$\text{Dom}(r(t) = \arctan(t)) = \mathbb{R}$$

Entonces, $\text{Dom}(r) = (-2, 2)$

$$\frac{d}{dt}(\ln(4 - t^2)) = \frac{-2t}{4 - t^2}$$

$$\frac{d}{dt}(t^3) = 3t^2$$

$$\frac{d}{dt}(\arctan(t)) = \frac{1}{t^2 + 1}$$

Finalmente, $r'(t) = \left(\frac{-2t}{4 - t^2}, 3t^2, \frac{1}{t^2 + 1} \right)$

(b) $r(t) = t\mathbf{a} + \langle \mathbf{b}, t\mathbf{c} \rangle \mathbf{d}$,

donde $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ y \mathbf{d} son vectores.

$$\text{Dom}(r) = \mathbb{R}$$

Teniendo en cuenta que t es una constante, $\frac{d}{dt}(t\mathbf{a} + \langle \mathbf{b}, t\mathbf{c} \rangle \mathbf{d}) = \mathbf{a} + \langle \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle \mathbf{d}$