(2) (a) ¿Cuál es el radio de convergencia de una serie de potencias? ¿Cómo se determina?
(b) ¿Cuál es el intervalo de convergencia de una serie de potencias? ¿Cómo se calcula?

a) El radio de convergencia de una serie de potencias es un número R que indica el tamaño del intervalo abierto centrado en el centro c de la serie, dentro del cual la serie converge absolutamente.

Existen tres posibles casos para la convergencia de la serie de potencias dependiendo del valor del radio de convergencia:

- Si R = 0, la serie de potencias solo converge en el punto x = c.
- Si R = infinito, la serie de potencias converge absolutamente para todos los reales.
- Si 0 < R < infinito, la serie de potencias converge absolutamente en el intervalo (c-R, c+R) y diverge para cualquier valor de x fuera de este intervalo.

Para determinar el valor del radio de convergencia, se debe calcular el límite superior de la raíz n-ésima de los coeficientes de la serie, lo que puede ser complicado en algunos casos. En general, se pueden utilizar técnicas como la regla de l'Hôpital, la comparación con series conocidas y la manipulación algebraica de la expresión para calcular el límite superior de la raíz. Una vez que se ha calculado este límite superior, se puede utilizar la fórmula de Cauchy-Hadamard para determinar el valor del radio de convergencia R.

b) El intervalo de convergencia de una serie de potencias es el conjunto de valores de x para los cuales la serie converge absolutamente.

Una vez que se ha encontrado el radio de convergencia R, hay que examinar los extremos del intervalo [c-R,c+R] para determinar si la serie converge en esos puntos.

Para examinar los extremos, se pueden utilizar técnicas como la regla de los signos de la serie alternante, la serie de Taylor, la comparación con series conocidas y la regla de L'Hôpital.

Si la serie converge en los extremos del intervalo, entonces el intervalo de convergencia es el intervalo cerrado y acotado [c-R,c+R]. Si la serie no converge en uno o ambos extremos, entonces el intervalo de convergencia es el intervalo abierto y no acotado (c-R,c+R), (c-R,c+R] o [c-R,c+R), dependiendo de cuál o cuáles extremos no converjan.

Es importante tener en cuenta que la convergencia de la serie en un punto que no sea un extremo no implica la convergencia en todo el intervalo de convergencia, por lo que siempre es necesario examinar los extremos para determinar el intervalo completo de convergencia.