

(6) Usar la expansión  $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots$ , válida en el rango  $-1 < x < 1$ , para representar las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ , en potencias de  $x$ .

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1-(-x)} = \sum_{n=0}^{\infty} (-x)^n = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$$

(b)  $f(x) = \frac{3}{1-x^4}$ , en potencias de  $x$ .

$$\frac{3}{1-x^4} = 3 \cdot \frac{1}{1-x^4} = \sum_{n=0}^{\infty} 3(x^4)^n = \sum_{n=0}^{\infty} 3x^{4n}$$

(c)  $f(x) = \frac{2}{3-x}$ , en potencias de  $x$ .

$$\frac{2}{3-x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1-x/3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3} \left(\frac{x}{3}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3} \cdot \frac{x^n}{3^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3^{n+1}} x^n$$