(9) Calcular la derivada direccional de f en el punto P_o y en la dirección del vector $\vec{u}$ dado.

$$D_{\bar{u}} f(\bar{a}) = \langle \nabla f(\bar{a}), \bar{u} \rangle = \frac{\partial f}{\partial x_1}(\bar{a})\, u_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n}(\bar{a})\, u_n .$$

(a) $f(x,y) = x\mathrm{e}^{2y}$, $P_o = (2,0)$, $\vec{u} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

Veamos si $\vec{u}$ es unitario: $\|\vec{u}\| = \sqrt{(1/2)^2 + (\sqrt{3}/2)^2} = \sqrt{1/4 + 3/4} = \sqrt{1} = 1$, entonces es unitario.

Ahora calculemos las derivadas parciales:

$f_x(x,y) = e^{2y} \Rightarrow f_x(2,0) = 1$

$f_y(x,y) = xe^{2y}.2 = 2xe^{2y} \Rightarrow f_y(2,0) = 4$

Por lo tanto $\langle (1,4), (1/2, \sqrt{3}/2) \rangle = 1/2 + \sqrt{3}/2 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(b) $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$, $P_o = (1,3,2)$, $\vec{u} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$.

Veamos si $\vec{u}$ es unitario: $\|\vec{u}\| = \sqrt{(1/\sqrt{3})^2 + (1/\sqrt{3})^2 + (1/\sqrt{3})^2} = \sqrt{1/3 + 1/3 + 1/3} = \sqrt{1} = 1$, entonces es unitario.

Ahora calculamos las derivadas parciales:

$f_x(x,y,z) = \frac{2x}{x^2+y^2+z^2} \Rightarrow f_x(1,3,2) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$

$f_y(x,y,z) = \frac{2y}{x^2+y^2+z^2} \Rightarrow f_y(1,3,2) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

$f_z(x,y,z) = \frac{2z}{x^2+y^2+z^2} \Rightarrow f_z(1,3,2) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

Por lo tanto, $\langle (1/7, 3/7, 2/7), (1,3,2) \rangle = 1/7 + 9/7 + 4/7 = 14/7 = 2$