

(16) Determinar en qué punto se intersecan las siguientes curvas, $r_1(t) = (t, 1-t, 3+t^2)$ y $r_2(s) = (3-s, s-2, s^2)$, y calcular el ángulo de la intersección.

Igualo los coeficientes:
$$\begin{cases} t=3-s \\ 1-t=s-2 \\ 3+t^2=s^2 \end{cases}, \text{ entonces } \begin{cases} t=1 \\ s=2 \end{cases}$$

$$r_1(1) = (1, 1-1, 3+1^2) = (1, 0, 4)$$

$$r_2(2) = (3-2, 2-2, 2^2) = (1, 0, 4)$$

Por lo tanto las curvas se interceptan en el punto $(1, 0, 4)$.

Para calcular el ángulo de la intersección debo calcular:

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{\|u\| \|v\|}, \text{ donde } u \text{ y } v \text{ son los vectores tangentes:}$$

$$u = r_1'(1) = (1, -1, 2t) = (1, -1, 2)$$

$$v = r_2'(2) = (-1, 1, 2s) = (-1, 1, 4)$$

$$\langle (1, -1, 2), (-1, 1, 4) \rangle = -1 - 1 + 8 = 6$$

$$\|u\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{6}$$

$$\|v\| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{18} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$$

Finalmente, el ángulo de intersección de las curvas es:

$$\cos \theta = \frac{6}{\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{6}\sqrt{2}}$$