(8) Obtener la ecuación del plano tangente a la superficie de nivel de la función f que pasa por el punto dado.

$\langle (x,y,z) - (x_0,y_0,z_0) \;,\; \nabla f(x_0,y_0,z_0) \rangle = 0$

vector normal al plano

(a) $f(x, y, z) = x^2y + y^2z + z^2x$, en $(1, -1, 1)$.

$f_x(x,y,z) = 2xy + z^2 \Rightarrow f_x(1,-1,1) = -2+1 = -1$

$f_y(x,y,z) = x^2 + 2yz \Rightarrow f_y(1,-1,1) = 1+(-2) = -1$

$f_z(x,y,z) = y^2 + 2xz \Rightarrow f_z(1,-1,1) = 1+2 = 3$

Por lo tanto $\langle (x,y,z) - (1,-1,1), (-1,-1,3) \rangle = (x-1)(-1) + (y+1)(-1) + (z-1)3 = 0$

(b) $f(x, y, z) = \cos(x + 2y + 3z)$, en $(\pi/2, \pi, \pi)$.

$f_x(x,y,z) = -\text{sen}(x+2y+3z) \Rightarrow f_x(\pi/2,\pi,\pi) = -\text{sen}(\pi/2+2\pi+3\pi) = -\text{sen}(11\pi/2) = -(-1) = 1$

$f_y(x,y,z) = -\text{sen}(x+2y+3z).2 \Rightarrow f_y(\pi/2,\pi,\pi) = -\text{sen}(\pi/2+2\pi+3\pi).2 = -\text{sen}(11\pi/2).2 = -(-1).2 = 2$

$f_z(x,y,z) = -\text{sen}(x+2y+3z).3 \Rightarrow f_z(\pi/2,\pi,\pi) = -\text{sen}(\pi/2+2\pi+3\pi).3 = -\text{sen}(11\pi/2).3 = -(-1).3 = 3$

Por lo tanto $\langle (x,y,z) - (\pi/2,\pi,\pi), (1,2,3) \rangle = (x-\pi/2) + 2(y-\pi) + 3(z-\pi) = 0$