

MODELO DE LEVITADOR MAGNÉTICO EXPERIMENTAL PARA PRÁCTICA DOCENTE

Juan Manuel Guariste

Ignacio Islas

Javier Mosconi

Este Trabajo Final de carrera fue presentado al Departamento de Electrónica y
Computación de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de
Mar del Plata el **día X de Julio del año 2022**, como requisito parcial para
la obtención del título de
Ingeniero en Electrónica

Director: Ing. Walter Kloster

Co-Director: Ing. Gustavo Uicich

Índice general

Índice de tablas	ix
Índice de figuras	xii
1. Introducción	1
1.1. Contexto del proyecto	3
1.2. Descripción del dispositivo	4
1.3. Alcance del proyecto	7
1.4. Organización del informe	8
2. Caracterización y modelado de la planta	9
2.1. Modelado matemático del electroimán	9
2.1.1. Modelado de inductancia del electroimán	11
2.1.2. Cálculo de la fuerza magnética	14
2.2. Características del electroimán	15
2.2.1. Características constructivas	15

2.2.2. Corriente nominal del sistema	17
2.2.3. Expresión de inductancia linealizada	18
2.3. Mediciones sobre el electroimán	19
2.3.1. Medición de resistencia del bobinado	19
2.3.2. Medición de inductancia	20
2.4. Modelo de estado de la planta	22
3. Controlador de corriente	29
3.1. Descripción general	29
3.1.1. Comportamiento eléctrico del electroimán	30
3.2. Diseño del controlador	32
3.2.1. Análisis de estimación	34
3.2.2. Diseño del lazo de control de corriente	35
3.2.3. Medición de corriente	36
3.3. Elección y calculo de parámetros del controlador	38
3.3.1. Cálculo de tensión de alimentación	38
3.3.2. Cálculo de ancho de histéresis	40
3.3.3. Elección del sensor de corriente	41
3.3.3.1. Análisis de medición de corriente mediante resistencia shunt	41
3.3.3.2. Análisis de medición de corriente mediante sensor de efecto Hall	43

3.3.4. Cálculo de ganancia de entrada	45
4. Estimador analógico	47
4.1. Descripción general	48
4.2. Análisis de la estimación	49
4.3. Modelo circuital del estimador de posición	50
4.4. Circuito del derivador compensado	52
4.5. Diseño del filtro pasa bajos	55
4.6. Compensación de resistencia interna	57
4.7. Rectificación y suavizado	61
4.7.1. Rectificador	62
4.7.2. Restador	64
4.7.3. Filtrado	65
4.8. Simulación del estimador completo	67
4.9. Transferencia final del estimador de posición	68
5. Compensador analógico	71
5.1. Descripción general	71
5.2. Lazo de realimentación interno	72
5.2.1. Análisis de estabilidad con masa de 30 kg	72
5.2.2. Diseño de la red de adelanto de fase	78
5.2.3. Verificación de estabilidad con masa de 1 kg	81

5.2.4. Implementación circuital de la red de adelanto de fase	83
5.3. Lazo del realimentación externo	85
5.3.1. Diseño del integrador	85
5.3.2. Implementación circuital del integrador	90
5.4. Etapa de entrada	91
5.4.1. Cálculo de ganancia de entrada	91
5.4.2. Implementación circuital	93
6. Implementación digital	95
6.1. Descripción general	96
6.2. Determinación de la frecuencia de muestreo	97
6.3. Adquisición y procesamiento de las muestras	99
6.4. Estimación digital de la posición	101
6.5. Resolución en posición	103
6.6. Acondicionamiento de señales para el ADC	107
6.6.1. Referencia de posición	107
6.6.2. Componente alterna de corriente del electroimán	108
6.6.3. Componente continua de corriente del electroimán	109
6.7. Acondicionamiento de señales para el DAC	110
6.8. Transferencias de la planta y del controlador de corriente	111
6.9. Diseño del compensador	112

6.9.1.	Análisis de estabilidad con masa de 30 kg	112
6.9.2.	Análisis de estabilidad con masa de 1 kg	117
6.10.	Diseño de lazo de realimentación externo	119
6.11.	Cálculo de los coeficientes del controlador	124
6.12.	Conexión entre el PCB y el microcontrolador	126
7.	Diseño del circuito impreso	127
7.1.	Fuentes de alimentación	127
7.1.1.	Fuente de alimentación externa de 24 V	127
7.1.2.	Fuente de alimentación interna de 12 V	128
7.1.3.	Fuente de alimentación interna de 5 V	128
7.2.	Esquemáticos	130
7.2.1.	Principal	130
7.2.2.	Controlador de corriente	131
7.2.3.	Puente H	132
7.2.4.	Compensador analógico	133
7.2.5.	Estimador analógico	134
7.2.6.	Interfaz con microcontrolador	135
7.2.7.	Fuentes de alimentación	136
7.3.	PCB	137
7.3.1.	Consideraciones para el diseño del PCB	137

7.3.2. Modelo 2D	139
7.3.2.1. Vista superior	139
7.3.2.2. Vista inferior	140
7.3.3. Modelo 3D	141
7.3.3.1. Vista superior	141
7.3.3.2. Vista inferior	142
8. Conclusión	143
Bibliografía	145

Índice de tablas

2.1. Valores de inductancia medidos en función del entrehierro.	20
4.1. V_{yf} en función de la posición.	52
4.2. Resultados de simulación del estimador.	68
5.1. Tensión de referencia $[V_{in}]$ Vs separación deseada $[Y_g]$	92
6.1. Valores de frecuencia calculados a partir de las mediciones de inductancia realizadas.	98

Índice de figuras

1.1.	Aplicación de levitación magnética.	2
1.2.	Esquema del dispositivo.	4
1.3.	Diagrama en bloques del sistema.	6
2.1.	Circulación del flujo magnético a través del electroimán.	11
2.2.	Dimensiones del electroimán [mm].	16
2.3.	Carrete de plástico para el bobinado.	17
2.4.	Inductancia medida en función del entrehierro.	21
3.1.	Respuesta ante una entrada en escalón.	31
3.2.	Forma de onda de corriente y tensión en el electroimán.	32
3.3.	Forma de onda de corriente al disminuir el período de conmutación.	33
3.4.	Diagrama en bloques del controlador de corriente con histéresis.	36
3.5.	Diagrama en bloques del controlador de corriente completo.	37
3.6.	Puente H con resistencia de sensado de corriente (R_s).	42
4.1.	Diagrama en bloques del estimador.	49

4.2.	Circuito derivador.	50
4.3.	Circuito derivador compensado	53
4.4.	Transferencia a lazo abierto del derivador compensado.	54
4.5.	Transferencia de lazo cerrado.	55
4.6.	Filtro para la entrada del derivador.	56
4.7.	Respuesta en frecuencia del filtro activo.	56
4.8.	Forma de onda luego de rectificar sin compensación de resistencia interna.	58
4.9.	Esquema circuital del derivador con V_{bias}	58
4.10.	Generación de V_{bias}	60
4.11.	Formas de onda obtenidas en la simulación.	61
4.12.	Circuito de rectificación, resta y filtrado.	62
4.13.	Circuito rectificador.	63
4.14.	Circuito restador.	65
4.15.	Esquema circuital del restador con una etapa de filtrado en 159.2Hz	67
4.16.	Simulación final del estimador.	68
5.1.	Diagrama del sistema completo.	72
5.2.	Diagrama de Bode de lazo abierto GH_T con $M = 30\text{kg}$	73
5.3.	Diagrama de Nyquist de GH_T con $M = 30\text{ kg}$	74
5.4.	Acercamiento del diagrama de Nyquist de GH_T con $M = 30\text{ kg}$	75

5.5. Lugar de raíces de GH_T con $M = 30 \text{ kg}$.	76
5.6. Acercamiento del lugar de raíces de GH_T con $M = 30 \text{ kg}$.	76
5.7. Forma del diagrama de Nyquist deseado.	77
5.8. Diagrama de Bode de $GH_T * G_C$ para $K = 1$ y $M = 30 \text{ kg}$.	79
5.9. Diagrama de Bode de $GH_T * G_C$ para $K = 10$ y $M = 30 \text{ kg}$.	80
5.10. Diagrama de Nyquist de $GH_T * G_C$ para $K = 10$ y $M = 30 \text{ kg}$.	80
5.11. Respuesta al escalón para $M = 30 \text{ kg}$.	81
5.12. Diagrama de Bode de $GH_T * G_C$ para $M = 1 \text{ kg}$.	82
5.13. Diagrama de Nyquist de $GH_T * G_C$ para $M = 1 \text{ kg}$.	82
5.14. Respuesta al escalón para $M = 1 \text{ kg}$.	83
5.15. Diseño circuital de una red de adelanto de fase.	84
5.16. Etapa de ganancia del compensador.	85
5.17. Lugar de raíces con el integrador.	87
5.18. Respuesta al escalón con integrador con $K_{int} = 1$ y $M = 30 \text{ kg}$.	88
5.19. Respuesta al escalón con integrador para $K_{int} = 50$ y $M = 30 \text{ kg}$.	89
5.20. Respuesta al escalón con integrador para $K_{int} = 50$ y $M = 1 \text{ kg}$.	90
5.21. Implementación circuital del integrador.	91
5.22. Diagrama en bloques final.	92
5.23. Etapa de entrada.	93
6.1. Diagrama en bloques de la implementación digital.	96

6.2.	Diagrama en bloques de la etapa digital simplificado.	97
6.3.	Diagrama de flujo del procesamiento de las muestras adquiridas. .	99
6.4.	Variación de pendiente ante mínimo cambio de posición.	105
6.5.	Circuito acondicionador para referencia de posición.	108
6.6.	Circuito acondicionador para componente alterna de corriente del electroimán.	109
6.7.	Circuito acondicionador para componente continua de corriente del electroimán.	109
6.8.	Circuito acondicionador para la salida del DAC correspondiente al compensador.	110
6.9.	Circuito acondicionador para la salida del DAC correspondiente al estimador digital.	111
6.10.	Diagrama de Bode de lazo abierto $GH_T(w)$ con $M = 30 \text{ kg}$	113
6.11.	Diagrama de Nyquist de $GH_T(w)$ con $M = 30 \text{ kg}$	113
6.12.	Diagrama de Bode de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $K = 1$ y $M = 30 \text{ kg}$. .	115
6.13.	Diagrama de Bode de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $K = 2630$ y $M = 30 \text{ kg}$. .	116
6.14.	Diagrama de Nyquist de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $K = 2630$ y $M = 30 \text{ kg}$. .	116
6.15.	Respuesta al escalón para $M = 30 \text{ Kg}$	117
6.16.	Diagrama de Bode de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $M = 1 \text{ kg}$	118
6.17.	Diagrama de Nyquist de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $M = 1 \text{ kg}$	118
6.18.	Respuesta al escalón para $M = 1 \text{ kg}$	119

6.19. Diagrama del sistema completo.	119
6.20. Lugar de raíces con el integrador.	121
6.21. Respuesta al escalón con integrador con $K_{int} = 1$ y $M = 30 \text{ kg}$.	122
6.22. Respuesta al escalón con integrador para $K_{int} = 20$ y $M = 30 \text{ kg}$.	123
6.23. Respuesta al escalón con integrador para $K_{int} = 20$ y $M = 1 \text{ kg}$.	124

Agradecimientos

Capítulo 1

Introducción

La levitación magnética es un fenómeno físico en el que se aprovecha la fuerza generada por un campo magnético sobre un objeto imantable para mantenerlo en suspensión estática sin contacto mecánico, contrarrestando la acción de la gravedad. Los sistemas que emplean este principio son de gran interés debido a que permiten reemplazar algunos sistemas mecánicos reduciendo significativamente las pérdidas de energía y desgaste de componentes ocasionados por el roce, además de ser más suaves y menos ruidosos.

Sin embargo, no es posible conseguir un estado de levitación magnética al enfrentar, sobre el eje vertical, a un imán permanente y a un objeto ferromagnético situado por debajo. Si bien se puede producir un instante de equilibrio en el que la fuerza magnética de atracción generada por el imán cancele la del peso del objeto haciéndolo levitar, cualquier mínima perturbación haría que ambos se peguen o se separen.

Entre los distintos sistemas que se utilizan para lograr una levitación magnética se encuentra el llamado Electromagnetic Suspension (EMS), en los que se reemplaza

el imán permanente por un electroimán. Estos dispositivos tienen la capacidad de generar una fuerza magnética de módulo variable según la intensidad de corriente que circule por él. Como se verá en el desarrollo del proyecto, el fenómeno de levitación presenta una alta inestabilidad, por lo tanto es necesario utilizar un sistema de control que actúe apropiadamente sobre la corriente, regulando la fuerza de atracción y manteniendo el objeto en una suspensión estable. En este documento se aborda el diseño de cada una de las etapas que componen a este sistema de control junto con el diseño de su circuito impreso.

Una de las aplicaciones más importantes y conocidas que tienen los sistemas EMS es en trenes que utilizan este fenómeno para guiarse e impulsarse, conocidos como “MagLev”. Los vagones levitan sobre la vía mediante una fuerza magnética de atracción generada por electroimanes colocados en su parte inferior, como se observa en la figura 1.1.

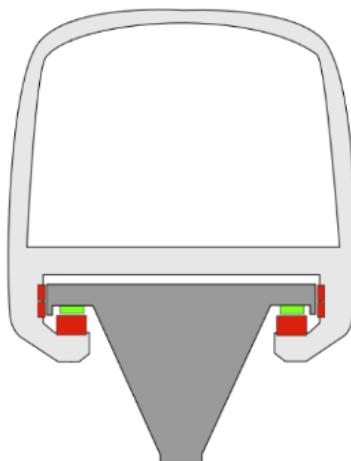


Figura 1.1: Aplicación de levitación magnética.

1.1. Contexto del proyecto

El desarrollo del sistema de levitación magnética planteado para este proyecto surge como idea de la cátedra Sistemas de Control de la carrera de Ingeniería Electrónica. Su objetivo es disponer de una planta de control con la que se puedan realizar prácticas en clase. Una primera versión de este dispositivo fue diseñada y construida por la cátedra. Los desarrolladores de este proyecto tuvieron la oportunidad de realizar pruebas y modificaciones durante el cursado de la asignatura. Sin embargo, no se pudo lograr que funcionara correctamente al finalizar la cursada. Por este motivo, se propuso hacer una revisión y rediseño de todas las etapas que componen al sistema en el marco de un proyecto final.

El proyecto comenzó a desarrollarse en junio del 2020. Inicialmente tenía como objetivo el diseño y la construcción de un prototipo funcional que permitiera a los alumnos de la asignatura de Sistemas de Control realizar mediciones y observar el comportamiento de las distintas etapas que componen el sistema. Sin embargo, debido a los retrasos ocasionados por la pandemia (COVID-19), los costos asociados a la fabricación de la placa de control y sus componentes, sumado a la necesidad de no extender indefinidamente el proyecto, se optó por acotar el alcance sólo al modelado teórico de todas las etapas y al diseño del circuito impreso.

Se espera que en el futuro se pueda construir el sistema de levitación magnética para que sirva como herramienta para los alumnos, de forma tal que les permita experimentar y afianzar los conceptos teóricos adquiridos durante el transcurso de la cursada.

1.2. Descripción del dispositivo

El sistema de control de levitación magnética que se desarrolla en este proyecto tiene la finalidad de mantener en estado de levitación a un objeto por medio de la utilización de un electroimán y una placa de control. El primero consta de dos piezas formadas por láminas de acero apiladas: una con forma de “E”, que se encuentra fijada desde arriba y tiene un bobinado de cobre en su rama central. Esta es la encargada de generar la fuerza magnética. La otra pieza tiene forma de “I”, la cual se mueve libremente sobre el eje vertical y es atraída por la primera mediante su campo magnético. De esta forma, para hacer levitar el objeto se lo sujeta de esta última pieza, como se muestra en la figura 1.2. La distancia de separación entre ambas piezas del electroimán se denomina entrehierro (Y_g).

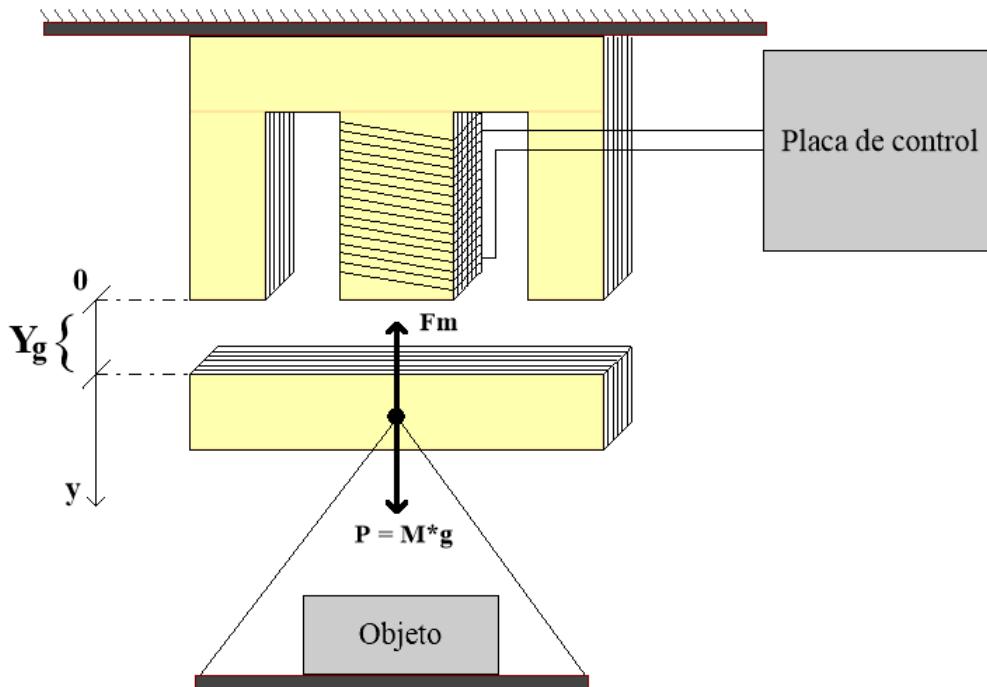


Figura 1.2: Esquema del dispositivo.

La circulación de corriente por la bobina genera líneas de campo magnético que recorren la pieza “E” y se cierran a través del aire, de manera similar a un imán permanente. De esta forma, al colocar la pieza “I” en cercanías de este campo se genera una fuerza de atracción entre ambas, cuyo módulo depende de la intensidad de corriente en el bobinado y de la distancia que las separa.

Al hacer circular una corriente constante por el bobinado del electroimán se genera una fuerza proporcional a ella. Es posible encontrar un valor de corriente determinado en el que la fuerza magnética sea igual en módulo a la del peso del objeto, pero con sentido contrario. En este caso, es posible mantener al objeto en estado de levitación. Sin embargo, ante mínimas perturbaciones en la distancia de separación o en la intensidad de la corriente, la fuerza cambia en módulo y la cancelación de fuerzas deja de ser exacta, provocando que ambos se peguen o que la pieza con forma de “I”, junto con el objeto, se caigan.

Como se desea mantener fija la distancia de separación entre las piezas que componen al electroimán, es necesario poder compensar las perturbaciones mencionadas anteriormente. Esto se logra midiendo y realimentando dicha distancia de manera de poder ajustar la fuerza magnética ejercida. Para ello, se actúa sobre la intensidad de la corriente que circula por su bobinado de forma tal que, si el objeto se aleja, la corriente aumentará para acercarlo y evitar que este caiga. De lo contrario, si el objeto se acerca, la corriente disminuirá, para evitar que se pegue al electroimán.

Es importante destacar que el dispositivo solo puede ejercer control de la posición sobre el eje vertical, por lo que las desviaciones de posición en el eje horizontal no pueden ser controladas y pueden provocar un comportamiento no deseado.

El sistema de control está conformado por las etapas que se muestran en la figura

1.3. Integra dos controladores distintos: uno analógico y otro digital. Cada uno de ellos se compone de un compensador y un estimador de posición. El usuario decide cual de estas implementaciones ejerce el control mediante la utilización de un *switch*, por lo que solo una estará activa al mismo tiempo. El sistema digital se implementa en un microcontrolador.

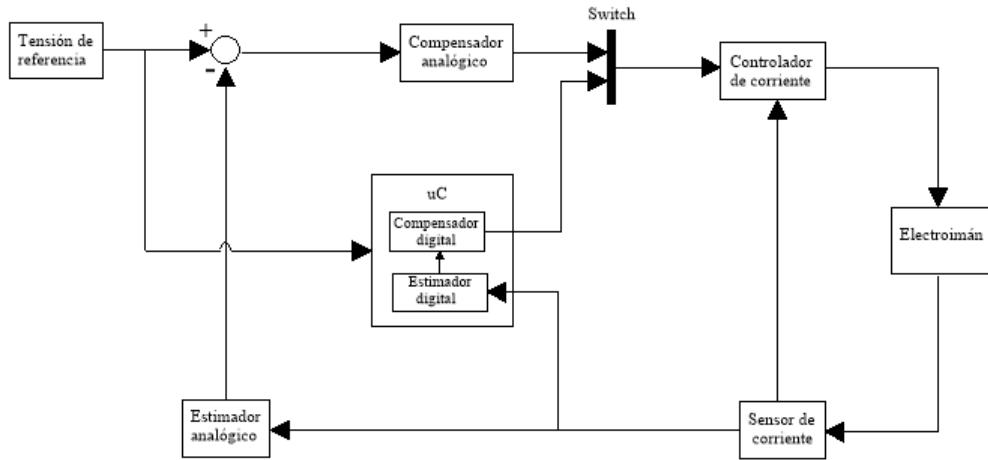


Figura 1.3: Diagrama en bloques del sistema.

El estimador de posición se encarga de entregar una tensión proporcional al entrehierro real a partir de la corriente que circula por el electroimán. El usuario puede modificar el entrehierro según desee al variar la tensión entregada por un potenciómetro presente en la placa de control. Tanto la implementación analógica como la digital reciben esta entrada que es comparada con la estimación y luego, su resultado, es utilizado como entrada para el compensador.

Debido a que la planta es naturalmente inestable, como se analizará en el capítulo 2, se utiliza un compensador para lograr la estabilidad y la distancia de separación deseada. En su entrada recibe la comparación de la referencia de posición con la estimación y en base a ella modifica la corriente que ingresa al electroimán, y por

ende la fuerza que este ejerce.

El controlador de corriente cumple la función de adaptar los niveles de tensión de salida del compensador a niveles de corriente aptos para que el electroimán genere la fuerza suficiente para sostener el objeto que se hace levitar.

1.3. Alcance del proyecto

El objetivo de este proyecto es realizar un diseño teórico de un sistema de levitación magnética a partir de un electroimán de laminación normalizada con núcleo tipo “E”. La pieza con forma de ”I”, que sujet a al objeto, debe mantenerse en estado de levitación mediante el control de la fuerza magnética generada por la pieza en forma de “E”.

Los requerimientos del proyecto son:

- Permitir que la distancia de separación Y_g entre ambas piezas del electroimán sea ajustable entre 3 mm y 5 mm .
- Mantener en estado de levitación objetos con peso entre 1 kg y 30 kg para todo el rango de distancias de separación.
- Regular la fuerza electromagnética mediante un sistema de control analógico y otro digital. Solo una de estas implementaciones debe estar activa al mismo tiempo y el usuario debe poder decidir cuál de ellas ejercerá el control. Cada sistema debe incluir una etapa de compensación y otra de estimación de la distancia de separación.
- Realizar la implementación digital mediante un microcontrolador.
- Diseñar el circuito impreso del sistema de control.

1.4. Organización del informe

El informe está dividido en 8 capítulos. En ellos se aborda el diseño teórico y circuital de cada una de las etapas mostradas en la figura 1.3 junto con sus respectivas simulaciones.

En este capítulo se hizo una breve introducción al fenómeno de levitación magnética, y se describió el dispositivo que se diseñará en este trabajo, con sus respectivas especificaciones. En el capítulo 2 se detallan las características constructivas que posee el electroimán y se realiza un modelado físico del fenómeno de levitación para obtener expresiones útiles para el posterior diseño de cada etapa y determinar el comportamiento dinámico del sistema. En el capítulo 3 se diseña y modela el circuito encargado de controlar la corriente que circula por el electroimán. En el capítulo 4 se detalla la estrategia utilizada para realizar la estimación de posición a partir de la corriente del electroimán. En el capítulo 5 se analiza la dinámica de la planta y se utilizan distintas estrategias para conseguir que el sistema presente el comportamiento deseado. En este capítulo 6 se realiza el diseño de un compensador y estimador en el dominio digital para ser implementados en un microcontrolador. En el capítulo 7 se mencionan los criterios tenidos en cuenta para el diseño del circuito impreso y se muestran los esquemáticos e imágenes del PCB desarrollado. Finalmente, en el capítulo 8, se mencionan las conclusiones y aprendizajes obtenidos en el transcurso del proyecto.

Capítulo 2

Caracterización y modelado de la planta

En este capítulo se realiza un modelado físico del sistema para encontrar una expresión de la fuerza magnética ejercida en función de la variable de control. Además, se detallan las características constructivas que posee el electroimán y las mediciones realizadas. Luego, se realiza el modelo de estados de la planta y se obtienen otros parámetros relevantes para el diseño del sistema de control.

2.1. Modelado matemático del electroimán

En esta sección se desarrollan las ecuaciones matemáticas que describen el funcionamiento del electroimán. Para ello se analizan las fuerzas que se aplican a la pieza móvil y la naturaleza de las mismas.

Como se mencionó previamente, para el desarrollo del proyecto se utiliza un electroimán compuesto por dos piezas: una con forma de “E” y otra con forma

de “I”. Al analizar esta última, se pueden observar dos fuerzas opuestas en el eje vertical como se muestra en la figura 1.2. Una es la fuerza magnética generada por el electroimán, y la otra es la generada por la acción de la gravedad sobre la masa del objeto.

La fuerza correspondiente al peso del objeto es $P = M * g$, donde M es la masa en kg y g es la aceleración de la gravedad en m/s^2 . Para que se mantenga levitando en estado de equilibrio, el electroimán debe generar una fuerza magnética (F_m) de igual módulo pero sentido contrario.

La fuerza de atracción entre las dos piezas se logra al hacer circular un flujo magnético entre ellas. Este es generado por la corriente en el bobinado del electroimán.

En el núcleo se genera una fuerza magnetomotriz (F_{mm}) debido a la corriente del bobinado, y es la responsable de la circulación del flujo magnético. La ecuación 2.1 da una relación de estos parámetros.

$$|F_{mm}| = N * i = R_m * \phi \quad (2.1)$$

Donde:

- F_{mm} : fuerza magnetomotriz.
- N: cantidad de vueltas del bobinado.
- i: corriente que circula por el bobinado.
- R_m : reluctancia del circuito magnético.
- ϕ : flujo magnético.

Por otro lado, la inductancia del bobinado (L) está dada por la ecuación 2.2.

$$L * i = N * \phi \quad (2.2)$$

2.1.1. Modelado de inductancia del electroimán

Las dos piezas del electroimán, junto con el entrehierro que las separa, conforman un circuito magnético. Debido a la alta permeabilidad del material (μ_r) por el que están hechas, el flujo magnético circula dentro del volumen del núcleo y solo lo hace por el aire cuando atraviesa la separación de las piezas.

Debido a la simetría del electroimán, el flujo magnético total generado en su rama central se divide en dos para circular por cada rama lateral como se observa en la figura 2.1.

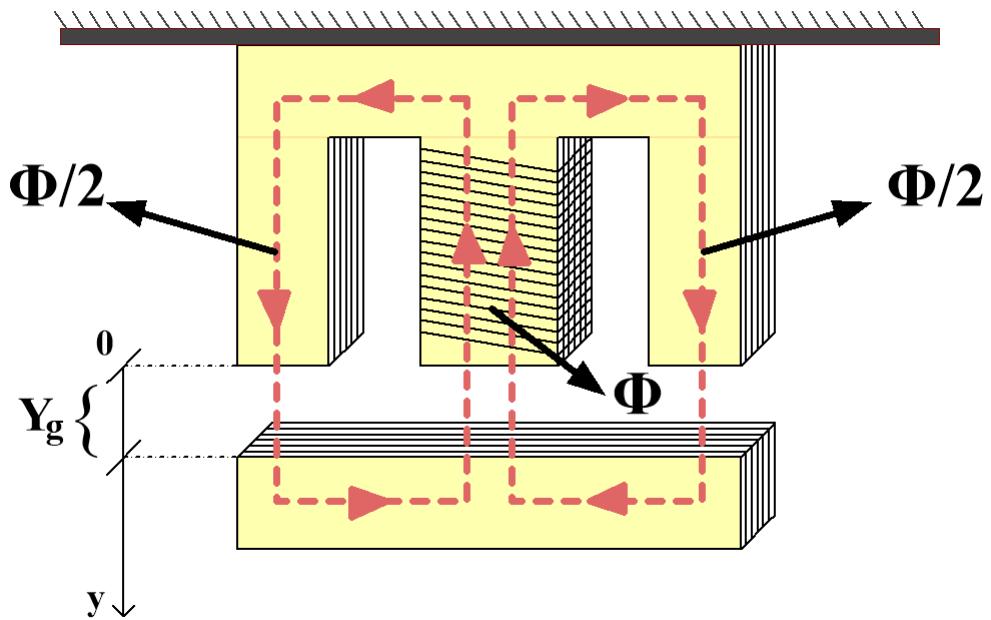


Figura 2.1: Circulación del flujo magnético a través del electroimán.

Para encontrar una expresión de la inductancia del electroimán se utiliza de la Ley de Ampere mostrada en la ecuación 2.3. Esta relaciona la magnitud de la fuerza magnetomotriz con la integral de camino de la intensidad de campo magnético (H).

$$F_{mm} = \oint H * dl = N * i \quad (2.3)$$

La intensidad de campo magnético depende del medio en el que se propague el flujo magnético. Por lo tanto, en el núcleo será distinta que en el entrehierro. Por ello es conveniente utilizar la densidad de flujo magnético (B), cuya relación es $H = \frac{B}{\mu}$. De esta forma, se puede separar la porción de integral dentro del material ferromagnético y en el entrehierro. Entonces la fuerza magnetomotriz queda:

$$F_{mm} = \oint \frac{B}{\mu_o} * dl + \oint \frac{B}{\mu_r} * dl = N * i \quad (2.4)$$

Para cada camino que recorre el flujo magnético, la intensidad de campo magnético es constante. Por lo tanto, se resuelven las integrales:

$$F_{mm} = \frac{B}{\mu_r} * l_m + \frac{B}{\mu_o} * l_A = N * i \quad (2.5)$$

Donde:

- l_m : longitud del circuito magnético dentro del electroimán.
- l_A : longitud del circuito magnético en el entrehierro.
- μ_o : permeabilidad magnética del vacío ($4\pi * 10^{-7} \text{ Hy/m}$).
- μ_r : permeabilidad magnética relativa del material del electroimán. Su valor

es aproximadamente igual a $4000 * \mu_o$.

Debido a la definición de densidad de flujo magnético se tiene:

$$B = \frac{\phi}{A} \quad (2.6)$$

En la expresión 2.6 el área transversal que atraviesa el flujo magnético está representado por A .

Al combinar las ecuaciones 2.1, 2.5 y 2.6, se obtiene:

$$R_m * \phi = \frac{\phi}{\mu_r * A} * l_m + \frac{\phi}{\mu_o * A} * l_A \quad (2.7)$$

Por lo tanto, la reluctancia del circuito magnético resulta:

$$R_m = \frac{\frac{l_m}{\mu_r} + \frac{l_A}{\mu_o}}{A} \quad (2.8)$$

Luego, para encontrar la inductancia, se pueden combinar las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.8:

$$L = \frac{N}{i} * \phi = \frac{N}{i} * \frac{N * i}{R_m} = \frac{N^2 * A}{\frac{l_A}{\mu_o} + \frac{l_m}{\mu_r}} \quad (2.9)$$

Debido a que μ_r es mucho mayor que μ_o , se puede simplificar a:

$$L \approx \frac{N^2 * A * \mu_o}{l_A} \quad (2.10)$$

Puesto que l_A es el entrehierro, se debe reemplazar por la distancia de separación entre las dos piezas magnéticas, que está representada por la variable Y_g . En el

caso del electroimán utilizado, las líneas de fuerza atraviesan dos veces Y_g , por lo tanto $l_A = 2 * Y_g$.

$$L(Y_g) \approx \frac{N^2 * A * \mu_o}{2 * Y_g} \quad (2.11)$$

2.1.2. Cálculo de la fuerza magnética

La fuerza magnética de atracción que ejerce el electroimán sobre la pieza en forma de “I” se puede modelar a partir de considerar que el trabajo ejercido por esta fuerza, al mover el objeto desde una posición inicial a otra, es igual a la variación de la energía almacenada en el inductor con respecto a la variable Y_g . Por lo tanto, se obtiene:

$$\Delta E(i, Y_g) = W = \int F_m * dY_g \Rightarrow F_m = \frac{\partial E(i, Y_g)}{\partial Y_g} \quad (2.12)$$

La energía que almacena un inductor en su campo magnético es:

$$E(i, Y_g) = \frac{L(Y_g) * i^2}{2} \quad (2.13)$$

La expresión 2.13 indica que la cantidad de energía que almacena el sistema depende del entrehierro (Y_g) y de la corriente que circula por el electroimán (i).

Al combinar las ecuaciones 2.11, 2.12 y 2.13 se obtiene:

$$|F_m| = \frac{\partial E(i, Y_g)}{\partial Y_g} = \frac{i^2}{2} * \frac{\partial \frac{N^2 * A * \mu_o}{2 * Y_g}}{\partial Y_g} = \frac{i^2 * N^2 * \mu_o * A}{4 * Y_g^2} \quad (2.14)$$

Debido a que se desea controlar la distancia de separación Y_g , es necesario actuar

sobre la fuerza magnética que ejerce el electroimán. Por lo tanto, al analizar la expresión 2.14, se puede ver que la fuerza depende de la corriente, de la distancia de separación y de términos constantes. Por ello, se decide utilizar la corriente como variable de control. Sin embargo, es importante notar que el módulo de la fuerza es proporcional al cuadrado de la variable de control e inversamente proporcional al cuadrado de la variable que se desea controlar, por lo que el comportamiento del sistema es alineal.

2.2. Características del electroimán

En esta sección se hará una descripción de cómo está construido el electroimán junto con sus dimensiones. Además, se obtendrá una expresión para calcular la corriente nominal del sistema y se hará una aproximación lineal de la inductancia del electroimán.

2.2.1. Características constructivas

Las dos piezas que conforman al electroimán se construyen a partir del apilado de láminas de acero al silicio de 0.5 mm de espesor cuyas dimensiones (expresadas en mm) se muestran en la figura 2.2. El apilado de las láminas es tal que la rama central de la “E” tiene una sección cuadrada (A) de 25 cm^2 lo que maximiza el área mientras que disminuye el perímetro. Esto permite que el largo de las espiras que la envuelven sea óptimo y se ahorre material.

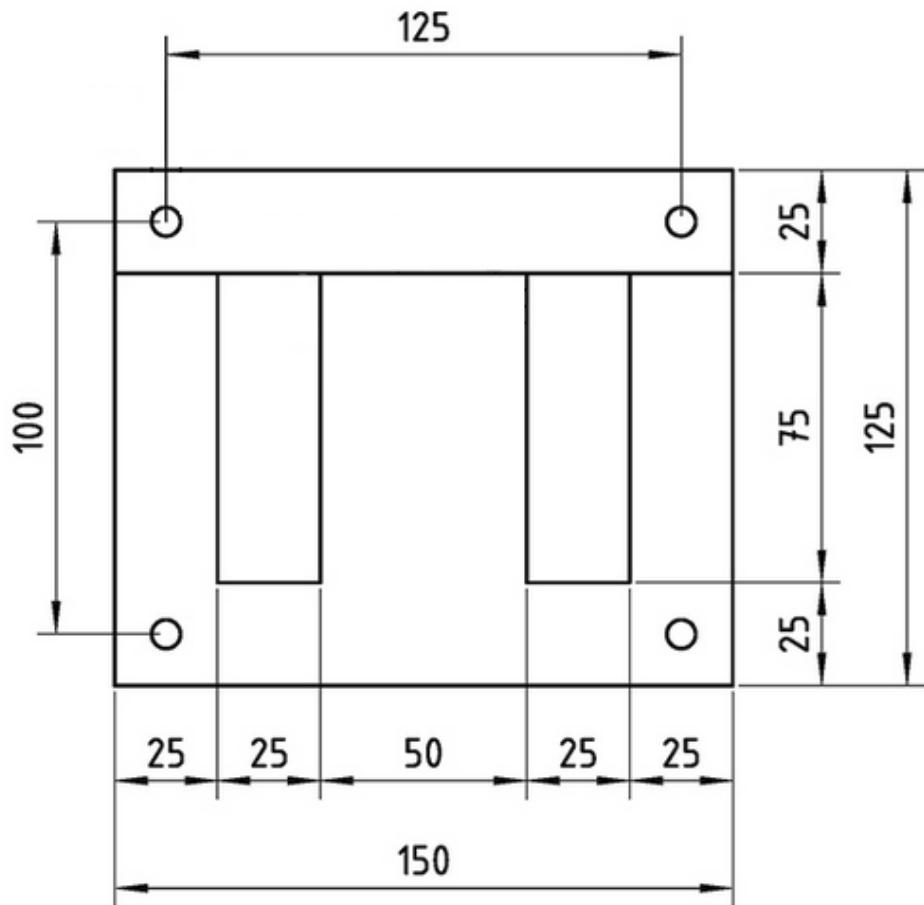


Figura 2.2: Dimensiones del electroimán [mm].

El bobinado está conformado por 150 vueltas de alambre de cobre esmaltado de 2.5 mm de diámetro enrollado alrededor de un carrete de plástico (figura 2.3) que luego se ubica en la rama central de la pieza “E”.



Figura 2.3: Carrete de plástico para el bobinado.

Se utiliza un apilado de láminas cuyo exterior está recubierto por una pintura esmaltada para aislarlas entre sí con el fin de minimizar las pérdidas de energía causadas por las corrientes eléctricas que se generan en el núcleo debidas al flujo magnético.

El electroimán está construido por una laminación normalizada sin desperdicio 600. Estas son útiles ya que cada par de láminas “E” e “I” puede fabricarse a partir de una lámina de acero rectangular, de manera de que no se desperdicia material durante la fabricación.

2.2.2. Corriente nominal del sistema

Al utilizar los datos de construcción del electroimán mencionados en el apartado [2.2.1](#) se puede determinar el valor de corriente necesaria para sostener el objeto del peso deseado.

Para obtener una expresión de diseño, se parte de la ecuación [2.14](#) y se iguala a

la fuerza ejercida por el peso del objeto que se debe hacer levitar:

$$M * g = \frac{i^2 * N^2 * \mu_o * A}{4 * Y_g^2} \quad (2.15)$$

De la ecuación 2.15 y, a partir de las condiciones de diseño del problema, se puede determinar la corriente necesaria para mantener el objeto en suspensión:

$$i_{nom} = \sqrt{\frac{4 * M * g * Y_g^2}{N^2 * \mu_o * A}} \quad (2.16)$$

Si se considera las condiciones mas exigentes para el sistema, con $M = 30 \text{ kg}$ e $Y_g = 5 \text{ mm}$, se obtiene:

$$i_{nom} = 20.4 \text{ A} \quad (2.17)$$

Si bien esta corriente es suficiente para mantener el objeto en estado de equilibrio, se necesita una corriente mayor para poder responder ante perturbaciones en la distancia de separación. Por lo tanto, se define como corriente máxima: $i_{max} = 30 \text{ A}$.

2.2.3. Expresión de inductancia linealizada

A partir de la ecuación 2.11, se realiza una expansión por serie de Taylor linealizada en torno al punto $Y_g = Y_0 = 4 \text{ mm}$ y se obtiene:

$$L(y_g) = -2.2089 * Y_g + 0.0177 Hy \quad (2.18)$$

Donde:

- Y_g : distancia del entrehierro en metros [m].
- L: inductancia resultante en Henry [Hy].

2.3. Mediciones sobre el electroimán

Se realizaron mediciones sobre la inductancia y la resistencia interna del electroimán con el objetivo de utilizar los valores obtenidos para el diseño de las demás etapas del sistema.

2.3.1. Medición de resistencia del bobinado

Para medir la resistencia del bobinado se utilizó una fuente de alimentación de laboratorio y se procedió de la siguiente manera:

- Se configuró la fuente para entregar una tensión continua de 5 V.
- Se configuró la protección de corto circuito en 1 A.
- Se conectaron los bornes del electroimán a los terminales de la fuente.
- Se habilitó la salida de tensión.
- Se tomó nota de los valores de tensión y corriente que entregaba la fuente.

Al tener una resistencia serie baja, la fuente de tensión activó la protección de corto circuito de forma tal que la corriente en el electroimán se mantuvo constante en 1 A. Al utilizar la medición de tensión entregada por la fuente, cuyo resultado fue de 0.19 V, se pudo calcular la resistencia del electroimán mediante la Ley de Ohm:

$$R_L = \frac{V}{I} = \frac{0.19\text{ V}}{1\text{ A}} \approx 0.2\Omega \quad (2.19)$$

2.3.2. Medición de inductancia

Se realizó una caracterización de la inductancia en función del entrehierro. Para hacerlo se utilizó un medidor LCR y láminas de cartón de espesor conocido. La medición consistió en apilar dichas láminas entre ambas piezas del electroimán, donde la suma total de los espesores de las láminas es $Y[\text{mm}]$ y luego tomar el valor de inductancia entregado por el medidor ($L(Y_g)[\text{mHy}]$). De esta forma, se obtuvieron los siguientes resultados:

$Y[\text{mm}]$	0	1	2	3	4	5	6.5	8.23	∞
$L(Y_g)[\text{mHy}]$	76.45	33.42	22.64	18.8	16.44	14.9	14.4	12.4	8.89

Tabla 2.1: Valores de inductancia medidos en función del entrehierro.

Para el caso en que no se utiliza la pieza “I”, se considera que la distancia es infinita. De esta forma, lo que se mide es la inductancia de dispersión, que son las líneas de campo que se cierran a través del bobinado y no contribuyen a la fuerza magnética para hacer levitar el objeto.

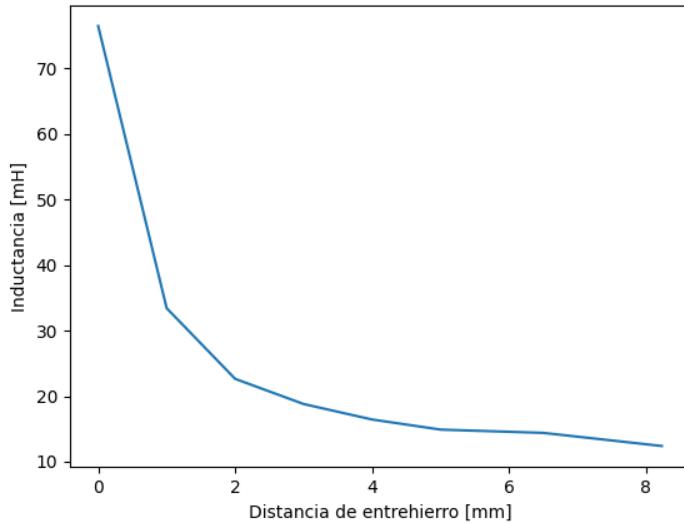


Figura 2.4: Inductancia medida en función del entrehierro.

A partir de los resultados mostrados en la tabla 2.1 y en la imagen 2.4 es posible notar que la inductancia no varía linealmente con la distancia. Por lo tanto se realiza una aproximación lineal por mínimos cuadrados para valores entre 2 mm y 5 mm y se llega a la expresión de inductancia linealizada 2.20.

$$L(Y_g) = -2.56 * Y_g + 0.027 \text{ Hy} \quad (2.20)$$

Donde:

- Y_g : distancia del entrehierro en metros [m].
- L: inductancia resultante en Henry [Hy].

Se puede observar que la expresión obtenida tiene una pendiente similar a la teórica (2.11), pero con un valor en el término independiente mayor. Una de las razones de ello es no haber considerado la inductancia de dispersión en el

electroimán al momento del modelado. Es decir, no haber tenido en cuenta a las líneas de flujo magnético que se cierran dentro de la pieza en forma de "E", y no llegan a atravesar la pieza "I".

Por otro lado, debe tenerse en cuenta que al realizar una aproximación lineal en base a las mediciones, el resultado de la aproximación depende del rango de valores de distancia de entrehierro utilizado para el cálculo.

La expresión 2.20, obtenida a partir de las mediciones, se acerca más al comportamiento real de la inductancia. Por lo tanto, se utilizará esta expresión para el diseño del resto de las etapas del sistema.

2.4. Modelo de estado de la planta

Se desea diseñar un sistema de control que mantenga una levitación de manera estable. Para ello, primero se necesita caracterizar el comportamiento de la planta en función de sus entradas y salidas. Como se analizó en la sección 2.1.2, el fenómeno de levitación presenta un comportamiento alineal. Sin embargo, como el sistema va a trabajar en un rango de distancia de entrehierro acotado, su dinámica puede ser aproximada a un comportamiento lineal dentro de ese rango. Esto trae la ventaja de que permite aplicar técnicas de modelado y diseño de compensadores para sistemas lineales.

Una forma de caracterizar la dinámica de un sistema lineal es mediante el modelo de estados. Esto es una representación matemática del comportamiento físico de la planta en función de sus entradas, salidas y variables de estado. Por lo tanto, se decide aplicar este modelo para obtener una función transferencia de la planta que luego será utilizada en el diseño del compensador.

Para obtener este modelo, en primer lugar, se realiza un análisis físico de las fuerzas que gobiernan el movimiento de la pieza “I” con el objetivo de llegar a una ecuación diferencial que describa la dinámica del sistema. Para ello, observando la imagen 1.2 se plantea la sumatoria de fuerzas:

$$\sum F = M * a \Rightarrow M * g - F_m = M * \ddot{Y}_g \quad (2.21)$$

Al reemplazar la ecuación 2.14 en la 2.21 se obtiene:

$$\ddot{Y}_g = g - \frac{K}{M} * \frac{i(t)^2}{Y_g(t)^2} \quad (2.22)$$

En la expresión 2.22, K es una constante de valor:

$$K = \frac{N^2 * \mu_o * A}{4} = 1.77 * 10^{-5} \left[\frac{N * m^2}{A^2} \right] \quad (2.23)$$

A partir de la expresión 2.22 se puede obtener un modelo de estados de segundo orden en el que una variable de estado (x_1) es la distancia Y_g , otra variable (x_2) es su derivada (velocidad) y la entrada al sistema (u) es la corriente i.

$$\begin{bmatrix} x_1 = Y_g(t) \\ x_2 = \dot{x}_1 \\ u = i(t) \end{bmatrix}$$

Por lo tanto se obtienen dos ecuaciones de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, u) \\ f_2(x_1, x_2, u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \frac{K}{M} * \frac{u^2}{x_1^2} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Para obtener un modelo lineal a partir de la expresión 2.24 se utiliza el método de linealización por serie de Taylor en torno al punto de operación de cada variable de estado y entrada al sistema. Este punto de operación se conoce como punto de equilibrio y tiene la particularidad de que ante una entrada constante, las variables de estado también se mantienen constantes, por lo que sus derivadas se anulan. El punto de equilibrio correspondiente a la variable x_1 se puede definir como el valor medio del rango de variación de distancia de entrehierro, por lo tanto resulta $x_{1o} = 4 \text{ mm}$. Los demás puntos de equilibrio se obtienen a partir de resolver el sistema de ecuaciones 2.25.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2o} \\ g - \frac{K}{M} * \frac{u_o^2}{x_{1o}^2} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Finalmente, los puntos de equilibrio del sistema resultan:

$$\begin{bmatrix} x_{1o} \\ x_{2o} \\ u_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \text{ mm} \\ 0 \\ \sqrt{\frac{M*g}{K}} * x_{1o} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Como se observa en el sistema de ecuaciones 2.24, únicamente la función $f_2(x_1, x_2, u)$ es no lineal. Por lo tanto se procede a su linealización en torno a los puntos de equilibrio de la expresión 2.26. La serie de Taylor desarrollada hasta el factor de primer orden, para un sistema con dos variables de estado y una entrada, queda definida como:

$$\dot{x}_2 = f_2(x_{1o}, x_{2o}, u_o) + J_1 * (x_1 - x_{1o}) + J_2 * (x_2 - x_{2o}) + J_3 * (u - u_o) \quad (2.27)$$

Donde:

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_2(x_1, x_2, u)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_2(x_1, x_2, u)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2(x_1, x_2, u)}{\partial u} \end{bmatrix}_{x_{1o}, x_{2o}, u_o} \quad (2.28)$$

Se adoptan nuevas variables de estado equivalentes a las anteriores pero desplazadas por sus puntos de equilibrio:

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ u^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1o} \\ x_2 - x_{2o} \\ u - u_o \end{bmatrix}$$

En la ecuación 2.27, el primer término correspondiente a la función $f_2(x_{1o}, x_{2o}, u_o)$ es igual a cero, ya que es la función en el punto de equilibrio. Además, el coeficiente J_2 es nulo puesto que la variable x_2 no interviene en la función f_2 . Finalmente el sistema linealizado queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1^* \\ \dot{x}_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2^* \\ 2 * \frac{K*u_o^2}{M*x_{1o}^3} * x_1^* - 2 * \frac{K*u_o}{M*x_{1o}^2} * u^* \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Para obtener el modelo de estado se necesitan dos ecuaciones matriciales: la de estados (2.29) y la de salida. Esta última debe expresarse en función de las variables de estado y de las entradas al sistema. Por lo tanto, se obtiene:

$$Y = \begin{bmatrix} x_1^* \\ \dot{x}_1^* \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

A partir de las expresiones 2.29 y 2.30 se obtiene el modelo de estado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1^* \\ \dot{x}_2^* \end{bmatrix} = A * \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} + B * \begin{bmatrix} u^* \end{bmatrix}$$

$$Y = C * \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} + D * \begin{bmatrix} u^* \end{bmatrix}$$

Las matrices del modelo resultan:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2*g}{x_{1o}} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2}{x_{1o}} * \sqrt{\frac{K*g}{M}} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Con estas matrices se obtiene la función transferencia de la planta que luego será de utilidad para el diseño del compensador. Para obtenerla se utiliza la expresión 2.31.

$$G_P = C * (s * I - A)^{-1} * B = -\sqrt{\frac{K}{g * M}} * \frac{1}{(\frac{s}{\sqrt{\frac{2*g}{x_{1o}}}})^2 - 1} \quad (2.31)$$

Al trabajar con una planta cuya masa es variable es conveniente expresar la transferencia en función de M . Finalmente, se obtiene para $x_{1o} = 4 \text{ mm}$:

$$G_P(M) = -\sqrt{\frac{30}{M}} * \frac{1.201}{s^2 - 4900} \quad (2.32)$$

La planta tiene dos polos en $\pm\sqrt{\frac{2*g}{x_{1o}}} = \pm70 [\frac{rad}{s}]$. Es decir, uno en el semiplano izquierdo y otro en el derecho. Es por este motivo que el fenómeno de levitación magnética es inestable.

En la expresión 2.32 se observa que la masa del objeto modifica la ganancia del sistema, pero no la ubicación de los polos. Esto es importante para tener en cuenta al momento de diseñar el compensador.

Capítulo 3

Controlador de corriente

En este capítulo se diseña y modela el circuito encargado de controlar la corriente que circula por el electroimán. Como se vio en el capítulo anterior, el sistema trabaja con corrientes elevadas por lo que se implementan estrategias de comunicación para reducir las pérdidas de energía. Para ello se utiliza una topología de puente H con cuatro MOSFET y un *driver* que los controla. Además, se detallan los criterios tenidos en cuenta al momento de elegir y dimensionar todos los componentes que intervienen para lograr el correcto funcionamiento del controlador de corriente. Por último, se obtiene su función transferencia para ser utilizada en el diseño del compensador.

3.1. Descripción general

Como se mencionó en la sección 1.2 para poder controlar la posición es necesario modificar la fuerza que ejerce el electroimán.

Como se analizó en el capítulo 2, en la sección 2.1.2, la fuerza magnética generada por el electroimán esta determinada por la ecuación 2.14, que se repite a continuación.

$$|F_m| = \frac{i^2 * N^2 * \mu_o * A}{4 * Y_g^2}$$

En ella se ve que la fuerza magnética depende de la corriente del bobinado. Por lo tanto, esta fuerza puede ser regulada al modificar la corriente. De esta forma, se decide implementar un controlador de corriente que sea capaz de controlar la corriente que circula por el electroimán a partir de una tensión de referencia correspondiente al valor de corriente deseado.

3.1.1. Comportamiento eléctrico del electroimán

Como se analizó en el capítulo 2, el electroimán puede ser modelado como una inductancia que varía con la distancia de entrehierro (Y_g) y una resistencia serie (R_L) correspondiente al bobinado. Es decir, como un circuito RL serie cuya relación entre corriente de salida y tensión de entrada (admitancia) se muestra en la expresión 3.1.

$$\frac{I_L}{V_L}(s) = \frac{1}{s * L_{(Y_g)} + R_L} \quad (3.1)$$

Al aplicar la transformada inversa de Laplace a la expresión 3.1, se obtiene la respuesta temporal de la corriente ante un escalón de tensión con amplitud v_L en la entrada, considerando corriente inicial I_o y constante de tiempo $\tau = \frac{L_{(Y_g)}}{R_L}$.

$$i_L(t) = \frac{v_L}{R_L} + (I_o - \frac{v_L}{R_L}) * e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.2)$$

En la expresión 3.2 se puede observar que la respuesta al escalón está compuesta por dos partes: un término con una exponencial negativa correspondiente al transitorio, y un término constante correspondiente al valor en régimen permanente $\frac{v_L}{R_L}$. El primero es el responsable de que la corriente en el inductor crezca de manera amortiguada, hasta alcanzar el valor de régimen permanente luego de cierto tiempo. Este comportamiento se puede observar en la simulación realizada en la figura 3.1. En la parte superior se observa la tensión de entrada y, en la inferior, la corriente del electroimán. Este análisis resulta de utilidad para conocer el comportamiento del electroimán y diseñar un controlador de corriente adecuado.

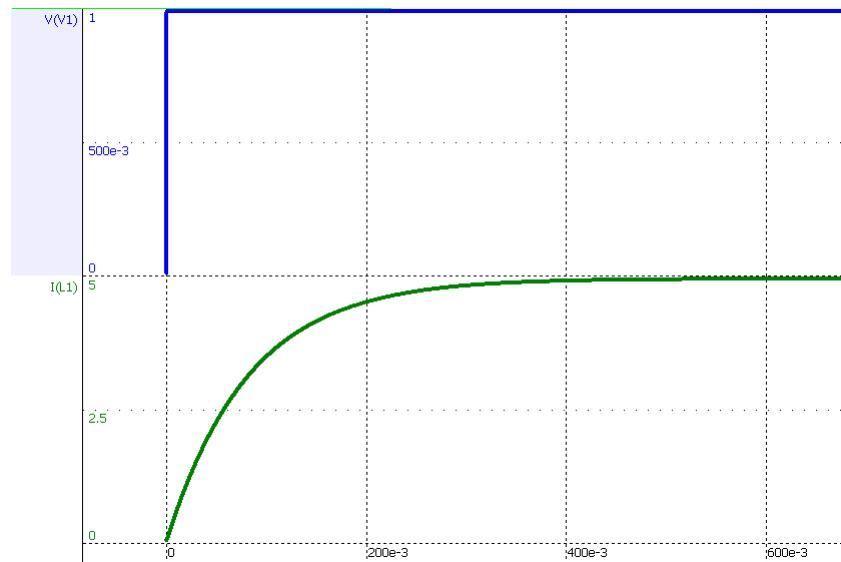


Figura 3.1: Respuesta ante una entrada en escalón.

3.2. Diseño del controlador

Se desea controlar el valor medio de corriente que circula por el electroimán a partir de un sistema realimentado. Para ello se propone utilizar un controlador que trabaja en commutación, alternando la alimentación del electroimán entre un valor superior positivo V_{sup} , y un valor inferior negativo V_{inf} . De esta manera, al controlar los tiempos de commutación, se puede lograr una forma de onda como la que se muestra en la figura 3.2. El resultado que se obtiene es una corriente con un valor medio correspondiente al deseado y un ripple superpuesto. El sistema debe ser diseñado de manera tal que el ripple sea pequeño comparado con el valor medio para que no afecte considerablemente en la fuerza magnética generada.

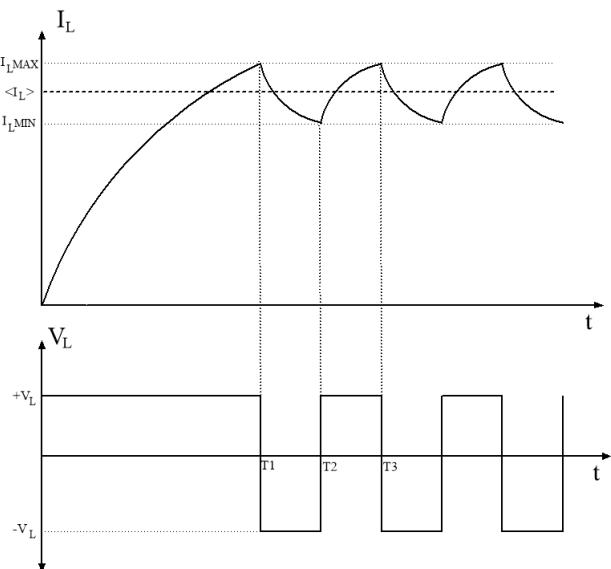


Figura 3.2: Forma de onda de corriente y tensión en el electroimán.

modificar valores de imagen V_{sup} y V_{inf}

Si se elige un período de commutación lo suficientemente chico con respecto a

la constante de tiempo de la planta, la forma de onda de la corriente en estado estacionario puede ser aproximada a una onda triangular como se muestra en la figura 3.3.

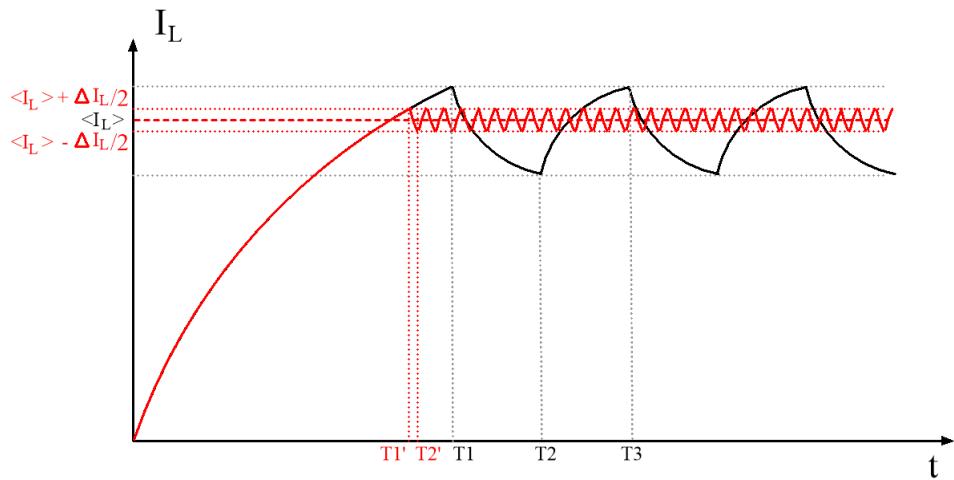


Figura 3.3: Forma de onda de corriente al disminuir el período de conmutación.

Cada tramo de esta forma de onda puede ser aproximado a partir de expresar en serie de Taylor hasta el término de orden 1 la ecuación 3.2:

$$i_L(t) = I_o - \left(I_o - \frac{V_L}{R_L} \right) * \frac{t}{\tau} \quad (3.3)$$

Aunque para el caso en que la corriente crece desde un valor $I_o = 0$ en $t = 0$ esta aproximación puede presentar cierto error, para los tramos entre $T1' < t < T2'$ Y EL SIGUIENTE, la aproximación resulta en un error despreciable.

Considerando el caso en que $I_o = 0$ y $\tau = \frac{L_{(Y_g)}}{R_L}$ la expresión queda:

$$i_L(t) = \frac{V_L}{L_{(Y_g)}} * t \quad (3.4)$$

De la expresión 3.4 se puede observar que existe una relación entre la forma de onda de la corriente y la distancia de entrehierro. Es por ello que a continuación se analiza si es posible obtener una estimación de Y_g a partir de una medición de la corriente.

3.2.1. Análisis de estimación

La información de la distancia de entrehierro se encuentra en la pendiente de la onda triangular de la corriente. Por ello se parte de la expresión 3.4 y se obtiene la pendiente a partir de su derivada temporal:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_L}{L(Y_g)} \quad (3.5)$$

Como se vio en el capítulo 2, la expresión 2.11 indica que la inductancia del electroimán es inversamente proporcional a la distancia de entrehierro. Por lo tanto se llega a:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = Y_g * \frac{2}{N^2 * A * \mu_o} * V_L \quad (3.6)$$

En la expresión 3.6 V_L es la tensión con la que se alimenta el electroimán. A partir de la figura 3.3 se pueden plantear dos casos para la pendiente: la de subida, cuando $V_L = V_{sup}$ y la de bajada cuando $V_L = V_{inf}$. Por lo tanto se obtienen dos expresiones:

$$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{sup} = Y_g * \frac{2}{N^2 * A * \mu_o} * V_{sup} \quad (3.7)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt}_{inf} = Y_g * \frac{2}{N^2 * A * \mu_o} * V_{inf} \quad (3.8)$$

La tensión V_L es un parámetro de diseño en el sistema, por lo tanto resulta conveniente elegir una alimentación V_{cc} tal que $|V_{sup}| = |V_{inf}| = |V_{cc}|$. De esta forma, se obtiene que el módulo de la pendiente es igual en ambos casos y resulta:

$$|\frac{di_L(t)}{dt}| = Y_g * \frac{2}{N^2 * A * \mu_o} * |V_{cc}| \quad (3.9)$$

Como se muestra en la ecuación de 3.9, la pendiente depende únicamente de la distancia Y_g . Por lo tanto, es posible obtener una estimación de la distancia de entrehierro a partir de la medición de la pendiente de la onda triangular.

3.2.2. Diseño del lazo de control de corriente

Para controlar la corriente que circula por el electroimán se propone un controlador de lazo cerrado del tipo ON-OFF con el agregado de una zona de histéresis. En este tipo de controlador se alterna la polaridad de la tensión de alimentación del electroimán, con el objetivo de que la corriente se mantenga oscilando en torno a un valor medio de referencia. Para ello se define un margen de corriente ΔI_L de forma tal que, si la corriente que circula por el electroimán supera a la de referencia, no se producirá un cambio de polaridad en la tensión aplicada hasta que la supere por $\frac{\Delta I_L}{2}$. Análogamente, cuando comienza a decrecer, seguirá haciéndolo hasta que sea menor a la corriente de referencia menos $\frac{\Delta I_L}{2}$.

En la figura 3.4 se puede observar el controlador implementado, en el cual la diferencia entre la corriente de referencia y la que circula por el electorimán está representado por I_e . Esta última ingresa al controlador ON-OF con histéresis,

que se encarga de alternar la polaridad de la tensión del electroimán.

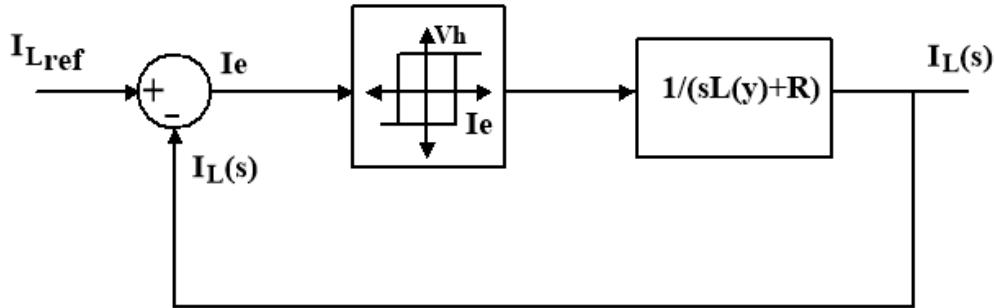


Figura 3.4: Diagrama en bloques del controlador de corriente con histéresis.

Debido a que lo único que cambia es la polaridad de la tensión con la que se excita al electroimán, la constante de tiempo del circuito no cambia. Esto da como resultado que la corriente oscile sobre un valor medio con igual tiempo de crecimiento que de decrecimiento. Esta oscilación también es conocida como *ripple*. Su amplitud es fija y está determinada por el ancho de histéresis con el que se diseñe el controlador.

3.2.3. Medición de corriente

Como se puede ver en el diagrama en bloques 3.4, para poder realizar el control es necesario medir la corriente que circula por el electroimán y actuar en consecuencia.

Para hacer esto se debe utilizar un sensor que permita una medición de corriente hasta, por lo menos, 30 A y con un error máximo tolerable tal que permita actuar al comparador y no afecte al sistema.

Los sensores de corriente trabajan en transresistencia, por lo tanto, se agrega el bloque H en el lazo de realimentación figura 3.5. Ahora $V_{iL} = i_L * rm$. De esta forma ahora se está trabajando con tensiones por lo tanto la corriente de referencia se afecta por el bloque K_{in} para obtener su equivalente en tensión. El bloque resultante es el siguiente:

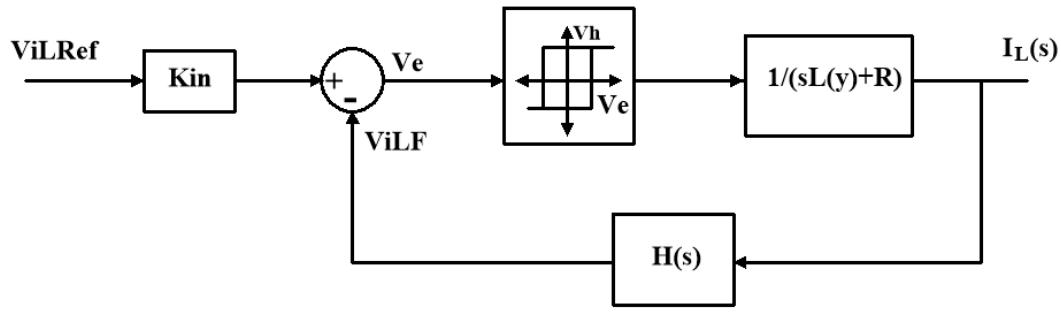


Figura 3.5: Diagrama en bloques del controlador de corriente completo.

Se puede expresar al error que introduce el sensor de efecto hall como $V_{errSensor}$.

Entonces la expresión de error V_e resulta:

$$V_e = K_{in} * I_{ref} - H * i_L \pm V_{errSensor} = \Delta I \pm V_{errSensor} \quad (3.10)$$

De esta forma, tomando el caso extremo $K_{in} * I_{ref} = H * i_L$ el error obtenido $V_e = \pm V_{errSensor}$. Es decir que el error es el propio error del sensor. Si se toma un ancho de histéresis mucho mayor al error máximo introducido por el sensor, este error no afectaría al sistema ya que sería despreciable a comparación del valor que deltaI debería alcanzar para que el comparador cambie de estado.

El error que introduce el sensor de efecto hall $V_{errSensor}$ debe ser mucho menor al

ancho de histéresis del comparador.

3.3. Elección y calculo de parámetros del controlador

En esta sección se determinarán los parámetros críticos para el correcto funcionamiento del controlador de corriente.

3.3.1. Cálculo de tensión de alimentación

Comenzar el diseño circuital? mm... Para comenzar el diseño circuital es importante determinar cómo será la alimentación del controlador de corriente. Para definirla se tendrá en cuenta la velocidad de respuesta de la planta que está determinada por su constante de tiempo (τ). Es decir, el sistema debe ser lo suficientemente rápido para modificar el valor medio de la corriente ante perturbaciones o cambios en el punto de operación. Un caso a analizar es cuando, en régimen permanente, se modifica bruscamente la carga que se está levitando. En esta situación el sistema debe aumentar o disminuir la corriente de forma abrupta para evitar que el objeto se caiga. El caso de mayor exigencia se da cuando a una distancia máxima de referencia $Y_g = 5 \text{ mm}$ se modifica de carga mínima (1 Kg) a máxima (30 Kg). Utilizando la ecuación XX se obtiene que la corriente para ambos casos es de:

$$I_L(Y = 5 \text{ mm})[m = 30 \text{ Kg}] = 20.4 \text{ A} \quad (3.11)$$

$$I_L(Y = 5 \text{ mm})[m = 1 \text{ Kg}] = 3.72 \text{ A} \quad (3.12)$$

Como el polo dominante ya está definido por el circuito RL del electroimán, la velocidad con que el sistema pueda alcanzar un valor de corriente elevado está determinado por el valor de la fuente de alimentación. La expresión teórica de la corriente es:

$$I_L(t) = \frac{V}{R_L} + (I_o - \frac{V}{R_L}) * e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.13)$$

Donde:

- V es la tensión de alimentación, que puede tomar valores $+V_{cc}$ y $-V_{cc}$.
- I_o es la corriente en el instante inicial.
- τ es la constante de tiempo del electroimán.

Para encontrar la expresión del tiempo que tarda la corriente en alcanzar el valor máximo de corriente i_{max} se reemplaza $I_0=2,9$ y se obtiene T_1 . Esto da:

$$T_1 = -\tau * \ln\left(\frac{V_{cc} - R * I_{max}}{V_{cc} - R * I_0}\right) \quad (3.14)$$

Cuando se modifique la carga del objeto ,es necesario que el tiempo de subida de corriente T_1 sea mucho menor al tiempo en que la carga llegue a la distancia máxima que el sistema soporta $Y = 5mm$ aprox (que corresponde a i_{max}). Es decir que el objeto cae libremente un delta $\Delta Y = 1mm$. Utilizando la ecuación que calcula el tiempo (T) que tarda en desplazarse un objeto en caída libre una altura ΔY :

$$T = \sqrt{\frac{2 * \Delta Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 1mm}{9.81}} = 14,27 ms \quad (3.15)$$

Finalmente reemplazando en 3.14 se obtiene: $V_{cc} \geq 21.6 V$.

Se puede decir cuánto da T1 si tomamos 24V.

3.3.2. Cálculo de ancho de histéresis

Como se mencionó, se desea controlar la fuerza ejercida a partir del valor medio de la corriente. Por lo tanto, las variaciones en torno a dicho valor medio no deben generar variaciones significativas en la fuerza magnética. Por ello, se debe elegir un ancho de histéresis tal que la frecuencia de conmutación resultante sea filtrada por la dinámica de la planta. Un valor de al menos 100 veces mayor que la frecuencia del polo de la planta obtenida en 2.32 sería suficiente. Este se ubica en $70 r/s$, lo que resulta en que se debe conmutar a una frecuencia de $\omega_{sw} \geq 7000 r/s$, y expresada en Hz resulta $F_{sw} \geq 1 kHz$.

Por lo tanto, como la frecuencia mínima es F_{sw} , y considerando que el tiempo en que crece la corriente es igual al que decrece, se obtiene que el tiempo máximo que puede tener la sección creciente de la corriente es igual a $t_{max} = 500 \mu s$.

A partir de la expresión 3.2 se puede obtener el valor máximo de ripple cuando $t = t_{max}$, considerando que la corriente inicial es I_{min} y que la corriente final es $I_{min} + \Delta I_L$

$$I_{min} + \Delta I_{L_{max}} = \frac{v_L}{R_L} + (I_{min} - \frac{v_L}{R_L}) * e^{-\frac{t_{max}}{\tau}} \quad (3.16)$$

De la ecuación 3.16 se puede despejar el valor máximo que puede tener ΔI_L .

$$\Delta I_{L_{max}} = 6.06 * 10^{-3} * (\frac{v_L}{R_L} - I_{min}) \quad (3.17)$$

Cambiar VL por VCC, y ver imagen de altium

Sabiendo que el controlador de corriente tendrá una corriente media variable entre 0 y 30 A, se debe satisfacer la expresión 3.17 para cualquier I_{min} dentro de ese rango. Por lo tanto se plantean dos casos: $I_{min} = 0$ e $I_{min} = 30$. Para el primer caso se llega a que $\Delta I_{L_{max}} = 727 \text{ mA}$ y en el segundo $\Delta I_{L_{max}} = 500 \text{ mA}$. Por lo tanto se elige un ancho de histéresis de 500 mA ya que cumple las dos condiciones.

3.3.3. Elección del sensor de corriente

Para poder diseñar un controlador de corriente apropiado es necesario realizar una medición sobre la corriente que circula por el bobinado del electroimán para que luego el controlador pueda actuar en consecuencia. Es necesario conocer tanto su valor medio, como su ripple. Es por ello que se debe idear una estrategia de medición que represente correctamente esta forma de onda cuyo valor medio puede alcanzar valores desde 0 hasta 30 A con un ripple de 500 mA.

En esta sección se analizan dos alternativas para lograr este objetivo. La primera mediante una resistencia en serie al electroimán y la segunda utilizando un sensor de efecto Hall.

3.3.3.1. Análisis de medición de corriente mediante resistencia shunt

La forma de medir corriente que resulta, en principio, más simple es la de utilizar una resistencia de valor R_s en serie con el electroimán como se muestra en la figura 3.6, y medir en sus terminales la diferencia de tensión generada por la corriente. A partir de esta tensión ($V_s - V_a$) se puede utilizar la ley de Ohm para conocer el valor de corriente:

$$I_L = \frac{V_s - V_a}{R_s} \quad (3.18)$$

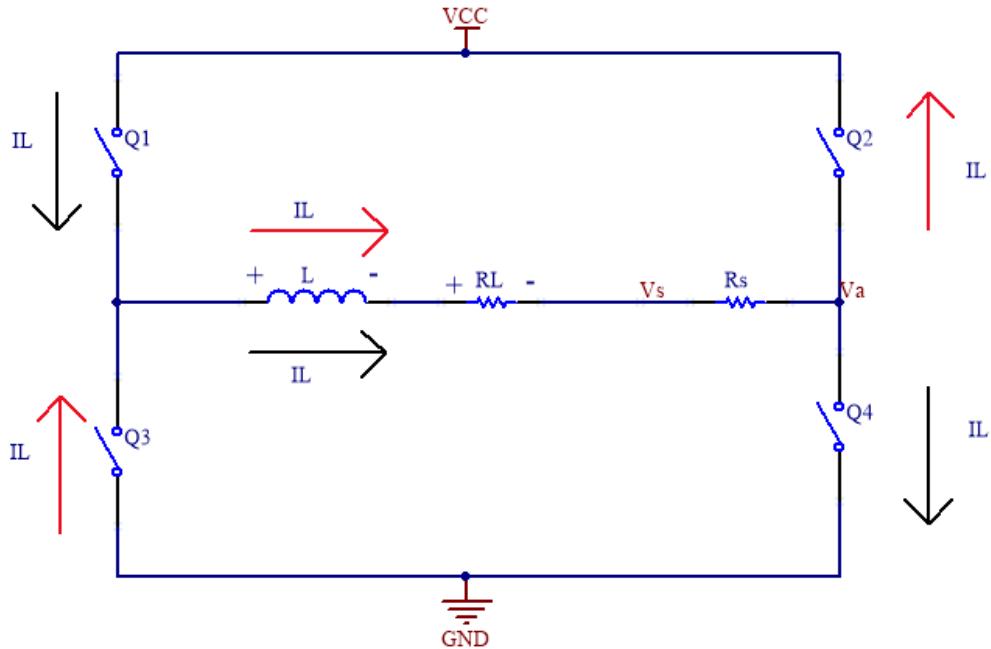


Figura 3.6: Puente H con resistencia de sensado de corriente (R_s).

Por otro lado, la realimentación del controlador de corriente debe ser en forma de tensión, por lo tanto es suficiente con medir la tensión diferencial $V_s - V_a$ y tener en cuenta en el diseño del controlador la ganancia que se tiene al pasar de corriente a tensión.

Aunque este método para medir corriente pareciera directo, presenta algunos inconvenientes en el diseño:

El primero es que al agregar una resistencia en serie al electroimán, se estaría

agregando una mayor disipación de potencia en el sistema. Para intentar reducir este problema se podría elegir un valor de resistencia lo suficientemente bajo para que su consumo sea despreciable. Por ejemplo, se podría adoptar una resistencia de 10 mOhms . Este valor resulta en pérdidas de potencia de 4 W , que es un valor aceptable.

El segundo inconveniente es que alteraría la dinámica de la planta, ya que la constante de tiempo sería $\tau = \frac{L}{R_L + R_s}$. Sin embargo, el electroimán presenta una resistencia interna de 0.2 Ohm , por lo que una resistencia de sensado con valor 10 mOhm no afectaría en gran medida la dinámica.

El tercero es que se debe realizar una medición de tensión flotante. Esto se debe a que la resistencia, al estar en serie con el electroimán, no tiene ningún punto de medición referido a masa. Por lo tanto, se debe utilizar un amplificador que mida tensión en modo diferencial para luego obtener una señal en modo común. El inconveniente que se presenta es que cada uno de los puntos de medición se encuentra a un alto potencial respecto de masa y, además, este cambia en cada conmutación. Esto genera que durante los transitorios de conmutación haya ruido en la medición diferencial.

Debido a que se requiere medir el valor de corriente sin que el ruido de modo común altere la medición, se propone analizar otra alternativa que sea inmune a dicho efecto.

3.3.3.2. Análisis de medición de corriente mediante sensor de efecto Hall

Dado que la medición con una resistencia de sensado introduce ruido ocasionado por la conmutación de las llaves, se plantea la alternativa de utilizar un sensor de

efecto Hall. Este dispositivo mide el campo magnético generado por la corriente, entregando a su salida una tensión proporcional a ésta. La principal ventaja que presenta es que el campo magnético medido sólo es sensible a las variaciones de corriente y no a las comutaciones de tensión.

Existen una gran variedad de estos sensores en el mercado, cada uno con diferentes características. A continuación se mencionan los criterios que se tendrán en cuenta para la elección del sensor:

- Debe ser capaz de medir una corriente de hasta 30 A.
- El ancho de banda debe ser mucho mayor al polo de la frecuencia de comutación del controlador de corriente para poder conservar la forma de onda de la corriente triangular a medir. Por lo tanto, debe ser al menos de 100 kHz.
- La transresistencia debe ser lineal entre 0 A y 30 A.

A partir de estas características se decidió utilizar el sensor HO 15-NP-0000 [1]. Este permite medir una corriente de $\pm 37.5\text{ A}$ con un ancho de banda de 250 kHz y posee una transresistencia de 53.33 mV/A en todo el rango de corriente. Además, presenta alta inmunidad a interferencias externas.

Este sensor tiene la capacidad de medir tanto corrientes en sentido positivo, como negativo. Para ello admite una tensión de bias de 2.5 V , la cual se corresponde a la salida cuando la corriente es nula. Cuando la circulación de corriente es positiva, la salida del sensor resulta en una tensión mayor a 2.5 V , y para negativas, menor.

De esta forma, el bloque H de realimentación queda definido como:

$$H = \frac{V_{iLF}}{I_L} = 53,33\text{ mV/A} \quad (3.19)$$

3.3.4. Cálculo de ganancia de entrada

Capítulo 4

Estimador analógico

Para que la placa de control pueda mantener la distancia de separación Y_g es necesario conocer su valor para luego actuar en consecuencia. Si bien se podrían utilizar sensores especializados para ello, para este proyecto se optó por medirla de manera indirecta a partir de la pendiente de la corriente que circula por el electroimán. De esta forma, se logran aplicar conceptos de estimación de variables, aprendidos durante la carrera.

En este capítulo se detalla la estrategia utilizada para realizar la estimación de posición a partir de la corriente del electroimán, junto con el diseño circuital y sus respectivas simulaciones. Finalmente se obtiene una función transferencia del bloque estimador que será luego utilizada para el diseño del compensador analógico.

4.1. Descripción general

Dado que existe una relación entre la inductancia del electroimán y la distancia de separación, es posible estimar esta última a partir de la forma de onda triangular de su corriente. Como se vio en el capítulo 3, el circuito equivalente del electroimán es del tipo RL serie. Por lo tanto, al commutar la polaridad del inductor a una frecuencia mayor que su ancho de banda, se logra que la corriente crezca y decrezca de manera aproximadamente lineal (sin llegar a verse la forma exponencial). Por lo tanto, se puede extraer información del valor de la inductancia conociendo el valor de dichas pendientes

Para lograr esto se implementa un estimador compuesto por los bloques mostrados en la figura 4.1. Se ingresa con una tensión triangular (V_{iL}), correspondiente a la salida del sensor de efecto Hall. Para eliminar las componentes de alta frecuencia se aplica un filtro pasa bajos que deja pasar hasta la quinta armónica. Esta señal filtrada conserva la forma triangular de la corriente.

Al ingresar al derivador con V_{iL} , la forma de onda resultante a su salida es aproximadamente cuadrada, y sus valores de alto y bajo se corresponden con las pendientes de bajada y subida multiplicadas por la constante de tiempo del derivador. Estas pendientes deberían ser simétricas alrededor del punto de operación de $2.5V$, pero no lo son debido a la resistencia interna del electroimán, que provoca que la pendiente de decrecimiento sea mayor (en módulo) que la de crecimiento. Por ello, se implementa la compensación de la resistencia interna, cuya salida ingresa al derivador y logra mantener la simetría alrededor de $2.5 V$. Esta señal ingresa al último bloque que rectifica y filtra la forma de onda, obteniéndose una tensión continua (V_{out}) proporcional a la distancia de separación (Y_g).

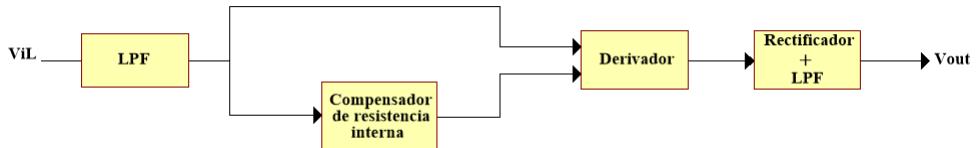


Figura 4.1: Diagrama en bloques del estimador.

4.2. Análisis de la estimación

La ecuación que gobierna la corriente en el electroimán se puede calcular con las leyes de Kirchoff correspondientes al circuito mostrado en la figura ?? y la expresión de la inductancia [2.11](#).

Al resolver el circuito se obtiene:

$$\pm V_{BUS} - L(Y_g) * \left| \frac{dI_L}{dt} \right| - L_\infty * \left| \frac{dI_L}{dt} \right| - R_L * I_L = 0 \quad (4.1)$$

Se asume que:

$$V_{BUS} \gg I_L * R_L \quad (4.2)$$

Se aproxima la derivada de la corriente como:

$$\left| \frac{dI_L}{dt} \right| \simeq \frac{V_{BUS}}{L(Y_g) + L_\infty} = \frac{V_{BUS}}{L_T(Y_g)} \quad (4.3)$$

Según mediciones realizadas (ver tabla ??), se tienen los valores de $L_T(Y_g)$ correspondientes a cada posición. En base a ellos se hace una aproximación lineal para obtener la expresión de la derivada de la ecuación [4.4](#).

$$\left| \frac{dI_L}{dt} \right|_{Lineal} = 194690 * Y_g [m] + 676 A/s \quad (4.4)$$

4.3. Modelo circuital del estimador de posición

Para poder obtener $\left| \frac{dI_L}{dt} \right|$ se utiliza un circuito derivador con un amplificador operacional como se observa en la figura 4.2.

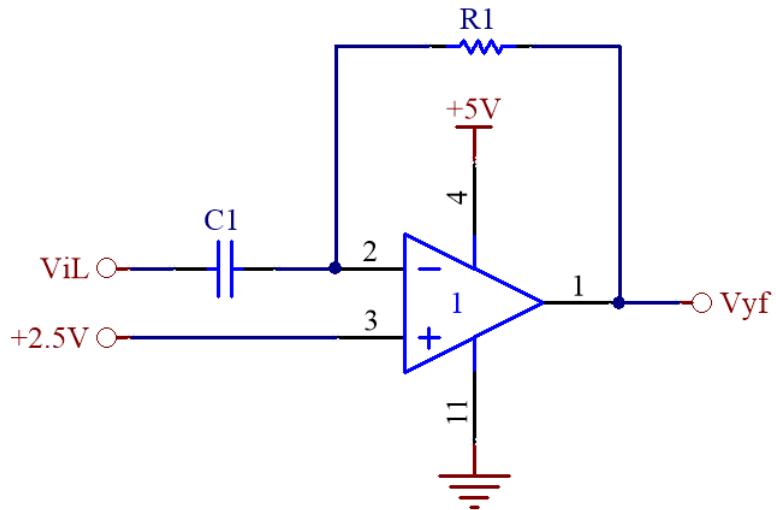


Figura 4.2: Circuito derivador.

La salida del circuito $V_{yf}(t)$ ante una entrada V_L es:

$$V_{yf}(t) = 2.5V - \frac{dV_L}{dt} * C_1 * R_1 \quad (4.5)$$

Al considerar que $V_L = K_h * I_L$, con K_h como la constante del sensor de efecto Hall, se obtiene:

$$V_{yf}(t) = 2.5 V - \frac{dI_L}{dt} * K_h * C_1 * R_1 \quad (4.6)$$

$V_{yf}(t)$ presenta variaciones alrededor del *set-point* de $2.5 V$. Por lo tanto, para evitar la saturación del derivador se debe cumplir que:

$$\left| -\frac{dI_L}{dt} * K_h * C_1 * R_1 \right| \leq 2.5 V \quad (4.7)$$

Por lo tanto, con la ecuación 4.3 y 4.7:

$$C_1 * R_1 \leq \frac{2.5 V * L_{min}}{V_{BUS} * K_h} \quad (4.8)$$

Con $L_{min} = L(5 mm) + L_\infty = 14.9 mHy$ se obtiene:

$$C_1 * R_1 \leq 29.1 ms \quad (4.9)$$

El derivador tiene como salida una onda pulsada, cuyo flanco superior es proporcional a la pendiente de bajada de la corriente en el electroimán, y el flanco inferior es proporcional a la pendiente de subida.

Para los cálculos se utilizó $\tau = C_1 * R_1 = 25 ms$, para dar un margen y evitar la saturación del amplificador operacional.

Con la ecuación 4.4 y 4.6, y con una variación en torno a $2.5 V$ se obtiene:

$$V_{yf}(Y_g) = |K_h * C_1 * R_1 * dI_L/dt| + 2.5 V = 0.2595 * Y_g + 3.4 V \quad (4.10)$$

Se puede observar en la tabla 4.1 que, para los posibles valores en los que el electroimán trabaja, el estimador posee un rango de salida $\Delta V_{yf_{Lineal}}(5\text{ mm} - 2\text{ mm}) = 0.78\text{ V}$.

$Y_g[\text{ mm}]$	$V_{yf}(Y_g)_{Lineal}[\text{ V}]$
2	3.92
3	4.18
4	4.44
5	4.7

Tabla 4.1: V_{yf} en función de la posición.

4.4. Circuito del derivador compensado

Puesto que los circuitos derivadores pueden presentar inestabilidad a alta frecuencia, es necesario compensarlos mediante el agregado de una resistencia en serie al capacitor, para que genere un cero en la transferencia de realimentación (ecuación 4.12), como se observa en la figura 4.3.

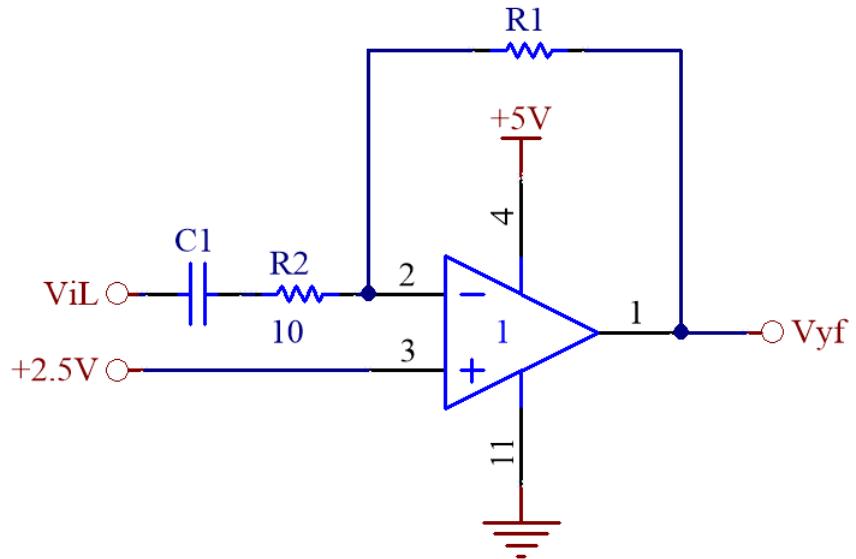


Figura 4.3: Circuito derivador compensado

El operacional es internamente compensado, por lo que todos sus otros polos los tiene luego del cruce por 0 dB de la ganancia. Para simplificar el análisis estos no se tienen en cuenta, ya que están fuera de la zona de interés.

$$A(w) = \frac{1778279}{\left(\frac{s}{2\pi \cdot 20} + 1\right)} \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{H(w)} = \frac{1 + s * C_1 * (R_1 + R_2)}{1 + s * C_1 * R_2} \simeq \frac{1 + s * C_1 * R_1}{1 + s * C_1 * R_2} \quad (4.12)$$

Para compensar el circuito se coloca un polo en 16 kHz , que da como resultado $R_2 = 10 \Omega$, $C_1 = 1 \mu\text{F}$ y $R_1 = 25 \text{ k}\Omega$ y un margen de fase de $\phi = 49.6^\circ$, como se puede observar en la figura 4.4.

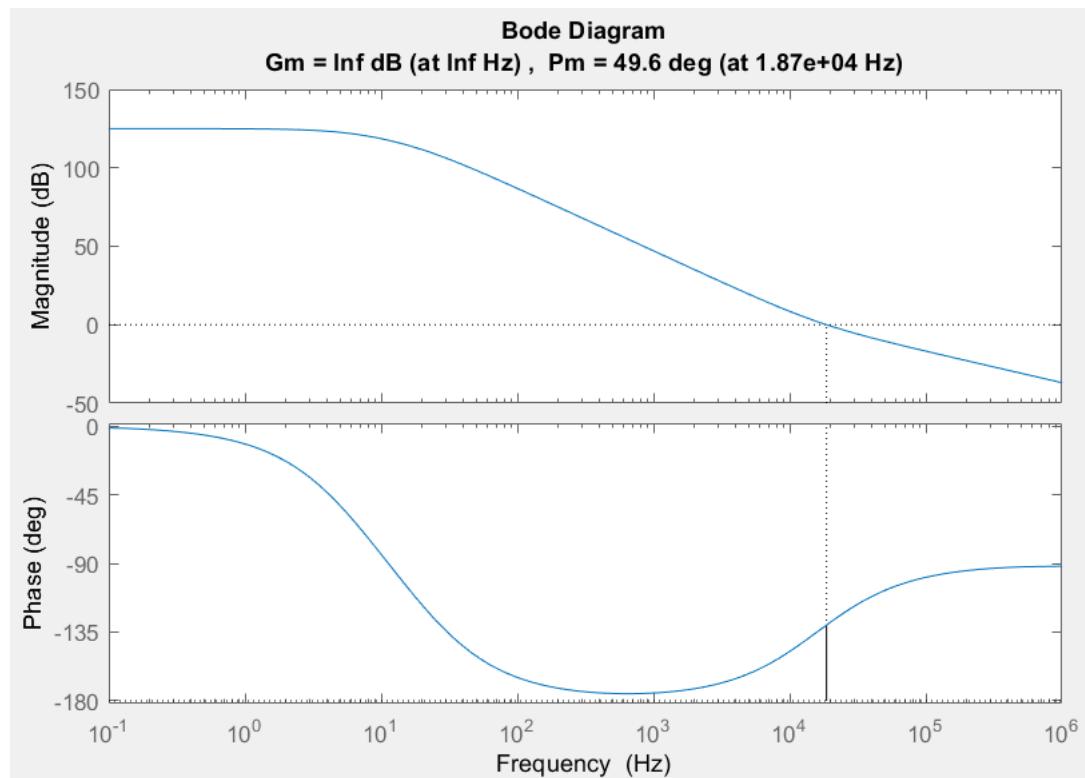


Figura 4.4: Transferencia a lazo abierto del derivador compensado.

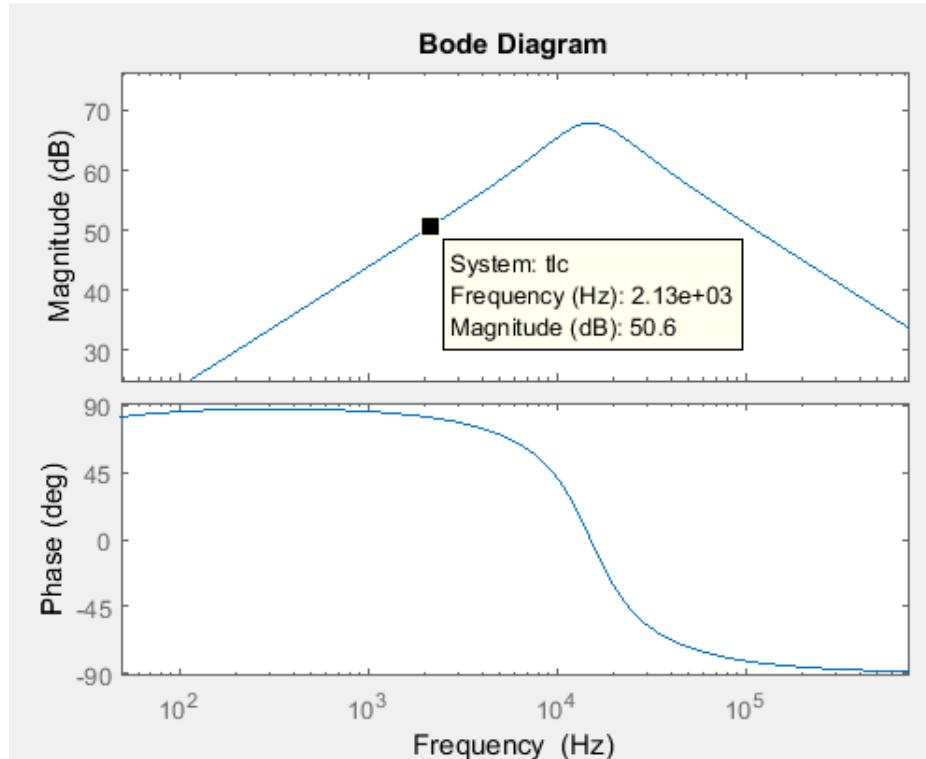


Figura 4.5: Transferencia de lazo cerrado.

Como se observa en la figura 4.5, la transferencia de lazo cerrado (TLC) tiene un comportamiento derivativo en las frecuencias cercanas a 2 kHz , como es deseado.

A continuación se muestra la TLC del circuito derivador:

$$TLC_{derivador} = \frac{V_{yf}}{V_{iL}} = \frac{-0.025 * s}{1 + \left(\frac{2*0.473}{94.5k}\right) * s + \left(\frac{s}{94.5k}\right)^2} \quad (4.13)$$

4.5. Diseño del filtro pasa bajos

Debido a que el derivador amplifica las señales de alta frecuencia es necesario agregar un filtro pasa bajos en su entrada. Como la señal que ingresa al derivador es V_{iL} , que es una onda triangular de frecuencia fundamental de 2 kHz , se permite

el paso de sus componentes hasta la 5º armónica. Para su implementación se utiliza un filtro activo Butterworth de segundo orden, con una frecuencia de corte en 20 kHz . En la figura 4.6 se puede ver el filtro utilizado y en la figura 4.7, su respuesta en frecuencia.

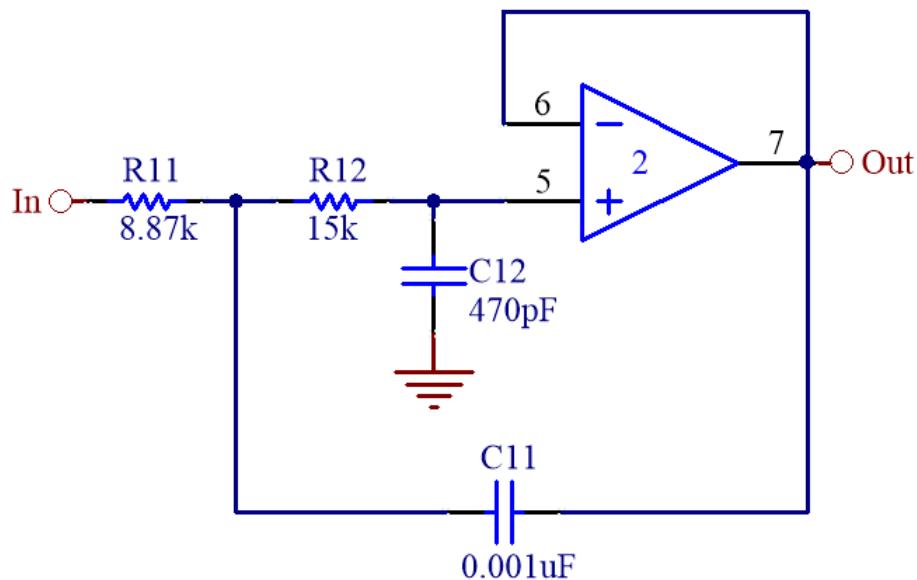


Figura 4.6: Filtro para la entrada del derivador.

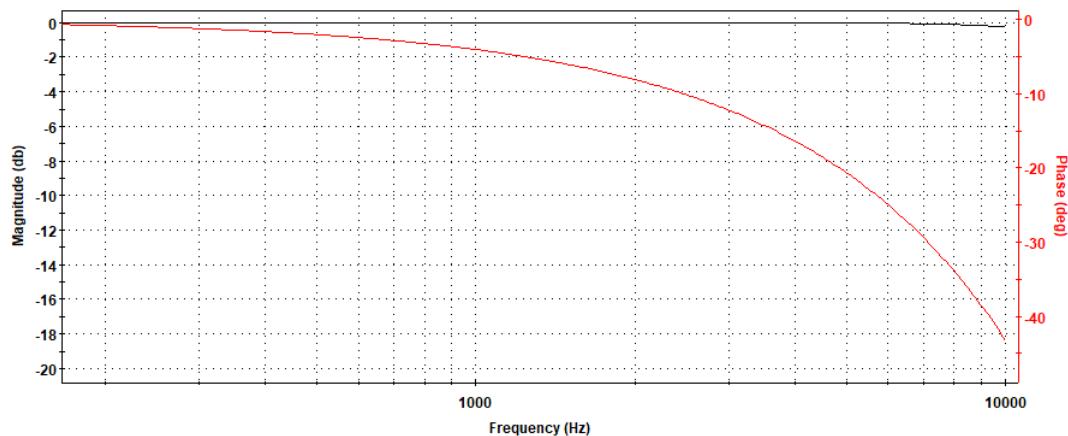


Figura 4.7: Respuesta en frecuencia del filtro activo.

4.6. Compensación de resistencia interna

Al circular corriente siempre en el mismo sentido por el electroimán, se produce una caída de tensión casi constante en su resistencia interna. Esto provoca que no siempre estén aplicados $\pm 24 V$ al electroimán sino que, durante el T_{ON} se aplican $+24 V - I_L * R_L$ y durante el T_{OFF} se aplican $-24 V - I_L * R_L$. Esto genera que las pendientes sean distintas.

$$\pm V_{BUS} - L(Y_g) * \left| \frac{dI_L}{dt} \right| - L_\infty * \left| \frac{dI_L}{dt} \right| - R_L * I_L = 0 \quad (4.14)$$

Con $R_L = 0.2 \Omega$ y una corriente nominal de aproximadamente $21 A$:

$$\pm V_{BUS} - R_L * I_L = \pm 24 V - 4.2 V \quad (4.15)$$

Para el caso en que $V_{BUS} = 24 V$:

$$V_{BUS} - R_L * I_L = +24 V - 4.2 V = 19.8 V \quad (4.16)$$

Para el caso en que $V_{BUS} = -24 V$:

$$V_{BUS} - R_L * I_L = -24 V - 4.2 V = 28.2 V \quad (4.17)$$

Por lo tanto, sobre el electroimán se aplican dos tensiones distintas, en valor absoluto, durante la carga y descarga. Esto provoca que la rampa de corriente sea asimétrica.

Debido a que luego se utilizará un rectificador de onda completa, se desea que

la rectificación de cada una de estas pendientes resulte en el mismo valor. En la figura 4.8 se muestra el efecto luego de la rectificación sin realizar ninguna compensación.

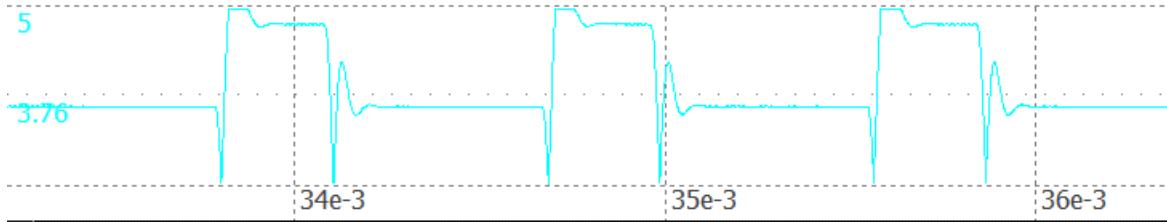


Figura 4.8: Forma de onda luego de rectificar sin compensación de resistencia interna.

Para corregir este problema, se varía *set-point* de la salida del derivador. Para lograrlo se debe cambiar la tensión en la entrada no inversora (V_{bias}) como se muestra en la figura 4.9.

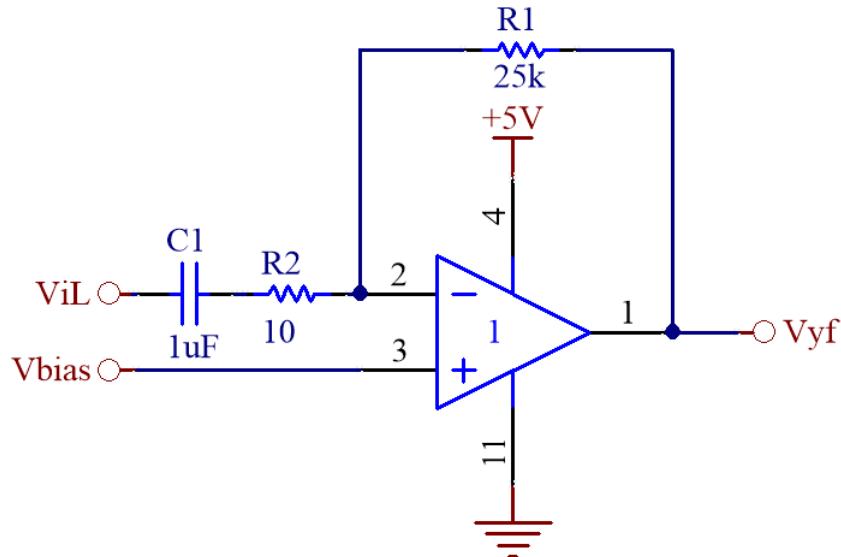


Figura 4.9: Esquema circuital del derivador con V_{bias} .

Se tiene que la pendiente de bajada de la onda triangular, en módulo, es mayor que la de subida. Por lo tanto, al derivarla (con la inversión de signo), queda por encima del *set-point*, y la pendiente de subida, por debajo. Por ello, se debe compensar el *set-point* para que la forma de onda sea simétrica alrededor de 2.5V.

Para la pendiente de bajada, la salida del derivador es:

$$V_{yf_{off}} = V_{bias} + K_h * \tau * \frac{|V_{BUS}| + I_L * R_L}{L} \quad (4.18)$$

Para la pendiente de subida se tiene:

$$V_{yf_{on}} = V_{bias} - K_h * \tau * \frac{|V_{BUS}| - I_L * R_L}{L} \quad (4.19)$$

Se desea que se cumpla:

$$V_{yf_{off}} - 2.5 \text{ V} = 2.5 \text{ V} - V_{yf_{on}} \quad (4.20)$$

Si se despeja V_{bias} se llega a:

$$V_{bias} = 2.5 \text{ V} - K_h * I_L * \tau * \frac{R_L}{L} \quad (4.21)$$

Se tiene $K_h = 53.3 \frac{mV}{A}$, $R_L = 0.2 \Omega$ y $\tau = 25 \text{ ms}$. En cuanto a la inductancia, se utiliza: $L_T(4 \text{ mm}) = 16.44 \text{ mH}$.

V_{iL} es la tensión de salida del sensor de efecto Hall menos un *set-point* de 2.5 V. Sin embargo, debido al *offset* agregado al sensor para llevar su valor medio a 2.6 V, al restarle 2.5 V no se produce una cancelación completa sino que quedan 0.1 V de error. Por ello, para implementar la ecuación 4.20 se utiliza el circuito

mostrado en la figura 4.10. Este circuito compensa la diferencia de pendientes, el error de $0.1 V$ y genera V_{bias} para ingresar al derivador.

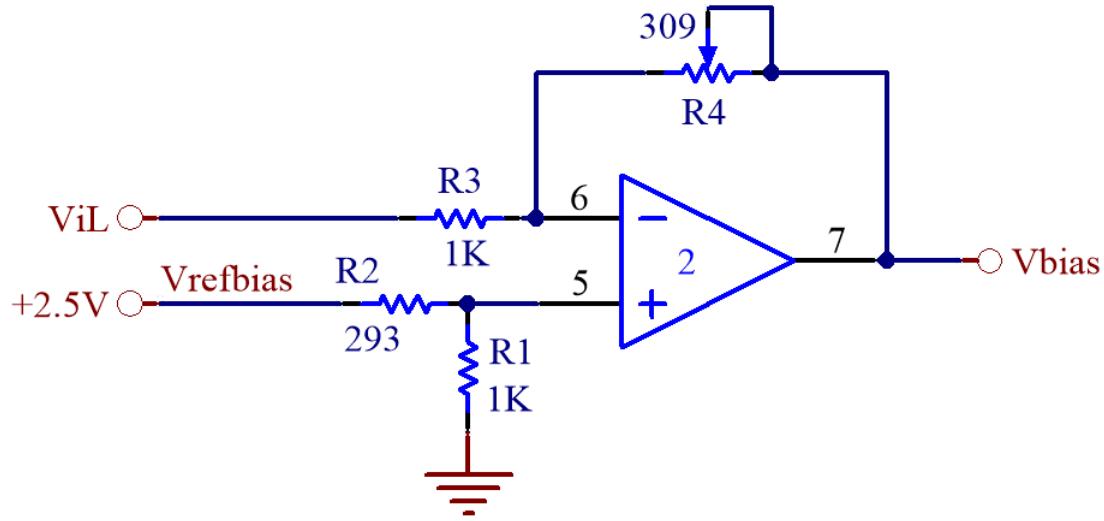


Figura 4.10: Generación de V_{bias} .

A partir del circuito de la figura 4.10 se obtiene:

$$V_{bias} = -\frac{R_4}{R_3}(K_h I_L + 0.1 V) + V_{Ref_{bias}} \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \quad (4.22)$$

Para poder llegar a la expresión de la ecuación 4.15 se debe cumplir que:

1. $-\frac{R_4}{R_3} = -\tau * \frac{R_L}{L} = -0.304$
2. $-\frac{R_4}{R_3}(0.1V) + V_{Ref_{bias}} \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = 2.5V$

Por lo tanto, al resolver la condición 1) se elige $R_4 = 304\Omega$ y se obtiene $R_3 = 1k\Omega$.

Luego, al resolver la condición 2) con $V_{Ref_{bias}} = 2.5 V$ se elige $R_1 = 1 k\Omega$ y se obtiene $R_2 = 291.8 \Omega$.

En la figura 4.11 se muestra como cambia la forma de onda.

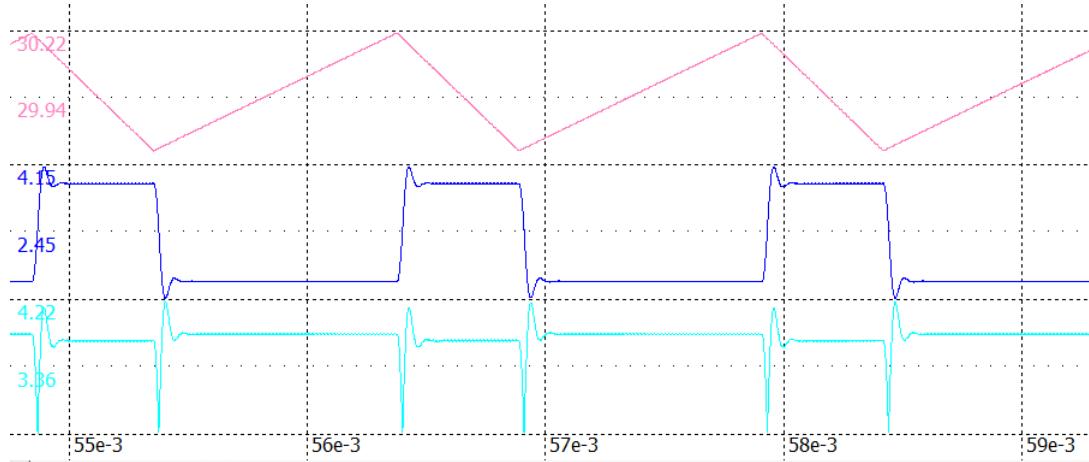


Figura 4.11: Formas de onda obtenidas en la simulación.

La onda superior corresponde a la corriente en el electroimán, la que se encuentra al medio, a la salida del derivador y la inferior, a la onda rectificada con la corrección de la resistencia interna.

4.7. Rectificación y suavizado

Para poder tener finalmente la estimación de la posición, se debe rectificar la salida del derivador alrededor de $2.5V$. Esto se hace para que la pendiente positiva de la corriente triangular coincida con la pendiente negativa, y tener a la salida del estimador una señal aproximadamente continua.

En la figura 4.12 se puede observar el circuito completo utilizado para la implementación de la rectificación y filtrado. Para facilitar la comprensión de esta última parte del estimador, se realiza un análisis de cada una de estas etapas por separado.

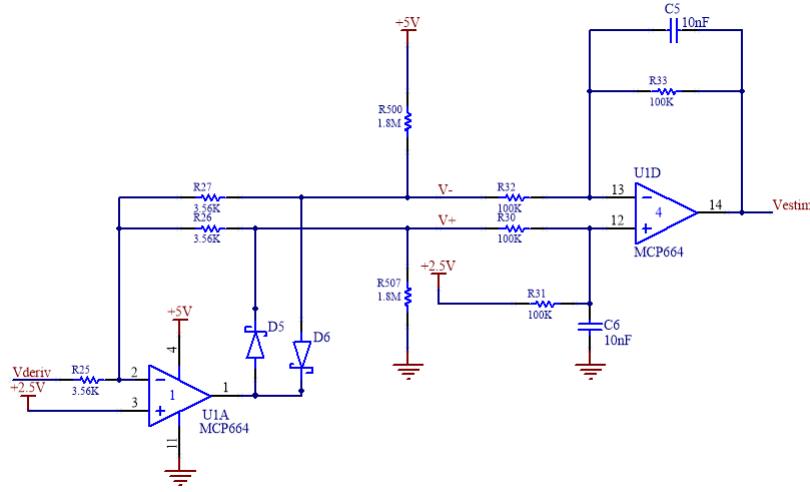


Figura 4.12: Circuito de rectificación, resta y filtrado.

4.7.1. Rectificador

Para entender el funcionamiento de este rectificador, se comienza con el análisis de la primer etapa del circuito de la figura 4.12. Por lo tanto, se simplifica el circuito al mostrado en la figura 4.13. Se parte de la suposición de que en un amplificador ideal, la tensión diferencial (V_d) es igual a cero. De esta forma, como la entrada no inversora está fijada en $2.5 V$, la misma tensión se encuentra en la entrada inversora.

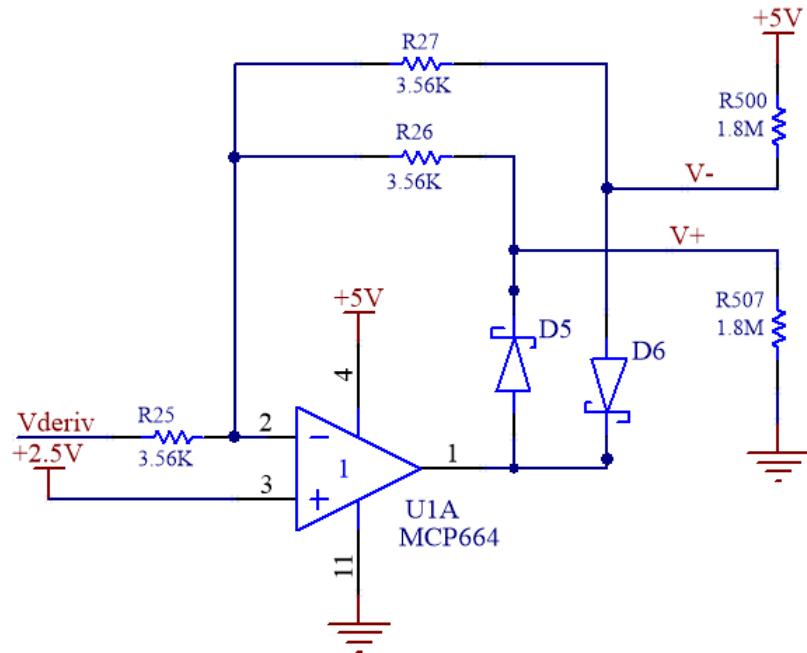


Figura 4.13: Circuito rectificador.

Al analizar la corriente en la resistencia R_{25} (con sentido positivo hacia la izquierda) en función de V_{deriv} , resulta:

$$I_{R25} = \frac{2.5 V - V_{deriv}}{R_{25}} \quad (4.23)$$

En el caso de que $V_{deriv} < 2.5 V$, la corriente será positiva. Esta misma corriente proviene desde la salida del operacional, a través del diodo D_5 y la resistencia R_{26} . Si se desprecia la tensión del diodo en directa se obtiene que la salida del operacional es igual a V^+ :

$$V^+ = I_{R25} * R_{26} + 2.5 V = \frac{2.5 V - V_{deriv}}{R_{25}} * R_{26} + 2.5 V \quad (4.24)$$

Como $R_{25} = R_{26}$

$$V^+ = 2.5 V - V_{deriv} + 2.5 V = 5 V - V_{deriv} \quad (4.25)$$

Además, dado que el diodo D_6 queda polarizado en inversa y la caída de tensión en R_{27} es despreciable, se obtiene que $V^- = 2.5 V$.

Análogamente, si $V_{deriv} > 2.5 V$, se puede encontrar:

$$V^- = 5 V - V_{deriv} \quad (4.26)$$

$$V^+ = 2.5 V \quad (4.27)$$

4.7.2. Restador

Se utiliza un amplificador operacional en modo diferencial como restador. El circuito utilizado se observa en la figura 4.14 y se obtiene lo siguiente:

Cuando $V_{deriv} < 2.5 V$:

$$V_{estim} = V^+ - V^- + 2.5 V$$

$$V_{estim} = (5 V - V_{deriv}) - (2.5 V) + 2.5 V$$

$$V_{estim} = 5 V - V_{deriv}$$

Cuando $V_{deriv} > 2.5 V$:

$$V_{estim} = V^+ - V^- + 2.5V$$

$$V_{estim} = 2.5V - (5V - V_{deriv}) + 2.5V$$

$$V_{estim} = V_{deriv}$$

Si se toma a V_{deriv} como $V_{deriv} = \Delta V_{deriv} + 2.5 V$, al reemplazar en los dos casos se obtiene:

$$V_{estim} = 2.5 V + |\Delta V_{deriv}| \quad (4.28)$$

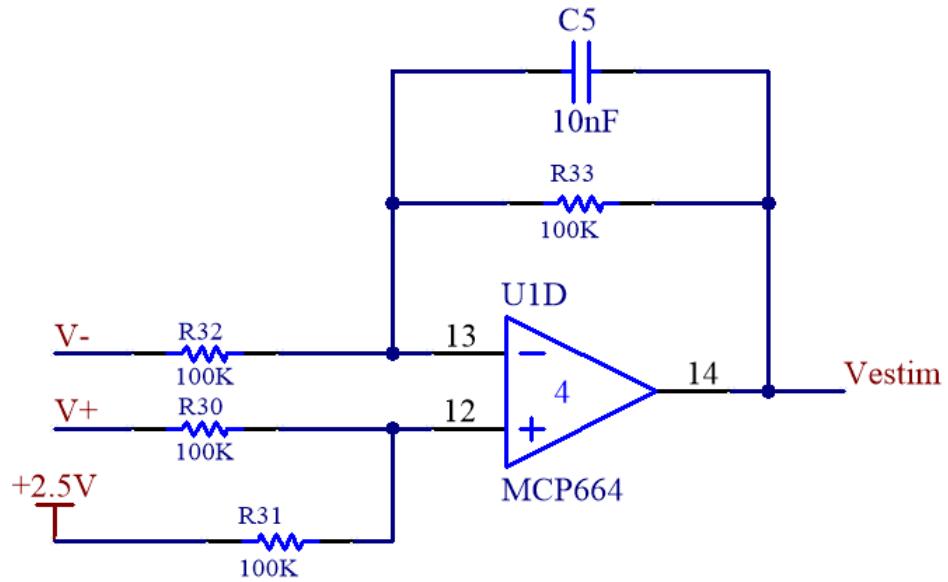


Figura 4.14: Circuito restador.

4.7.3. Filtrado

En el restador se implementa un filtrado adicional a la señal de salida como se observa en la figura 4.15. De esta última etapa, si se considera $C_5 = C_6 = C$ y

$R_{33} = R_{31} = R$, se obtiene:

$$V_{estim} = \frac{1}{1 + s * C * R} * (V^+ - V^- + 2.5 V) \quad (4.29)$$

$$V_{estim} = \frac{1}{1 + s * C * R} * (2.5 V + |\Delta V_{deriv}|) \quad (4.30)$$

$$V_{estim} \approx \frac{1}{1 + s * C * R} * |\Delta V_{deriv}| + 2.5 V \quad (4.31)$$

Puesto que la salida V_{estim} debe ser una continua, es importante eliminar cualquier posible ripple. Por ello, se escogen los siguientes valores para los componentes:

1. $C = 10 \text{ nF}$
2. $R = 100 \Omega$
3. $\frac{1}{2\pi C R} = 159.2 \text{ Hz}$

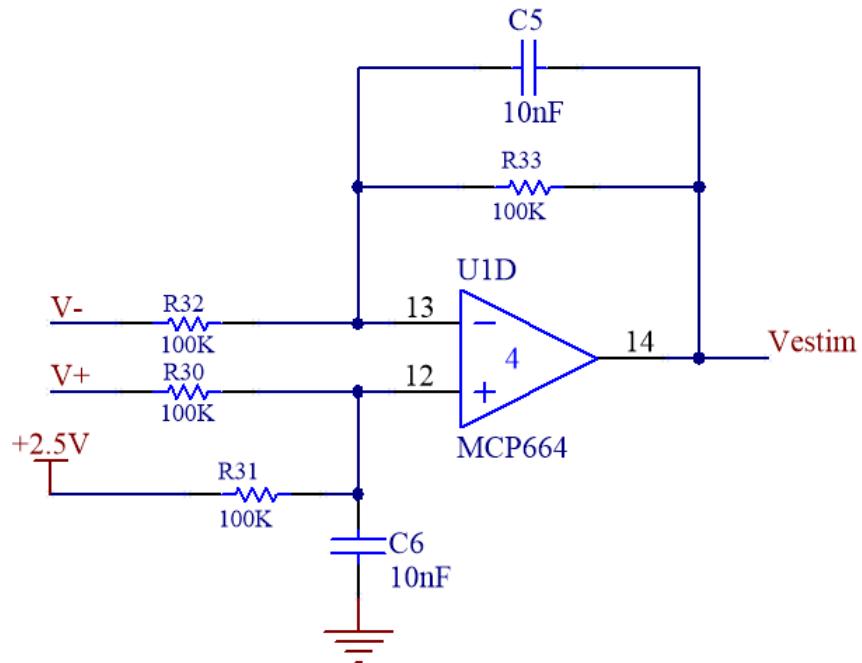


Figura 4.15: Esquema circuital del restador con una etapa de filtrado en 159.2Hz .

4.8. Simulación del estimador completo

En la figura 4.16 se pueden observar tres formas de onda. La superior corresponde a la corriente del electroimán, la del medio a la salida del derivador y la inferior a la salida V_{estim} . Con el uso de los cursores se midió un ripple de 52.66 mV en V_{estim} .

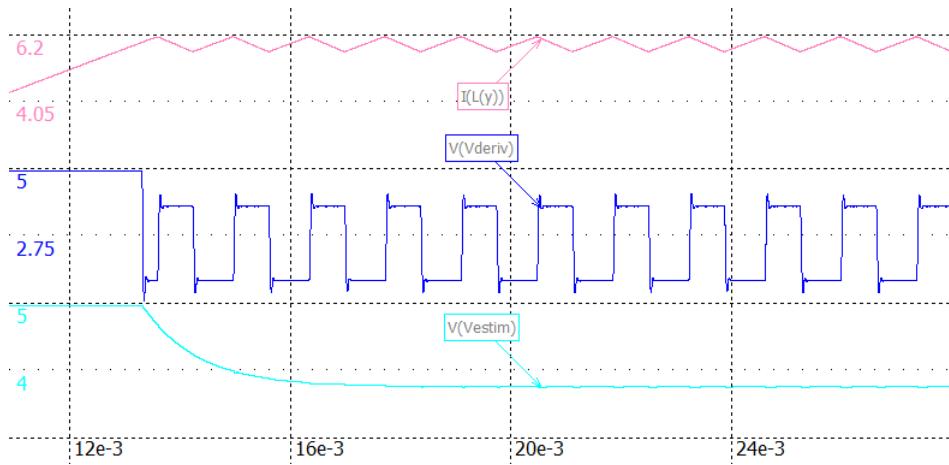


Figura 4.16: Simulación final del estimador.

En la tabla 4.2 se muestran valores medidos de V_{estim} en función de la posición.

Y_g [mm]	$L(Y_g)$ [mHy]	V_{estim} [V]
2	22.64	3.86
3	18.8	4.13
4	16.44	4.36
5	14.9	4.55

Tabla 4.2: Resultados de simulación del estimador.

4.9. Transferencia final del estimador de posición

El funcionamiento del circuito estimador no es lineal. Por lo tanto, para poder modelar una función transferencia, se deben tomar ciertas consideraciones. La

parte del derivador es lineal, por lo que se puede modelar su transferencia como:

$$V_{estim} = -0.025 * \frac{dVi_L}{dt} \quad (4.32)$$

A partir de la expresión 4.32 se puede determinar que, además de realizarse la derivada, se introduce una inversión de signo. De esta forma, una pendiente positiva a la entrada resulta en valores menores a 2.5 V a la salida, mientras que una pendiente negativa produce una tensión mayor a 2.5 V.

Luego, el bloque rectificador y restador se encarga de calcular el valor absoluto de esta señal (en torno a los 2.5 V). Al considerar que la pendiente aumenta a medida que lo hace la distancia de separación, se puede concluir que el bloque estimador no produce inversión de signo. Por lo tanto, se debe considerar solamente la ganancia del derivador y el polo que introduce la etapa de restador. Finalmente, para poder obtener una estimación de la posición, se utiliza la expresión linealizada 4.4 que relaciona la derivada de la corriente con el entrehierro:

$$\frac{dI_L}{dt} = 194690 * Y_g \quad (4.33)$$

Al considerar la ganancia que tiene el sensor de efecto Hall sobre la corriente:

$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{dVi_L}{dt} * \frac{1}{0.0533} \quad (4.34)$$

Por lo tanto al utilizar 4.35 en 4.33 se obtiene 4.35.

$$\frac{dVi_L}{dt} = 0.0533 * 194690 * Y_g \quad (4.35)$$

En base al resultado anterior, se llega a:

$$V_{estim} = 0.025 * 194690 * 0.0533 * \frac{Y_g}{1 + \frac{s}{1k}} = 259.6 * \frac{Y_g}{1 + \frac{s}{1k}} \quad (4.36)$$

Finalmente, al considerar la etapa de filtrado de la entrada, que tiene dos polos en $2\pi * 10 \text{ kHz} \simeq 60 \text{ krad/s}$ se obtiene:

$$H_{estim} = \frac{V_{estim}}{Y_g[m]} = \frac{259.6}{(1 + \frac{s}{1k}) * (1 + \frac{s}{60k})^2} \quad (4.37)$$

Capítulo 5

Compensador analógico

En este capítulo se analiza la dinámica de la planta y se utilizan distintas estrategias para conseguir que el sistema presente el comportamiento deseado. Se diseña un compensador por adelanto de fase que logra la estabilidad incluso para los casos extremos de funcionamiento del sistema. Luego, se agrega un lazo de realimentación con un integrador que permite eliminar el error en régimen permanente.

5.1. Descripción general

Se plantea una compensación compuesta por dos lazos de control como se muestra en la figura 5.1. El lazo de control interno está basado en un controlador por adelanto de fase que cumple la función de estabilizar el sistema. El lazo de control externo contiene un integrador con el objetivo de eliminar el error de posición en régimen permanente.

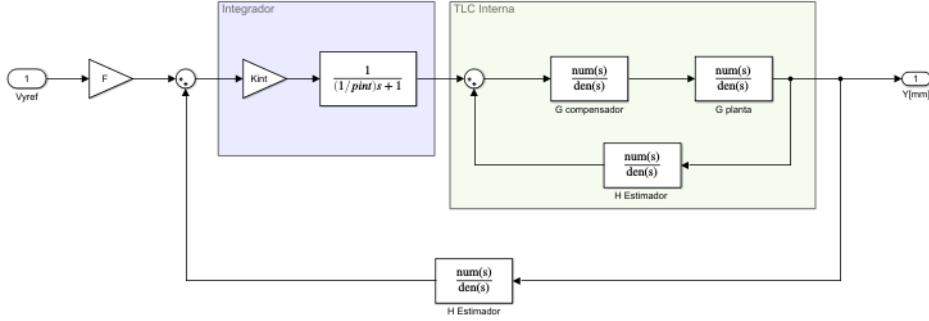


Figura 5.1: Diagrama del sistema completo.

5.2. Lazo de realimentación interno

5.2.1. Análisis de estabilidad con masa de 30 kg

Para realizar el análisis de estabilidad se parte de las transferencias de la planta $G_p(s)$ para una masa de 30 kg (2.32), de la del controlador de corriente $G_{iL}(s)$ (??) y de la del lazo de realimentación $H_{estim}(s)$ (4.37). A partir de ellas se obtiene la transferencia a lazo abierto total $GH_T(s)$ mostrada en la expresión 5.1.

$$GH_T(s) = G_p(s) * G_{iL}(s) * H_{estim}$$

$$GH_T(s) = \frac{0.38}{(1 - (\frac{s}{70})^2)(\frac{s}{12.17} + 1)(1 + \frac{s}{1k})(1 + \frac{s}{60k})^2} \quad (5.1)$$

A continuación se procede a analizar la respuesta en frecuencia de GH_T y a diseñar un compensador adecuado. Luego, se verificará la estabilidad para una masa de 1 kg, que corresponde a la mínima con la que trabaja el sistema.

Con la transferencia de la ecuación 5.1 se grafica el diagrama de Bode y el diagrama de Nyquist. Estos se muestran en las figuras 5.2 y 5.3 respectivamente.

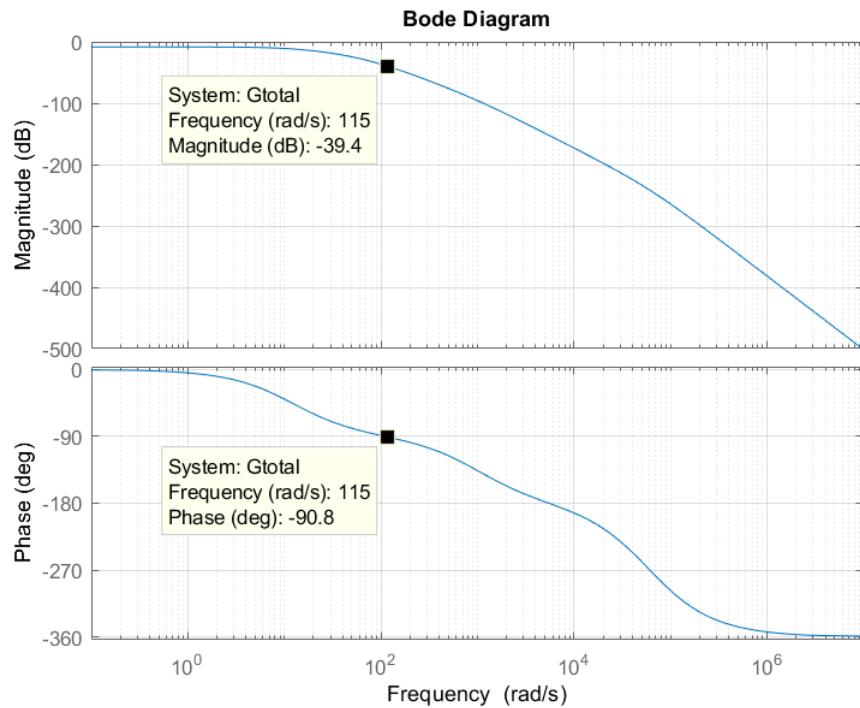


Figura 5.2: Diagrama de Bode de lazo abierto GH_T con $M = 30\text{kg}$.

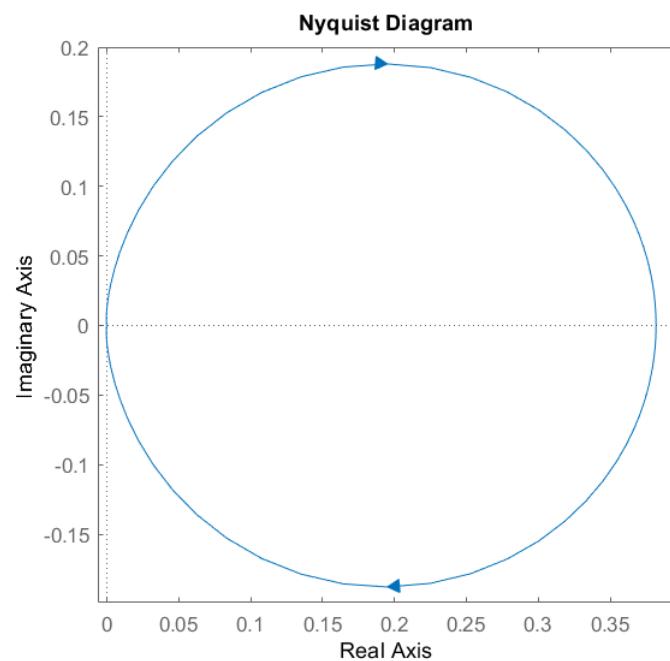


Figura 5.3: Diagrama de Nyquist de GH_T con $M = 30 \text{ kg}$.

Para poder observar mejor la forma del Nyquist se hace un acercamiento en torno al origen como se muestra en la figura 5.4.

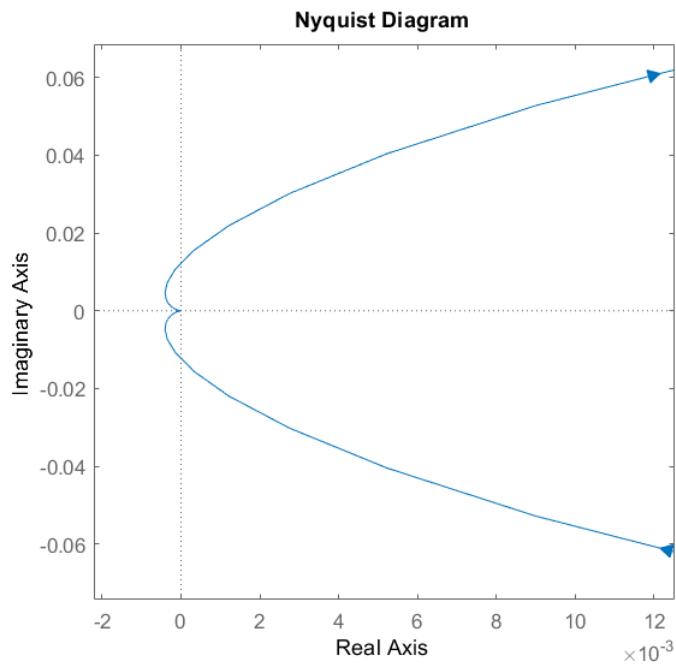


Figura 5.4: Acercamiento del diagrama de Nyquist de GH_T con $M = 30 \text{ kg}$.

En la figura 5.5 se puede observar el lugar de raíces de GH_T y en la 5.6 se muestra un acercamiento.

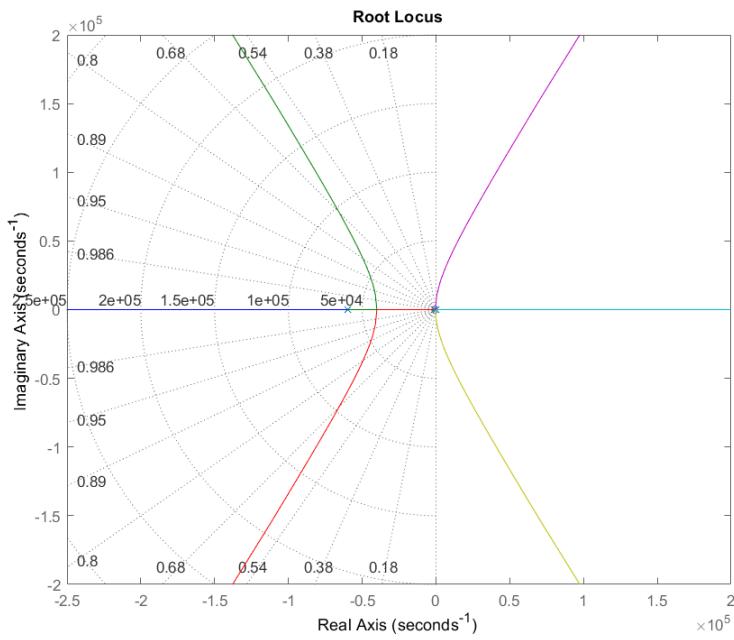


Figura 5.5: Lugar de raíces de GH_T con $M = 30 \text{ kg}$.

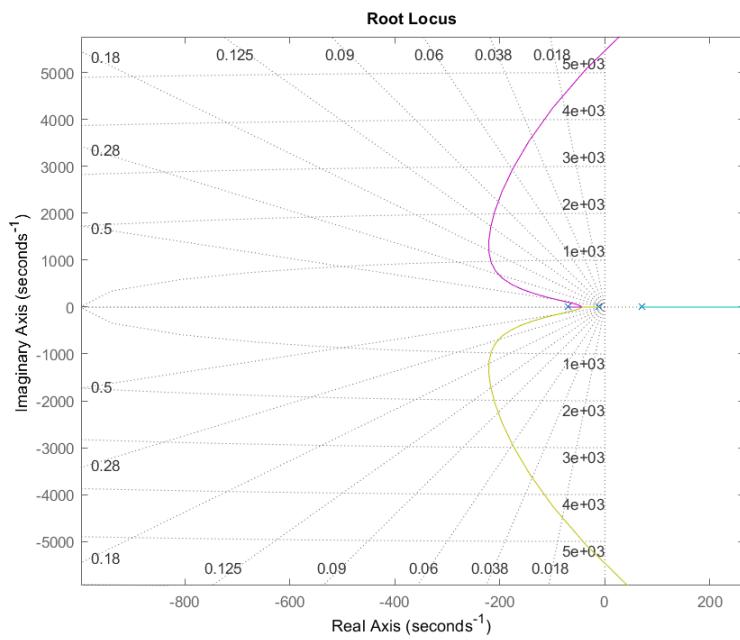


Figura 5.6: Acercamiento del lugar de raíces de GH_T con $M = 30 \text{ kg}$.

Como se observa en la figura 5.6, GH_T tiene un polo en el semiplano derecho. A partir del Nyquist se puede determinar:

Zona 1: $Z = N + P = 0 + 1 = 1 \rightarrow$ Inestable

Zona 2: $Z = N + P = 1 + 1 = 2 \rightarrow$ Inestable

Por lo tanto, no es posible que el sistema sea estable. Para lograrlo se debe realimentar positivamente y generar una zona en el diagrama de Nyquist donde $N = -1$. Para ello es necesario aumentar la fase para que pueda superar el valor de 0° . Para que esto se cumpla, el diagrama de Nyquist debe tener una forma como la mostrada en la figura 5.7.

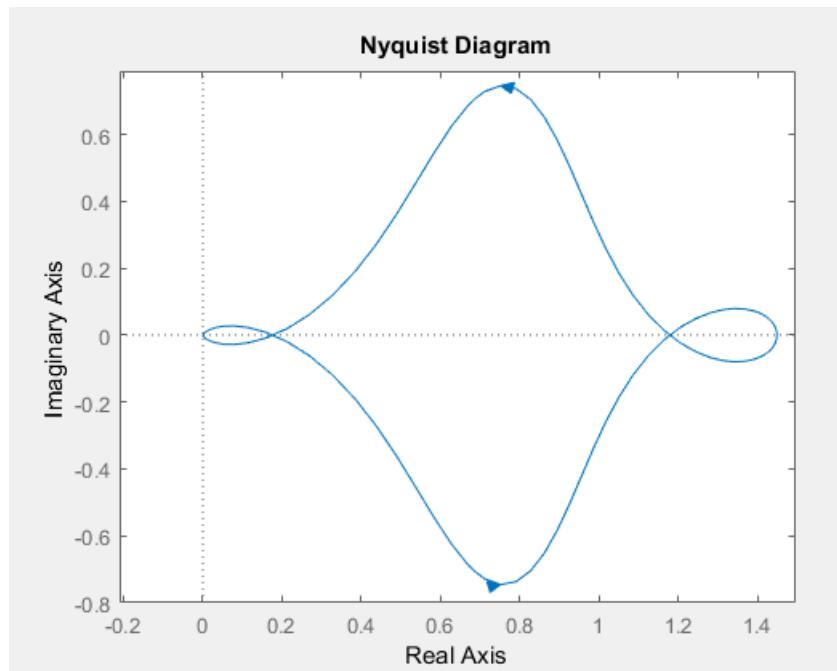


Figura 5.7: Forma del diagrama de Nyquist deseado.

5.2.2. Diseño de la red de adelanto de fase

Para poder lograr el aumento de fase mencionado se utiliza una red de adelanto de fase. Se debe tener en cuenta que el módulo de la transferencia de lazo abierto en el primer cruce de la fase por 0° debe ser mayor a 0 dB y, en el segundo cruce, menor. De esta forma, al observar la figura 5.2 se decide adelantar la fase 100° en aproximadamente 200 rad/s . Esto se logra mediante el uso de dos redes de adelanto de fase de 65° cada una.

De esta forma, las ecuaciones de diseño resultan:

$$W_0 = 200 \text{ rad/s}$$

$$\varphi_{max} = 65^\circ$$

$$\alpha = \frac{1 + \operatorname{sen}(\varphi_{max})}{1 - \operatorname{sen}(\varphi_{max})} = 20.346491$$

$$W_c = \frac{W_0}{\sqrt{\alpha}} = 44.3 \text{ rad/s}$$

$$W_p = \sqrt{\alpha} * W_0 = 902.1 \text{ rad/s}$$

Finalmente, se llega a la transferencia del controlador:

$$G_c(s) = K * [20.346 * \frac{(s + 44.3)}{(s + 902.1)}]^2 \quad (5.2)$$

En la figura 5.8 se muestra el diagrama de bode de $GH_T * G_C$ con $K = 1$. Se puede observar que la ganancia K puede adoptar valores desde 15.6 dB hasta 35 dB aproximadamente. Al considerar que el sistema debe soportar una masa variable entre 1 kg y 30 kg , y que la ganancia de la transferencia de la planta para 1 kg es de 5.5 veces (14 dB) mayor que para 30 kg , se debe adoptar una ganancia del compensador que mantenga la estabilidad para estos dos casos. Es decir, la

ganancia mínima es de 15.6 dB y la máxima es de $35 \text{ dB} - 14 \text{ dB} = 21 \text{ dB}$. Por lo tanto, se elige que el cruce por cero de la ganancia se encuentre ahora en 88 rad/s , lo que significa que $K = 20 \text{ dB} \equiv 10 \text{ veces}$.

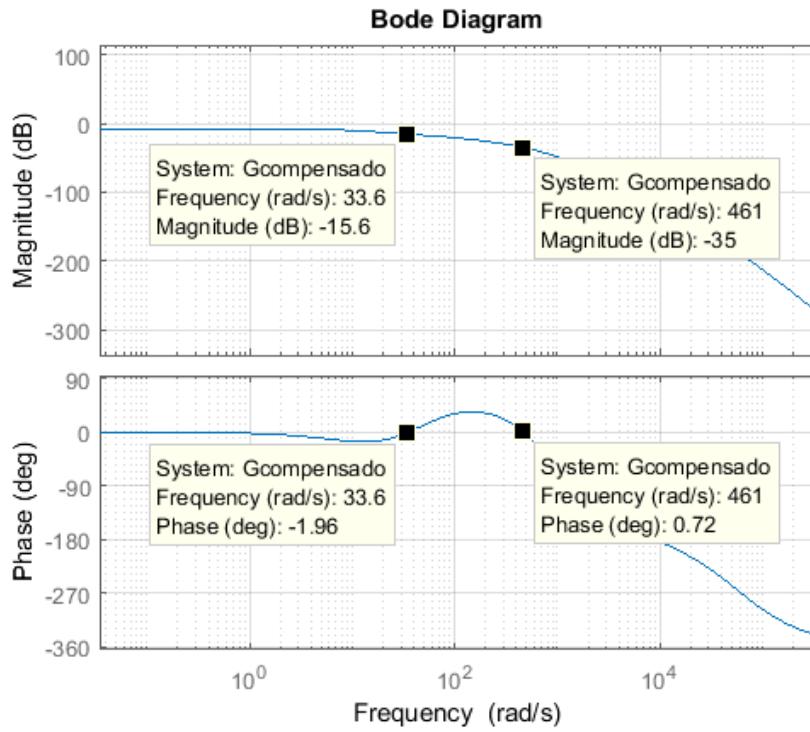


Figura 5.8: Diagrama de Bode de $GH_T * G_C$ para $K = 1$ y $M = 30 \text{ kg}$.

En la figura 5.9 se muestra el diagrama de Bode al considerar la ganancia del compensador. En ella se puede observar que se cumple con el criterio de estabilidad, puesto que en el primer cruce por 0° , la magnitud es mayor a 0 dB y en el segundo cruce, menor. Además, en la figura 5.10 se puede ver que la forma del diagrama de Nyquist es como la deseada.

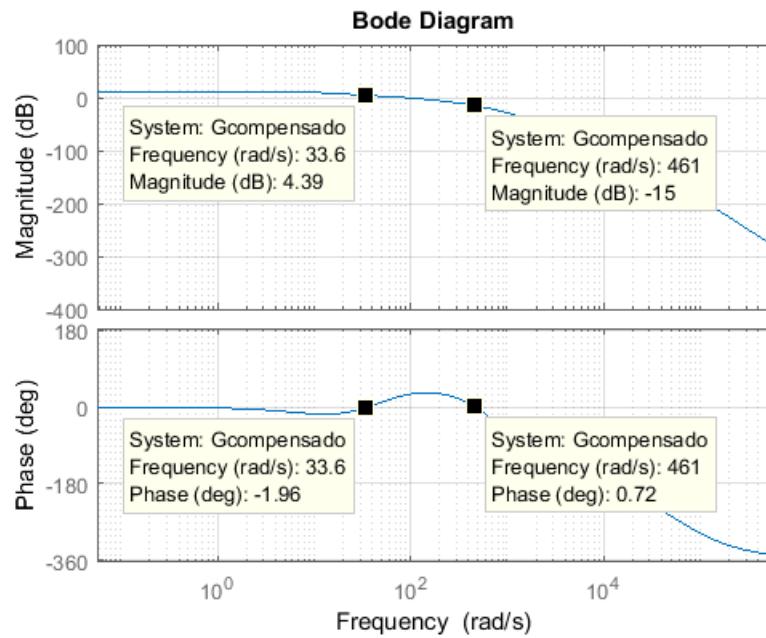


Figura 5.9: Diagrama de Bode de $GH_T * G_C$ para $K = 10$ y $M = 30 \text{ kg}$.

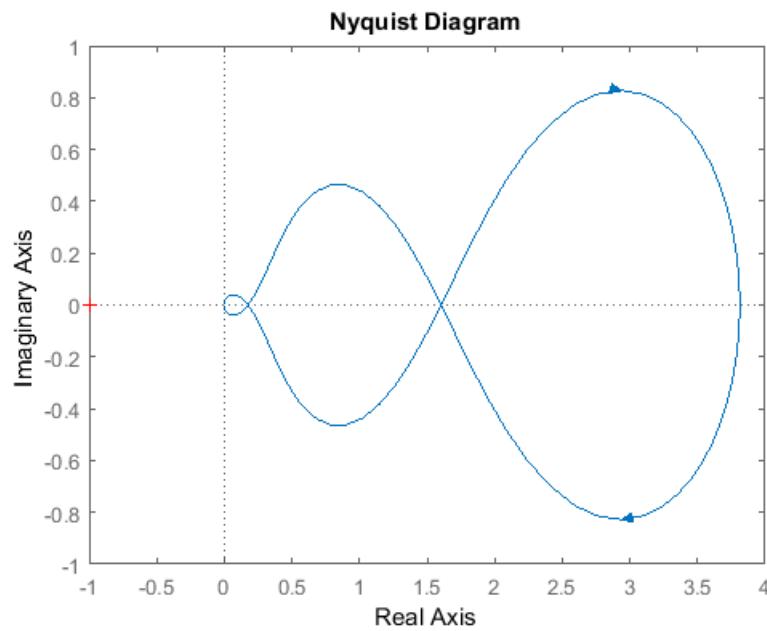


Figura 5.10: Diagrama de Nyquist de $GH_T * G_C$ para $K = 10$ y $M = 30 \text{ kg}$.

En la figura 5.11 se puede observar la respuesta al escalón del sistema con masa de 30 Kg.

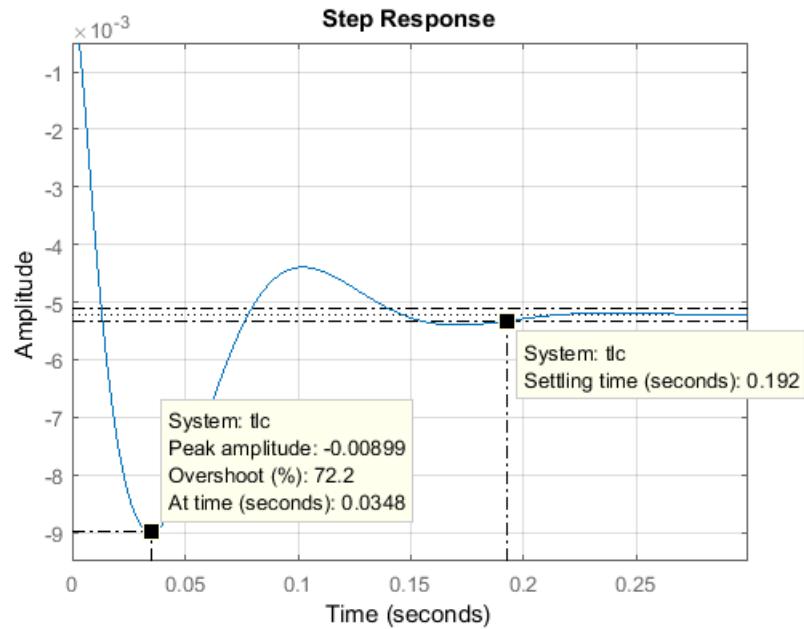


Figura 5.11: Respuesta al escalón para $M = 30 \text{ kg}$.

5.2.3. Verificación de estabilidad con masa de 1 kg

Se verifica la estabilidad del sistema para el caso en que la masa sea de 1 kg con el compensador diseñado para el caso de masa máxima. Para ello, se analizan los diagramas de Bode y Nyquist mostrados en las figuras 5.12 y 5.13. Además, en la figura 5.14 puede observarse la respuesta al escalón. A partir de ellos, es posible verificar que el sistema resulta estable para todo el rango de masas en el que opera el sistema.

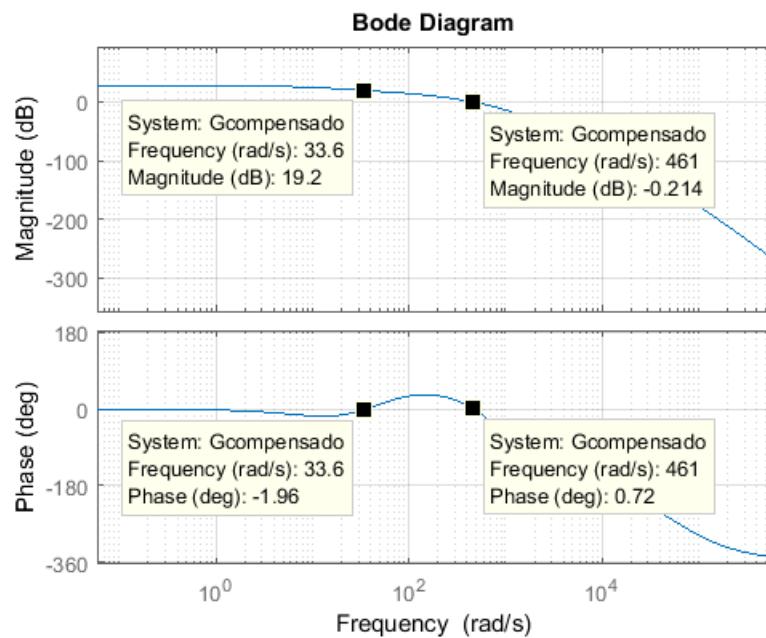


Figura 5.12: Diagrama de Bode de $GH_T * G_C$ para $M = 1 \text{ kg}$.

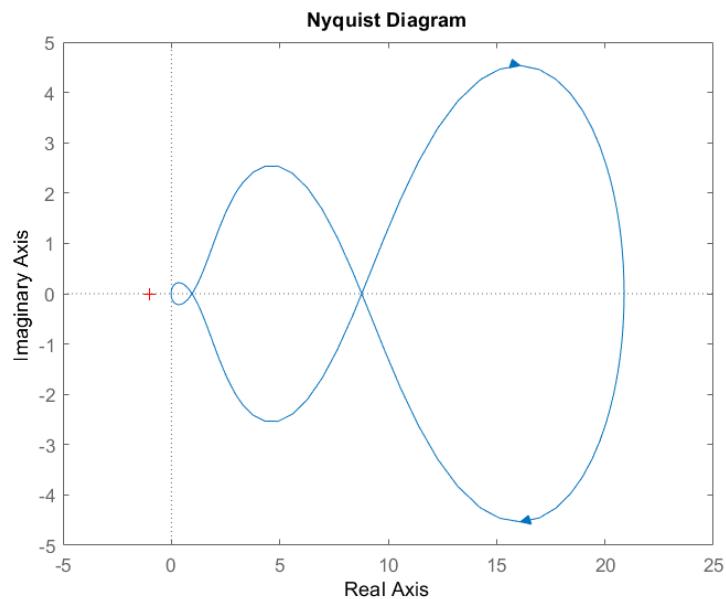


Figura 5.13: Diagrama de Nyquist de $GH_T * G_C$ para $M = 1 \text{ kg}$.

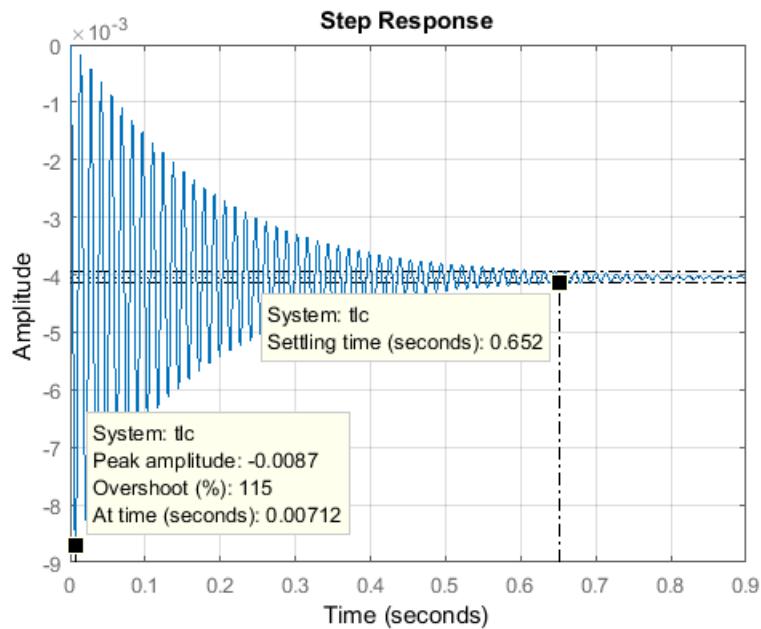


Figura 5.14: Respuesta al escalón para $M = 1 \text{ kg}$.

5.2.4. Implementación circuital de la red de adelanto de fase

Para cada etapa del compensador por adelanto se utiliza la topología mostrada en la figura 5.15. Consiste en un polo y un cero con ganancia unitaria (si $R_a = R_b$). Luego, se agrega la ganancia como una etapa separada.

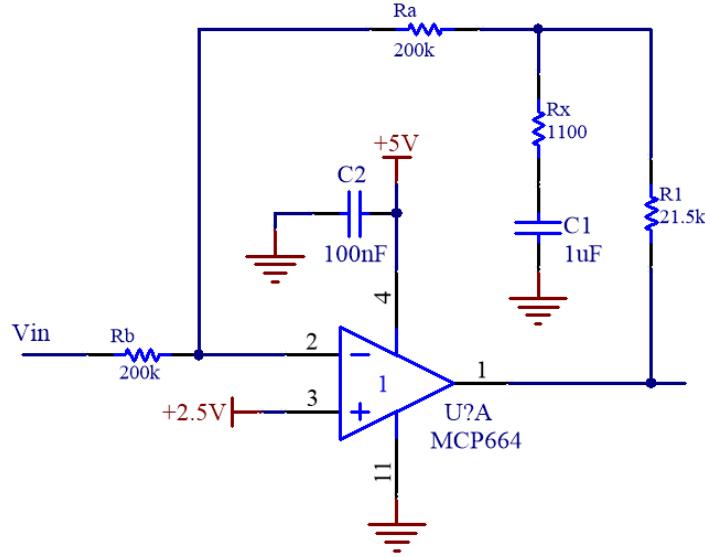


Figura 5.15: Diseño circuitual de una red de adelanto de fase.

La transferencia de lazo cerrado de esta etapa es:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_a}{R_b} * \frac{1 + sC(R_x + R_1)}{1 + sCR_x} \quad (5.3)$$

Por lo tanto, para tener un polo en 902.1 Hz y un cero en 44.3 Hz , al elegir un capacitor $C = 1 \mu\text{F}$, resulta en $R_x = 1100 \Omega$ y $R_1 = 21.5 \text{ k}\Omega$. Además, se elige $R_a = R_b = 200 \text{ k}\Omega$ para obtener una ganancia unitaria. Luego, la ganancia del compensador se obtiene con una etapa amplificadora. Para ello, se utiliza el circuito mostrado en la figura 5.16. Para lograr una ganancia de $K = 10$ se utiliza $R_{322} = 1 \text{ k}\Omega$ y $R_{323} = 10 \text{ k}\Omega$.

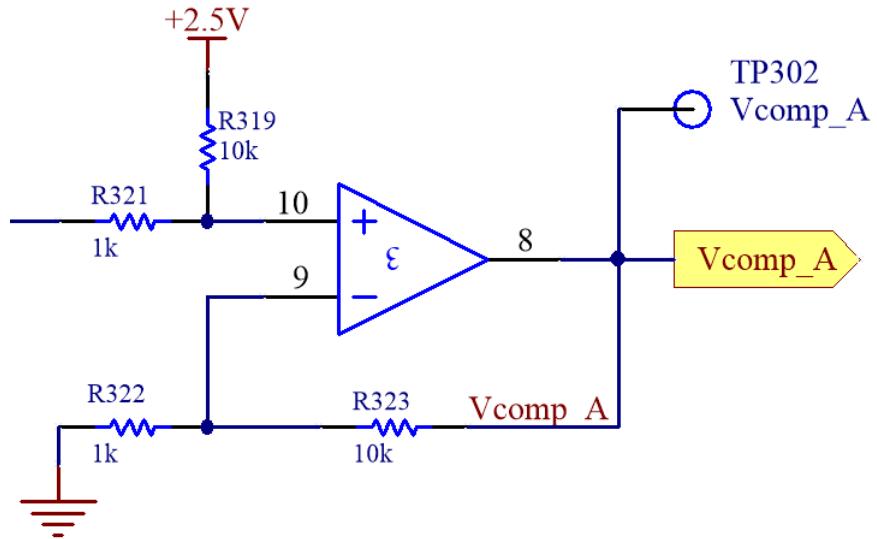


Figura 5.16: Etapa de ganancia del compensador.

5.3. Lazo de realimentación externo

5.3.1. Diseño del integrador

Se plantea un lazo de realimentación externo como se muestra en la figura 5.1.

En el lazo de realimentación interno actúa el compensador por adelanto de fase diseñado previamente y, en el externo, un controlador del tipo integral. De esta forma, se logra suavizar la respuesta al escalón del sistema y eliminar el error en régimen permanente.

Para el análisis se considera como realimentación:

$$H_{estim} = \frac{V_{estim}}{Y[m]} = -\frac{259.6}{(1 + \frac{s}{1k}) * (1 + \frac{s}{60k})^2}$$

La cadena de avance con masa de 30 kg es:

$$G[m = 30] = TLC_{interna}(s)[m = 30] * G_{integ}$$

Se plantea un compensador del tipo :

$$G_{integ} = k_{int} * \frac{1}{(1 + (\frac{s}{p_{int}}))}$$

Debido a que un integrador con polo en el origen tiene una ganancia infinita en continua, no sería adecuado implementarlo de esta manera en el circuito. Por lo tanto, se ubica el polo en $0.1 rad/s$ de forma tal que permita limitar dicha ganancia y ser de carácter integrativo para las frecuencias de la planta. Sin embargo, esta modificación provoca que la cancelación del error en régimen permanente no sea completa.

Inicialmente se analiza la estabilidad del sistema con $K_{int} = 1$ por medio del lugar de raíces mostrado en la figura 5.17.

Para este lazo de realimentación externo también debe utilizarse realimentación positiva, puesto que la TLC interna del sistema presenta una ganancia negativa.

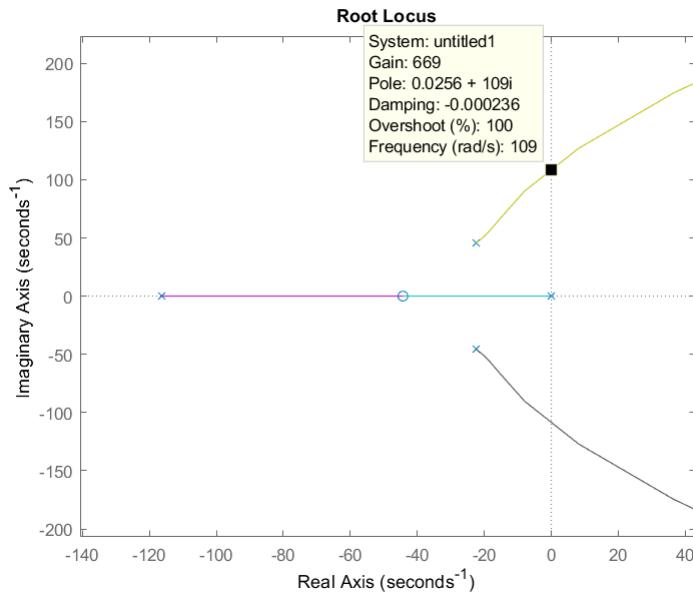


Figura 5.17: Lugar de raíces con el integrador.

En la figura 5.17 se puede observar que, para que se mantenga la estabilidad del sistema, la ganancia del integrador (K_{int}) debe ser menor a 669. Teniendo esto en cuenta, en la figura 5.18 se muestra la respuesta al escalón del sistema compensado con el integrador para una ganancia de $K_{int} = 1$. Es posible observar que, si bien no presenta oscilaciones, el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 16.6 s. Por lo tanto, se decide aumentar el valor de ganancia hasta obtener una relación aceptable entre el tiempo de respuesta y el sobrepico.

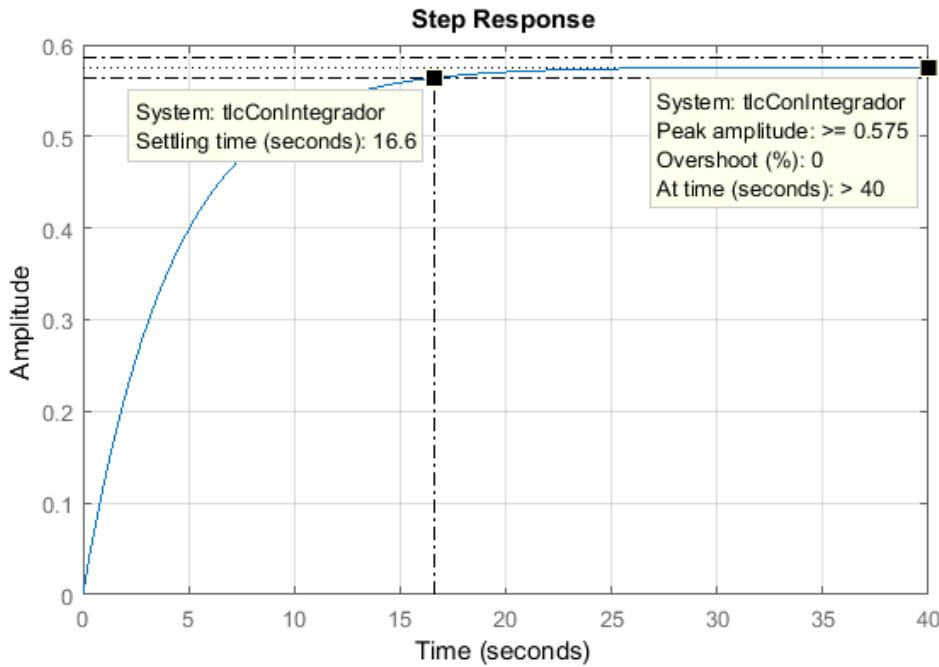


Figura 5.18: Respuesta al escalón con integrador con $K_{int} = 1$ y $M = 30 \text{ kg}$.

En la figura 5.19, se observa la respuesta al escalón para una ganancia del integrador de $K_{int} = 50$ que resulta en un tiempo de establecimiento de 0.6 s y un overshoot de 0% . Por lo tanto, se adopta este valor de ganancia para el diseño del integrador.

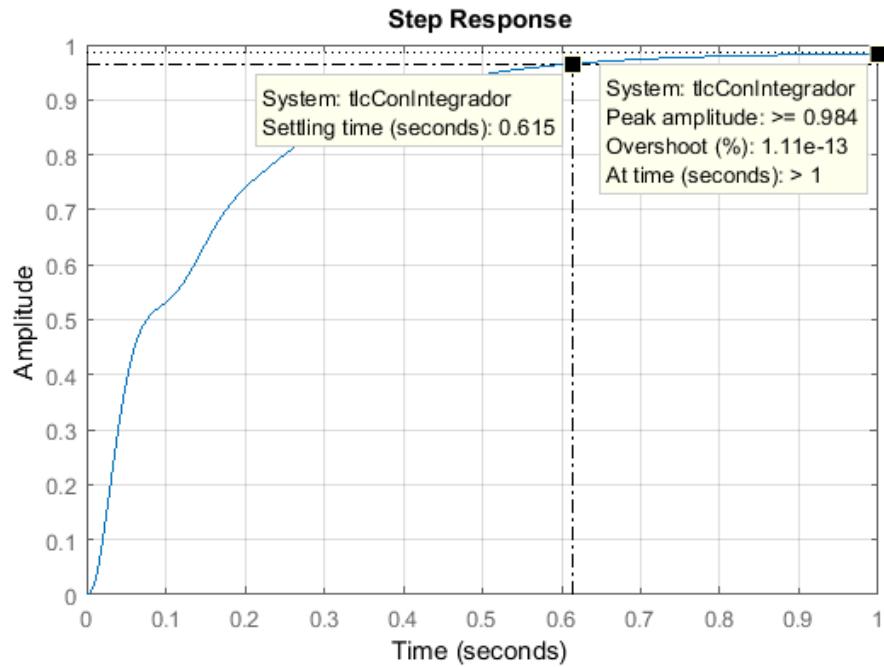


Figura 5.19: Respuesta al escalón con integrador para $K_{int} = 50$ y $M = 30 \text{ kg}$.

La respuesta al escalón cuando la masa es de 1 kg se muestra en la figura 5.20.

Allí se puede observar que el tiempo de establecimiento es de 0.74 s y que no presenta sobrepicos.

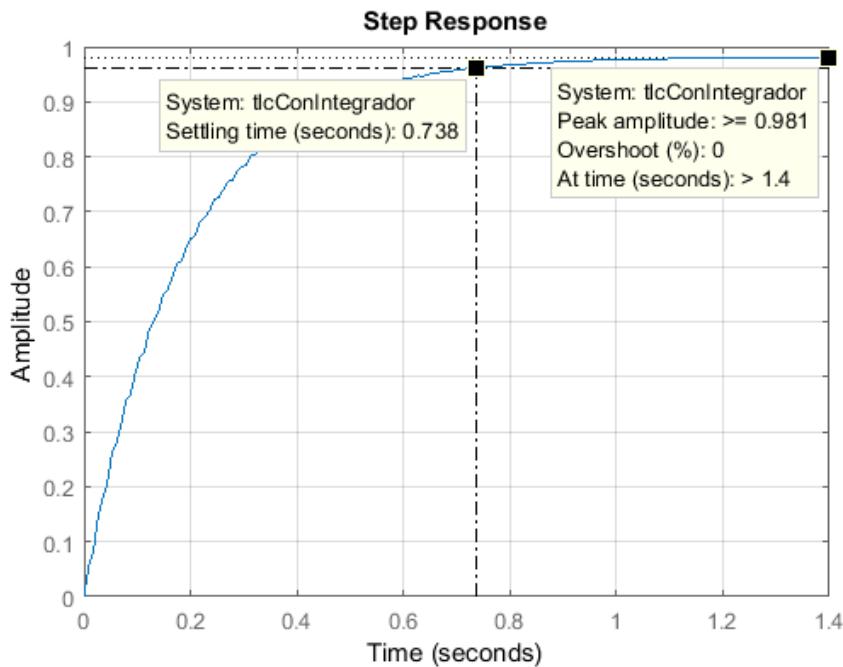


Figura 5.20: Respuesta al escalón con integrador para $K_{int} = 50$ y $M = 1 \text{ kg}$.

5.3.2. Implementación circuital del integrador

En la figura 5.21 se puede observar la topología y los valores utilizados en cada componente para el diseño del circuito integrador.

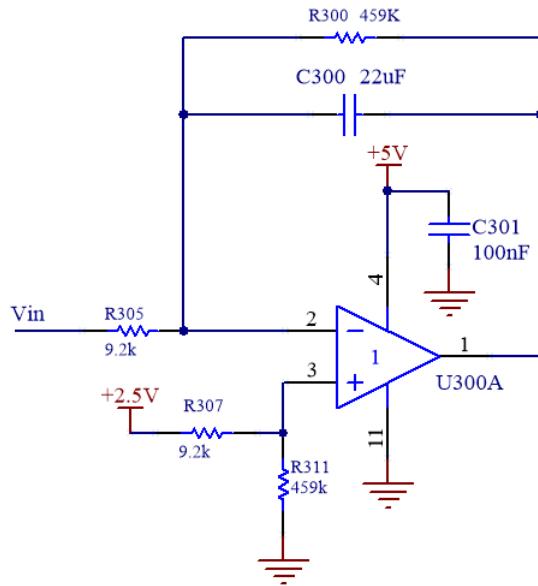


Figura 5.21: Implementación circuital del integrador.

5.4. Etapa de entrada

5.4.1. Cálculo de ganancia de entrada

La ganancia de la TLC correspondiente a la ganancia de continua total de los bloques con el integrador ya incorporado, resulta:

$$G_{TLC_{final}} \simeq \frac{1}{H_{estim}} = -\frac{1}{259.6} \quad (5.4)$$

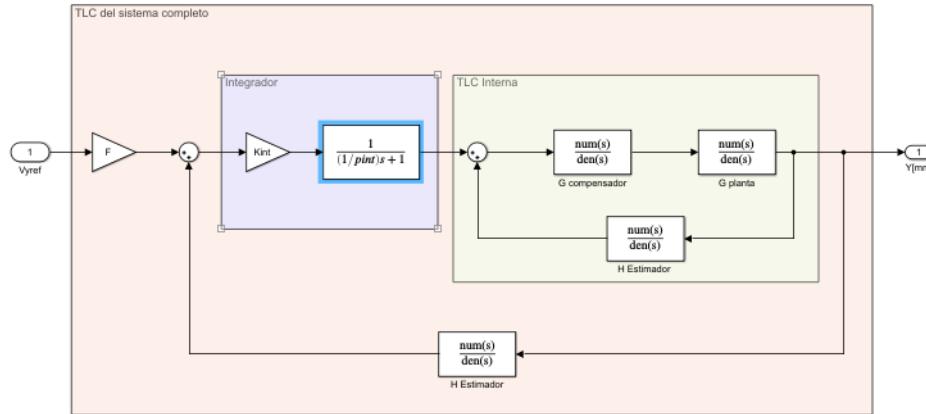


Figura 5.22: Diagrama en bloques final.

Por lo tanto, con $F = -1$ y los rangos de posición de 2 mm a 5 mm como mínimo y máximo respectivamente se llega a lo siguiente:

$$Y_g[m] = F * \left(-\frac{1}{259.6}\right) * V_{in} = \frac{1}{259.6} * V_{in} \quad (5.5)$$

La realimentación tiene un *set-point* de 3.4 V . Por lo tanto, se le suma a V_{in} el mismo valor.

Los valores finales son:

$Y_g [\text{mm}]$	$V_{in}[\text{V}]$
5	4.7
4	4.44
3	4.18
2	3.92

Tabla 5.1: Tensión de referencia $[V_{in}]$ Vs separación deseada $[Y_g]$.

5.4.2. Implementación circuitual

Para poder modificar la distancia de separación se ingresa al sistema con una tensión variable, la cual corresponde a una posición de referencia. Para ello se utiliza el circuito mostrado en la figura 5.23.

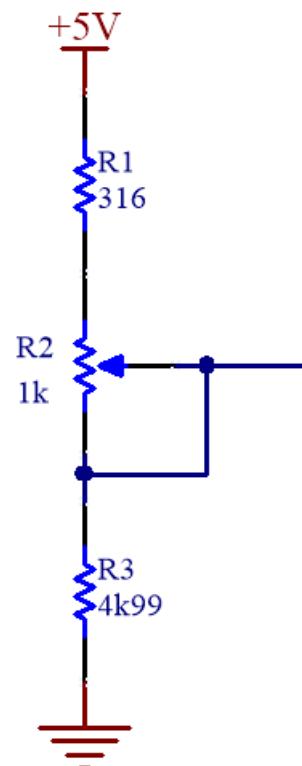


Figura 5.23: Etapa de entrada.

Se utiliza una resistencia variable de $1k\Omega$ y dos con valores fijos. Para poder excursionar la tensión de referencia entre $3.92 V$ y $4.7 V$, los valores de las resistencias R_1 y R_3 deben ser de 4911Ω y 313.5Ω respectivamente.

Por lo tanto, al adoptar un valor comercial para ellas, resulta en $R_1 = 316 \Omega$ y en $R_3 = 4990 \Omega$.

De esta forma, el valor de tensión máximo para la referencia de posición queda en $4.69\text{ }V$ y el mínimo en $3.96\text{ }V$.

Capítulo 6

Implementación digital

En este capítulo se realiza el diseño de un compensador y estimador en el dominio digital para ser implementados en un microcontrolador que se conecta de manera externa a la placa de control. Para el primero se sigue la misma estrategia que se utiliza en la etapa de compensación analógica, descripta en el capítulo 5, pero con las consideraciones necesarias para trabajar con sistemas discretos. Para el segundo, se diseña un algoritmo encargado de obtener el valor de la distancia de separación Y_g a partir de los valores obtenidos al muestrear la tensión entregada por el sensor de efecto Hall.

Por otra parte, se diseñan los circuitos de interfaz encargados de muestrear, reconstruir y adaptar los niveles de tensión de las señales que interactúan entre la placa de control y el microcontrolador.

6.1. Descripción general

La implementación digital consiste en realizar la estimación de posición y el control de la planta por medio de un microcontrolador. Se utiliza un kit de desarrollo basado en el microcontrolador STM32F072, que contiene un DAC y un ADC, ambos de 12 bits y 3.3 V de referencia.

En la figura 6.1 se muestra un diagrama en bloques general de la implementación digital del sistema. Es posible observar que se ingresa al microcontrolador a través de un ADC, con una tensión de referencia (V_{ref}) proporcional a la distancia de separación deseada. Esta posición de referencia es comparada con la posición estimada $Y(z)$ y el resultado $e(z)$ es afectado por el compensador digital $C(z)$. Por medio de un DAC, la salida del compensador ingresa al controlador de corriente $G_{iL}(s)$, el cual actúa sobre la planta $G_P(s)$, y modifica la distancia de separación.

Por medio de un ADC y el sensor de efecto Hall, se muestrea una tensión proporcional a la corriente que circula por el electroimán. De esta forma, es posible obtener una posición estimada $Y(z)$ al multiplicar esta tensión por la transferencia $H(Z)$.

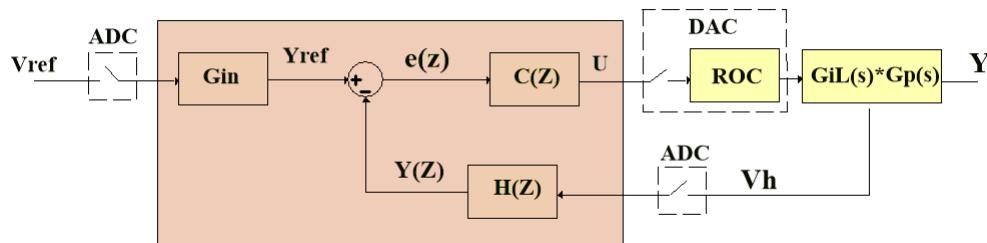


Figura 6.1: Diagrama en bloques de la implementación digital.

Abstrayéndose de la matemática que se realiza dentro del microcontrolador para la estimación de posición, se puede simplificar el diagrama al que se muestra en la figura 6.2, en la que:

$$G_T(s) = G_P(s) * G_{iL}(s). \quad (6.1)$$

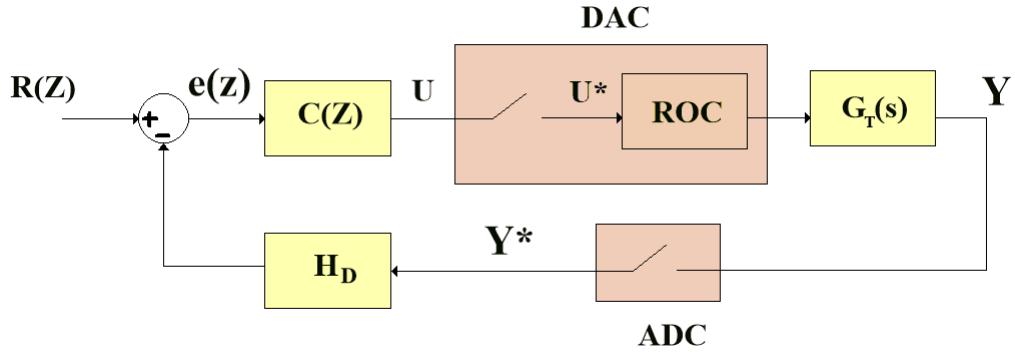


Figura 6.2: Diagrama en bloques de la etapa digital simplificado.

6.2. Determinación de la frecuencia de muestreo

Se desea realizar una estimación de la posición del electroimán $Y(z)$ a partir de las muestras tomadas por el ADC de la tensión de salida del sensor de efecto Hall.

La forma de onda de la salida del sensor es triangular y presenta una frecuencia variable en función de la distancia de separación. Se puede calcular como:

$$F_{SW}(Y_g) = \frac{V_{BUS}}{2 * L(Y_g) * \Delta I_H} \quad (6.2)$$

Al aplicar en la ecuación 6.2 los valores de inductancia ($L[mHy]$) obtenidos en las

mediciones realizadas sobre el electroimán (ver tabla 2.1), se calcula la frecuencia de conmutación (F_{SW} [Hz]). Los resultados se muestran en la tabla 6.1.

Y_g [mm]	L [mHy]	F_{SW} [Hz]
2	22.64	1060
3	18.8	1276
4.4	15.5	1548
5.2	14.7	1632
6.5	14.4	1666

Tabla 6.1: Valores de frecuencia calculados a partir de las mediciones de induc-tancia realizadas.

Para la estimación de la posición es necesario medir la pendiente de la onda triangular. Por lo tanto, para reconstruir su forma de onda es necesario que la frecuencia de muestreo del ADC sea al menos el doble de la frecuencia de la 5^o armónica para el caso de la mayor frecuencia. Por lo tanto, se adopta 2.5 veces. Es decir:

$$F_S \geq 2.5 * 5 * f_{max} \Rightarrow F_S \geq 2.5 * 5 * 1666 \text{ Hz} \Rightarrow F_S \geq 20825 \text{ Hz} \quad (6.3)$$

De esta forma, se adopta una frecuencia de muestreo para el ADC de 25 kHz. Por lo tanto, es posible obtener 15 muestras en un período de la triangular para el caso de la frecuencia máxima. Como la señal crece o decrece durante medio ciclo, se pueden tomar 7 muestras para identificar la pendiente. En el caso de que la señal presente la frecuencia mínima, se pueden tomar 23 muestras en un ciclo, que se traduce en 11 muestras para la pendiente de subida o bajada.

6.3. Adquisición y procesamiento de las muestras

Al considerar el caso de máxima frecuencia, en el que solo se pueden tomar 7 muestras durante el tiempo de crecimiento o decrecimiento, se describe el procedimiento para determinar la posición estimada.

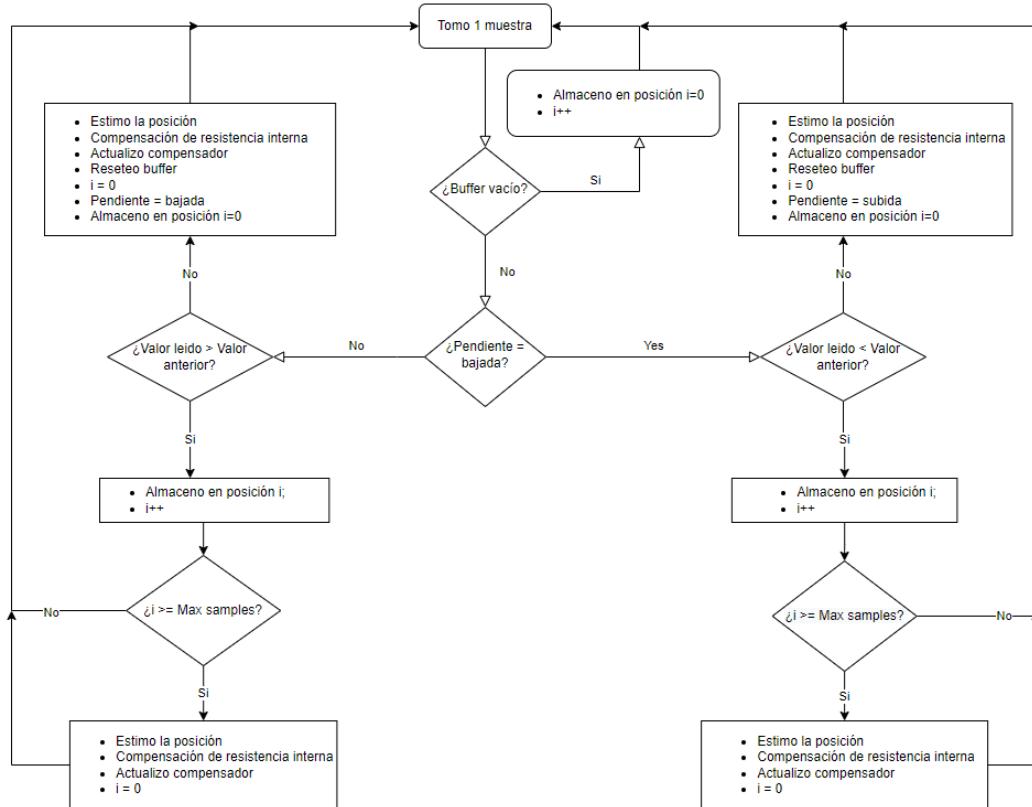


Figura 6.3: Diagrama de flujo del procesamiento de las muestras adquiridas.

Como se observa en el diagrama de flujo de la figura 6.3, cada muestra de tensión tomada del sensor de efecto Hall, se almacena en un buffer de 7 posiciones. Para poder discernir entre pendientes de bajada y de subida, se verifica en cada muestra

si el valor leído es mayor o menor al almacenado en la posición anterior. En caso de que sea mayor al anterior, significa que se está muestreando la pendiente positiva de la onda triangular. La distinción entre pendientes positivas y negativas es importante puesto que permite aplicar la compensación de la resistencia interna al igual que se realiza en el estimador analógico.

Cada vez que el buffer se completa, se realiza el cálculo de la derivada con el valor máximo y mínimo almacenado. Con este resultado, se hace la estimación de la posición y se actualiza la entrada al compensador digital.

En caso de haber completado las 7 posiciones del buffer y la pendiente persiste con el mismo signo, el buffer comienza a llenarse nuevamente desde la posición inicial, sobrescribiendo los valores de mayor vejez. Por lo tanto, pueden ocurrir dos situaciones. La primera es que se detecte un cambio de pendiente antes de completar nuevamente el buffer, con lo cual se calcula la derivada con los valores extremos almacenados teniendo en cuenta el tiempo transcurrido (K períodos de muestreo), y se actualiza la entrada al compensador. La segunda, es que se vuelva a completar el buffer, en cuyo caso también se hace la actualización. La diferencia entre estas dos situaciones es el tiempo transcurrido hasta que se obtiene nueva estimación. En este último, se hace cada 7 períodos de muestreo mientras que en el primero se realiza en “N” períodos luego de la última actualización, siendo “N” la cantidad de muestras que se almacenaron en el buffer incompleto.

Luego de detectar un cambio de pendiente, el proceso vuelve a iniciar con el buffer vacío.

Al utilizar este método de estimación, puede ocurrir que se obtenga una nueva estimación en 7 períodos de muestreo del ADC, o incluso en menos. Por lo tanto se tiene un estimador de posición con frecuencia de actualización variable. Esto

es importante al momento de diseñar un compensador digital para el sistema. Para hacerlo, se debe considerar el caso en que la frecuencia de actualización es la menor, por lo tanto el compensador digital se debe diseñar con una frecuencia de muestreo de $25/7 \text{ kHz} = 3.5 \text{ kHz}$.

6.4. Estimación digital de la posición

A partir de la expresión 4.4, que relaciona la distancia de separación con la pendiente de la corriente en el electroimán, se despeja la posición (Y_g) y se obtiene:

$$Y_g = 5.136 * 10^{-6} * \left| \frac{di_L}{dt} \right| - 3.472 * 10^{-3} [\text{m}] \quad (6.4)$$

Es importante notar que la resistencia interna del electroimán (R_L) genera una caída de tensión cuando circula corriente. Esta caída provoca que la tensión efectiva aplicada sobre la inductancia sea distinta para el semiciclo de subida que para el de bajada. De esta forma, la onda triangular presenta diferentes pendientes (en valor absoluto) para cada caso. Esta se representa como $(\frac{di_L}{dt})_{Real}$ y es la que se mide al utilizar el ADC. Es decir:

$$(\frac{di_L}{dt})_{Real} = (\frac{di_L}{dt})_{Teorica} - \frac{R_L * I_L}{L(Y_g)} \quad (6.5)$$

Por lo tanto al despejar la derivada teórica de la expresión 6.5 se obtiene:

$$(\frac{di_L}{dt})_{Teorica} = (\frac{di_L}{dt})_{Real} + \frac{R_L * I_L}{L(Y_g)} \quad (6.6)$$

Al aproximar la derivada real como la resta entre la muestra de corriente en un

instante menos el anterior sobre el período de muestreo y al utilizar 6.6 en 6.4, se obtiene:

$$Y_g[n] = 5.136 \cdot 10^{-6} \cdot \left| \frac{I_L[n] - I_L[n-K]}{K * T_S} + \frac{R_L * D * I_L[n]}{L(Y_g)[n-1]} \right| - 3.472 \cdot 10^{-3} [m] \quad (6.7)$$

Al considerar a V_h como la tensión entregada por el sensor de efecto Hall, proporcional a la corriente que circula por el electroimán multiplicada por una ganancia K_h de 53.3 mV/A , con (\hat{V}_h) correspondiente a la componente alterna de tensión y (\bar{V}_h) a la continua, resulta:

$$V_h[n] = \bar{V}_h[n] + \hat{V}_h[n] = K_h * (\bar{I}_L[n] + \hat{I}_L[n]) \quad (6.8)$$

Para la estimación de la posición se utiliza el término de alterna mientras que para compensar el error introducido por la resistencia interna del electroimán se utiliza el de continua. Por lo tanto, se obtiene:

$$Y_g[n] = 5.136 \cdot 10^{-6} \cdot \left| \frac{\hat{V}_h[n] - \hat{V}_h[n-K]}{K * K_h * T_S} + \frac{R_L * \bar{V}_h[n]}{K_h * L(Y_g)[n-1]} \right| - 3.472 \cdot 10^{-3} [m] \quad (6.9)$$

El término $\bar{V}_h[n]$ se obtiene de sensar el valor medio de tensión entregado por el sensor de efecto Hall mediante un canal del ADC.

Por otro lado, el valor de $L(Y_g)[n-1]$ se obtiene al aplicar el valor estimado de posición anterior en la ecuación 6.10. El cálculo de esta expresión se obtiene a partir de la linealización de la inductancia en función de las mediciones realizadas sobre el electroimán.

$$L(Y_g)[n] = -2.56 * Y_g[n] + 0.0271 \text{ Hy} \quad (6.10)$$

Por lo tanto, la ecuación correspondiente en el tiempo discreto resulta:

$$Y_g[n] = 5.136 * 10^{-6} * \left| \frac{\hat{V}_h[n] - \hat{V}_h[n-K]}{K * K_h * T_S} + \frac{R_L * \bar{V}_h[n]}{K_h * (2.56 * Y_g[n-1] + 0.0271)} \right| - 3.472 * 10^{-3} [m] \quad (6.11)$$

$$Y_g[n] = 96.3 * 10^{-6} * \left| \frac{\hat{V}_h[n] - \hat{V}_h[n-K]}{K * T_S} + \frac{R_L * \bar{V}_h[n]}{(2.56 * Y_g[n-1] + 0.0271)} \right| - 3.472 * 10^{-3} [m] \quad (6.12)$$

El número de muestras está representado por “n”. Es decir, $V_h[n]$ se refiere a la muestra más reciente en el buffer y $V_h[n - K]$ a la más vieja.

Es importante notar que los coeficientes del estimador deben calcularse justo antes de realizar una nueva estimación, en función de la cantidad de muestras que se utilizan para el cálculo de la pendiente. Si bien el estimador presenta una frecuencia de actualización variable, los coeficientes del compensador digital no se ven modificados ya que se calculan teniendo en cuenta la frecuencia de actualización más lenta.

Por otro lado, el bloque H_D mostrado en la figura 6.2 resulta en una transferencia unitaria.

6.5. Resolución en posición

Una variación de posición (ΔY_g) produce un cambio de inductancia ($\Delta L[Y_g]$) que se traduce en un cambio de frecuencia (Δf_{SW}). Para poder detectar el mínimo cambio de posición en un período de muestreo se debe tener una resolución tal

que permita discernir ese cambio de frecuencia.

A partir de la expresión linealizada de la inductancia 2.20 y la ecuación 6.2 es posible obtener el valor de frecuencia para una separación de $Y_g = 2.1 \text{ mm}$. Esta resulta en $f_{SW}[2.1 \text{ mm}] = 1104.8 \text{ Hz}$. De esta forma, al conocer el valor de frecuencia para 2 mm , el cual es de $f_{SW}[2 \text{ mm}] = 1060 \text{ Hz}$, es posible obtener la variación de frecuencia para un (ΔY_g) mínimo de 0.1 mm . Este valor puede obtenerse como:

$$\Delta f_{SW} = f_{SW}[2.1 \text{ mm}] - f_{SW}[2 \text{ mm}] = 44.8 \text{ Hz} \quad (6.13)$$

Las pendientes para el peor caso se da con la menor variación de tensión entre muestras. Es decir, para el caso de frecuencia mínima. En la ecuación 6.14 se muestra el cálculo de la pendiente de la onda triangular en función de la frecuencia de conmutación.

$$P(f_{SW}) = \frac{\Delta V}{T_{SW}/2} = 2 * K_h * \Delta i_L * f_{SW} = 2 * 0.0533 * 0.5 * f_{SW} \quad (6.14)$$

A partir de la ecuación 6.14 es posible obtener el valor de la pendiente para la mínima frecuencia de conmutación y la de su incremento correspondiente a una variación en la posición de 0.1 mm . Esta situación se representa en la figura 6.4.

$$\begin{aligned} P(f_{SW_{min}}) &= 56.49 \text{ [V/s]} \\ P(f_{SW_{min}} + \Delta f_{SW}) &= 58.89 \text{ [V/s]} \end{aligned} \quad (6.15)$$

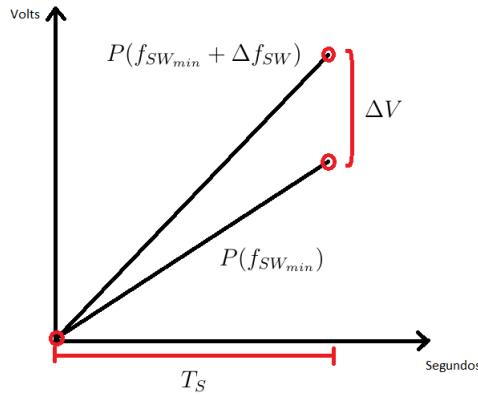


Figura 6.4: Variación de pendiente ante mínimo cambio de posición.

Por lo tanto, para poder diferenciar las pendientes, la resolución del ADC debe ser menor o igual a ΔV .

$$\begin{aligned} V1 &= P(f_{SW_{min}} + \Delta f_{SW}) * T_S \\ V2 &= P(f_{SW_{min}}) * T_S \end{aligned} \quad (6.16)$$

Al considerar $F_s = 25 \text{ kHz}$:

$$\Delta V_{ADC} = T_S * [P(f_{SW_{min}} + \Delta f_{SW}) - P(f_{SW_{min}})] = 96 \mu V \quad (6.17)$$

Este resultado indica que, al usar un ADC de 12 bits, se necesitaría una tensión de referencia $V_{ref} = 0.39V$. Sin embargo, este valor resulta demasiado bajo y no sirve si se quiere medir la tensión de salida del sensor de efecto Hall de manera directa. Por lo tanto, se decide diseñar un circuito que permita realizar la estimación manteniendo la tensión de referencia en $3.3 V$

La corriente que circula por el electroimán presenta una componente de continua y otra de alterna. La primera excursiona entre $0 A$ y $30 A$ mientras que la segunda

varía entre $\pm 250 \text{ mA}$ en torno al valor medio, con forma de onda triangular. Por lo tanto, se realiza una adquisición separada de ambas componentes de la tensión de salida del sensor de efecto Hall con el ADC, sin el *set-point* de 2.5 V .

A la salida del sensor de efecto Hall se obtiene una señal cuyo valor medio varía entre 0 V y 1.6 V , y un valor de alterna de 26.7 mV_{pp} .

Debido a que el ADC permite una excursión entre 0 V y 3.3 V , la máxima ganancia posible es de 60 veces para la componente de alterna. Por otro lado, para medir con la resolución en posición deseada de 0.1 mm se debe amplificar la señal triangular 9 veces como mínimo.

Por lo tanto, se adopta una ganancia de 50, y se obtiene una excursión máxima de 3.17 V (es decir, 0.67 V sobre el *set-point*).

Las características del circuito son:

- Ganancia: 50
- *set-point* de 2.5 V
- Frecuencia de corte inferior: 100 Hz
- Frecuencia de corte superior: $12,5 \text{ kHz}$

Al considerar la ganancia elegida, la pendiente de la onda triangular resulta:

$$P(F_{SW}) = 50 * [0.0533 * 0.5 * (F_{SW} * 2)] \left[\frac{V}{s} \right] \quad (6.18)$$

Al reemplazar para el incremento de frecuencia se obtiene:

$$\begin{aligned} P(f_{SW_{min}}) &= 2824.9 \left[\frac{V}{s} \right] \\ P(f_{SW_{min}} + \Delta f_{SW}) &= 2944.29 \left[\frac{V}{s} \right] \end{aligned} \quad (6.19)$$

Por lo tanto, resulta:

$$\Delta V_{ADC} = T_S * [P(f_{SW_{min}} + \Delta f_{SW}) - P(f_{SW_{min}})] = 0.1177 V - 0.1129 V = 4.7 mV \quad (6.20)$$

De esta manera, como la resolución del ADC es de $0.8 mV$, resulta suficiente para identificar el mínimo cambio de pendiente.

6.6. Acondicionamiento de señales para el ADC

6.6.1. Referencia de posición

Para indicar al microcontrolador la distancia de separación deseada se utiliza una señal continua como referencia que se ajusta desde un potenciómetro ubicado en la placa de control e ingresa al circuito mostrado en la figura 6.5. Esta señal de referencia es también utilizada por el compensador analógico. Debido a que entrega una tensión entre $3.96 V$ y $4.69 V$, se implementa un circuito de acondicionamiento.

A la señal de entrada se le resta el *set-point* de $2.5 V$, para lograr señales que van desde $1.42 V$ a $2.2 V$. Luego, dentro del microcontrolador, se debe mapear el valor leído por el ADC con la posición deseada utilizando la ganancia del estimador analógico según la expresión 6.21. Además se implementa un filtro *anti-aliasing* con frecuencia de corte en $9.9 kHz$.

$$Y_{ref} = \frac{V_{pos_{ref\,ADC}} + 2.5\text{ V}}{259.6} [\text{m}] \quad (6.21)$$

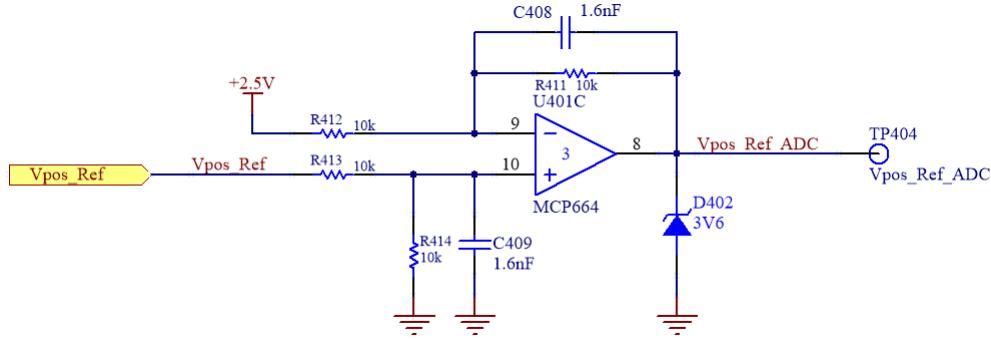


Figura 6.5: Circuito acondicionador para referencia de posición.

6.6.2. Componente alterna de corriente del electroimán

Para obtener solamente la componente alterna de la corriente, se implementa un circuito con característica pasa-banda que se muestra en la figura 6.6. La frecuencia de corte inferior es de 100 Hz, con el objetivo de eliminar el valor medio de señal. Por otro lado, la superior es de 12 kHz, que actúa como filtro *anti-aliasing*. Luego, la salida es amplificada con una ganancia de 50 veces (para mejorar la medición de la pendiente por el ADC) y se agrega un *set-point* de 2.5 V.

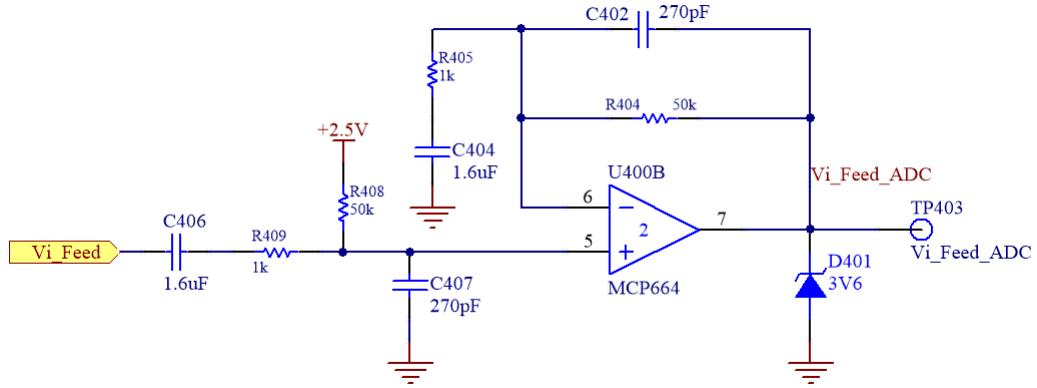


Figura 6.6: Circuito acondicionador para componente alterna de corriente del electroimán.

6.6.3. Componente continua de corriente del electroimán

Para obtener la componente de continua se utiliza un filtro pasa-bajos con frecuencia de corte en 106 Hz . Se eligió esta frecuencia para que se ubique por lo menos una década por debajo de la frecuencia fundamental de la onda triangular.

La implementación circuitual puede observarse en la figura 6.7

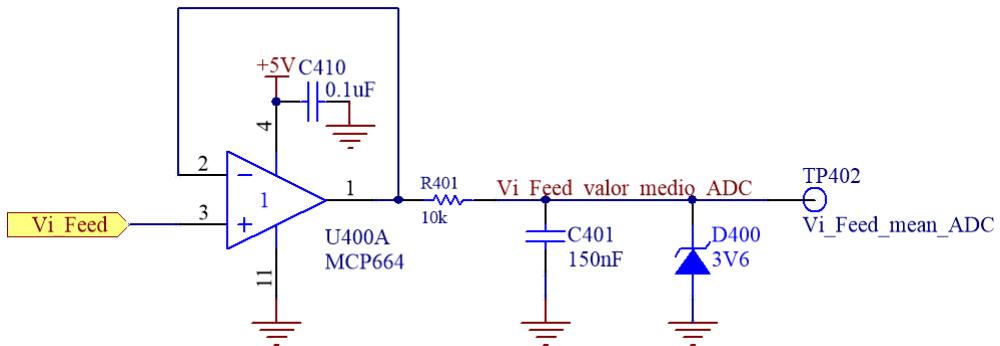


Figura 6.7: Circuito acondicionador para componente continua de corriente del electroimán.

6.7. Acondicionamiento de señales para el DAC

Para convertir los valores digitales de la estimación de posición y de la compensación al dominio analógico, se utiliza el DAC del microcontrolador. La tensión entregada es afectada por una circuitería de filtrado, ganancia y protección como se muestra en las figuras 6.8 y 6.9. Debido a que el DAC se actualiza con una frecuencia mínima de 3.5 kHz , se utilizan filtros con frecuencia de corte en 1.75 kHz .

Por otro lado, como el controlador de corriente funciona con tensiones de hasta 5 V en su entrada y el compensador fue diseñado teniendo en cuenta este nivel de tensión, se agrega una ganancia por firmware de 0.66, mapeando así los 5 V a 3.3 V , que es la máxima tensión entregada por el DAC. Luego, para compensar esta ganancia y no afectar a la transferencia de la planta, se la afecta por un factor de $\frac{5V}{3.3V}$ por medio del circuito de acondicionamiento.

De esta forma, se logra convertir correctamente la señal digital en analógica.

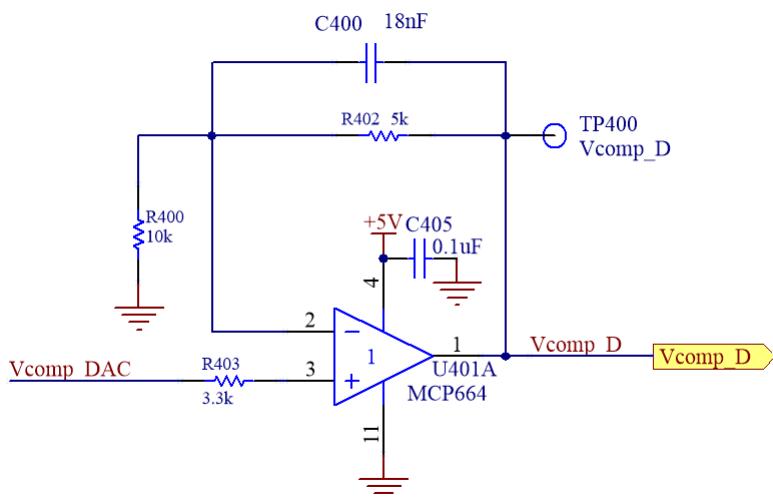


Figura 6.8: Circuito acondicionador para la salida del DAC correspondiente al compensador.

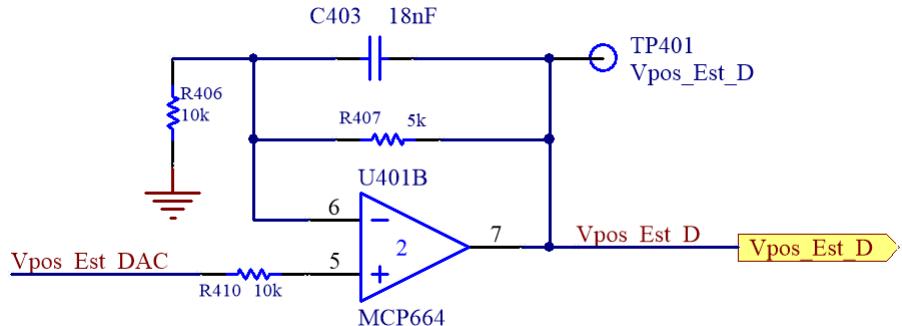


Figura 6.9: Circuito acondicionador para la salida del DAC correspondiente al estimador digital.

6.8. Transferencias de la planta y del controlador de corriente

Para el análisis del compensador digital se parte de las transferencias de la planta $G_P(s)$ y del controlador de corriente $G_{iL}(s)$ en dominio analógico para una masa de 30 kg .

$$G_T(s)[M = 30\text{kg}] = G_P(s) * G_{iL}(s) = \frac{-87.7}{(s - 70)(s + 70)(s + 12.17)} \quad (6.22)$$

Al aplicar la transformada z por invarianza al impulso, con una $f_s = 3.5\text{ kHz}$, se obtiene:

$$G_T(Z)[M = 30\text{ kg}] = \frac{-3.4 * 10^{-10}(z + 3.7)(z + 0.3)}{(z - 0.9965)(z + 0.9802)(z + 0.2677)} \quad (6.23)$$

Luego, al usar la transformada bilineal para volver al dominio analógico:

$$G_T(w)[M = 30 \text{ kg}] = \frac{-8.5*10^{-11}(w-1.21*10^4)(w-7000)(w+1.21*10^4)}{(w-70) (w+70) (w+12.17)} \quad (6.24)$$

Con las expresiones en $[w]$ es posible diseñar un controlador en el dominio analógico y luego transformarlo al digital.

6.9. Diseño del compensador

6.9.1. Análisis de estabilidad con masa de 30 kg

Para el análisis del compensador digital se parte de la transferencia de la ganancia de avance $G_T(w)$ para una masa de 30 kg y de la del lazo de realimentación $H(w)$. A partir de ellas se obtiene la transferencia a lazo abierto total $GH_T(w) = G_T(w) * H(w)$ mostrado en la ecuación 6.25.

$$GH_T(w) = \frac{-8.5 * 10^{-11}(w - 1.21 * 10^4)(w - 7000)(w + 1.21 * 10^4)}{(w - 70) (w + 70) (w + 12.17)} \quad (6.25)$$

A continuación se procede a analizar la respuesta en frecuencia de $GH_T(w)$ y a diseñar un compensador adecuado. Luego, al igual que para el compensador analógico, se verificará la estabilidad para la mínima masa con la que trabaja el sistema.

A partir de la transferencia de la ecuación 6.25 se grafica el lugar de raíces y el diagrama de Nyquist que se muestran en las figuras 6.10 y 6.11 respectivamente.

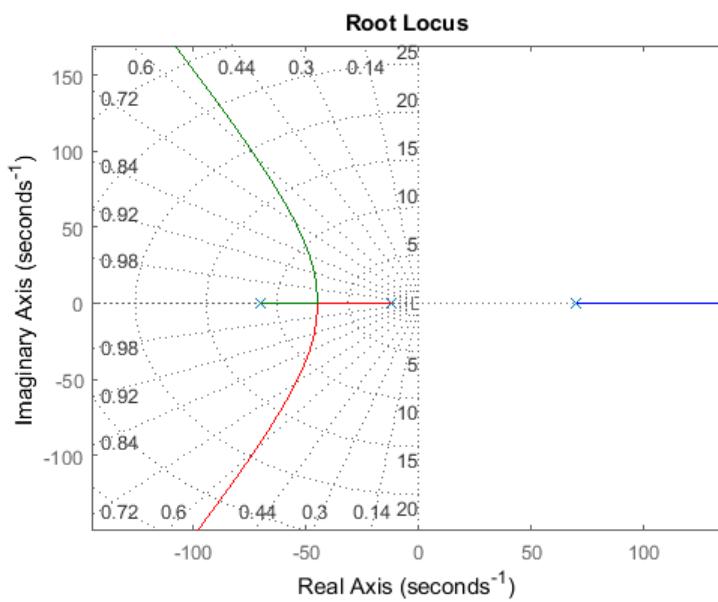


Figura 6.10: Diagrama de Bode de lazo abierto $GH_T(w)$ con $M = 30 \text{ kg}$.

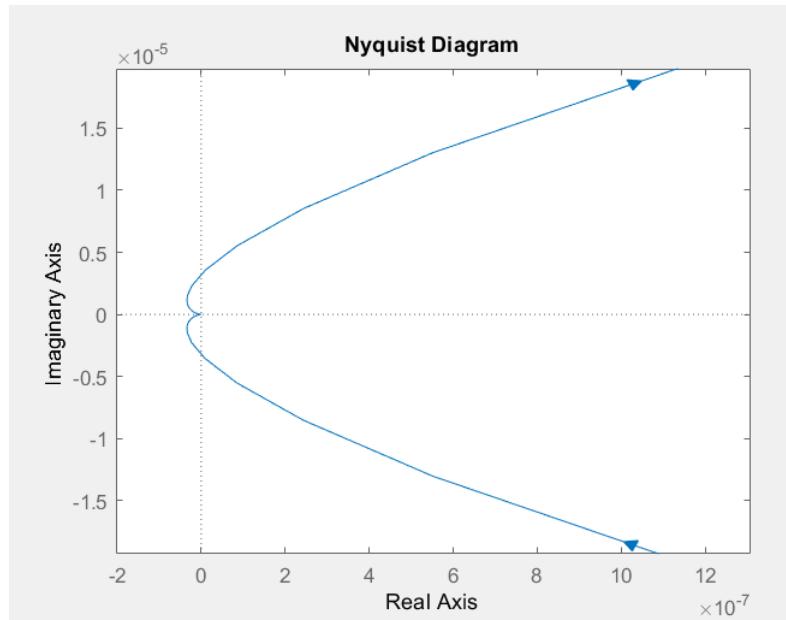


Figura 6.11: Diagrama de Nyquist de $GH_T(w)$ con $M = 30 \text{ kg}$.

Dado que $GH_T(w)$ tiene un polo en el semiplano derecho, a partir del Nyquist se

puede determinar:

Zona 1: $Z = N + P = 0 + 1 = 1 \rightarrow$ Inestable

Zona 2: $Z = N + P = 1 + 1 = 2 \rightarrow$ Inestable

Dada la similitud de la planta en [w] con la planta del compensador analógico, se decide utilizar la misma estrategia de compensación con la misma ubicación de polos y ceros del compensador.

Finalmente se llega a la transferencia del controlador:

$$G_c(w) = K * [20.346 * \frac{(w + 44.3)}{(w + 902.1)}]^2 \quad (6.26)$$

En la figura 6.12 se muestra el diagrama de bode de $GH_T(w) * G_C(w)$ con $K = 1$. Se puede observar que la ganancia K puede adoptar valores desde 64 dB hasta 88.6 dB . Al considerar que el sistema debe soportar una masa variable entre 1 kg y 30 kg , y que la ganancia de la transferencia de la planta para 1 kg es de 5.5 veces (14 dB) mayor que para 30 kg , se debe adoptar una ganancia del compensador que mantenga la estabilidad para estos dos casos. Es decir, la ganancia mínima es de 64 dB y la máxima es de $88.6 \text{ dB} - 14 \text{ dB} = 74.6 \text{ dB}$. Por lo tanto, se elige que el cruce por cero de la ganancia se encuentre ahora en 88 rad/s , lo que significa que $K = 68.4 \text{ dB} \equiv 2630 \text{ veces}$.

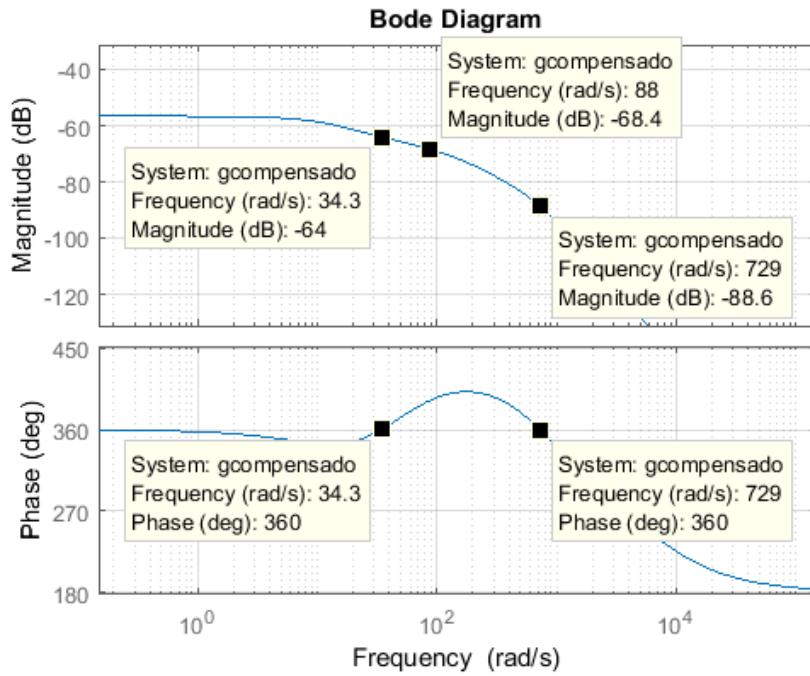


Figura 6.12: Diagrama de Bode de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $K = 1$ y $M = 30 \text{ kg}$.

En la figura 6.13 se muestra el diagrama de Bode considerando la ganancia del compensador. En ella se puede observar que se cumple con el criterio de estabilidad puesto que en el primer cruce por 0° la magnitud es mayor a 0 dB y, en el segundo cruce, menor. Además, en la figura 6.14 se puede ver que la forma del diagrama de Nyquist es como la deseada.

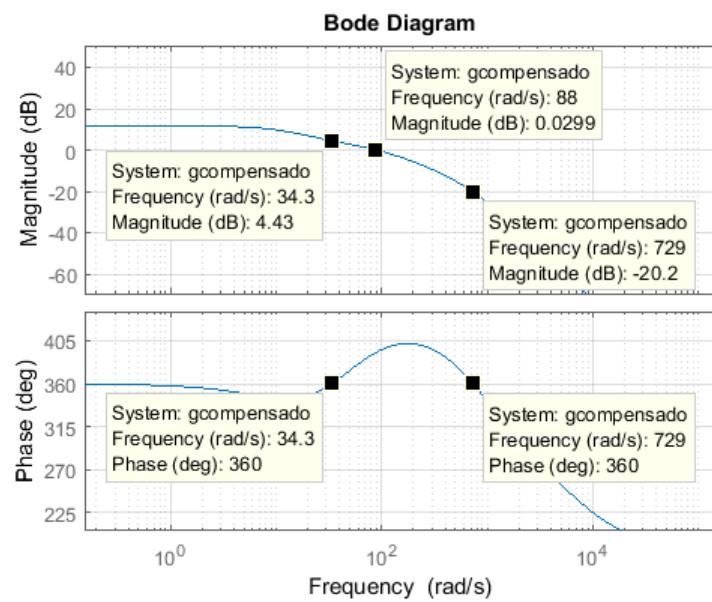


Figura 6.13: Diagrama de Bode de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $K = 2630$ y $M = 30\text{ kg}$.

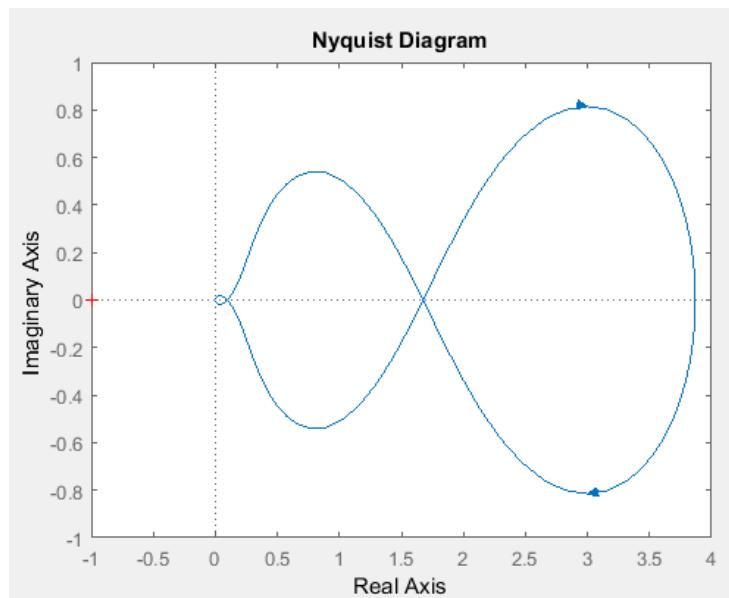


Figura 6.14: Diagrama de Nyquist de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $K = 2630$ y $M = 30\text{ kg}$.

En la figura 6.15 se puede observar la respuesta al escalón del sistema con masa de $30\ kg$.

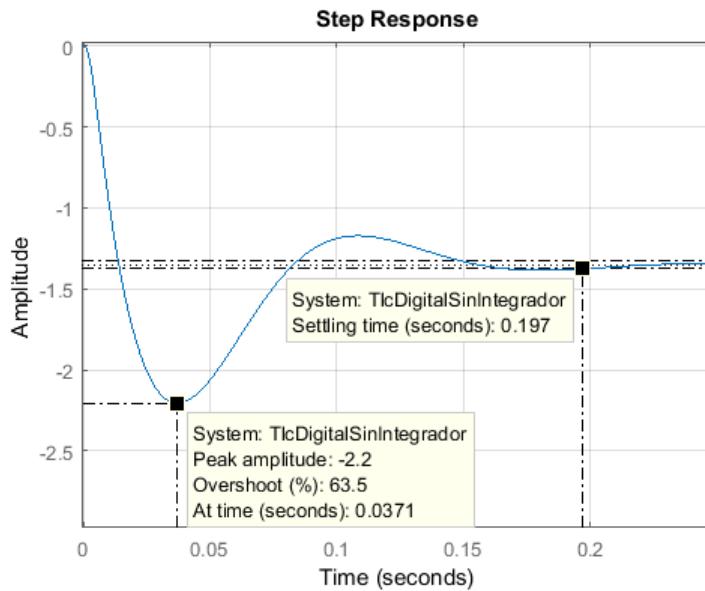


Figura 6.15: Respuesta al escalón para $M = 30\ Kg$.

6.9.2. Análisis de estabilidad con masa de 1 kg

En esta sección se verifica la estabilidad del sistema para el caso en que la masa sea de $1\ kg$, utilizando el compensador diseñado para el caso de masa máxima. Para ello, se analizan los diagramas de Bode y Nyquist mostrados en las figuras 6.16 y 6.17. Además, en la figura 6.18 puede observarse la respuesta al escalón. A partir de ellos, es posible verificar que efectivamente el sistema resulta estable para todo el rango de masas en el que opera el sistema.

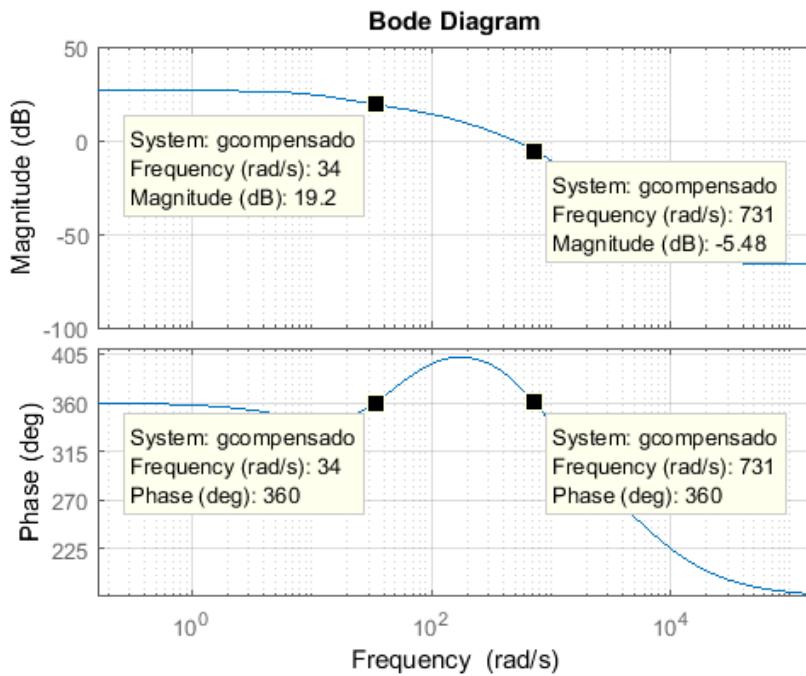


Figura 6.16: Diagrama de Bode de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $M = 1 \text{ kg}$.

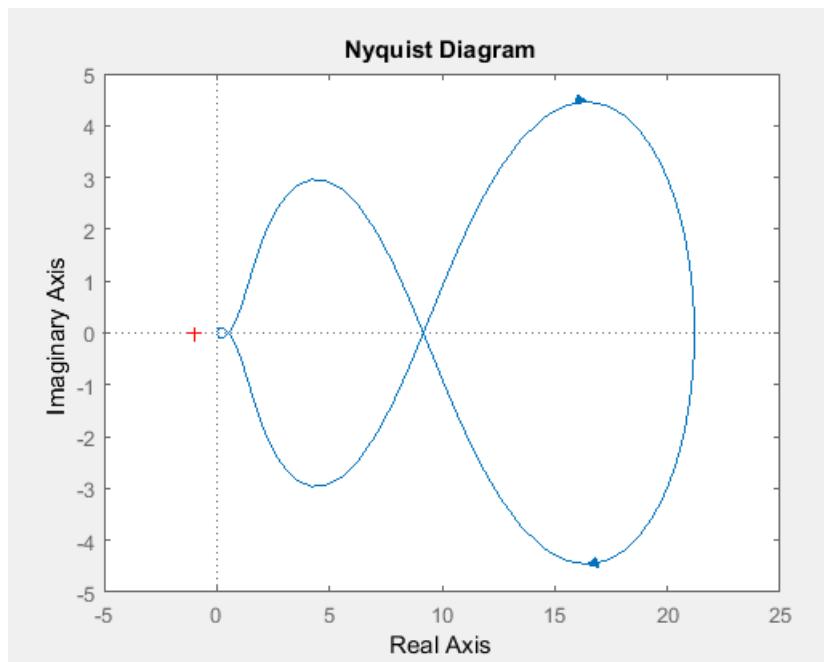
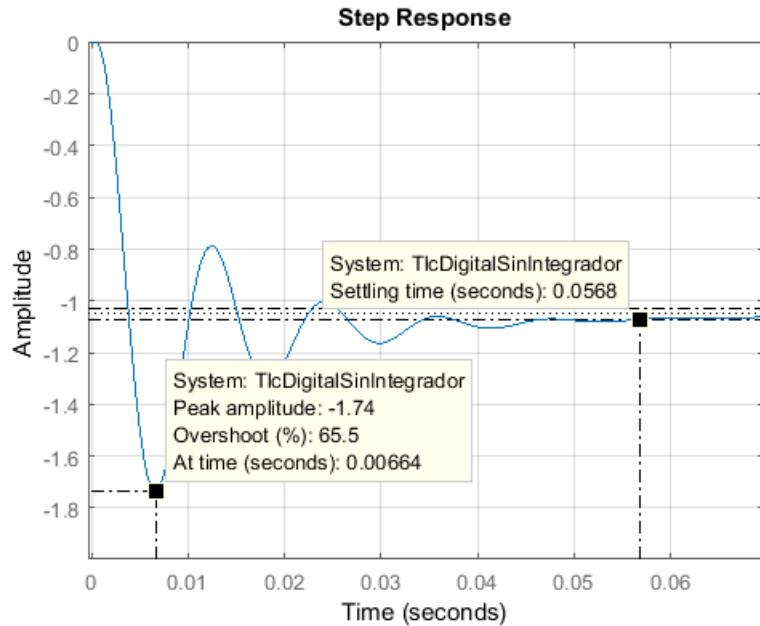


Figura 6.17: Diagrama de Nyquist de $GH_T(w) * G_C(w)$ para $M = 1 \text{ kg}$.

Figura 6.18: Respuesta al escalón para $M = 1 \text{ kg}$.

6.10. Diseño de lazo de realimentación externo

Se plantea un lazo de realimentación externo como se muestra en la figura 6.19.

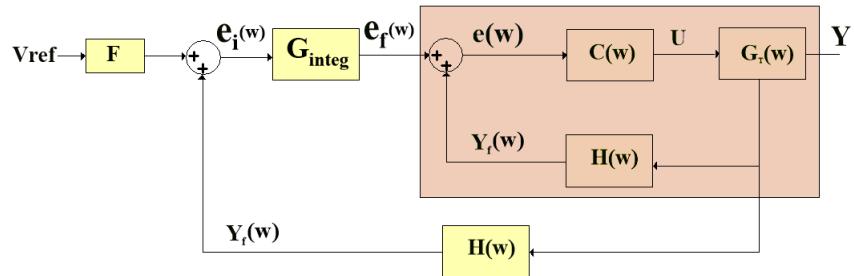


Figura 6.19: Diagrama del sistema completo.

En el lazo de realimentación interno actúa el compensador por adelanto de fase

diseñado previamente y, en el externo, un controlador del tipo integral. De esta forma, se logra suavizar la respuesta al escalón del sistema y eliminar el error en régimen permanente.

Para el análisis se considera $H(w) = 1$ como realimentación. La cadena de avance con masa de 30 kg es:

$$G(W)[M = 30] = Tlc(W)[M = 30] * G_{integ}$$

Se plantea un compensador del tipo :

$$G_{integ} = k_{int} * \frac{1}{w}$$

La ganancia del bloque de entrada (F) se establece igual a la ganancia del estimador (H) pero cambiada de signo, debido a que la transferencia de lazo cerrado tiene una inversión de fase. Por lo tanto, se toma $F = -H = -1$.

Inicialmente se adopta $k_{int} = 1$ para poder evaluar, por medio de lugar de raíces mostrado en la figura 6.20, la estabilidad del sistema. Para este lazo de realimentación externo también debe utilizarse realimentación positiva puesto que los polos de la TLC interna están en el semiplano izquierdo pero presenta una inversión de signo.

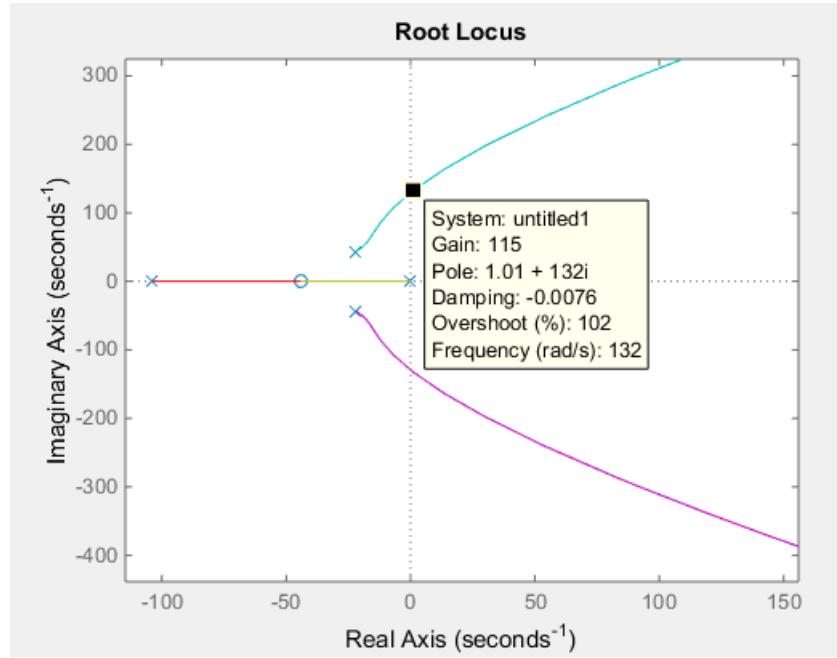


Figura 6.20: Lugar de raíces con el integrador.

En la figura 6.20 se puede observar que, para que se mantenga la estabilidad del sistema, la ganancia del integrador (K_{int}) debe ser menor a 115. Por lo tanto, en la figura 6.21 se muestra la respuesta al escalón del sistema compensado con el integrador para una ganancia de $K_{int} = 1$. Es posible observar que, si bien no presenta oscilaciones, el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 3 s. Por lo tanto, se decide aumentar el valor de ganancia hasta obtener una relación aceptable entre el tiempo de respuesta y el sobrepico.

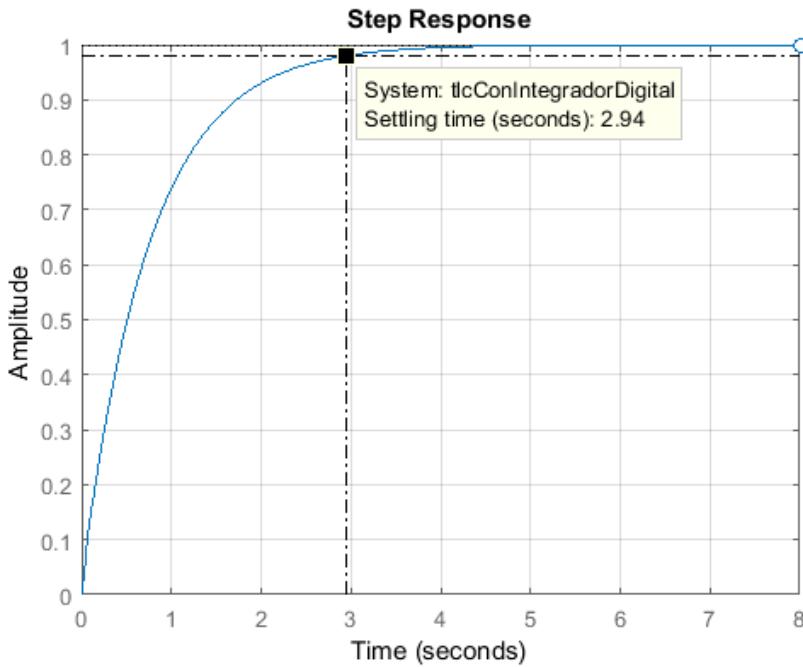


Figura 6.21: Respuesta al escalón con integrador con $K_{int} = 1$ y $M = 30 \text{ kg}$.

En la figura 6.22, se observa la respuesta al escalón para una ganancia del integrador de $K_{int} = 20$ que resulta en un tiempo de establecimiento de 0.22 s y un overshoot de 4.41% . Por lo tanto, se adopta este valor de ganancia para el diseño del integrador.

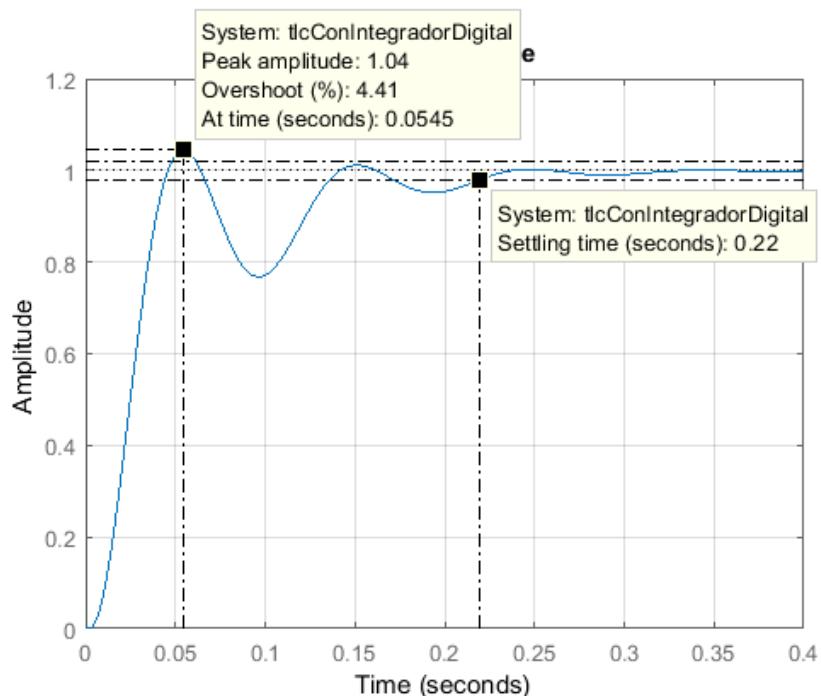


Figura 6.22: Respuesta al escalón con integrador para $K_{int} = 20$ y $M = 30 \text{ kg}$.

La respuesta al escalón cuando la masa es de 1 kg se muestra en la figura 6.23. Allí se puede observar que el tiempo de crecimiento es de 0.104 s y el de establecimiento de 0.196 s . Además, es posible notar que no presenta sobrepicos.

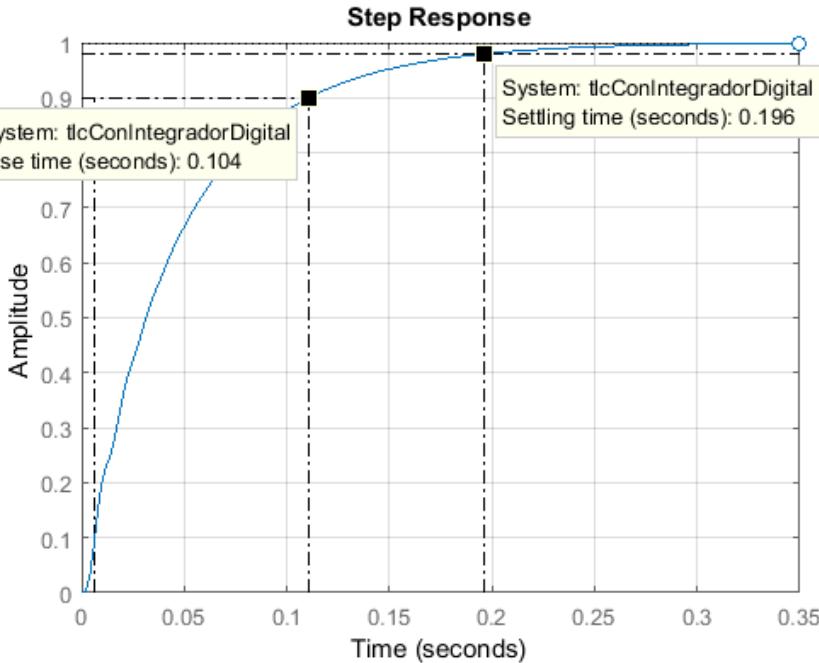


Figura 6.23: Respuesta al escalón con integrador para $K_{int} = 20$ y $M = 1 \text{ kg}$.

6.11. Cálculo de los coeficientes del controlador

Para implementar el algoritmo de control en el microcontrolador se aplica la transformada bilineal inversa a las transferencias del compensador por adelanto de fase $C(w)$ y al integrador $G_{integ}(w)$.

Por lo tanto, se obtiene:

$$C(z) = \frac{U(z)}{e(z)} = \frac{8.6896 * 10^5 (z - 0.9877)^2}{(z - 0.7757)^2} \quad (6.27)$$

$$G_{integ}(z) = \frac{e_f(z)}{e_i(z)} = \frac{0.0028(z + 1)}{(z - 1)} \quad (6.28)$$

Si se considera $H(z) = 1$ se obtiene que:

$$e(z) = e_f(Z) + Y_f(z) \quad (6.29)$$

$$e_i(z) = F * Vref + Y_f(z) \quad (6.30)$$

Al aplicar la partir de las ecuaciones 6.27 y 6.28 se obtiene las expresiones a implementar en el microcontrolador:

$$\begin{aligned} U[n] = & 8.651 * 10^5 e[n] - 1.709 * 10^6 e[n-1] + 0.843 * 10^6 e[n-2] + \\ & + 1.5514 U[n-1] - 0.60171 U[n-2] \end{aligned} \quad (6.31)$$

$$e_f[n] = 0.0028 * e_i[n] + 0.0028 * e_i[n-1] + e_f[n-1] \quad (6.32)$$

Luego, para dejar el algoritmo de control en función de las entradas del sistema, se debe reemplazar en las ecuaciones 6.31 y 6.32 las expresiones mencionadas en las ecuaciones 6.33 y 6.34

$$e[n] = e_f[n] + Y_f[n] \quad (6.33)$$

$$e_i[n] = F * Vref + Y_f[n] \quad (6.34)$$

6.12. Conexión entre el PCB y el microcontrolador

Se utiliza un conector tipo DB9 hembra como vía de conexión para las distintas salidas y entradas digitales. Además, en la placa se dispone de un led que se enciende cuando se detecta una correcta conexión con el microcontrolador.

Capítulo 7

Diseño del circuito impreso

En este capítulo se mencionan los criterios tenidos en cuenta para el diseño del circuito impreso. Además, se muestran los esquemáticos y las imágenes del PCB desarrollados para la implementación de la placa de control mediante el uso del software Altium Designer.

Por otra parte, se describen las consideraciones y circuitos utilizados para las fuentes de alimentación del sistema.

7.1. Fuentes de alimentación

7.1.1. Fuente de alimentación externa de 24 V

La fuente externa se encarga de alimentar todo el circuito. Debe ser capaz de suministrar 24V y hasta 30A. Para ello se puede utilizar una fuente de laboratorio o baterías.

7.1.2. Fuente de alimentación interna de 12 V

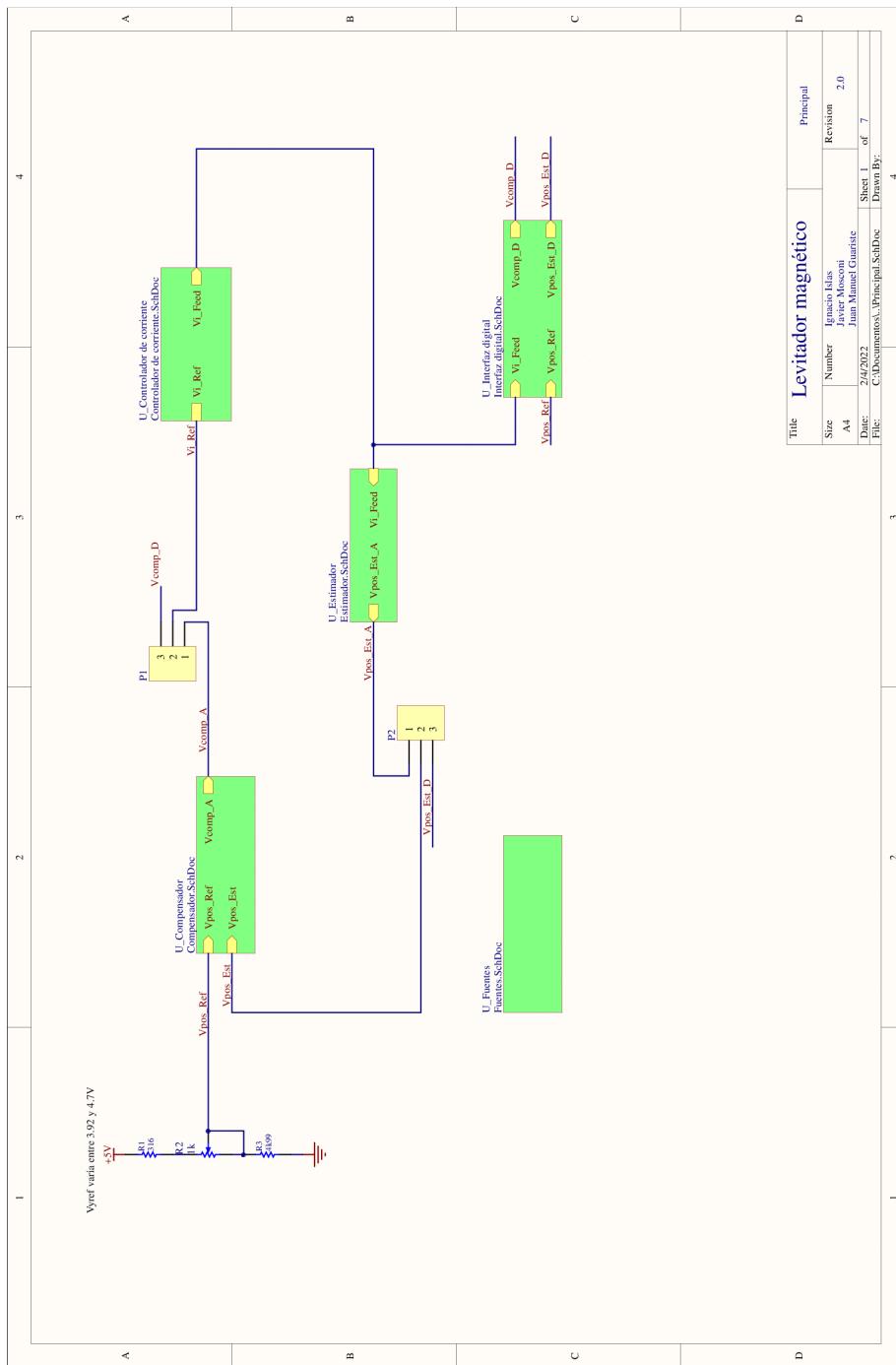
La fuente de 12 V se encarga de alimentar al regulador de 5 V y al *driver* del puente H. Debido a los bajos consumos de potencia y bajo costo, se utiliza una fuente lineal. Por lo tanto, se decide utilizar el integrado L78M12CDT-TR.

7.1.3. Fuente de alimentación interna de 5 V

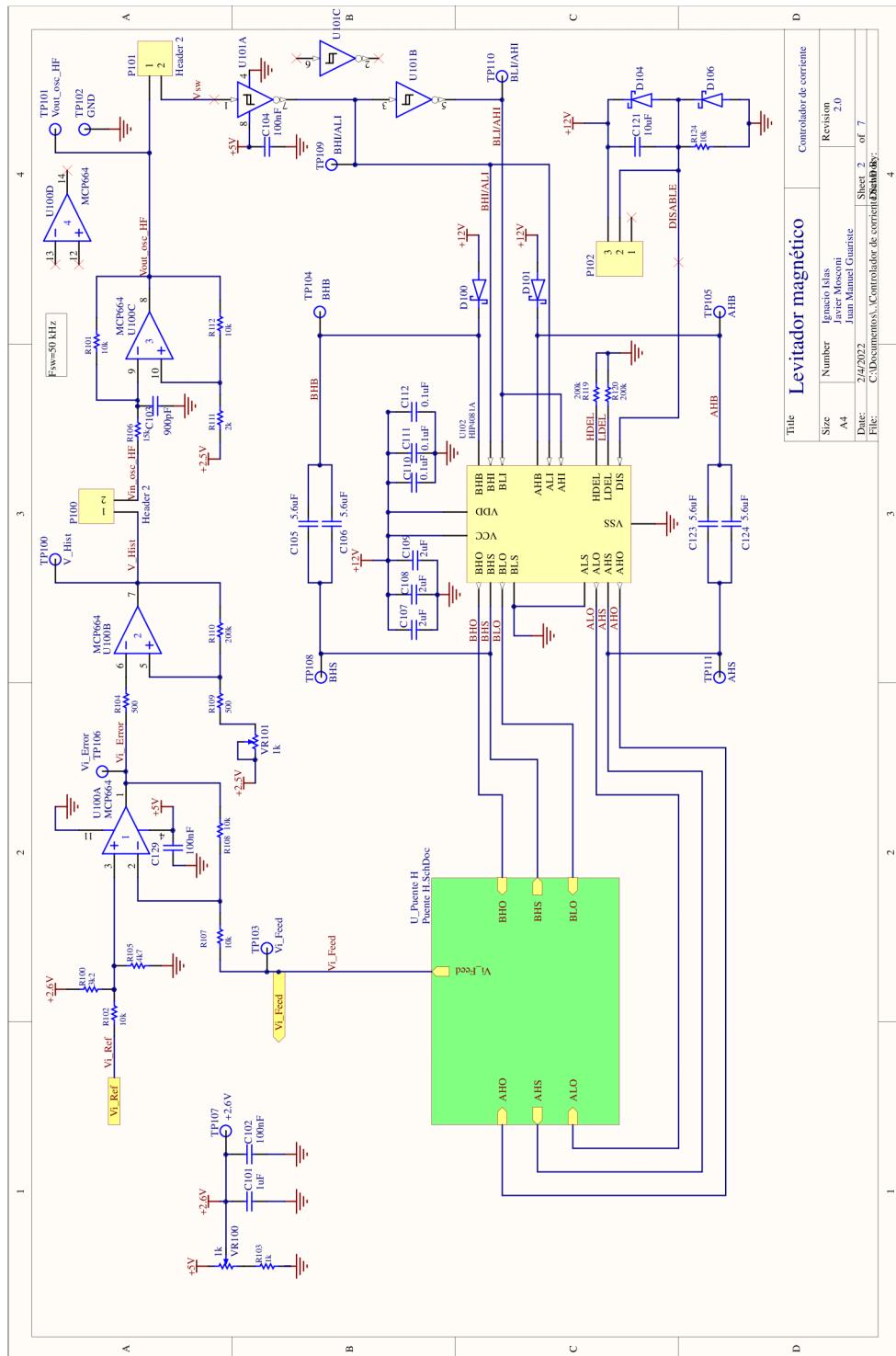
La fuente de 5 V se encarga de alimentar los operacionales, el sensor de efecto Hall, el inversor y el regulador de tensión de 2.5V. Debido a los bajos consumos de potencia y bajo costo, se utiliza una fuente lineal. Por lo tanto, se decide utilizar el integrado L78M05CDT.

7.2. Esquemáticos

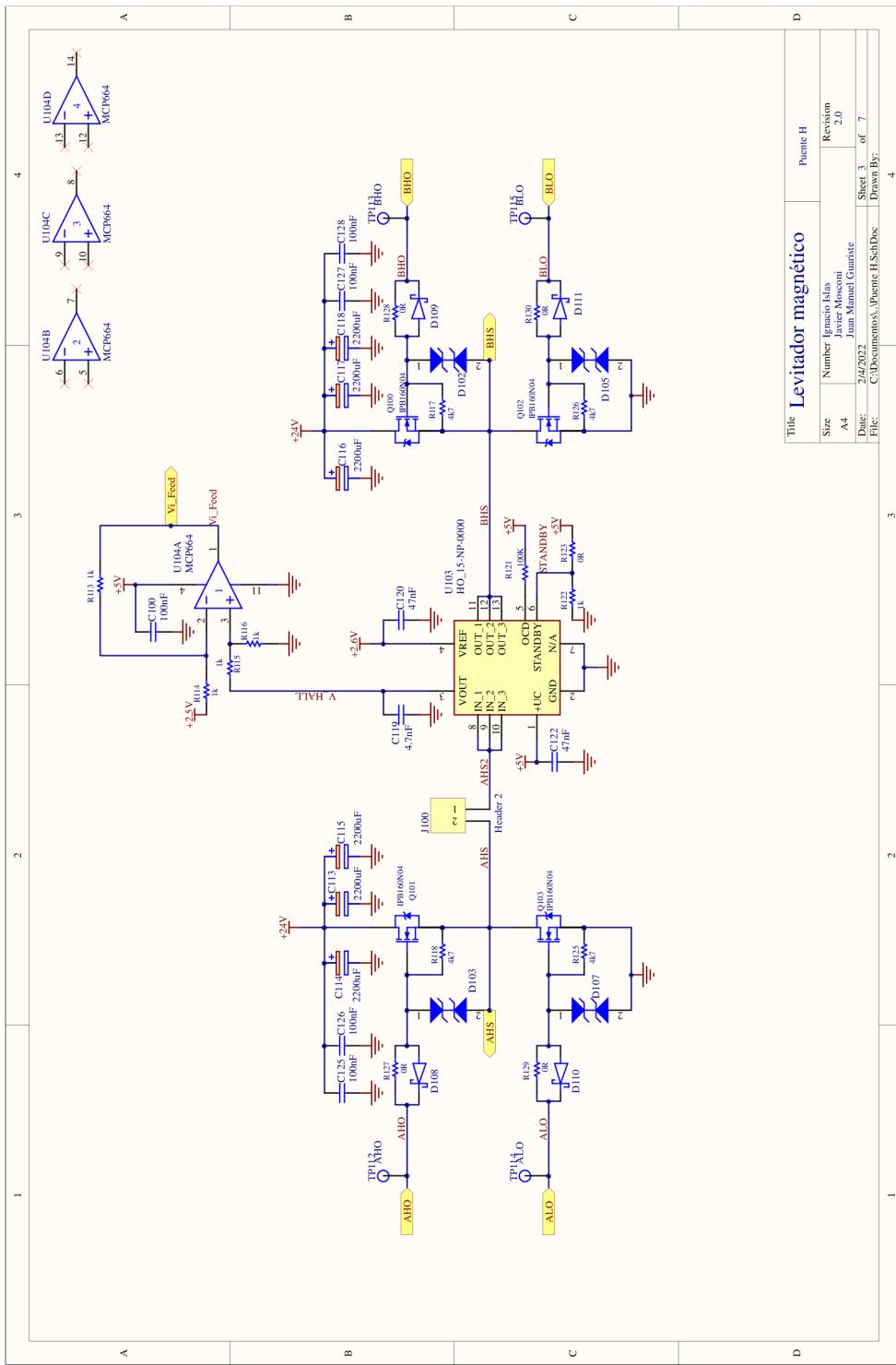
7.2.1. Principal



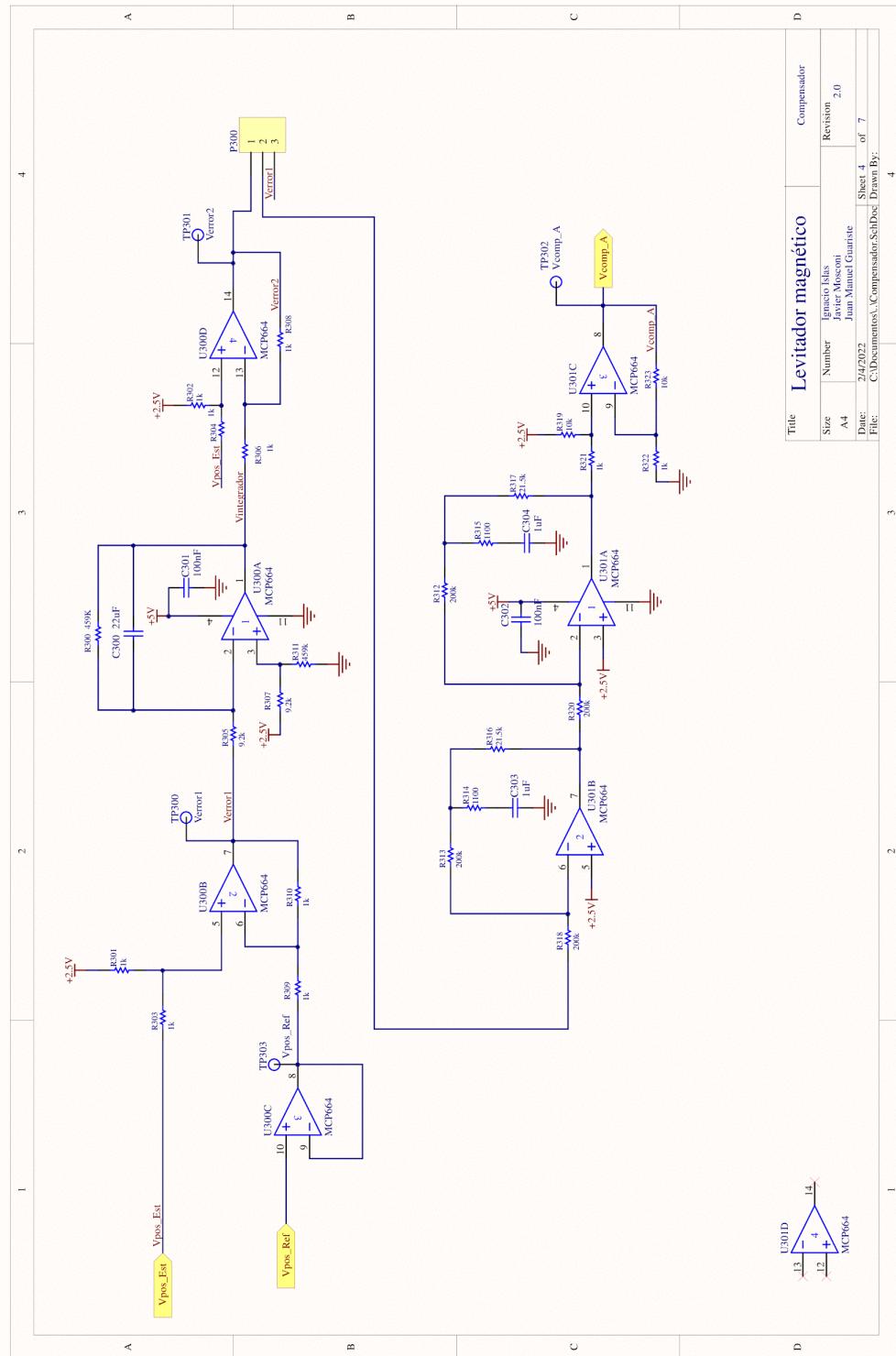
7.2.2. Controlador de corriente



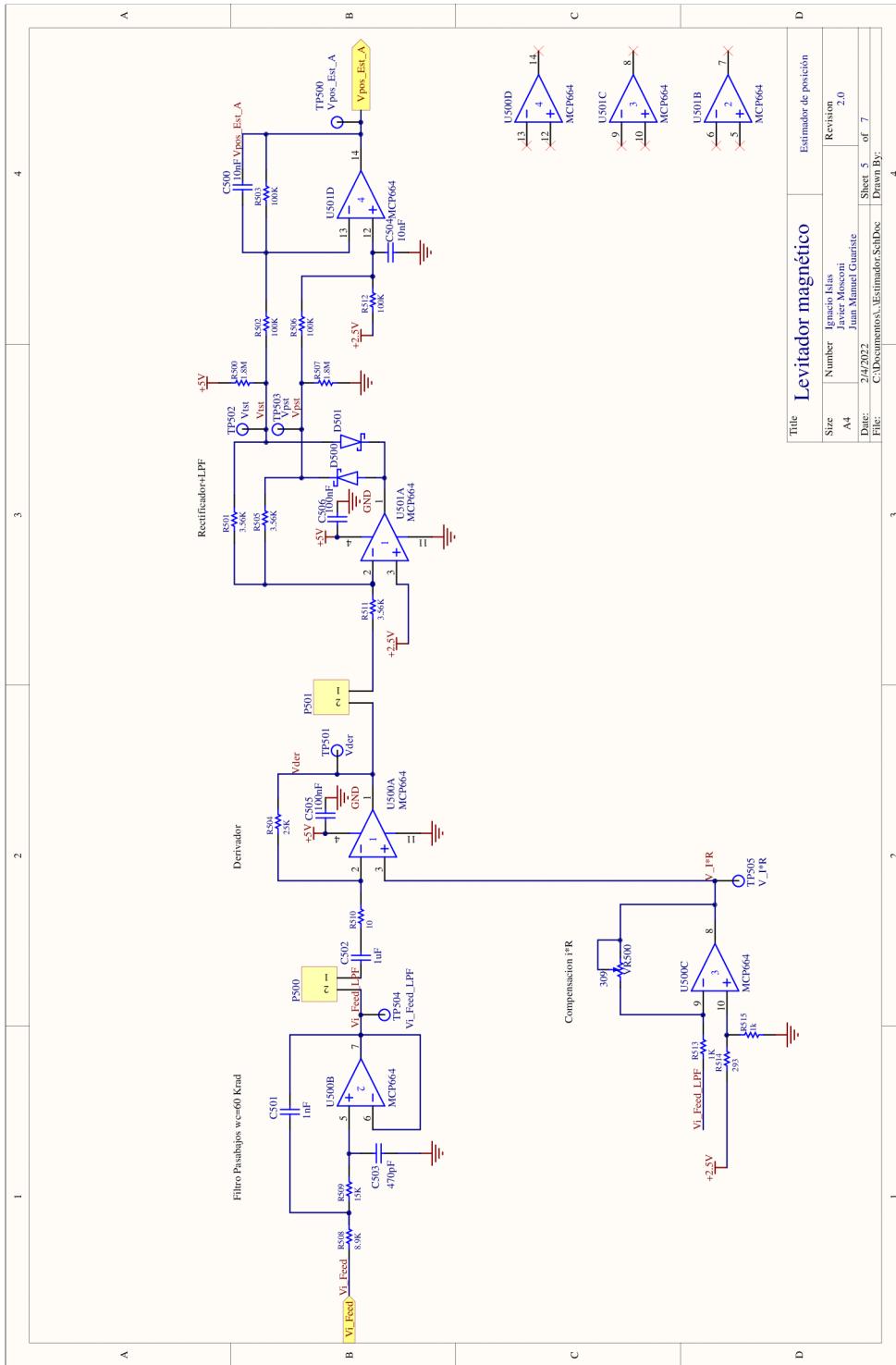
7.2.3. Puente H



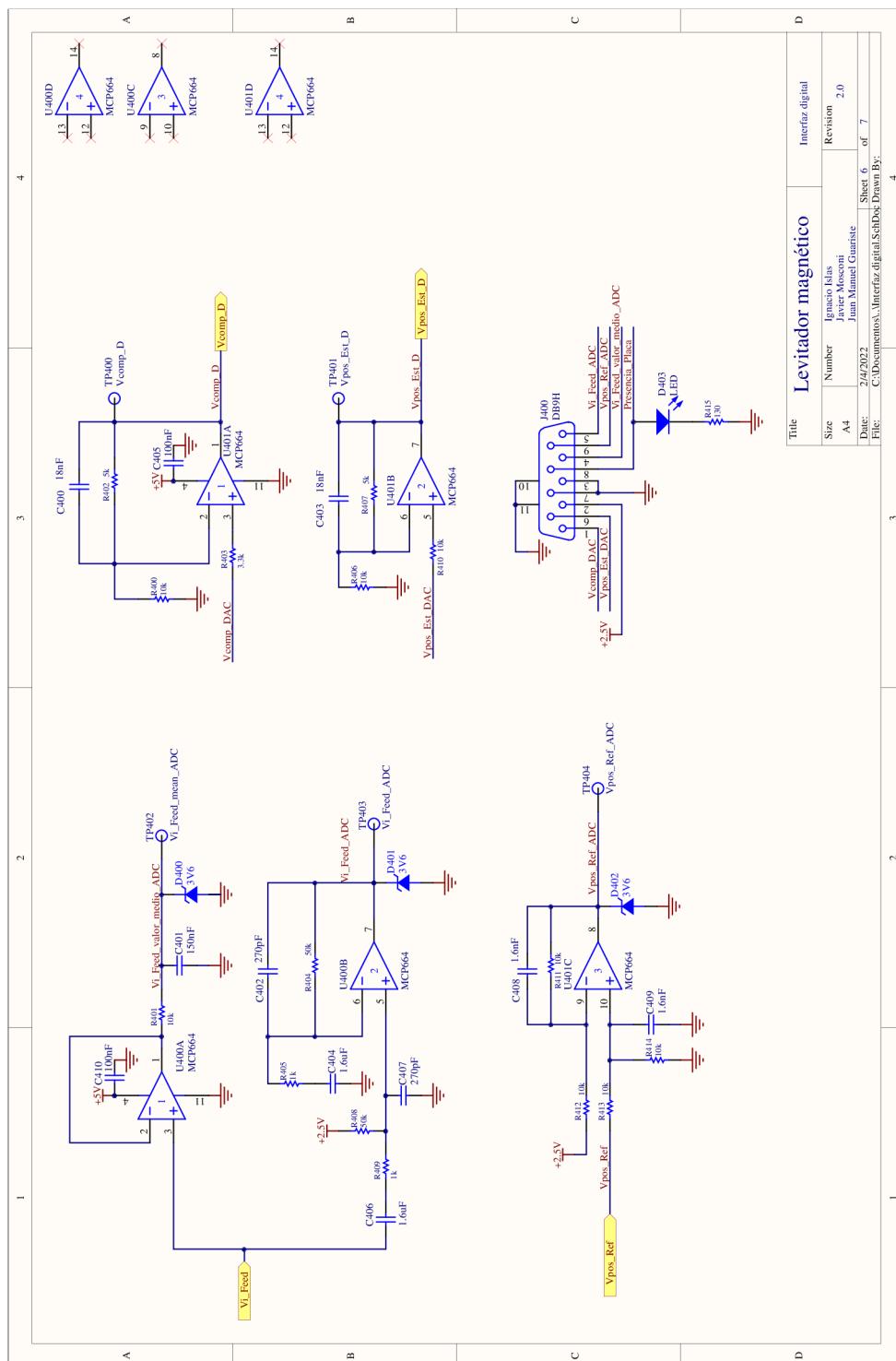
7.2.4. Compensador analógico



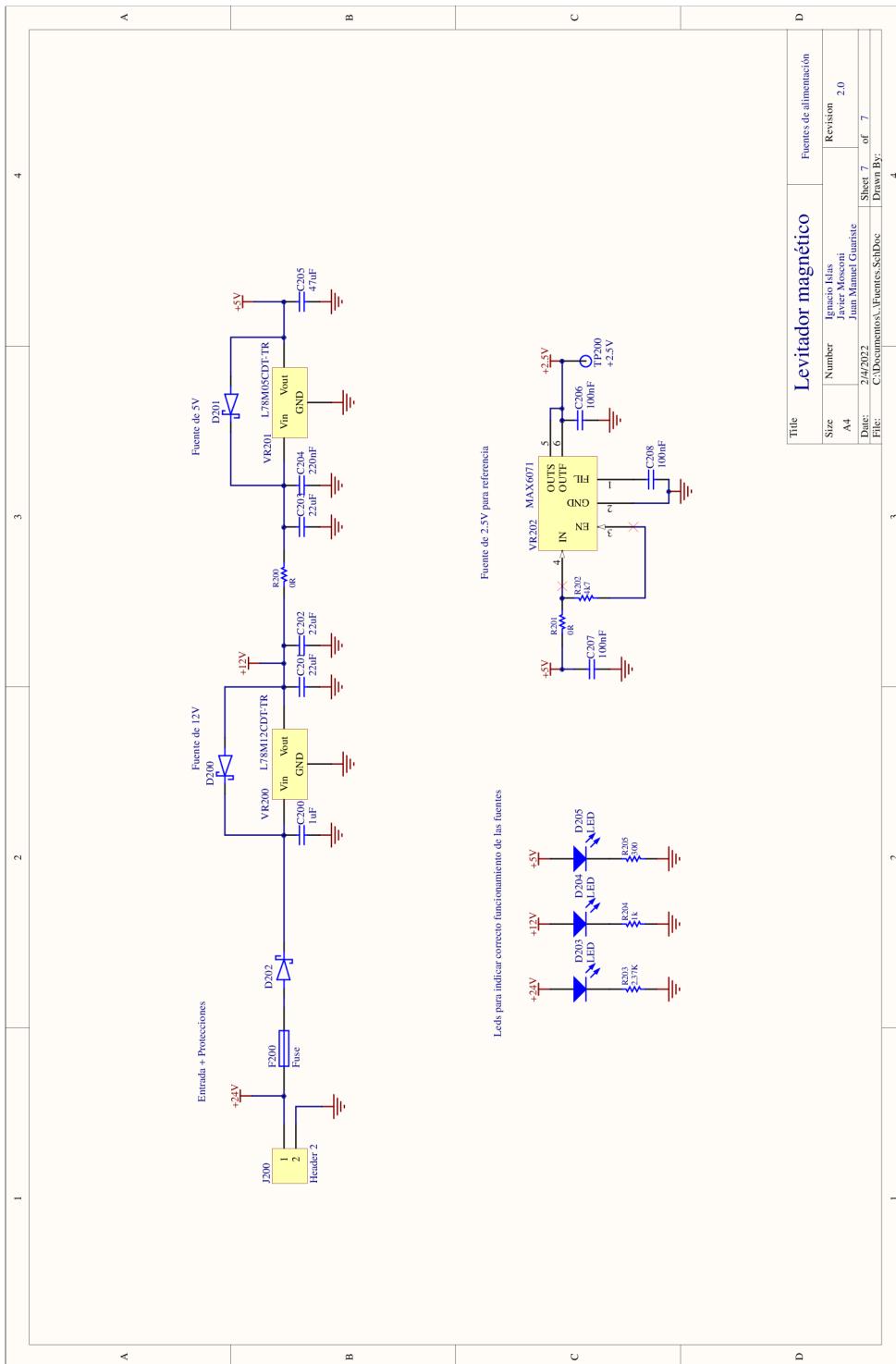
7.2.5. Estimador analógico



7.2.6. Interfaz con microcontrolador



7.2.7. Fuentes de alimentación



7.3. PCB

7.3.1. Consideraciones para el diseño del PCB

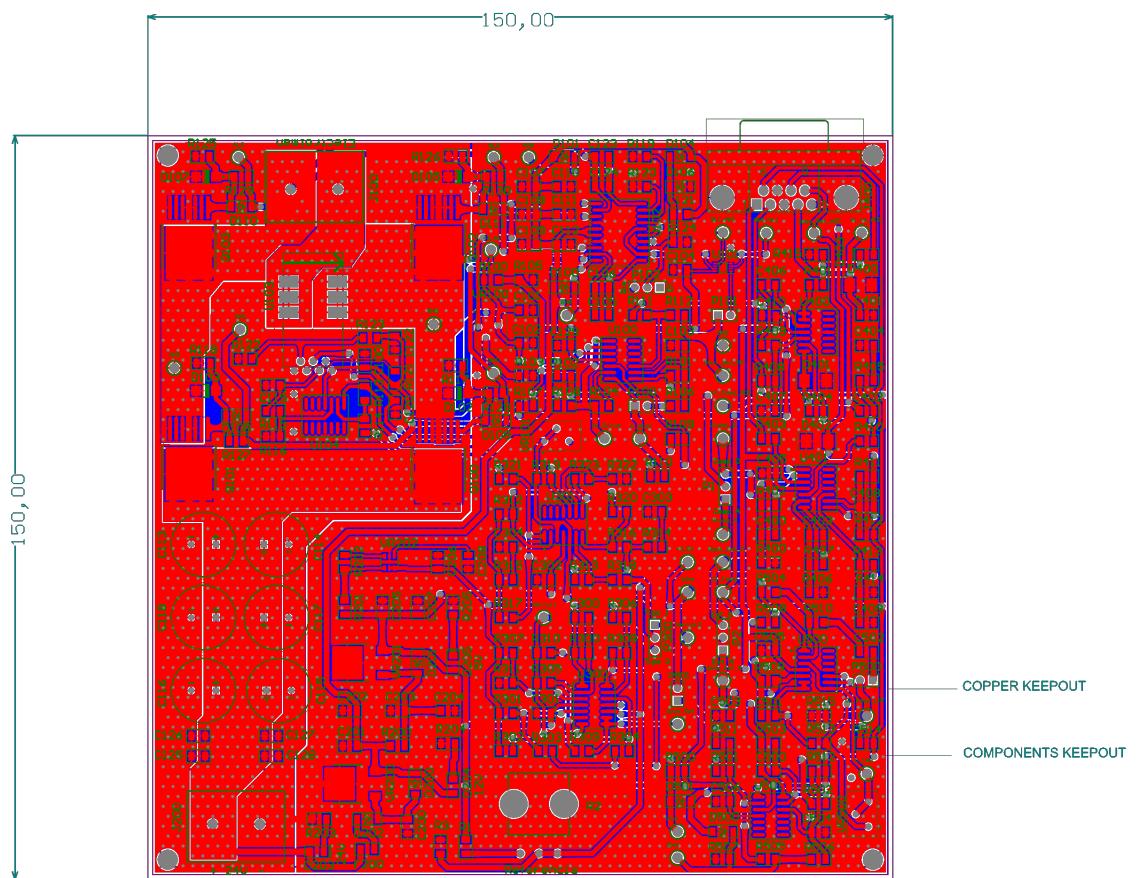
Para el diseño del PCB se tuvieron en cuenta los siguientes aspectos:

- Se utilizó un plano de masa para la etapa de potencia y otro para el resto del circuito. Se intentó reducir al mínimo las conexiones entre ambos planos con el objetivo de disminuir el ruido inducido por la etapa de potencia en el resto del circuito.
- Se mantuvo separada la etapa de potencia con las de pequeña señal.
- Se intentó reducir al mínimo la longitud de las pistas de las señales críticas como la tensión de salida del sensor de efecto Hall.
- Se utilizaron pistas gruesas y polígonos para la etapa de potencia que deben soportar la circulación de corrientes elevadas.
- Se quitó la capa *Top Solder* en la etapa de potencia correspondiente al puente H para mejorar la disipación.
- Se utilizaron vias stitching en los planos de masa sobre la placa para mejorar la aislación entre componentes y reducir el acople por campos electromagnéticos.
- Se “acostaron” los MOSFET sobre la placa para ayudar a su disipación de potencia.
- Se realizó el diseño en una placa de 2 capas para reducir el costo de fabricación.

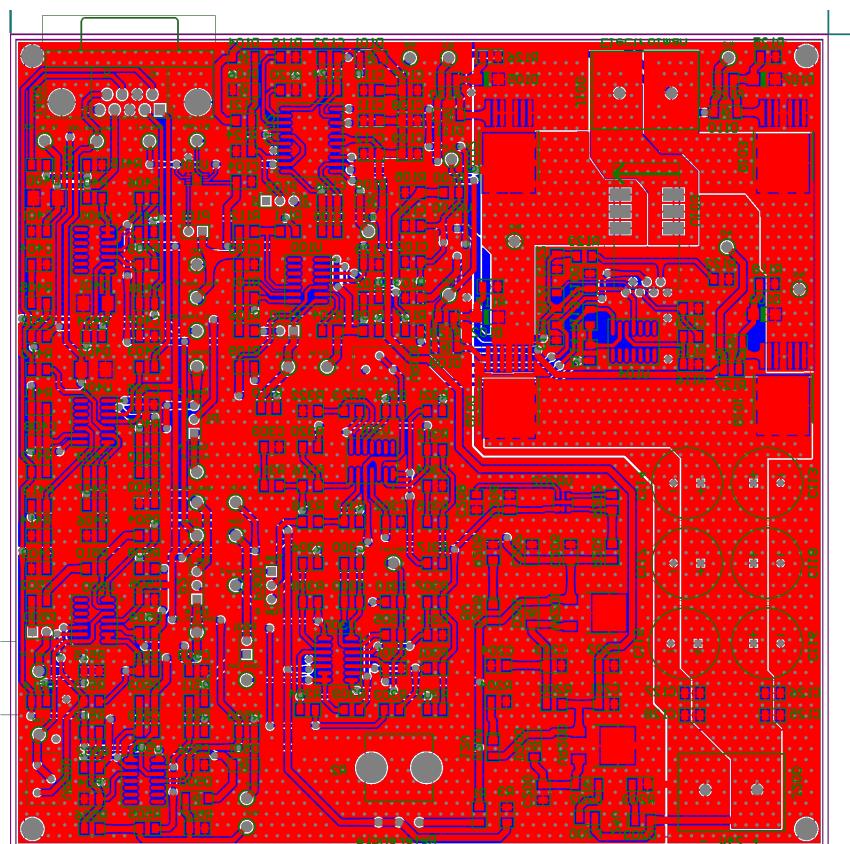
- Para optimizar el tamaño de la placa, se rutearon las pistas de manera organizada. Para ello, se intentó que las pistas verticales se realicen en la capa superior mientras que las horizontales, en la inferior.
- El proyecto se dividió en 7 esquemáticos. Cada uno de ellos se asocia a una etapa en específico (compensación analógica, controlador de corriente, estimador analógico, etc).
- Los componentes de cada esquemático tiene asociado un rango de valores determinados para los *designators*. Es decir, todos los componentes con *designators* entre 0 y 99 pertenecen al primer esquemático, los de 100 a 199 al segundo, y así sucesivamente. De esta forma, con solo ver el *designators* en el PCB es posible determinar, fácilmente, a qué etapa pertenece.
- Se siguieron las reglas de diseño estándar de PCBWay.

7.3.2. Modelo 2D

7.3.2.1. Vista superior

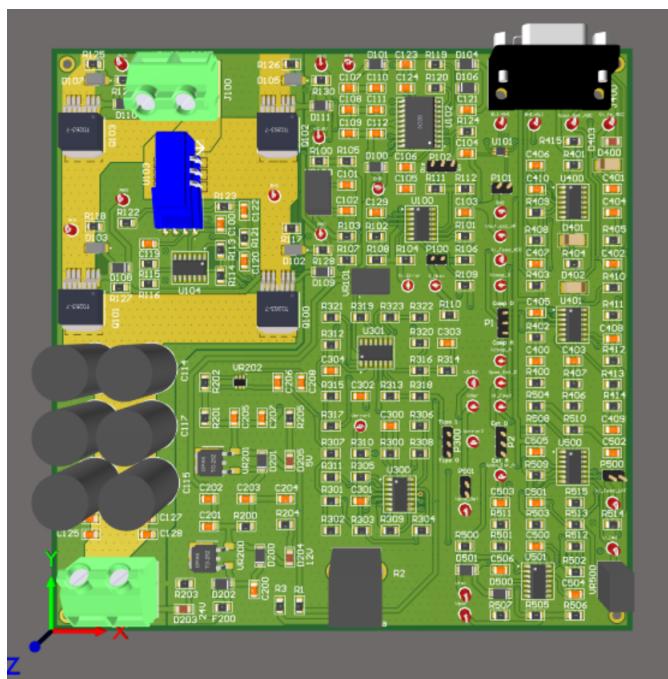


7.3.2.2. Vista inferior

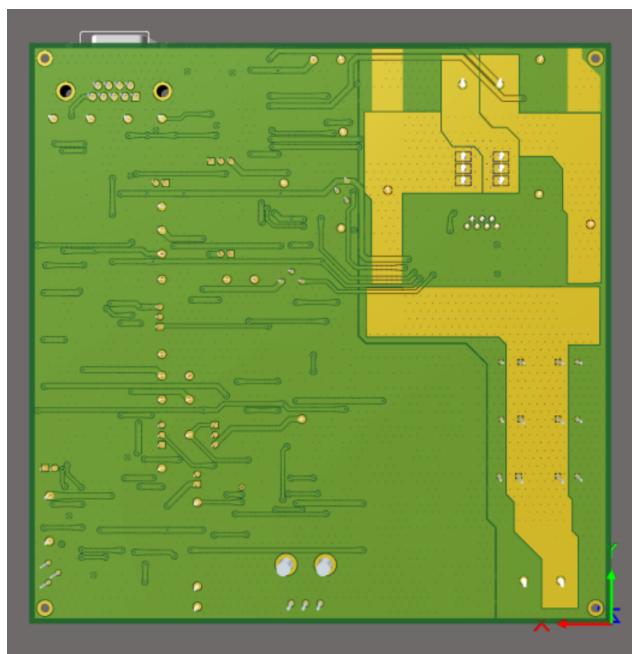


7.3.3. Modelo 3D

7.3.3.1. Vista superior



7.3.3.2. Vista inferior



Capítulo 8

Conclusión

Es importante destacar que el proyecto se realizó prácticamente en su totalidad bajo la situación de emergencia sanitaria debido al COVID-19. Esto ocasionó demoras en el tiempo de ejecución de cada una de las etapas con respecto a los plazos estimados. Los mayores retrasos se dieron en su comienzo, debido a que fue el período de mayor incertidumbre de la pandemia. Sin embargo, a pesar de no poder realizar encuentros presenciales entre los integrantes ni reuniones con los directores en los establecimientos educativos, se pudo avanzar hasta su finalización mediante el uso de plataformas de comunicación virtuales.

Debido a la extensión en los plazos temporales del proyecto fue necesario acortar el alcance al modelado teórico de todas las etapas que componen el sistema, junto con el diseño del circuito impreso.

A pesar de que no se concretó la construcción del prototipo, fue posible adquirir conocimientos en distintos conceptos propios de la electrónica y la ingeniería en general. Se pudo modelar un problema físico real y, mediante un sistema de

control, se modificó su comportamiento de la manera deseada. Para ello se utilizaron estrategias de compensación y estimación de variables tanto en el dominio analógico como digital, además de diseñar una etapa de control de corriente eficiente para trabajar con potencias elevadas. Finalmente se integraron todas las partes en un circuito impreso compuesto por etapas de electrónica analógica, etapas de potencia, y etapas de interfaz para la comunicación con un microcontrolador.

Se pudo cumplir con los requerimientos planteados para este proyecto. Mediante simulaciones se verificó, tanto para la implementación analógica como para la digital, que el sistema presenta un comportamiento estable para todo el rango de separación entre piezas y para todo el rango de masas para el que fue diseñado.

En el transcurso de la ejecución de las distintas etapas del proyecto fue posible ganar experiencia en la utilización de diversas herramientas de computadora. Por ejemplo, en el diseño del circuito impreso se utilizó el programa Altium Designer. Para la simulación de circuitos y sistemas se utilizaron los programas Matlab y NL5. Además, para poder trabajar de manera ordenada se utilizó el software para el control de versiones Git y, para la escritura de este informe, se utilizó Latex. Por otra parte, fue posible desarrollar habilidades interpersonales, como trabajo en equipo, comunicación, gestión del tiempo, compromiso, dedicación, entre otras. Todas estas habilidades son necesarias e indispensables para el desarrollo personal y profesional.

En este informe fue posible documentar el diseño y funcionamiento de cada una de las etapas que componen al sistema y el criterio utilizado para la elección de cada topología y componente. Por otra parte, se dejan a disposición de la cátedra los archivos de fabricación de la placa de control para que en un futuro sea enviada a prototipar y pueda ser utilizada para realizar prácticas.

Bibliografía

- [1] LEM. Current Transducer HO-NP series. Rev 7.00. Jun 2018.
- [2] Renesas. HIP4081A 80v/2.5A Peak, High Frequency Full Bridge FET Driver. FN3659. Rev 8.00. Sep 2015.
- [3] Infineon. IPB160N04 OptiMOS® -T2Power-Transistor. Rev 1.0. Abr 2010.
- [4] Renesas. HIP4081A, 80v High Frequency H-Bridge Driver. AN9405. Rev 6.00. Dec 2014.
- [5] Rohm Semiconductor. RSX205LAM30 Schottky Barrier Diode. FN3659. Rev 2.00. May 2019.
- [6] Chemi-Con. EKY-350ELL222MM25S Miniature Aluminum Electrolytic Capacitor. FN3659. Ver 3. May 2021.