

Desigualdad triangular

De Wikipedia, la enciclopedia libre

La **desigualdad del triángulo** es un teorema de geometría euclidiana que establece:

En todo triángulo la suma de las longitudes de dos lados cualquiera es siempre mayor a la longitud del lado restante.¹

Este resultado ha sido generalizado a otros contextos más sofisticados como espacios vectoriales. Definido matemáticamente, cualquier triángulo cumple la siguiente propiedad:

$$a < (b + c), \quad b < (a + c), \quad c < (a + b)$$

donde a , b y c son los lados.

Índice

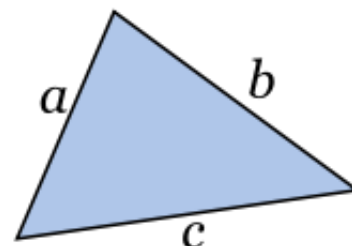
- 1 Espacios vectoriales normados
 - 1.1 Demostración
 - 1.2 Generalización de la desigualdad triangular
- 2 Véase también
- 3 Notas

Espacios vectoriales normados

El teorema puede generalizarse a espacios vectoriales normados, obteniéndose la siguiente versión de la desigualdad triangular:

En todo espacio vectorial normado
 $V, \forall x, y \in V, \quad \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

Desigualdad del triángulo



$$\begin{aligned} a + b &> c \\ b + c &> a \\ c + a &> b \end{aligned}$$

Desigualdad del triángulo.

Es decir, que *La norma de la suma de dos vectores es siempre menor o igual a la suma de las normas de los dos vectores.*

En el caso particular de considerar la recta real como espacio vectorial normado con el valor absoluto como norma obtenemos la siguiente versión del teorema:

Para cualquiera dos números a y b se cumple:
 $|a + b| \leq |a| + |b|$

cuya demostración es:

Demostración

(Ámbito $\rightarrow \mathbb{R}$). Haciendo uso de las propiedades del valor absoluto, es posible escribir:

$$\begin{aligned} -|a| &\leq a \leq |a| \\ -|b| &\leq b \leq |b| \end{aligned}$$

Sumando ambas inecuaciones:

$$-(|a| + |b|) \leq a + b \leq |a| + |b|$$

A su vez, usando la propiedad de valor absoluto $|a| \leq b$ si y solo si $-b \leq a \leq b$ en la línea de arriba queda:

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

Generalización de la desigualdad triangular

La desigualdad triangular puede generalizarse a un número arbitrario de sumandos:

$$|x_1 + x_2 + \cdots + x_n| \leq |x_1| + |x_2| + \cdots + |x_n|,$$

es decir:

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i \right| \leq \sum_{i=1}^n |x_i|.$$

donde n es un número natural, y los x_i son números reales.

Demostración

Véase también

- Desigualdad de Cauchy-Schwarz

Notas

- Weisstein, Eric W. «Triangle Inequality.» (<http://mathworld.wolfram.com/TriangleInequality.html>) (en inglés). Consultado el 2 de enero de 2015.

Holiuc:

Obtenido de «http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Desigualdad_triangular&oldid=81416679»

Categorías: Análisis matemático | Teoremas de geometría | Triángulos | Geometría métrica

-
- Esta página fue modificada por última vez el 14 abr 2015 a las 21:07.
 - El texto está disponible bajo la Licencia Creative Commons Atribución Compartir Igual 3.0; podrían ser aplicables cláusulas adicionales. Léanse los términos de uso para más información. Wikipedia® es una marca registrada de la Fundación Wikimedia, Inc., una organización sin ánimo de lucro.