Serie Financiera Familia ARCH/GARCH

Ignacio Fernández Sánchez-Pascuala
Universidad Complutense de Madrid | *Universidad Politécnica de Madrid*

26 de febrero de 2024

1. Introducción

En este trabajo, se va a llevar a cabo un análisis de series temporales para modelar y pronosticar el Índice de Precios al Consumidor (*IPC*) de Italia.

El *IPC* de un país es una serie temporal financiera, ya que presenta volatilidad, por tanto, los modelos de la familia *ARIMA* no son adecuados para modelizar este tipo de series, ya que suponen una varianza homocedástica. En su lugar, se presentan los modelos *ARCH* y *GARCH*.

Los modelos *ARCH* fueron introducidos por Engle en 1982, son procesos estocásticos donde la varianza condicional a los datos anteriores no es constante, si no que depende del cuadrado de los errores pasados.

Por otro lado, los modelos *GARCH* fueron creados por Bollerslev en 1986 como una generalización de los modelos *ARCH*. En éstos, la varianza condicional no solo depende de los cuadrados de los errores, si no que también de las varianzas condicionales en periodos anteriores.

También existen otros modelos más sofisticados como los *EGARCH*, donde la varianza condicional no es igual para errores positivos o negativos, y algunos otros nuevos modelos de volatilidad publicados en las últimas décadas. Sin embargo, en este trabajo solo se tratarán los modelos *ARCH* y *GARCH*.

El objetivo es modelar nuestra serie financiera por medio de alguno de estos modelos, para ello es necesario un análisis exploratorio de la serie, seguido de un conjunto de pruebas para determinar el modelo y su estructura. La implementación se ha llevado a cabo en R.

2. Análisis Exploratorio

En este caso, los valores del *IPC* proporcionan una perspectiva relativa de los cambios en el nivel promedio de precios de bienes y servicios consumidos por la población a lo largo del tiempo. La variación porcentual en el *IPC* refleja la tasa de inflación o deflación.

En otros contextos, como los activos financieros, se suele utilizar los rendimientos/retornos de la serie, ya que permiten analizar la volatilidad y el riesgo.

En la Figura 1, se presentan los valores del *IPC* en Italia desde 1960 hasta 2022, los cuales fueron utilizados para construir nuestro modelo.

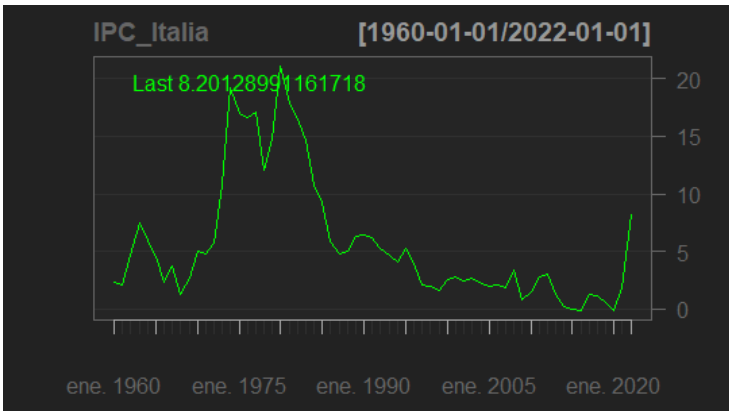


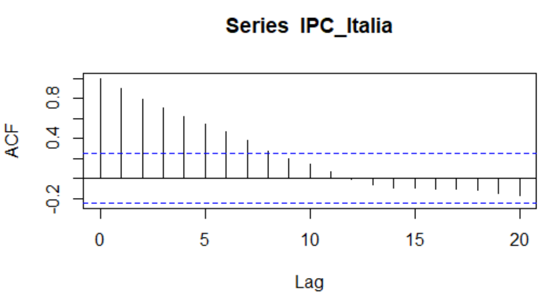
Figura 1: Retornos IPC Italia 1960-2022

Se pueden observar unos grandes aumentos en el *IPC* en la década de los 70. Esto es debido a la crisis del petróleo que hubo en Europa en 1973 por el aumento en el precio del mismo, afectando a los costes de producción y de transporte, y provocando una gran inflación en toda Europa, y por tanto en Italia.

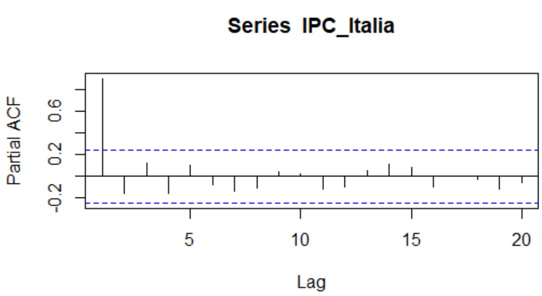
3. Ajuste del modelo

En primer lugar, se ajusta un modelo *ARMA* a partir de nuestros datos como una primera aproximación antes de explorar efectos de volatilidad. Una vez ajustado, se evaluará la presencia de efectos *ARCH* en la serie mediante el análisis de los residuos.

Para conocer los órdenes de nuestro modelo *ARMA*, se hace uso de la Función de Autocorrelación (*FAS*) y la Función de Autocorrelación Parcial (*FAP*):



(a) FAS



(b) FAP

En la *FAS*, se observa una caída gradual que puede sugerir una componente autorregresiva. Por otro lado, en la *FAP*, se ve un primer rezago significativo, y luego valores bajos, lo que apoya la presencia de un modelo *AR(1)*. Aún así no se puede descartar la presencia de una componente *MA*.

Se ha partido en primer lugar de un modelo *AR(1)* significativo. Posteriormente se ha añadido una componente *MA*, formando un *ARMA(1,1)* también significativo y con valor de *AIC* más bajo, por lo que se ha decidido continuar con éste. También se ha probado a añadir más componentes sin éxito. En el cuadro 1 se muestra el modelo *ARMA(1,1)* obtenido.

	Estimación	Varianza. Error	z valor	Pr($>|z|$)
ar1	0.834578	0.076454	10.9161	$< 2{,}2e-16$ ***
ma1	0.396441	0.185599	2.1360	0.032679 *
intercept	5.802818	2.132544	2.7211	0.006507 **

Cuadro 1: Resultados ajuste modelo ARMA

Una vez estimado nuestro modelo, se calculan sus residuos al cuadrado para saber si hay procesos residuales de volatilidad. Se pueden ver en la Figura 3.

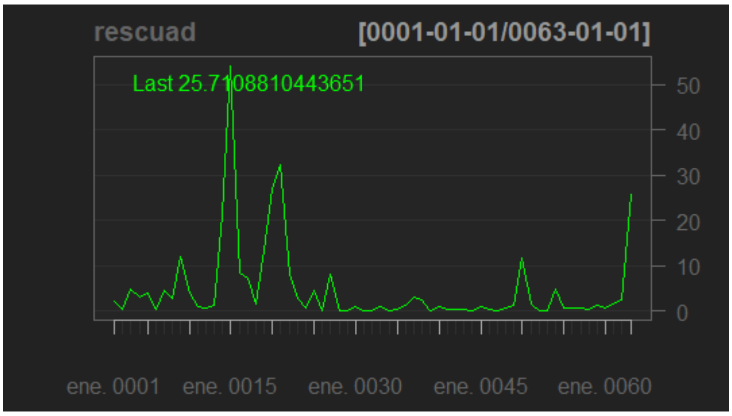


Figura 3: Residuos al cuadrado ARMA

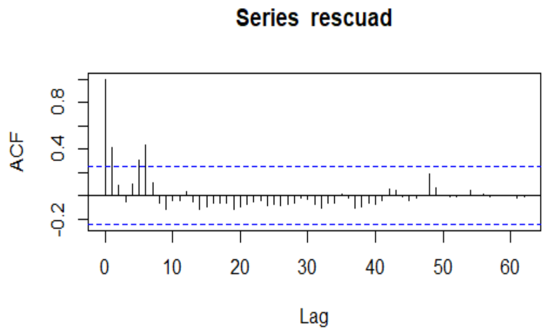
Se observa que nuestra varianza es heterocedástica, por lo que no será suficiente con nuestro modelo *ARMA* para ajustar la serie. Esto sugiere que hay presencia de efectos *ARCH* o *GARCH*.

Para verificar si hay efecto *ARCH* de primer orden, se realiza una regresión de los residuos al cuadrado sobre sus valores anteriores. La hipótesis nula (H0) en esta prueba es que no hay efecto *ARCH*. Se obtiene un p-valor de 0.0004 (Cuadro 2), por lo que hay efecto *ARCH* en la serie, por lo menos de primer orden, ya que la varianza no es constante y depende de los cuadrados de los errores pasados.

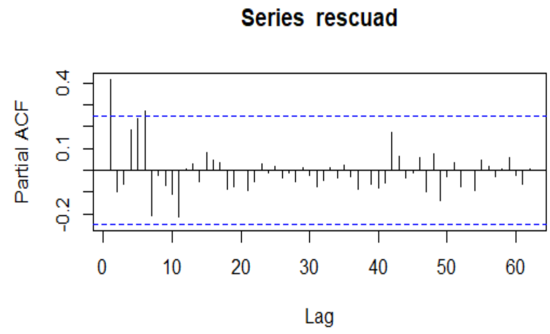
Variable	**Estimación**	**Std. Error**	**t valor**	**Pr($>|t|$)**
(Intercept)	2.7608	1.2006	2.299	0.02498*
L(rescuad)	0.4542	0.1214	3.743	0.00041***

Cuadro 2: Resultados de la regresión de residuos al cuadrado.

Tras esto, es conveniente revisar la Autocorrelación y Autocorrelación Parcial en nuestros residuos al cuadrado mediante la *FAS* y la *FAP*, para verificar que efectivamente la varianza es heterocedástica y para intuir el orden de la componente *ARCH* o incluso la presencia de efecto *GARCH*.



(a) FAS Residuos



(b) FAP Residuos

Figura 4: FAS y FAP Residuos Cuad.

Como se observa en la Figura 4, hay barras significativas, por lo que se verifica hay heterocedasticidad y no hay ruido blanco.

Además, la presencia de picos significativos en la *FAS* y *FAP* hacen intuir efecto *ARCH* en la serie de varios órdenes, sin descartar la presencia de efecto *GARCH*, motivado también por la presencia de varios picos significativos en la *FAP* en rezagos alejados.

Tras haber realizado la prueba de heterocedasticidad condicional (*ARCH test*), para múltiples rezagos, han resultado todos los p-valores muy cercanos a 0, determinando la presencia de efecto *ARCH* como mínimo hasta orden 20.

Este comportamiento sugiere la presencia de efecto *GARCH*, ya que $ARCH(\infty) \approx GARCH$. Además, la presencia de componente *MA* en la serie también apoya que haya un efecto *GARCH* sobre los residuos. Por tanto, se ajustará el modelo *ARMA(1,1)*x*GARCH(1,1)*.

4. Resultados y Conclusiones

En el cuadro 3 se muestran los parámetros de nuestro modelo *ARMA(1,1)xGARCH(1,1)* ajustado, se puede observar que el modelo es generalmente significativo, excepto en el parámetro $\beta 1$, que indica la persistencia de la volatilidad condicional.

Se ha optado por seguir con el modelo a pesar de la no significancia del parámetro $\beta 1$. En el contexto de series volátiles, encontrar un modelo que capture completamente todas las variaciones y patrones puede ser difícil. La falta de significancia en un parámetro específico no necesariamente invalida el modelo en su conjunto.

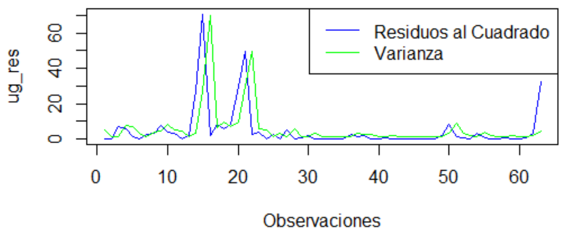
Además, el análisis previo ha determinado la presencia de efecto *GARCH*, y prescindir de él puede empeorar la capacidad del modelo para capturar patrones de volatilidad.

Cuadro 3: Parámetros Modelo GARCH

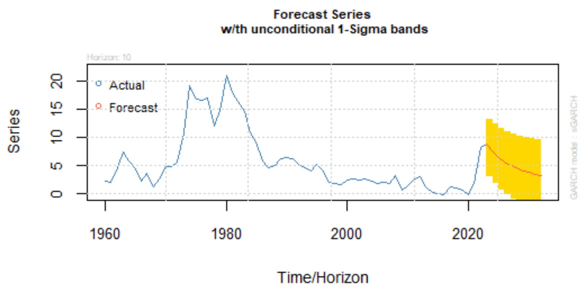
Parámetro	**Estimate**	**Std. Error**	**t value**	**Pr(> $\|t\|$)**
μ	2.403455	0.76297	3.15014	0.001632
$ar1$	0.806939	0.05231	15.42615	0.000000
$ma1$	0.299502	0.13535	2.21280	0.026911
ω	1.060117	0.52121	2.03396	0.041955
$\alpha1$	0.951169	0.36885	2.57876	0.009916
$\beta1$	0.047831	0.11120	0.43016	0.667083

En la Figura 5a se presenta la gráfica de los residuos al cuadrado frente a la varianza estimada. Se observa que los residuos al cuadrado siguen una tendencia similar a la varianza estimada, lo que respalda que nuestra componente *GARCH* está capturando adecuadamente la estructura de la volatilidad.

Por último, se incluye la predicción de nuestro modelo para el *IPC* de Italia en los próximos 10 años en la Figura 5b. Según el modelo ajustado, se acerca una pequeña deflación en los próximos años en Italia.



(a) Varianza Estimada vs Residuos al Cuadrado



(b) Predicción modelo 10 años

En conclusión, la modelización de series temporales volátiles proporciona herramientas poderosas para entender y anticipar la volatilidad en datos financieros. Sin embargo, la dificultad de capturar completamente la variabilidad impone limitaciones a la confianza en las predicciones. Tener prudencia en la interpretación y considerar factores externos es crucial para tomar decisiones informadas.