Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Computación
Lógica

Nombre y Apellido: Legajo:

Examen Parcial

1. Demuestre (no está permitido usar soundness/corrección y demostrar $\vdash$):

a) $\forall x(Q(x) \to R(x)),\ \exists x(P(x) \land Q(x)) \ \models\ \exists x(P(x) \land R(x))$

b) $\forall y(P(y) \to \exists x R(y,x)) \ \not\models\ \forall x(P(x) \to \exists y R(y,y))$

2. Sea P un predicado de aridad 1 y f un símbolo de función también de aridad 1. Decimos que f *preserva* P si al aplicar f sobre un elemento donde P era verdadero, el predicado sigue siendo verdadero.

a) Expresar tal propiedad como una fórmula ϕ de la lógica de predicados.

b) Sean ahora f y g dos funciones de aridad 1. Demostrar por deducción natural que si f y g preservan P, entonces su composición (aplicar f luego de g) también lo hace.

c) Encuentre modelos $\mathcal{M}$ y $\mathcal{M}'$ para la signatura $\mathcal{P} = \{P\}, \mathcal{F} = \{f\}$ con $\mathrm{ar}(f) = \mathrm{ar}(P) = 1$ tales que $\mathcal{M} \models \phi$ y $\mathcal{M}' \not\models \phi$. Justifique.

3. Demuestre por deducción natural:

a) $\exists y \forall x P(x,y),\ \forall x \forall y(\neg Q(x,y) \to \neg P(x,y)) \ \vdash\ \forall x \exists y Q(x,y)$

b) $\exists x \neg P(x,a) \ \vdash\ \exists z \neg \forall y P(y,z)$

4. ¿Verdadero o falso? Justifique.

$$\exists x \exists y \neg(x = y) \ \models\ \neg \forall x(x = z)$$

Nota: Resuelva cada ejercicio en hoja separada. No es necesario que separe los ítems de cada ejercicio.