EXAMEN FINAL

Pablo Verdes Valeria Perez Mogetta Natalia Colussi Alejandro Hernández

1. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son finitos, cuáles son infinitos pero numerables y cuáles son no numerables? Justifique.

   a) $\{f : \mathbb{N} \to \{0,1\} \mid \forall n \in \mathbb{N} \;\; f(n) \leq f(n+1)\}$

   b) $\{f : \mathbb{N} \to \{0,1\} \mid \forall n \in \mathbb{N} \;\; f(n) \neq f(n+1)\}$

   c) $\{f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \mid \forall n \in \mathbb{N} \;\; f(n) \leq f(n+1)\}$

2. Sea $\Sigma = \{a, b\}$. Considere el lenguaje $L \subseteq \Sigma^*$ definido inductivamente como el menor conjunto tal que:

   i. $\lambda \in L$

   ii. Si $a \in \Sigma$ y $x \in L$ entonces $ax \in L$

   iii. Si $a, b \in \Sigma$ y $x \in L$ entonces $axb \in L$

   Se pide:

   a) Enuncie el Principio de Inducción Primitiva para L.

   b) Demuestre que toda cadena $x \in L$ también pertenece a $L_0 = \{a^i b^j \mid i \geq j\}$.
   (Nótese que de hecho $L = L_0$, pero en este ítem sólo se pide probar $L \subseteq L_0$.)

3. Defina f como función recursiva, donde:

$$f(x, y) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{y}}$$

   Nota: Puede asumir definidas las funciones $sum(x, y) = x + y$ y $prod(x, y) = x \cdot y$ como *FRP*.

4. Defina la siguiente función de lista:

$$g[x, y, Z] = \begin{cases} [x, y, Z] & \text{si } \exists t \in \mathbb{N}_0 \text{ tal que } x + 2t = y \\ \text{indefinida} & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

   <u>*Notas:*</u> (1) Puede asumir definidas las funciones $\triangleright$, $\triangleleft$, D_i, D_d, $\leftrightarrow$ y las básicas.
   (2) Justifique su respuesta mostrando la traza de F al ser aplicada a $[x, y, Z]$.

5. Sea $L = \{awa \mid w \in \{a,b\}^*\}$. Construya un AEF (determinista) que acepte el lenguaje L^2.

6. a) Construya un AEFND que acepte exactamente el lenguaje de las cadenas no nulas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$ que terminan en *bbb* o *bba*.

   b) Dé una expresión regular para dicho lenguaje.

7. a) Dé una expresión regular para el lenguaje $L = \{a^n b^m \mid n \geq 4, m \leq 3\}$.

   b) Dé una expresión regular para el complemento de dicho lenguaje.

8. Sea el lenguaje $L = \{a^n b^m c^k \mid n = m \ \vee \ m \leq k\}$.

   a) Construya un autómata de pila que acepte el lenguaje L.

   b) Dé una gramática independiente de contexto que genere el lenguaje L.

9. Construya una Máquina de Turing sobre el alfabeto $\Sigma = \{a,b,c\}$ que acepte el lenguaje:

$$L = \{w_1 w_2 \mid w_1 \neq w_2, |w_1| = |w_2|\}.$$

Tener en cuenta que:

- Suponemos que se dará a esta máquina una cinta donde sólo aparece una cadena (sucesión de símbolos contiguos), que tendrá que aceptar o rechazar. La máquina deberá comenzar su cálculo desde el primer blanco ubicado a la izquierda de la palabra:

$$\ldots \square\square\underline{\square}ccaababcaaa \ldots abbcaaaccb\square\square\square \ldots$$

- Si la máquina acepta la cadena deberá terminar el cálculo en la misma posición donde comenzó el cálculo. Si la rechaza, terminará sobre el primer símbolo de la misma.
- Debe proveer una descripción, lo más clara y detallada posible, del funcionamiento de la Máquina de Turing propuesta y de todas las máquinas auxiliares que defina. Esta descripción debe indicar dónde comienza y termina el cálculo cada una de las máquinas propuestas y cuál es su función específica. Brinde una descripción paso a paso del funcionamiento de cada una de ellas.