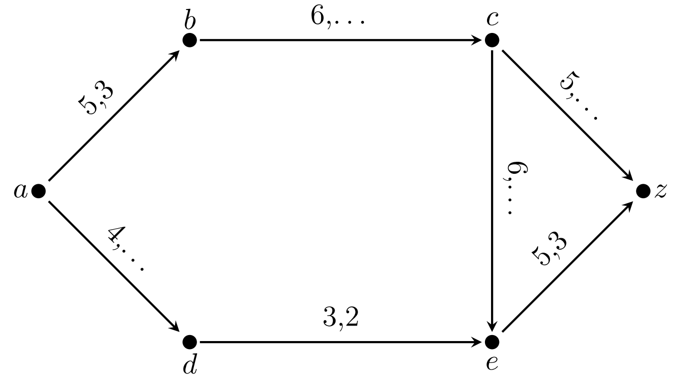
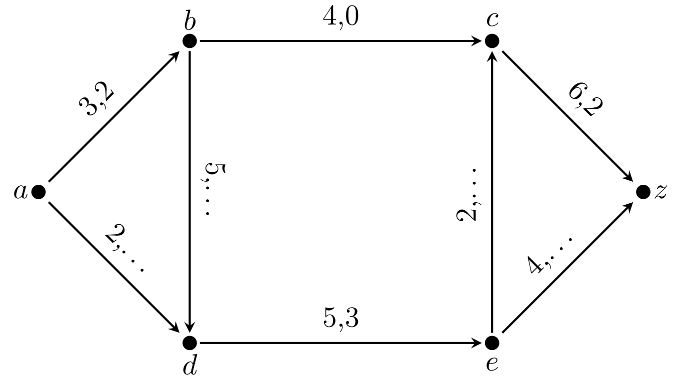
Práctica 9 - Flujo en redes

1. En cada uno de los siguientes ítems, encontrar los flujos en las aristas que faltan de manera que el resultante sea un flujo factible en la red dada. Determinar además el valor del flujo.

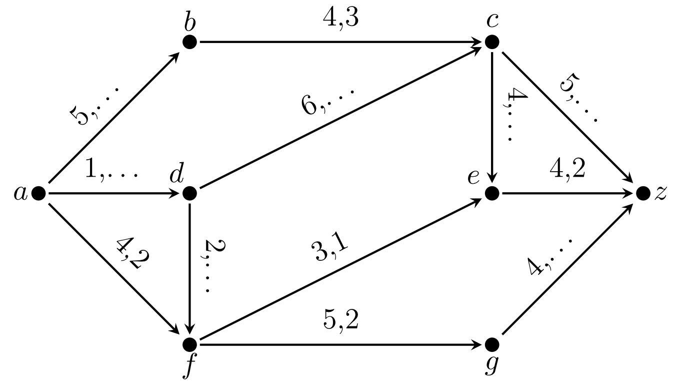
   a)



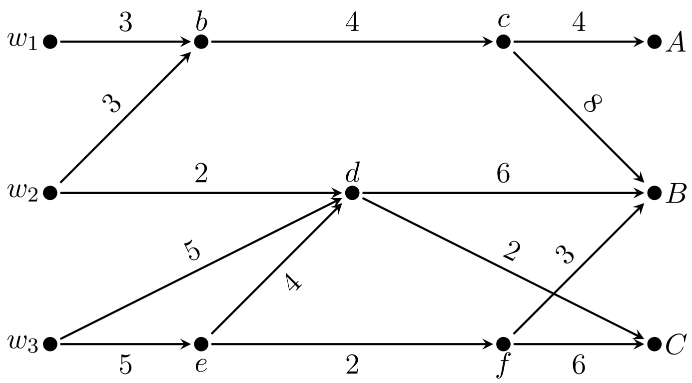
   b)



   c)



2. El siguiente grafo representa una red de bombeo por la que se entrega petróleo a tres refinerías, A, B y C, desde tres pozos w_1, w_2 y w_3. Las capacidades de los sistemas intermedios se indican en las aristas. Los vértices b, c, d, e y f representan las estaciones de bombeo intermedias.



a) Modelar este sistema como una red.

b) Modelar el sistema del item (a) como una red suponiendo que el pozo w_1 puede bombear a lo sumo 2 unidades, el pozo w_2 a lo sumo 4 unidades y el pozo w_3 a lo sumo 7 unidades.

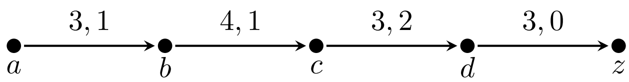
c) Modelar el sistema del item (b) como una red suponiendo, además de las restricciones sobre los pozos, que la ciudad A puede recibir a lo sumo 4 unidades, la ciudad B 3 unidades y la ciudad C 4 unidades.

d) Modelar el sistema del item (c) como una red suponiendo que, además de las restricciones sobre los pozos y las ciudades, la estación de bombeo intermedia d puede bombear cuanto mucho 6 unidades.

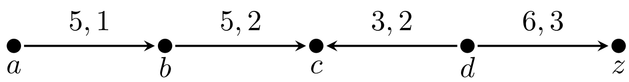
3. De un ejemplo de una red con exactamente dos flujos máximos distintos, donde el flujo de cada arista es un entero no negativo.

4. En cada uno de los siguientes ítems se muestra un camino f-aumentante en una red. Hallar la tolerancia de cada uno de estos caminos.

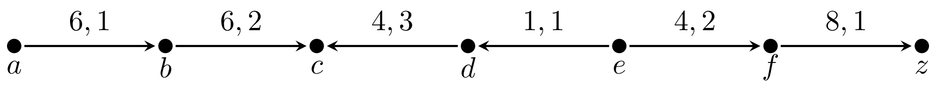
a)



b)



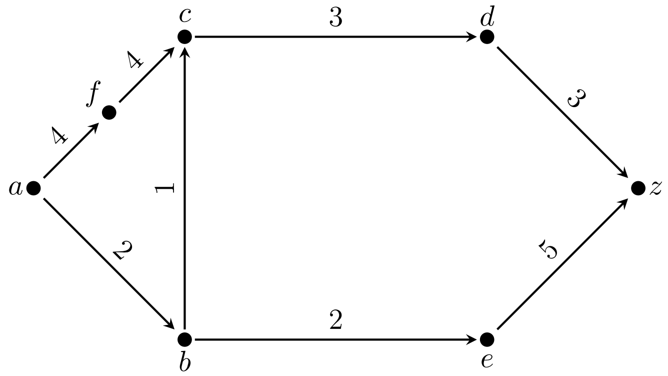
c)



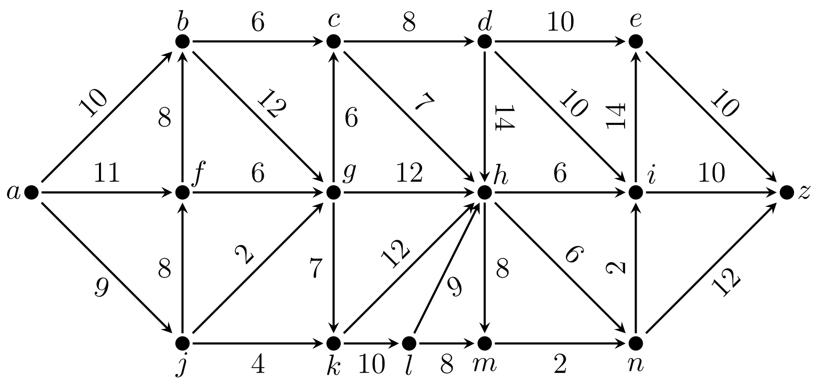
ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

5. En cada una de las siguientes redes, utilizar el algoritmo de *Ford-Fulkerson* para encontrar un flujo máximo.

   a)



   b)



   c) La red del Ejercicio 2, item (d).

6. Encontrar un flujo máximo en cada red del Ejercicio 1, comenzando con el flujo dado.

7. Para cada ítem del Ejercicio 1, encontrar la capacidad del corte $(S, \overline{S})$. Además, determinar si el corte es mínimo.

   a) Para el ítem (a), $S = \{a, d\}$.
   b) Para el ítem (b), $S = \{a, d, e\}$.
   c) Para el ítem (c), $S = \{a, b, c, d\}$.

8. Encontrar un corte mínimo en cada una de las redes de los ejercicios 1 y 5.

9. Sean $(S, \overline{S})$ y $(T, \overline{T})$ dos cortes en una red G.

   a) Probar que $(S \cup T, \overline{S \cup T})$ y $(S \cap T, \overline{S \cap T})$ son cortes, y vale

$$cap(S \cup T, \overline{S \cup T}) + cap(S \cap T, \overline{S \cap T}) \leqslant (S, \overline{S}) + (T, \overline{T})$$

   b) Probar que si $(S, \overline{S})$ y $(T, \overline{T})$ son cortes mínimos, entonces $(S \cup T, \overline{S \cup T})$ y $(S \cap T, \overline{S \cap T})$ también lo son.

10. Probar, usando flujos en redes, el teorema de König-Egerváry de matching (Si G es bipartito, entonces $\alpha'(G) = \beta(G)$).

    Sugerencia: Para un grafo bipartito $G[X, Y]$, construir una red de la siguiente manera. Agregar dos vértices a y z, con aristas dirigidas ax para cada $x \in X$, de capacidad 1, aristas yz para cada $y \in Y$, también de capacidad 1, y reemplazar cada arista xy de G, con $x \in X$, $y \in Y$, por la arista dirigida xy con capacidad ∞.

11. Un grupo de compañías mandan representantes a una conferencia. La cantidad de representantes que envía la compañía i-ésima es m_i. La conferencia se llevará adelante en distintos grupos de trabajo. La cantidad máxima de participantes que pueden formar parte del j-ésimo grupo es n_j. Todos los participantes deben formar parte de algún grupo de trabajo, pero no puede haber dos personas de la misma compañía en el mismo grupo.

    Mostrar de qué manera es posible utilizar flujo en redes para determinar si es posible cumplir con las restricciones mencionadas.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119