

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECÁNICA

VALPARAISO- CHILE

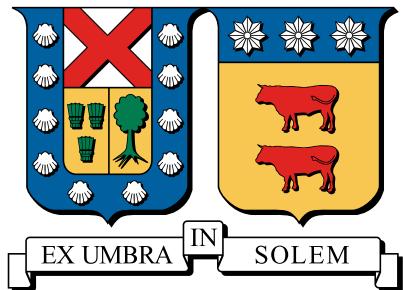
**“SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA  
RESOLUCIÓN A CORTO PLAZO EN TERRENO  
COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO  
MESO-MICROESCALA, SIMULACIÓN DE  
GRANDES VÓRTICES Y ASIMILACIÓN DE  
DATOS”**

Pablo Andrés Cárdenas Zamorano

Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica

Julio - 2018





**UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA**  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECÁNICA  
VALPARAISO- CHILE

**“SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA RESOLUCIÓN A CORTO  
PLAZO EN TERRENO COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO  
MESO-MICROESCALA, SIMULACIÓN DE GRANDES VÓRTICES Y  
ASIMILACIÓN DE DATOS”**

**PABLO ANDRÉS CÁRDENAS ZAMORANO**

Tesis de grado para optar al grado de:  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica  
y al título de:  
Ingeniero Civil Mecánico

Profesor Guía: Dr. Ing. Alex Flores

Profesor Correferente: XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Profesor Correferente externo: Dr. XXXXX XXXXXXXXXX

Julio - 2018



TITULO DE LA TESIS:

**“SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA RESOLUCIÓN A CORTO PLAZO  
EN TERRENO COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO MESO-MICROESCALA,  
SIMULACIÓN DE GRANDES VÓRTICES Y ASIMILACIÓN DE DATOS”**

AUTOR:

**Pablo Andrés Cárdenas Zamorano**

TRABAJO DE TESIS, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos para el Grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Ing. Alex Flores .....  
.....

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX .....

Dr. XXXXX XXXXXXXXXX .....

VALPARAISO, CHILE- 2018

*The more we learn about the world, and the deeper our learning, the more conscious, specific, and articulate will be our knowledge of what we do not know, our knowledge of our ignorance. For this, indeed, is the main source of our ignorance — the fact that our knowledge can be only finite, while our ignorance must necessarily be infinite*

*Karl Popper*

---

# Agradecimientos

Quiero agradecer enormemente a todas las personas que fueron parte de este largo proceso de tesis y en general a todas aquellas que me influenciaron directa e indirectamente a lo largo de mi vida. Sus influencias se manifiestan en mayor o menor medida en cada una de los párrafos de este trabajo.

Especialmente quiero agradecer a mis grandes amigos Laura, Sebastián y Pablo por todos los buenos momentos compartidos dentro de la universidad, por hacer de esta, una etapa inolvidable dentro de mi vida y por permitirnos el cuestionamiento constante de nuestras conductas, logrando así la mejora continua de nosotros mismos como persona con el fin de alcanzar en el futuro una sociedad más igualitaria, solidaria y libre.

Evidentemente, también agradecer a mi madre, a mi padre, por fomentarme desde niño una curiosidad permanente a los fenómenos que me rodean, a mis hermanos Iván y Rául, y a Fabián los cuales fueron testigos y soportaron mis excentricidades viviendo bajo el mismo techo y fueron también conejillos de indio de mis innumerables experimentos culinarios y también a mis pequeñas medias hermanas Amaya y Maite.

Quiero agradecer a todas las personas que tuve el privilegio de conocer y compartir dentro de la universidad en diversos contextos y que fomentaron mi desarrollo como profesional integral. A mis compañeros y compañeras de carrera, a mis amigos y amigas con las que participé dentro de la política universitaria, a la vocalía de género, a las grandes personas con la que conformamos el Centro de Alumnos de Mecánica 2015, a mis compañeros de banda, al Club de Música UTFSM, a los voluntarios y voluntarias del taller de robótica y a todas aquellas personas que hacían que el día a día dentro de esta universidad fuera menos monótono y más liberador.

Del mismo modo, quiero dar agradecimientos especiales a mis profesores de mecánica de fluidos y turbulencia, profesor Alex Flores, Carlos Rosales y Romain Gers, por la paciencia y por permitirme recibir el conjunto de conocimientos que, por una parte forman el núcleo en el que se sustenta esta tesis y que, por otra, me permitieron descubrir la belleza, los desafíos y los misterios de esta área.

Finalmente agradecer a la universidad y a la Dirección de Posgrado y Programas por

la preocupación constante y el financiamiento que permitieron mi mantención a través de este trabajo.



---

# **Abstract**



---

# **Resumen**

Con el fin de lograr una correcta predicción del recurso viento en terreno complejo en zonas muy localizadas, se llevaron cabo una serie de simulaciones numéricas multiescala con datos reales utilizando WRF-LES y la técnica de dominios anidados hasta una resolución mínima de aproximadamente 2 [m]. Luego de validar este acercamiento, se procedió a utilizar un modelo de asimilación de datos en el dominio mas pequeño con el fin de mejorar las soluciones obtenidas. Los resultados obtenidos muestran que es posible obtener predicciones certeras y que rescaten el comportamiento turbulento del viento a las escalas simuladas y que además, la asimilación de datos mejora considerablemente esta predicción, dando pie a un uso operativo de los códigos utilizados.



---

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>7</b>
<b>Abstract</b>	<b>10</b>
<b>Resumen</b>	<b>12</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>19</b>
<b>2. Caracterización de la Tesis</b>	<b>26</b>
2.1. Hipótesis . . . . .	26
2.2. Objetivos . . . . .	26
2.2.1. Objetivos Principales . . . . .	26
2.2.2. Objetivos Secundarios . . . . .	26
<b>3. Estado del Arte</b>	<b>28</b>
3.1. Simulación Multiescala y LES . . . . .	28
3.2. Simulaciones de Alta Resolución en Terreno Complejo . . . . .	31
3.3. Uso Operativo de Asimilación de Datos . . . . .	31
<b>4. Marco Teórico</b>	<b>32</b>
4.1. Leyes Fundamentales . . . . .	32
4.1.1. Conservación de la Masa . . . . .	32
4.1.2. Conservación de la Cantidad de Movimiento . . . . .	33
4.1.3. Conservación de la Energía . . . . .	34
4.1.4. Gas Ideal . . . . .	35
4.2. Dinámica Atmosférica . . . . .	36
4.2.1. Temperatura Potencial . . . . .	36
4.2.2. Gradiente de Temperatura . . . . .	36
4.2.3. Condiciones de Estabilidad . . . . .	37

4.2.4. Ecuaciones Primitivas . . . . .	38
4.2.5. Análisis de Escalas . . . . .	39
4.3. Turbulencia Hidrodinámica . . . . .	39
4.3.1. Fundamentos . . . . .	39
4.3.2. Cascada de Energía . . . . .	39
4.3.3. Hipótesis de Taylor . . . . .	39
4.4. Teoría de la Capa Límite Atmosférica . . . . .	40
4.5. Large Eddy Simulation . . . . .	40
4.6. Asimilación de Datos . . . . .	41
<b>5. Weather Research and Forecast (WRF)</b>	<b>44</b>
5.1. Aspectos Generales . . . . .	44
5.1.1. Ecuaciones Resueltas . . . . .	45
5.1.2. Discretización Espacial . . . . .	45
5.1.3. Discretización Temporal . . . . .	46
5.1.4. Aspectos Numéricos . . . . .	46
<b>6. Metodología</b>	<b>48</b>
6.1. Alcance de la Investigación . . . . .	48
6.2. Datos de entrada al modelo . . . . .	48
6.2.1. Bases de datos utilizadas . . . . .	48
6.3. Preproceso de la Asimilación de Datos . . . . .	50
6.4. Posproceso de los datos . . . . .	50
6.4.1. Interpolación de alturas . . . . .	50
6.4.2. Cálculo de Errores . . . . .	50
6.5. Caso de Validación: Terreno Plano Høvsøre . . . . .	51
6.5.1. Aspectos generales de las simulaciones . . . . .	51
6.5.2. Aspectos generales del proceso de asimilación de datos . . . . .	54
6.6. Caso de Estudio: Terreno Complejo Bolund . . . . .	55
6.6.1. Aspectos generales de las simulaciones . . . . .	55
6.6.2. Aspectos generales del proceso de asimilación de datos . . . . .	60
<b>7. Resultados</b>	<b>62</b>
7.1. Caso de Validación: Hovsore sin Asimilación de Datos . . . . .	62
7.2. Caso de Validación: Hovsore con Asimilación de Datos . . . . .	62
7.3. Caso de Estudio: Bolund sin Asimilación de Datos . . . . .	62
7.4. Caso de Validación: Bolund con Asimilación de Datos . . . . .	62

<b>8. Conclusiones</b>	<b>63</b>
<b>A. Incorporación de Bases de Datos de Alta Resolución</b>	<b>64</b>

---

# Índice de figuras

1.1.	Interfaz online del explorador eólico de la Universidad de Chile. . . . .	23
1.2.	Detalle del proyecto FONDEF ID16I10105. (a) Célula del sistema experimental de medición. (b) Prototipo en el laboratorio. . . . .	23
1.3.	Esquema de la sonda FONDEF ID16I10105. . . . .	24
3.1.	Separación de escalas en simulación atmosférica. . . . .	29
3.2.	Espectro de energía turbulenta multiescala. . . . .	30
5.1.	Estructura de la coordenada vertical. . . . .	45
6.1.	Distribución telescopica de los 7 mallas anidadas en el dominio numérico. . . . .	52
6.2.	Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d07). Para el dominio d07 se presenta la ubicación del punto de control (rojo) y la distribución de turbinas eólicas en la zona (negro). . . . .	53
6.3.	Distribución de la malla vertical. . . . .	54
6.4.	Distribución telescopica de los 8 mallas anidadas en el dominio numérico. . . . .	57
6.5.	Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d08). . . . .	58
6.6.	Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m. . . . .	59
6.7.	Distribución de la malla vertical. . . . .	60

---

# Índice de cuadros

6.1.	Dominio numerico espacial y temporal para simulación del caso Høvsøre.	51
6.2.	Valores característicos de cada dominio.	52
6.3.	Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.	52
6.4.	Características del proceso de DA.	55
6.5.	Dominio numerico espacial y temporal para simulación del caso Høvsøre.	55
6.6.	Valores característicos de cada dominio.	56
6.7.	Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.	56
6.8.	Características del proceso de DA.	61

---

# Capítulo 1

## Introducción

En el transcurso de los últimos años, es decir, desde la década de los 2000 en adelante, ha habido un aumento considerable en el uso de tecnologías renovables para la obtención de energía eléctrica a lo largo de todo el planeta. El consenso internacional de avanzar en pos de un desarrollo sustentable para la humanidad y que esta, a la vez, sea amigable con el resto de las especies y los recursos naturales, da la intuición de que es la manera correcta para progresar y por lo tanto se debe desplegar la mayor cantidad de capital humano para que estas tecnologías continúen en un proceso de mejora continua y se asegure el bienestar de toda la sociedad.

De manera mas concreta, esto se está llevando a cabo a través del uso e implementación de las Energías Renovables No Convencionales (en adelante ERNC) y que corresponden a la energía solar, a la energía hidráulica, la mareomotriz, undimotriz, geotérmica, biomasa y eólica. Para el alcance de este trabajo de tesis, se está interesado en la energía eólica, que es aquella energía que se extrae del viento en movimiento.

El recurso viento posee la particularidad de ser extremadamente variable en todo su espectro de escalas temporales y espaciales, es decir, desde los cambios que tiene en la escala climática (ciclos planetarios, cambio climático) hasta la microescala (escala turbulenta y disipación viscosa) y por ende la generación de energía a partir de esta es igualmente variable. De este modo, surge la necesidad de buscar maneras teóricas y prácticas para tenerla completamente determinada y así tener también determinada la potencia eléctrica que se puede generar de esta.

Para tener un acercamiento a la importancia de la correcta estimación del viento, consideremos la energía cinética del viento. Para un área arbitraria de magnitud  $A$  en

un tiempo  $t$  se tiene:

$$E = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} (A V t \rho) V^2 = \frac{1}{2} A t \rho V^3 \quad (1.0.1)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del aire y  $V$  es la rapidez del viento.  $A V t$  es entonces el volumen de aire pasando por el área  $A$  que se define como normal a la dirección de la velocidad del viento  $V$ . La potencia del viento (energía por unidad de tiempo) para el caso de una turbina eólica queda definida entonces como:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{1}{2} A \rho V^3 \quad (1.0.2)$$

Donde  $A$  pasa a ser ahora el área del rotor de la turbina. La potencia del viento, es entonces, proporcional al cubo de la velocidad del viento.

Se puede derivar la ecuación anterior para hallar una relación entre los errores relativos de las dos variables de interés. Derivando la ecuación anterior se obtiene:

$$dP = \frac{1}{2} A \rho \cdot d(V^3) = \frac{3}{2} A \rho V^2 dV \quad (1.0.3)$$

Y dividiendo ahora por la potencia eólica:

$$\frac{dP}{P} = 3 \frac{dV}{V} \quad (1.0.4)$$

Lo que significa que un error relativo (o porcentual) en una estimación de la velocidad del viento, conlleva a un error el triple mas grande para la potencia que se podría generar.

Este hecho sustenta la necesidad de tener predicciones para la rapidez del viento lo mas cercanas a la realidad que se puedan, ya que variaciones en la potencia que puede generar un parque eólico puede significar la no rentabilidad económica de este, entre otros problemas como mantenciones correctivas o fallas en la planificación de la mantención preventiva de las turbinas y la aparición esfuerzos no deseados en el aspa.

Por otro lado, en la práctica existe un conflicto permanente en que las zonas con mayor potencial eólico (i.e. aquellos lugares donde estadísticamente se tienen velocidades del viento lo suficientemente altas para que sea conveniente generar energía de estos), son aquellas que tienen terreno complejo, o sea, terreno con topografía no regular como las costas o montañas, esto debido a la aceleración que toma el viento al ajustarse a los contornos del suelo. Existe entonces una dicotomía entre que los lugares mas aptos para poner parques eólicos, son al mismo tiempo los mas turbulentos y los más difíciles de predecir.

Se está interesado entonces en buscar una manera de predecir el comportamiento del viento en su interacción con este terreno complejo. Históricamente se ha dependido de técnicas estadísticas (describiendo el viento a través de distribuciones de probabilidad) basadas en bases de datos que contienen mediciones del viento a lo largo de varios años. El problema con este acercamiento es que para el terreno complejo, en donde el comportamiento del viento es en gran parte no homogéneo, este no refleja el movimiento real ni los fenómenos no lineales (como el desprendimiento de la capa límite) dentro de la zona de interés. Aún así, si se quisiera aplicar estos métodos estadísticos, el volumen de instrumentación necesaria sería inmenso y por lo tanto, los costos asociados serían demasiado altos como para que se pudieran llevar a cabo en todos los lugares en donde se quisieran instalar turbinas.

Se busca entonces aplicar un método indirecto, y aquí es donde se ve atractivo predecir el comportamiento del viento a través de simulaciones numéricas. Evidentemente las simulaciones se encargarán de resolver las ecuaciones que rigen el comportamiento de la atmósfera. Estas ecuaciones son las llamadas ecuaciones primitivas y dan el paso a una rama de la meteorología llamada predicción numérica del clima (Numerical Weather Prediction NWP).

La predicción numérica del clima no es algo que se viene realizando desde hace poco. Las primeras simulaciones atmosféricas datan desde los años 20, en donde Lewis Fry Richardson logró hacer un pronóstico para 6 horas en dos puntos de Europa central. Este cálculo tardó cerca de dos semanas debido a que fueron realizados a mano. No fue hasta la década del 50, con la llegada de los computadores, que este campo pudo desarrollarse más intensivamente, principalmente gracias al trabajo desarrollado por el grupo de investigación de Carl-Gustav Rosby que logró un pronóstico de 6 horas operativo. Desde aquí en adelante, el avance exponencial de la computación y la sofisticación de las ecuaciones que modelan la atmósfera, permiten tener pronósticos cada día más precisos y para ventanas de tiempo cada vez mayores.

Si bien, las ecuaciones que permiten modelar la circulación planetaria de la atmósfera se conocen desde hace décadas, nuestra vida como seres humanos (o por lo menos la mayoría de nosotros) se confina a una pequeña parte de esta. Estamos haciendo referencia a la capa límite, aquella zona que está influenciada directamente por el terreno y que en promedio tiene una altura de 1[km]. Los fenómenos que afectan a la capa límite, como por ejemplo la turbulencia originada por los obstáculos, la transferencia de calor a la superficie terrestre o el intercambio de humedad con la vegetación, son características únicas de esta pequeña parte de la atmósfera.

Entonces, frente a esta latente necesidad de conocer el comportamiento del viento

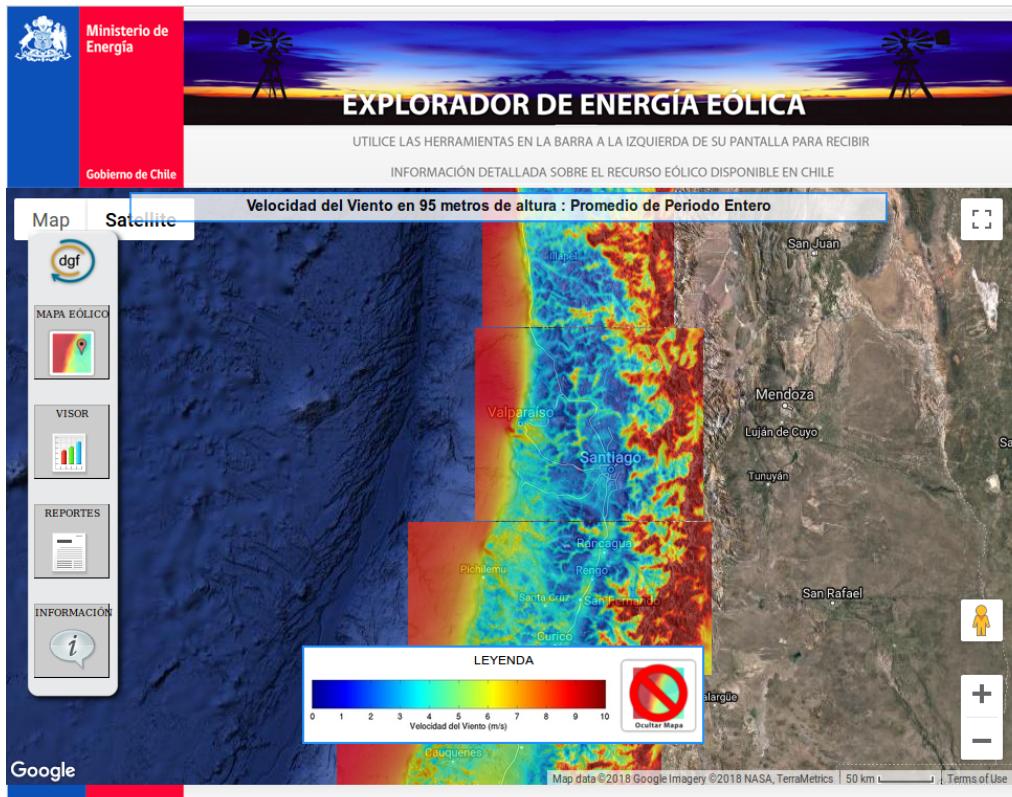
dentro de la capa límite para terreno complejo y aprovechando los avances en capacidad computacional que existen actualmente, es que se plantea el uso de simulaciones multiescala que permitan resolver desde las escalas planetarias hasta las escalas mas pequeñas relevantes para el caso de estudio y así obtener pronósticos fiables para zonas muy localizadas. Estos resultados no solamente serán útiles en términos de generación por energía eólica, si no que también sientan las bases de una manera vanguardista para predecir dispersión de contaminantes, zonas de recirculación, evolución de incendios, entre otros.

Aterrizando el tema de una manera mas local, Chile cada año está inaugurando nuevos parques eólicos debido al buen factor de planta que posee en ciertas zonas del país (según estudios del Ministerio de Energía en 1 2014). Hasta la fecha ya se han instalado mas de 600 turbinas eólicas y la tendencia es que este número siga aumentando. De la mano de la instalación de nuevas plantas, está la simulación numérica realizada para tener una estimación de la cantidad de energía que se puede llegar a generar. En el 2010, la Universidad de Chile entregó a la comunidad la herramienta online llamada Explorador Eólico, en esta se muestra el potencial que tiene gran parte de Chile el cual fue simulado a través del software libre WRF. Algunos resultados de esta herramienta se pueden ver en la Figura 1.1.

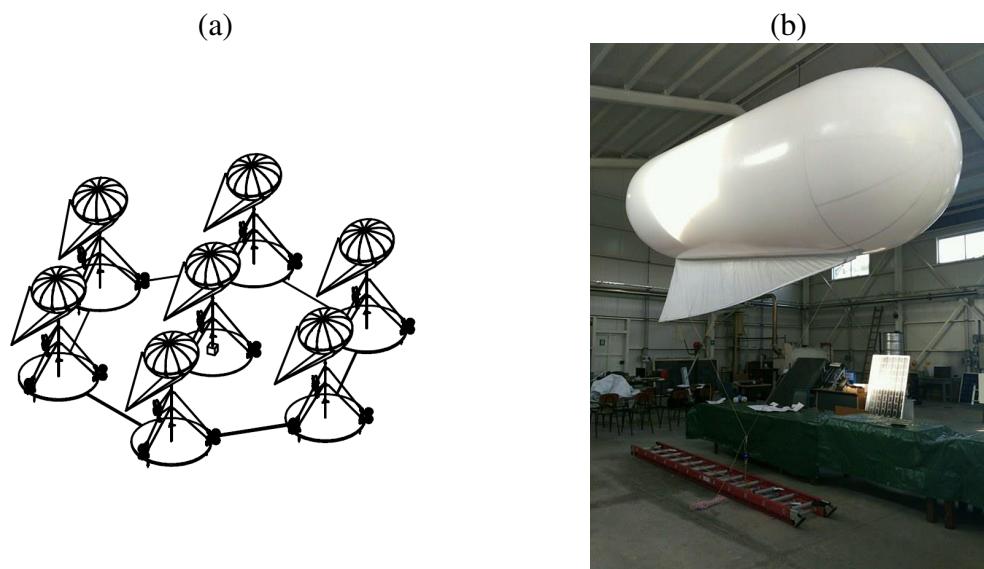
Si bien esta herramienta ha entregado a Chile información certera y que antes no existía, las simulaciones realizadas para el Explorador Eólico contemplaban malla numéricas con una resolución máxima de 1 [km], resolución que no es suficiente para resolver el comportamiento turbulento de microescala, ni para captar efectivamente las variaciones orográficas. El comportamiento del viento a lo largo de una superficie de 1 [ $\text{km}^2$ ] puede cambiar mucho, en especial si existe terreno complejo, y por lo tanto la ubicación o no de una turbina eólica requiere un análisis mas detallado del dominio.

El trabajo realizado en esta tesis se enmarca dentro del proyecto FONDEF ID16I10105: “Red multisensorial distribuida para la evaluación del recurso eólico con sondas aerotransportadas y georeferenciadas” cuyo objetivo práctico es diseñar un sistema de monitoreo en terreno para el viento a través de globos situados de forma estratégica en un terreno complejo. En las Figuras se pueden apreciar algunos detalles técnicos del trabajo que hasta el día de hoy se está realizando por parte del laboratorio de energías renovables de la universidad. Las simulaciones numéricas, las cuales son el núcleo de esta tesis, tienen cabida dentro de este proyecto en la parte donde es necesario predecir a corto plazo y en una zona muy localizada, el comportamiento futuro del viento en función de los valores medidos por las sondas (asimilación de datos).

El objetivo final de esta investigación será lograr un sistema robusto que obtenga una

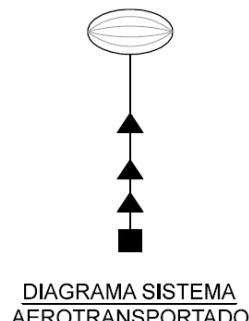
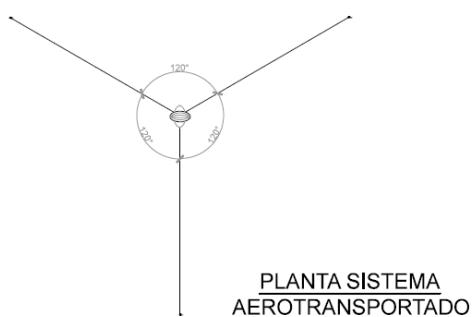
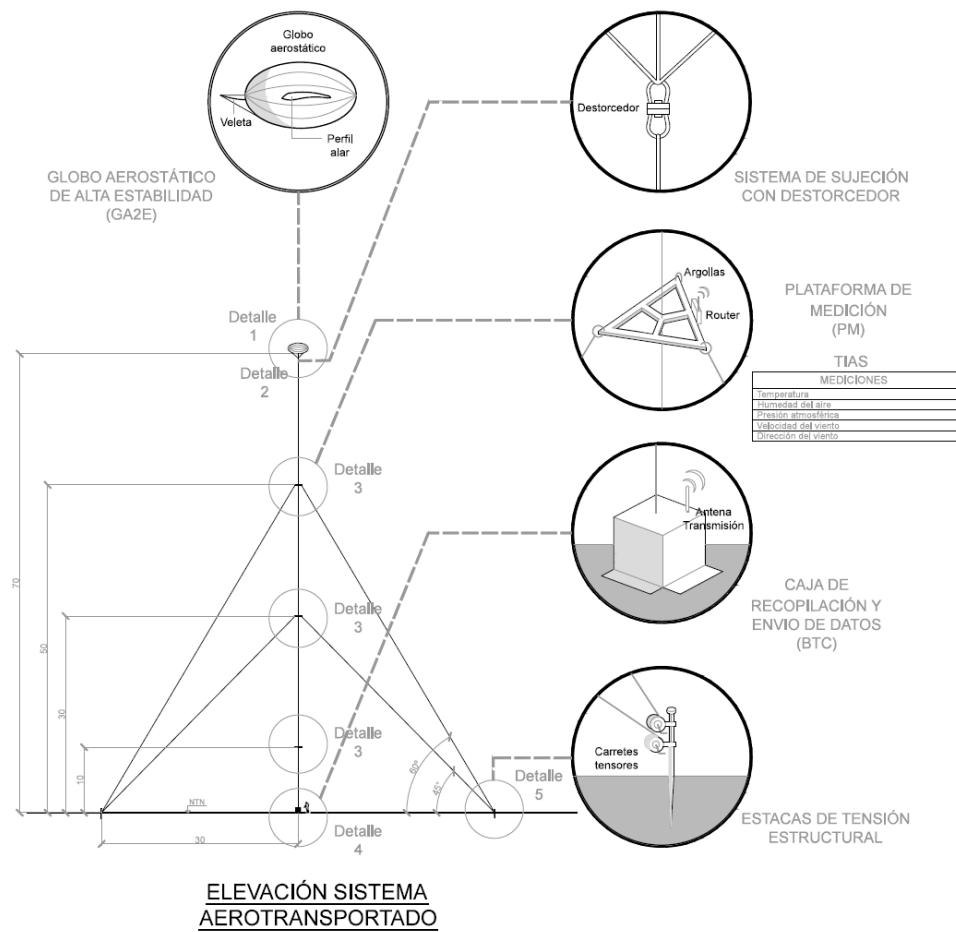


**Figura 1.1:** Interfaz online del explorador eólico de la Universidad de Chile.



**Figura 1.2:** Detalle del proyecto FONDEF ID16I10105. (a) Célula del sistema experimental de medición. (b) Prototipo en el laboratorio.

## AEROTRANSPORTADA AUTONOMA (EMA2)



**Figura 1.3:** Esquema de la sonda FONDEF ID16I10105.

buená aproximación del campo de viento futuro en función de datos medidos que se están obteniendo en tiempo real haciendo uso de simulaciones numéricas

Finalmente, a través de esta tesis se espera una descripción acabada de los fenómenos y problemáticas que abarca la tarea descrita anteriormente, además de un resumen de la bibliografía necesaria para que cualquier persona que quiera involucrarse en el campo de la simulación atmosférica pueda hacerlo de una manera sencilla. En el capítulo 2 se explican los últimos avances, problemáticas y consensos en torno a la simulación atmosférica multiescala y asimilación de datos. El capítulo 3 sienta las bases matemáticas, físicas y numéricas que enmarcan toda la investigación. En el capítulo 4 se detallan las particularidades del código WRF, que es el programa que se utilizó para realizar las simulaciones y el proceso de asimilación de datos. El capítulo 5 muestra la metodología de trabajo para poder obtener los resultados esperados, detallando la configuración con la que se llevaron a cabo los experimentos numéricos en WRF y la manera con la que se valida el modelo propuesto. En el capítulo 6 se exponen los resultados obtenidos. Finalmente en el capítulo 7 están las conclusiones de la investigación y los aspectos que quedan abiertos a la mejora.

---

# **Capítulo 2**

## **Caracterización de la Tesis**

### **2.1. Hipótesis**

Mejorar la precisión de los pronósticos para el viento obtenidos a través de simulaciones atmosféricas de alta resolución en terreno complejo incorporando de un esquema de asimilación de datos que vaya alimentando datos al sistema en tiempo real.

### **2.2. Objetivos**

#### **2.2.1. Objetivos Principales**

- Desarrollar un sistema de predicción de viento en terreno complejo de alta resolución en base al código WRF que proponga una mejora comparativa con respecto a los modelos existentes a través del uso de la asimilación de datos en la capa límite atmosférica.

#### **2.2.2. Objetivos Secundarios**

- Acoplar dominios de microescala y mesoescala en las simulaciones numéricas mediante una clausura de turbulencia a través del modelo LES.
- Estudiar el uso e incorporación de bases de datos de alta resolución para orografía y tipo de uso de suelo en el modelo WRF
- Estudiar fenómenos específicos de la capa límite planetaria por la interacción del viento en terreno complejo.
- Desarrollar y optimizar códigos relacionados con simulación atmosférica multiescala y asimilación de datos.

- Verificar y validar resultados obtenidos con aquellos presentes en el estado del arte y campañas de medición en terrenos reales.
- Hacer uso operativo del sistema incorporandolo a un sistema de medición remoto por redes multisensoriales de sondas distribuidas.
- Entregar a la comunidad una herramienta fiel, libre y gratuita para el diagnóstico de la atmósfera en su interacción con el terreno complejo.

---

# Capítulo 3

## Estado del Arte

Tomando en consideración lo amplio, en el sentido de las disciplinas que abarca, del trabajo de tesis, el resumen del estado del arte para este se llevará a cabo en tres secciones distintas.

Primero se revisará la creciente utilización de la Simulación de Grandes Vórtices (de aquí en adelante *Large Eddy Simulations* o LES) en la solución numérica de los modelos meteorológicos y los aspectos relacionados a la soluciones multiescala. Segundo, se verán las complicaciones y los desafíos que conlleva el realizar simulaciones de alta resolución en terreno complejo. Finalmente se mostrará el estado de la utilización de los métodos de asimilación de datos para el uso operacional en el contexto de las simulaciones atmosféricas.

### 3.1. Simulación Multiescala y LES

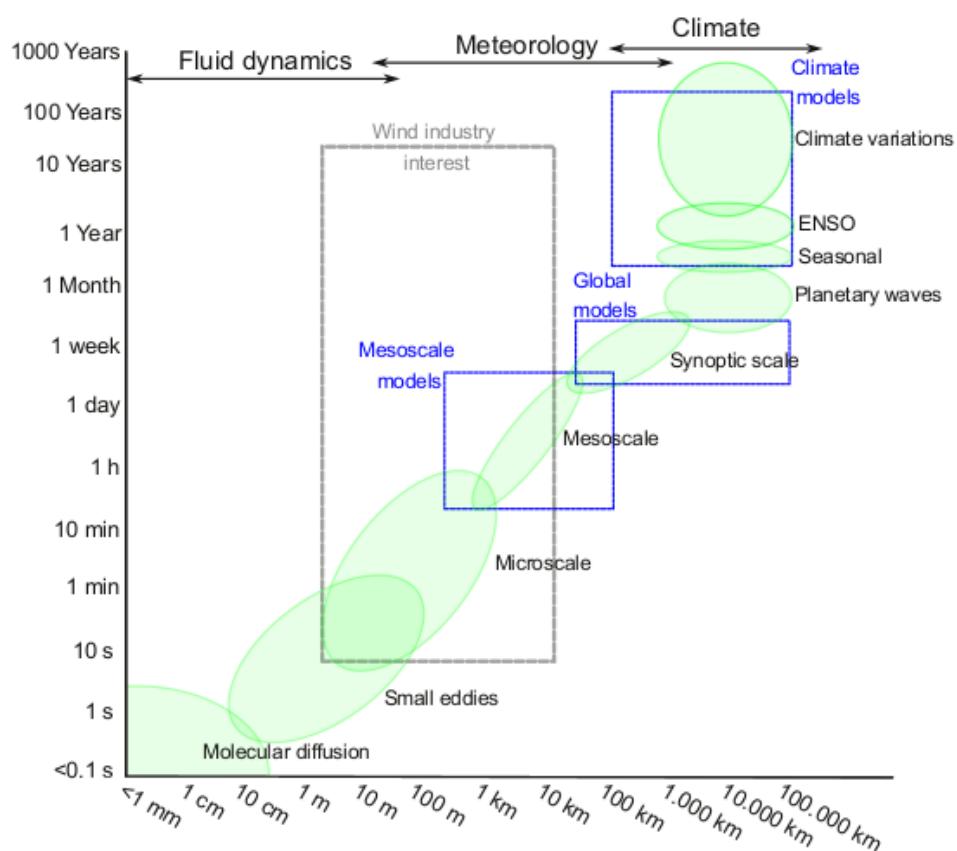
La predicción atmósferica en zonas localizadas, en especial en aquellas con terreno irregular, es un tema de especial relevancia en el contexto del cambio climático y de la contaminación ambiental. Actualmente las simulaciones climáticas regionales se realizan con una resolución de malla del orden de los kilómetros. Esto es, evidentemente, insuficiente para poder representar fehacientemente una topografía compleja, como puede ser la Cordillera de Los Andes, y por lo tanto, insuficiente también para resolver los fenómenos meteorológicos asociados a esta.

Ante esto, podría usarse un escalamiento estadístico para llevar las soluciones a una malla mas fina, sin embargo, este acercamiento no contempla las no linealidades que son la característica mas importante del comportamiento del fluido. Su contraparte por otro lado, el escalamiento dinámico, permite anidar mallas y resolver las ecuaciones

características para resoluciones cada vez mas bajas hasta lo que se desee resolver, teniendo como limitantes los costos computacionales, la precisión de las condiciones de borde y los modelos físico que se incorporarán a las ecuaciones.

Teniendo en consideración entonces los beneficios del escalamiento dinámico, se presenta ahora un espectro de escalas espaciales en donde van a estar situadas las distintas mallas anidadas en el problema. En este caso, la predominancia de los términos dentro de las ecuaciones no es única, i.e. en una escala donde la longitud característica sea del orden de los kilómetros, las fuerzas asociadas a la rotación de la tierra son de primer orden y en cambio las fuerzas viscosas pueden ser válidamente despreciadas, sin embargo, en una escala donde la longitud característica sea del orden de los metros, la importancia de la viscosidad no se puede despreciar y también es necesario comenzar a incorporar otros mecanismos como puede ser la flotación y la turbulencia.

Este problema dentro de las simulaciones climáticas, separa las áreas del conocimiento y de la aplicación de la mecánica de los fluidos, tal como se puede apreciar en la figura 3.1

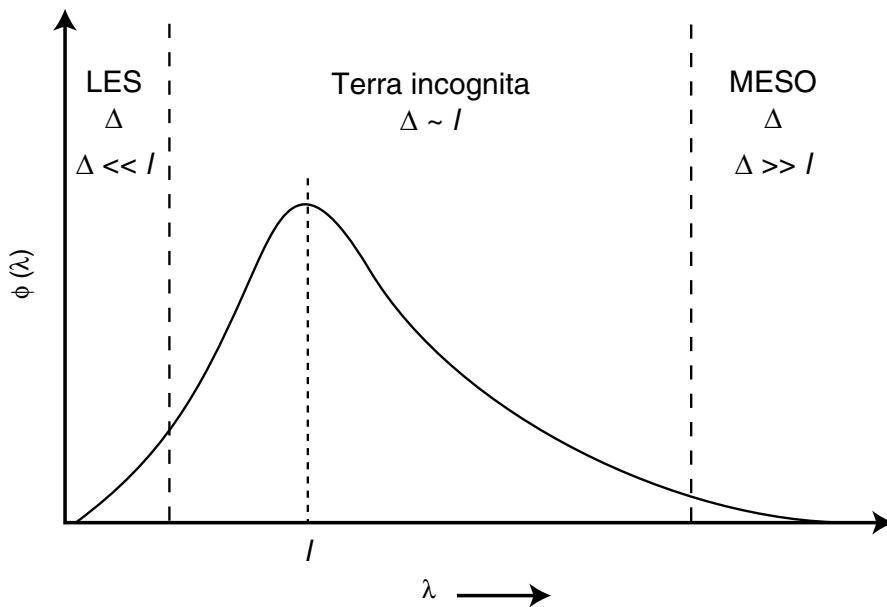


**Figura 3.1:** Separación de escalas en simulación atmosférica.

Cuando se lleva este problema a la modelación de la turbulencia, aparece un fenómeno

especial denominado *Terra Incognita*.

Utilizando la terminología de Wyngaard (2004), sea  $\Delta$  la escala del filtro espacial asociado a la solución de las ecuaciones de movimiento y  $l$  la escala característica de los vórtices en el rango inercial. La Figura 3.2 muestra como se vería el espectro de energía turbulenta dentro de estas escalas.



**Figura 3.2:** Espectro de energía turbulenta multiescala.

Para valores de  $\Delta \gg l$  asociados a la mesoscala, la producción de energía turbulenta queda por debajo del filtro y por lo tanto, tiene sentido que se modele a través de un esquema de submalla. Por otro lado, para valores de  $\Delta \ll l$  los vórtices que contienen la energía pueden ser completamente modelado por las ecuaciones y entonces no debe usarse un SGS (microescala).

Queda entonces el rango en donde  $\Delta \sim l$ . Dentro de este intervalo se desconoce cual es el comportamiento de los modelos atmosféricos ya que existe una doble representación de tanto los vórtices que se resuelven como los que se modelan.

En la práctica, el acercamiento para compensar este problema es definir los dominios de modo que se evite usar el modelo en el rango de la *Terra Incognita*.

### **3.2. Simulaciones de Alta Resolución en Terreno Complejo**

### **3.3. Uso Operativo de Asimilación de Datos**

---

# Capítulo 4

## Marco Teórico

### 4.1. Leyes Fundamentales

En esta sección se mostrarán las ecuaciones que rigen el movimiento de un cuerpo fluido. Se considera primero el caso arbitrario de un fluido cualquiera y luego se derivarán las leyes que rigen el movimiento atmosférico.

Sea un medio fluido cualquiera de densidad  $\rho$  y campo de velocidad  $u_i$ . Se define la derivada material como el cambio total de una variable a lo largo de su trayectoria.

$$d_t a = \partial_t a + u_i \partial_i a \quad (4.1.1)$$

Esta derivada permite unificar los enfoques lagrangianos y eulerianos de las leyes de conservación.

#### 4.1.1. Conservación de la Masa

La conservación de la masa queda descrita en el sentido euleriano de la forma:

$$\partial_t \rho + \partial_i (\rho u_i) = 0 \quad (4.1.2)$$

donde el primer término corresponde a la acumulación de masa dentro de un elemento diferencial de fluido, y el segundo, a los flujos de masa por las fronteras.

Cuando las fluctuaciones en la densidad no son elevadas, i.e. no violan la condición de incompresibilidad para el número de Mach  $M < 0,3$ , el término de acumulación es de un orden inferior al término asociado a los flujos y por lo tanto puede despreciarse.

La conservación de masa en su forma incompresible se escribe entonces como:

$$\partial_i u_i = 0 \quad (4.1.3)$$

Implicando que el volumen de un elemento diferencial de fluido se mantiene constante en toda su trayectoria material.

#### 4.1.2. Conservación de la Cantidad de Movimiento

La forma general de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento lineal es de la forma:

$$\rho d_t u_i = \rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i + \partial_j \sigma_{ij} \quad (4.1.4)$$

El lado izquierdo de la ecuación 4.1.4 representa la derivada material de la cantidad de movimiento y por lo tanto su transformación. En el lado derecho están las fuerzas de cuerpo  $\rho g_i$  (asociadas a las aceleraciones de gravedad, Coriolis o campos electromagnéticos), y los esfuerzos asociados a las fuerzas de superficie. Esta ecuación es válida para cualquier fluido.

En específico, para un fluido, las fuerzas de superficie vendrán dadas únicamente por la acción de la presión y de la viscosidad de la forma:

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (4.1.5)$$

La conservación de momentum para un fluido queda entonces:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p + \partial_j \tau_{ij} \quad (4.1.6)$$

En el caso de un fluido compresible, isotrópico, newtoniano y de viscosidad constante, el tensor de esfuerzos viscosos se define a través de su ecuación constitutiva:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu S_{kk} \delta_{ij} \quad (4.1.7)$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica y  $S_{ij}$  es el tensor tasa de deformación.

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j) \quad (4.1.8)$$

Nuevamente, cuando las variaciones de densidad son despreciables ( $M < 0,3$ ) la traza del tensor  $S_{ij}$  vale cero. Entonces, la conservación de cantidad de movimiento puede

expresarse de la siguiente forma:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p + \mu \partial_{jj} u_i \quad (4.1.9)$$

Esta es la ecuación de Navier-Stokes. Si se considera un fluido ideal, es decir  $\mu = 0$  se obtiene la ecuación de Euler.

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p \quad (4.1.10)$$

### 4.1.3. Conservación de la Energía

En primer lugar, se extrae una ecuación para la energía cinética haciendo una contracción simple de la ecuación 4.1.6 con  $u_i$ .

$$\rho \left[ \partial_t \left( \frac{u_i u_i}{2} \right) + u_j \partial_j \left( \frac{u_i u_i}{2} \right) \right] = \rho u_i g_i + u_i \partial_j \sigma_{ij} \quad (4.1.11)$$

Se define la energía cinética  $K$  como:

$$K = \frac{1}{2} u_i u_i \quad (4.1.12)$$

A través de la regla de la cadena podemos expresar la ecuación como:

$$\rho d_t K = \rho (\partial_t K + u_j \partial_j K) = \rho u_i g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) - \sigma_{ij} \partial_j u_i \quad (4.1.13)$$

Notar que ahora el segundo término del lado derecho representa el trabajo realizado por las fuerzas de superficie. El primer término corresponde al trabajo realizado por las fuerzas de cuerpo. Reemplazando con la ecuación constitutiva se obtiene:

$$\rho (\partial_t K + u_j \partial_j K) = \rho u_i g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) + p \partial_i u_i - \Phi \quad (4.1.14)$$

El tercer término representa ahora el trabajo por expansión o compresión de un elemento de fluido.  $\Phi$  es la pérdida de energía cinética por disipación viscosa y es un valor siempre positivo. Se puede demostrar que se puede escribir como:

$$\Phi = \tau_{ij} S_{ij} \quad (4.1.15)$$

La ley de la conservación de energía se deriva del teorema de transporte de Reynolds

y en su forma diferencial queda expresada como:

$$\rho d_t(e + K) = u_i \rho g_i + \partial_j(u_i \sigma_{ij}) - \partial_j q_i \quad (4.1.16)$$

Acá  $e$  es energía interna y  $q_i$  es el flujo de calor. Combinando la ecuación anterior con la ecuación 4.1.14 se obtiene una ecuación de transporte para la energía interna (ecuación de calor) en su forma mas general.

$$\rho (\partial_t e + u_j \partial_j e) = -\partial_i q_i - p \partial_i u_i + \Phi \quad (4.1.17)$$

Para el caso de un gas ideal, la magnitud de  $\Phi$  es despreciable con respecto al resto de los términos en la ecuación. Se introduce la definición de energía interna.

$$e = C_v T \quad (4.1.18)$$

Se puede demostrar que la ecuación de energía térmica para un gas ideal queda de la forma:

$$\rho C_p d_t T = -\partial_i q_i \quad (4.1.19)$$

El flujo de calor y la temperatura están relacionados a través de la ley de Fourier.

$$q_i = -k \partial_i T \quad (4.1.20)$$

Finalmente, la ecuación de calor para un gas ideal queda de la forma:

$$d_t T = \kappa \partial_{jj} T \quad (4.1.21)$$

Notar la naturaleza difusiva de la temperatura.  $\kappa = k/\rho C_p$  es la difusividad térmica.

#### 4.1.4. Gas Ideal

El acoplamiento de las leyes de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía introducen como incógnitas las variables  $u_i$ ,  $\rho$ ,  $p$  y  $T$ , por lo tanto solo se poseen 5 ecuaciones para 6 variables. La clausura del sistema (para gases) se lleva a cabo incorporando la ecuación de gas ideal que relaciona la presión termodinámica con la densidad y la temperatura.

$$p = \rho R T \quad (4.1.22)$$

De esta manera se tiene un sistema de ecuaciones cerrado.

## 4.2. Dinámica Atmosférica

Tomando en consideración las ecuaciones de conservación presentadas en la sección anterior, es fácil deducir el conjunto de ecuaciones que modelan el comportamiento de la atmósfera. La derivación de estas se puede encontrar en las referencias, sin embargo si ya se tiene un instinto físico con respecto a las fuerzas fundamentales explicadas anteriormente no debería ser sorpresiva la forma que toman estas ecuaciones.

Las diferencias entre las leyes deducidas en la sección anterior y la dinámica atmosférica son:

1. Se agregan de las aceleraciones de coriolis y centrífugas debido al marco de referencia no inercial que presenta la rotación de la Tierra.
2. Se incorporan los efectos debido a la curvatura de la Tierra.
3. Se anexa una ecuación de conservación de masa para la humedad en el aire.

Antes de escribir las ecuaciones en su forma final es necesario definir primero algunas variables auxiliares.

### 4.2.1. Temperatura Potencial

Generalmente en dinámica atmosférica es conveniente escribir la ecuación de conservación de energía en función de una nueva variable para la temperatura que permite entregar mas información acerca del estado térmico del ambiente.

Se introduce entonces la temperatura potencial  $\theta$ . Corresponde la temperatura de un elemento diferencial de fluido si se expande adiabáticamente hasta una presión de referencia  $p_s$  (generalmente la presión atmosférica). Este valor permanece constante para procesos secos y adiabáticos.

$$\theta = T \left( \frac{p_s}{p} \right)^{R/C_p} \quad (4.2.1)$$

Esta relación es conocida como la relación de Poisson.

### 4.2.2. Gradiente de Temperatura

Corresponde a la variación de temperatura con respecto a la altura. Es un parámetro muy importante en meteorología ya que permite clasificar la estabilidad de la atmósfera (la cual se define mas adelante). Se puede desprender una relación entre el gradiente de temperatura y la temperatura potencial tomando el logaritmo de la ecuación 4.2.1,

derivando con respecto a  $z$  y utilizando la ecuación de gas ideal. Esta relación queda como:

$$\frac{T}{\theta} \partial_z \theta = \partial_z T + \frac{g}{C_p} \quad (4.2.2)$$

Para el caso de una atmósfera en donde  $\theta$  es constante con respecto a su altura (estabilidad neutra), se obtiene el valor para el gradiente adiabático:

$$-\partial_z T = \frac{g}{C_p} = \gamma_d \quad (4.2.3)$$

El valor de  $\gamma_d$  es de 9,8 [°C/km] y es aproximadamente constante en la parte baja de la atmósfera.

### 4.2.3. Condiciones de Estabilidad

Se desprende de lo anterior que si la temperatura potencial varía con respecto a la altura, existe una desviación del gradiente de temperatura con respecto a su contraparte adiabática. Se escribe esta desviación como:

$$\frac{T}{\theta} \partial_z \theta = \gamma_d - \gamma \quad (4.2.4)$$

Si  $\gamma < \gamma_d$ , significa que  $\partial_z \theta > 0$  entonces un elemento diferencial de aire que se somete a un desplazamiento adiabático desde su posición de equilibrio va a tender a flotar hacia arriba cuando es desplazado hacia abajo y, de la misma manera, va a tender a flotar hacia abajo si es desplazado hacia arriba, de tal forma que independiente de su perturbación, este va a tender al equilibrio. Para este caso se habla de *atmósfera estable* o *establemente estratificada*.

Naturalmente, un elemento de fluido sometido a una perturbación en una atmósfera estable va a tener un movimiento oscilatorio hasta su equilibrio. A este movimiento se le denomina oscilación de flotabilidad.

Se puede hallar un valor para la frecuencia característica de estas oscilaciones si se considera la ecuación de conservación de cantidad de movimiento y una aproximación hidrostática frente a un pequeño desplazamiento  $\delta z$ .

La ecuación que modela la oscilación es:

$$d_z^2(\delta z) = -N^2 \delta z \quad (4.2.5)$$

Donde:

$$N^2 = g \partial_z \ln \theta \quad (4.2.6)$$

$N$  es una medida de la estabilidad de la atmósfera.

Notar que la ecuación 4.2.5 tiene como solución general la forma  $\delta z = A \exp(iNt)$ , por lo tanto si  $N^2 > 0$ , un elemento de fluido va a oscilar torno al equilibrio con periodo  $\tau_n = 2\pi/N$ .  $N$  es entonces la frecuencia de flotación o frecuencia de Brunt–Väisälä.

Para el caso donde  $N = 0$ , no existen fuerzas que aceleren un movimiento perturbado y un elemento de fluido estará en equilibrio neutro con un nuevo nivel. Para  $N^2 < 0$  ( $\theta$  disminuye con respecto a la altura), el desplazamiento incrementará exponencialmente en el tiempo.

Como resumen, se puede clasificar la estabilidad atmósferica según los siguientes criterios:

$$d_z \theta > 0 ; \text{ Estable}$$

$$d_z \theta = 0 ; \text{ Neutra}$$

$$d_z \theta < 0 ; \text{ Inestable}$$

#### 4.2.4. Ecuaciones Primitivas

Las ecuaciones en coordenadas esféricas son:

$$d_t u = \frac{uv \tan \phi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_x p - 2\Omega(w \cos \phi - v \sin \phi) + F_{rx} \quad (4.2.7)$$

$$d_t v = -\frac{u^2 \tan \phi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_y p - 2\Omega u \sin \phi + F_{ry} \quad (4.2.8)$$

$$d_t w = \frac{u^2 + v^2}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_z p + 2\Omega u \cos \phi - g + F_{rz} \quad (4.2.9)$$

$$d_t T = (\gamma - \gamma_d)w + \frac{1}{C_p} d_t H \quad (4.2.10)$$

$$d_t \rho = -\rho(\partial_i u_i) \quad (4.2.11)$$

$$d_t q_v = Q_v \quad (4.2.12)$$

$$p = \rho RT \quad (4.2.13)$$

### 4.2.5. Análisis de Escalas

## 4.3. Turbulencia Hidrodinámica

### 4.3.1. Fundamentos

naturaleza de la turbulencia, fenomenología,

### 4.3.2. Cascada de Energía

hipótesis de kolmogorov, derivar ley -5/3, espectro de energía cinética turbulenta.

### 4.3.3. Hipótesis de Taylor

Debido a la dificultad operativa y numérica que presenta el tener información instantánea de un campo de flujo en la capa límite atmosférica para caracterizar los distintos tamaños de los vórtices, G.I. Taylor sugirió que para ciertos casos especiales, es posible obtener información acerca del espectro de energía solo utilizando mediciones en un solo punto del espacio sobre un periodo de tiempo prolongado.

En la simplificación de Taylor, se habla de turbulencia congelada, es decir, el tiempo característico asociado a los vórtices turbulentos es muy menor que el tiempo característico de advección de los mismos.

Sea  $\phi$  una variable cualquiera, la hipótesis queda expresada como:

$$D_t \phi = 0 \quad (4.3.1)$$

Entonces, al desarrollar la derivada material, la forma general de la hipótesis de turbulencia congelada de Taylor es de la forma:

$$\partial_t \phi = -u_i \partial_i \phi \quad (4.3.2)$$

Para los fenómenos dentro de ABL, los cuales son predominantemente horizontales, es conveniente dejar todo expresado en función de la rapidez horizontal del viento  $V_h = \sqrt{u^2 + v^2}$ . De esta forma se tiene:

$$\partial_t \phi = -V_h \partial_{x_h} \phi \quad (4.3.3)$$

donde  $x_h$  es la dirección horizontal del viento.

Expresada en términos de la frecuencia y número de onda:

$$\kappa = \frac{f}{V_h} \quad (4.3.4)$$

Finalmente, la condición de turbulencia congelada es válida para un punto fijo según la sugerencia de Willis y Deardorff (1976):

$$\sigma_{V_h} < 0,5 \cdot V_h \quad (4.3.5)$$

donde  $\sigma_{V_h}$  es la desviación estándar de la velocidad horizontal del viento. Este valor es una medida de la intensidad de la turbulencia. Es decir, la hipótesis de Taylor se debe cumplir para flujos en donde la intensidad de la turbulencia es pequeña en relación a la rapidez del flujo medio.

## 4.4. Teoría de la Capa Límite Atmosférica

Se define la capa límite atmosférica (ABL) como la parte de la troposfera que está influenciada directamente por la presencia de la superficie terrestre y responde a las fuerzas superficiales en una escala de tiempo del orden de las horas o menor.

explicar fenómenos de la abl, turbulencia, explicar transporte turbulento e introducir la descomposición de Reynolds.

$$\rho u_*^2 = |\tau_s| \quad (4.4.1)$$

monin obukhov

## 4.5. Large Eddy Simulation

Considerando entonces la naturaleza multiescala de la turbulencia, es natural querer resolver los campos de flujo separando las escalas de producción (relacionadas con los grandes vórtices y el ingreso de energía) de las microescalas (relacionadas a los vórtices en la escala de Kolmogorov y a la disipación de energía).

La manera de realizar esto es aplicando un filtro a las variables de modo que actúe al nivel del espectro de energía, separando las escalas grandes de las pequeñas. Se introduce

entonces el operador de filtrado según Leonard(1974).

$$\bar{\phi}(x_i, t) = \int G(r_i, x_j) \phi(x_j - r_i, t) dr_i \quad (4.5.1)$$

Donde la integración se realiza en todo el dominio del flujo. Notar que el filtro corresponde a una operación de convolución en el sentido del análisis de Fourier. El kernel  $G$  del filtro satisface una condición de normalización:

$$\int G(r_j, x_i) dr_j = 1 \quad (4.5.2)$$

Se define entonces una magnitud residual basada en la operación de filtrado como:

$$\phi' = \phi - \bar{\phi} \quad (4.5.3)$$

Es decir, se depara la variable de interés en una parte filtrada y su residuo. Esta descomposición es, a priori, análoga a una descomposición de Reynolds.

Se debe tener en cuenta que el filtro es en el fondo un nuevo operador matemático que cumple sus propias propiedades y que permite separar las escalas grandes de las pequeñas. Para una mejor descripción teórica de lo que implica un operador de filtrado se puede recurrir a las referencias...

falta mucho...

## 4.6. Asimilación de Datos

Se busca minimizar la siguiente función de costo, que pondera los errores provenientes del modelo  $J_b$  (*background*) y de las observaciones  $J_o$ :

$$J(x) = \frac{1}{2}(x - x_b)^T B^{-1}(x - x_b) + \frac{1}{2}(Hx - y)^T R^{-1}(Hx - y) \quad (4.6.1)$$

$$J(x) = J_b + J_o \quad (4.6.2)$$

En este problema  $x = x_a$  es el valor que a posteriori minimiza la función de costo y por lo tanto es lo mas cercano al verdadero estado de la atmósfera.

El operador de observación  $H$  se encarga de hacer una interpolación 3D de la malla numérica al espacio de observación. En el paquete de asimilación del WRF esto se hace en dos pasos, una interpolación vertical y otra horizontal. El funcionamiento exacto se

desconoce porque las subrutinas que realizan esta operación no están comentadas, sin embargo existe una ponderación según distancias para los 4 puntos mas cercanos a la observación.

Teóricamente el problema variacional se soluciona minimizando el gradiente de la función de costo, es decir:

$$\nabla J(x) = B^{-1}(x - x_b) - H^T R^{-1}(y - Hx) = 0 \quad (4.6.3)$$

Dejando expresado el incremento como:

$$x_a - x_b = BH^T(HBH^T + R)^{-1}(y - Hx_b) \quad (4.6.4)$$

La ecuación anterior es fácil de entender si se identifican las matrices  $H B H^T$  que es la proyección del error del background en el espacio de observación y  $BH^T$  que es la proyección del error del background en espacio de background-observación.

En WRF, para hallar  $x_a$  se consideran los siguientes cambios de variables que disminuyen el costo computacional:

$$y'_o = y_o - H(x_b) \quad (4.6.5)$$

$$x' = Uv = x - x_b \quad (4.6.6)$$

Donde  $U$  se calcula convenientemente para que:

$$UU^T \approx B \quad (4.6.7)$$

$v$  es llamada la variable de control.

Notar que  $y'_o$  es el vector de innovación, i.e. la desviación entre la observación y el background.  $x'$  es el incremento de análisis.

Entonces podemos escribir el problema variacional como:

$$J(v) = \frac{1}{2}v^T v + \frac{1}{2}(y'_o - \bar{H}Uv)^T R^{-1}(y'_o - \bar{H}Uv) \quad (4.6.8)$$

Donde  $\bar{H}$  es el operador de observación linealizado.

En la práctica  $U$  es una aplicación recursiva de varios filtros que permiten que el proceso de asimilación sea menos costoso y que la variable de control cumpla con los balances atmosféricos.

La Ecuación 4.6.8 es la que se minimiza dentro del programa siguiendo el algoritmo de minimización Quasi-Newtoniano.

---

# Capítulo 5

## Weather Research and Forecast (WRF)

### 5.1. Aspectos Generales

El modelo ARW-WRF (Advanced Research WRF) es un modelo atmosférico (es decir, simula el comportamiento de la atmósfera) no hidrostático que resuelve el sistema de ecuaciones para flujo compresible en su forma conservativa y utilizando una coordenada vertical de masa (o de presión hidrostática). Su coordenada vertical está definida como:

$$\eta = \frac{p_{dh} - p_{dht}}{\mu_d} \quad (5.1.1)$$

Donde  $p_{dh}$  corresponde a la componente hidrostática de la presión del aire seco, y:

$$\mu_d = p_{dhs} - p_{dht} \quad (5.1.2)$$

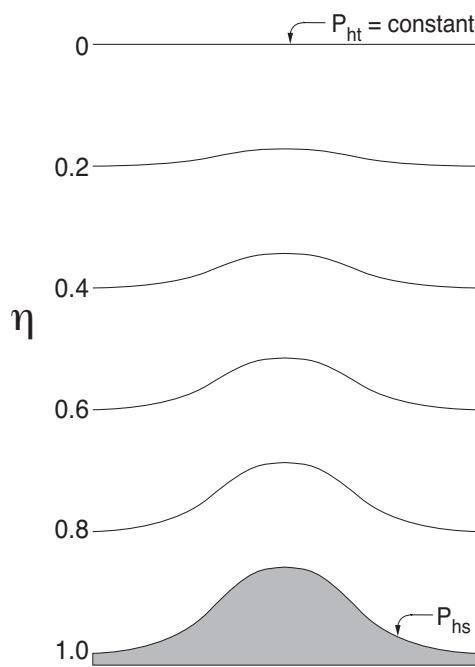
es la masa de aire seco para una columna. En estas ecuaciones los subíndices  $t$  y  $s$  corresponden a los límites superior (top) e inferior (surface) del dominio.

Las variables principales que resuelve el modelo son las velocidades covariantes ( $u, v, w$ ), masa de aire seco, el geopotencial, temperatura potencial ( $\theta$ ) y energía cinética turbulenta (TKE) de submalla (SGS). La ecuación de momentum, temperatura potencial, SGS TKE y otros escalares relevantes tienen una forma acoplada con la masa de aire seco, de la forma:

$$\partial_t(\mu_d\theta) + \partial_x(\mu_d u\theta) + \partial_y(\mu_d v\theta) + \partial_\eta(\mu_d w\theta) = F \quad (5.1.3)$$

Donde  $F$  es la suma de la mezcla turbulenta junto con otras fuerzas y

$$\omega = d_t \eta \quad (5.1.4)$$



**Figura 5.1:** Estructura de la coordenada vertical.

es la velocidad en la coordenada vertical. Notar que la ecuación 5.1.3 corresponde a una ecuación de conservación de un escalar pasivo.  $\theta$  es la temperatura potencial.

La discretización en el tiempo se realiza a través de un esquema de integración temporal múltiple. Este esquema separa los modos de alta frecuencia (i.e. ondas acústicas y de gravedad) de los modos de baja frecuencia (modo físico). ARW utiliza un esquema RK3 y durante cada paso en el RK, el modo de alta frecuencia que se propaga horizontalmente es integrado a través de un esquema *forward-backward* utilizando un paso de tiempo acústico, que es típicamente un orden de magnitud más pequeño que el paso físico, mientras que un esquema implícito es utilizado para el modo de alta frecuencia que se propaga de manera vertical.

### 5.1.1. Ecuaciones Resueltas

ecuaciones de euler, derivacion de las ecuaciones completas, etc.

### 5.1.2. Discretización Espacial

malla vertical, malla horizontal, arakawa c-grid, metodos anidados

### 5.1.3. Discretización Temporal

pasos de tiempo físico y acustico, pasos del rk3

### 5.1.4. Aspectos Numéricos

#### Filtros

filtro acustico, filtro polar, otros filtros

#### Advección

discretizacion numerica de la adveccion, limitadores, etc.

#### Difusión

La difusión y los flujos turbulentos calculados según el espacio físico ( $x, y, z$ ) se calculan haciendo uso de la métrica del espacio:

$$z_x = g^{-1} \delta_x \phi \quad (5.1.5)$$

$$z_y = g^{-1} \delta_y \phi \quad (5.1.6)$$

El término difusivo se agrega al lado derecho de las ecuaciones de Euler, junto al resto de las fuerzas externas. Estas se ven:

$$\partial_t U = \dots - m_x [\partial_x \tau_{11} + \partial_y \tau_{12} - \partial_z (z_x \tau_{11} + z_y \tau_{12})] - \partial_z \tau_{13} \quad (5.1.7)$$

$$\partial_t V = \dots - m_y [\partial_x \tau_{12} + \partial_y \tau_{22} - \partial_z (z_x \tau_{12} + z_y \tau_{22})] - \partial_z \tau_{23} \quad (5.1.8)$$

$$\partial_t W = \dots - m_y [\partial_x \tau_{13} + \partial_y \tau_{23} - \partial_z (z_x \tau_{13} + z_y \tau_{23})] - \partial_z \tau_{33} \quad (5.1.9)$$

Y el tensor de esfuerzos viscosos es:

$$\tau_{ij} = -\mu_d K_{h,v} S_{ij} \quad (5.1.10)$$

donde  $K_{h,v}$  es la viscosidad turbulenta en dirección horizontal o vertical según la ecuación y  $S_{ij}$  es el tensor tasa de deformación.

Para las malla no LES:

$$K_h = C_s^2 l^2 [0,25(D_{11} - D_{22})^2 + D_{12}]^{0,5} \quad (5.1.11)$$

Con  $C_s = 0,25$  y  $l = \sqrt{\Delta x \Delta y}$ .  $K_v$  queda definido según el esquema de parametrización utilizado para la capa límite planetaria.

Para las mallas con LES la viscosidad turbulenta se calcula en función de la energía cinética turbulenta  $e$  de la forma:

$$K_{h,v} = C_k l_{h,v} \sqrt{e} \quad (5.1.12)$$

donde  $C_k$  es una constante (normalmente  $0,15 < C_k < 0,25$ ) y  $l$  es un largo característico que se calcula en función de la isotropía de la malla, la resolución,  $e$  y la estratificación de la forma:

$$l_v = \min[\Delta z, 0,76\sqrt{e}/N] ; \quad N^2 > 0 \quad (5.1.13)$$

$$l_h = \Delta z ; \quad N^2 \leq 0 \quad (5.1.14)$$

$N$  es la frecuencia de Brunt-Väisälä.  $N = \sqrt{g/\theta d_z \theta}$

La clausura del modelo de turbulencia se hace considerando la ecuación de transporte para  $e$  como:

$$\partial_t(\mu_d e) + (\partial_i V_i e)_\eta = \mu_d (\text{producción} + \text{flotación} + \text{dissipación}) \quad (5.1.15)$$

Con:

$$\text{Producción} = K_h(D_{11}^2 + D_{22}^2 + D_{12}^2) + K_v(D_{33}^2 + D_{13}^2 + D_{23}^2) \quad (5.1.16)$$

$$\text{Flotación} = -K_v N^2 \quad (5.1.17)$$

$$\text{Dissipación} = -\frac{Ce^{3/2}}{l} \quad (5.1.18)$$

$$C = 1,9C_k + \frac{(0,93 - 1,9C_k)l}{(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}} \quad (5.1.19)$$

$$l = \min[(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}, 0,76\sqrt{e}/N] \quad (5.1.20)$$

## Microfísicas

detallar cada microfísica y su incorporación a las ecuaciones

---

# **Capítulo 6**

## **Metodología**

### **6.1. Alcance de la Investigación**

### **6.2. Datos de entrada al modelo**

#### **6.2.1. Bases de datos utilizadas**

##### **Información Geográfica**

La información estática que sirve como condición de borde inferior al modelo debe extraerse de datos satelitales u otros similares con el objetivo que sea uniforme y confiable. Esta información debe ser siempre georeferenciada (protocolo GIS).

WRF utiliza una base de datos estática lo suficientemente amplia como para poder satisfacer un uso normal del modelo, sin embargo, si se desea utilizar WRF en condiciones extremas, es decir, a escalas lo suficientemente pequeñas como para que las bases de datos no satisfagan la resolución, es necesario actualizar algunas bases de datos. La información a actualizar debe ser:

- Altura del Terreno: Para una obtención precisa de los niveles  $\eta$  en cada punto del dominio y por lo tanto una correcta representación del terreno complejo que va a ser el principal motivador de la turbulencia.
- Uso de Suelo: Posee la información acerca del % de vegetación, coeficiente térmico superficial y, lo más importante, el coeficiente de rugosidad ( $z_0$ ), que es el parámetro a utilizar para estimar los flujos superficiales.

Las bases de datos a utilizar en las simulaciones serán:

- GMTED2010: Dataset por defecto del WRF para la altura del terreno. Obtenida el año 2010 por la USGS y la NGA con una resolución de  $30'$ .
- ASTER: Es el único instrumento de alta resolución de la NASA ubicado en la plataforma Terra. Esta base de datos se hizo pública el año 2011 y entrega información de la altura del terreno con una resolución de  $1' (\approx 30 [m])$ .
- MODIS: Información obtenida por los satélites de la NASA. Entregan información en 20 categorías a una resolución de  $15' \text{ de arco}$ .
- Corine: Obtenida el año 2012 (proyecto CLC12) a través de imágenes satelitales con 100m de resolución para toda Europa. Posee 44 categorías y es la base de datos de uso de suelo abierta de más alta resolución existente hasta ahora. Para este trabajo se usa la versión 18.5 modificada del año 2016.
- Bolund: Los autores del experimento de Bolund entregan bases de datos de la orografía del terreno y el coeficiente de rugosidad para este con una resolución de 25 [cm]

## Incorporación a WRF

La manera en la que los datos descritos anteriormente son entregados, muchas veces no están en el formato en el que el preprocesador del modelo WRF (WPS) puede asimilarlo. Sin embargo, debido a los estándares exigidos para información georeferenciada, es posible manipularla de tal manera que puedan incorporarse al modelo. A continuación se describen algunos trabajos que debieron hacerse con las bases de datos.

1. ASTER: Cambio de formato de GeoTiff a binario.
2. Bolund Oro.: La información entregada por el experimento Bolund viene dada en un datúm UTM Z32, por lo cual se debe transformar a WSG84, además, debido a la lectura de la información, los autores trasladaron las coordenadas, por lo cual hubo que invertir esta traslación. Se debió transformar la altura del agua entregada (los autores por motivos de interpolación de mareas declaran un  $z = 0,75$  para agua) a un nivel de  $z = 0$ , para un correcto uso del modelo.
3. Corine: Se debió transformar su datúm nativo de ETRS89 a WSG84. Debido a que la clasificación de suelo por Corine no está implementada en WRF, se debe hacer un remapeo de los índices al formato USGS. Este procedimiento está descrito en Pineta et. al. (2004). Por otra parte, la resolución de los datos CLC12 son bastante gruesos en comparación con los entregados por ASTER 1s, luego el WPS presentó algunos errores en reconocer las masas de tierra y para solucionar esto se procedió a hacer una afinación manual de los datos CLC12 en las zonas relevantes para la

simulación. Esta afinación puede verse en las figuras anexas a este informe.

4. Bolund LU: Los autores del experimento entregan información acerca del  $z_0$  en el dominio de Bolund y en el mismo formato en el que entregan la orografía, por lo tanto se debieron hacer las mismas trasformaciones detalladas anteriormente y luego hacer calzar la información entregada con un índice de tipo de suelo y que además fuera consistente con las bases de datos de uso de suelo usadas en los dominios mas grandes.

### **Condiciones Iniciales y de Borde del Modelo**

Para inicializar el modelo y para proveer de información en los contornos cada 6 horas, se utilizan los datos de los análisis operacionales provenientes del modelo global GFS con resolución de  $0,5^\circ$  ( $\approx 55,6$  [km])

Por otra parte, como el dominio mas grande a simular cae dentro de lo que es una simulación de mesoscala y tomando en consideración las proyecciones debido a la curvatura de la tierra para esta zona en particular, se decide fijar la condición de borde superior para la coordenada vertical de presión a  $p_{dht} = 5000$  [kPa] siguiendo la recomendación del manual del programa.

La condición de borde inferior queda determinada por la información obtenida en los datos de uso de suelo para cada punto de la malla.

## **6.3. Preproceso de la Asimilación de Datos**

## **6.4. Posproceso de los datos**

### **6.4.1. Interpolación de alturas**

ley logarítmica.

### **6.4.2. Cálculo de Errores**

Considerando que el resultado final de las simulaciones realizadas es un archivo de texto con la serie de tiempo para los valores de  $u$ ,  $v$  y  $w$  para cada punto de interés en el dominio, es necesario definir una estimación del error entre la simulación realizada y la serie de tiempo medida en el mástil.

Se decide utilizar dos indicadores para llevar a cabo esta tarea: el MAE y el RMSE.

El MAE (*Mean Absolute Error*) entre dos variables continuas se calcula de la siguiente forma:

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - x_i| \quad (6.4.1)$$

Es un promedio del valor absoluto de los errores.

Si graficáramos la correspondencia de los datos en un gráfico de  $x$  vs  $y$ , el MAE correspondería al valor medio de la distancia horizontal entre cada punto y la línea  $x = y$ .

El RMSE (*Root Mean Squared Error*) por otro lado se calcula como:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2} \quad (6.4.2)$$

Y corresponde a la raíz de los momentos muestrales de segundo orden de la diferencia entre los valores a comparar, en otras palabras, es un análogo al MAE pero pondera con mayor importancia los errores mas grandes. Es un promedio de los errores al cuadrado.

## 6.5. Caso de Validación: Terreno Plano Høvsøre

### 6.5.1. Aspectos generales de las simulaciones

**Cuadro 6.1:** Dominio numérico espacial y temporal para simulación del caso Høvsøre.

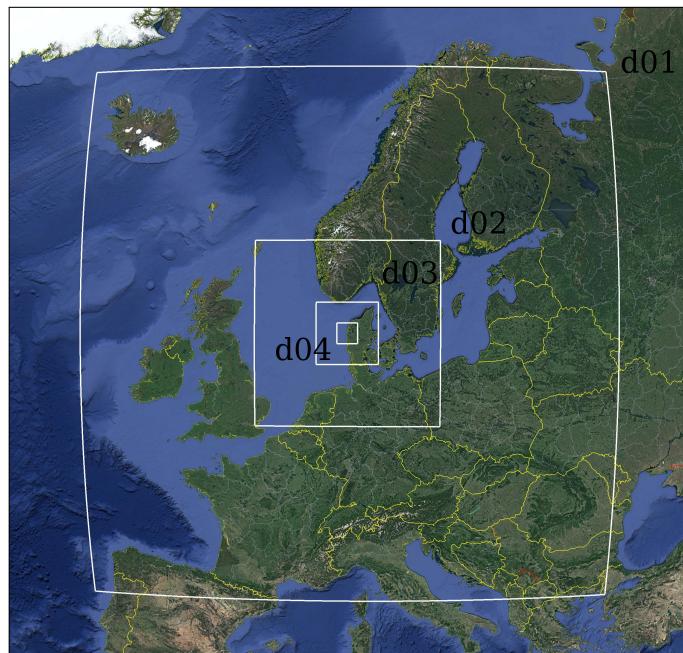
Parámetro	Selección
Fecha	2010-09-08
Hora Inicio	06:00:00
Hora Término	20:00:00
Puntos Malla Vert.	47
$P_{top}$	5000 kPa
# Dominios	7
Lat. Centro	56.447984
Lon. Centro	8.151570

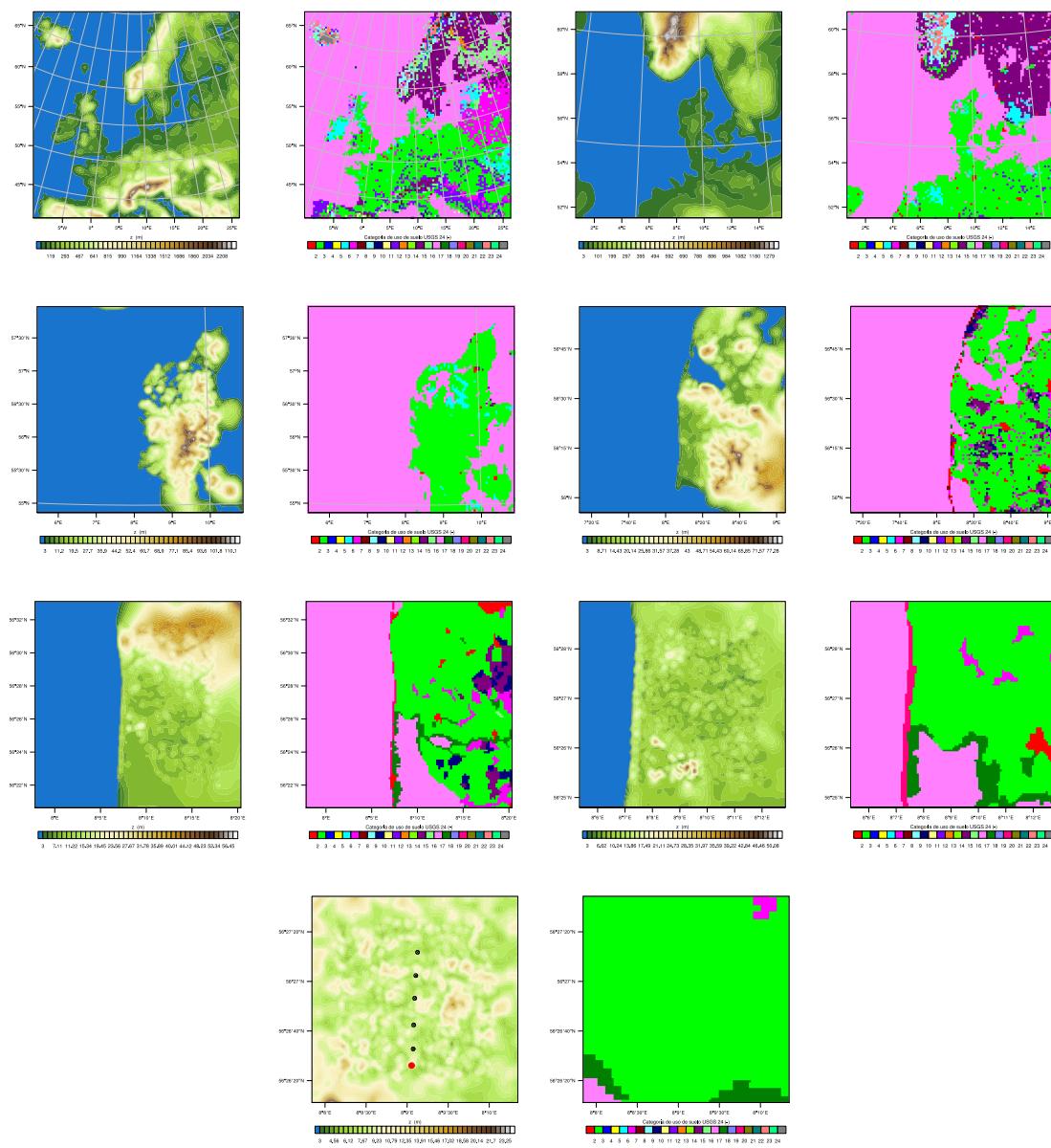
**Cuadro 6.2:** Valores característicos de cada dominio.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07
$N_x$	107	107	107	107	107	107	107
$N_y$	107	107	107	107	107	107	107
$\Delta x = \Delta y$ [m]	30000	10000	3333.3	1111.1	222.22	74.074	24.691
$\Delta t$ [s]	90	30	10	3.333	0.666	0.222	0.074
Orografía	GMTED2010	GMTED2010	GMTED2010	ASTER	ASTER	ASTER	ASTER
Uso de Suelo	USGS	USGS	USGS	CLC12	CLC12	CLC12	CLC12

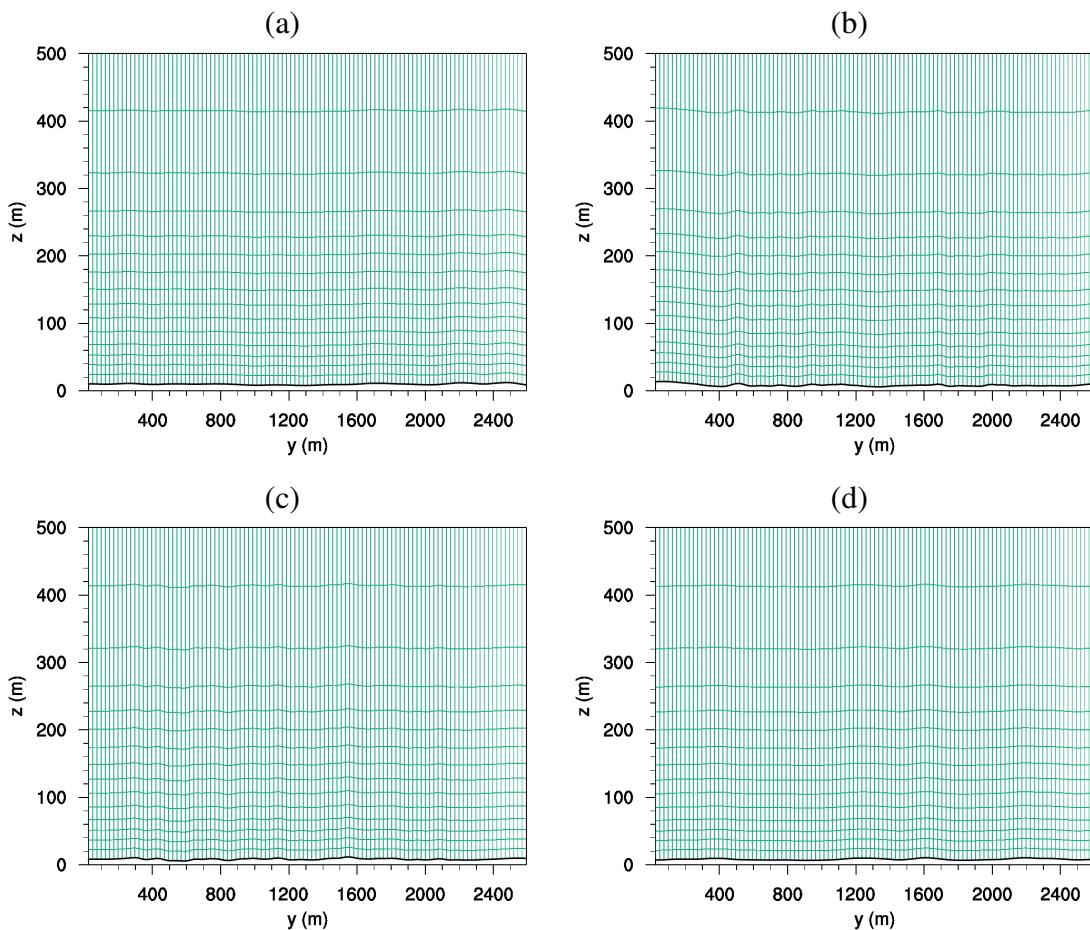
**Cuadro 6.3:** Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07
Micro-físicas	WSM5						
Cúmulos	Grell	Grell	–	–	–	–	–
Capa Superficial	MM5						
PBL	YSU	YSU	YSU	YSU	–	–	–
Modelo LES	–	–	–	–	1.5TKE	1.5TKE	1.5TKE
Modelo de Suelo	Difus.						
Rad. Onda Larga	RRTM						
Rad. Onda Corta	Dudhia						





**Figura 6.2:** Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d07). Para el dominio d07 se presenta la ubicación del punto de control (rojo) y la distribución de turbinas eólicas en la zona (negro).



**Figura 6.3:** Distribución de la malla vertical.

### 6.5.2. Aspectos generales del proceso de asimilación de datos

A modo de implementar una mejora para la simulación multiescala a alta resolución que se está realizando, es que se plantea la utilización de un método de asimilación de datos para poder anclar ciertos valores conocidos dentro de la simulación y así obtener resultados mas acordes a la realidad.

La base teórica de la asimilación de datos en WRF ya se mencionó en informes anteriores. A continuación se presentan la información relevante para la correcta ejecución del sistema de asimilación y su replicabilidad.

Los valores a asimilar son los valores tomados experimentalmente en el mástil meteorológico de Høvsøre y que se pueden ver en la Figura ??.

**Cuadro 6.4:** Características del proceso de DA.

Parámetro	Selección
Hora Inicio DA	06:00:00
Hora Término DA	12:00:00
Intervalo de DA	10 mins.
Puntos a Anidar	5
Variables	$u, v$
Lat. Mástil	56.440582
Lon. Mástil	8.150896
Alturas	10m, 40m, 60m, 80m, 100m

## 6.6. Caso de Estudio: Terreno Complejo Bolund

### 6.6.1. Aspectos generales de las simulaciones

Tomando en cuenta que la campaña de medición para el caso Bolund se llevó a cabo durante los meses de Enero y Febrero del 2008, fue necesario hallar un día en donde hubiera una estratificación atmosférica lo mas neutra posible, con el modo de tener resultados comparables con aquellos obtenidos en la literatura y simulados de manera ideal.

Convenientemente, en el informe técnico que detalla la campaña de medición, los autores presentan un gráfico para la longitud de Monin-Obukhov que permite identificar que los días 3-4 de Enero presentan una estratificación muy cercana a la neutra y por lo tanto se decide simular para esas horas.

**Cuadro 6.5:** Dominio numérico espacial y temporal para simulación del caso Høvsøre.

Parámetro	Selección
Fecha	04-01-2008
Hora Inicio	06:00 UTM
Hora Término	20:00 UTM
Puntos Malla Vert.	50
$P_{top}$	10000 kPa
# Dominios	8
Lat. Centro	55.70360
Lon. Centro	12.09840

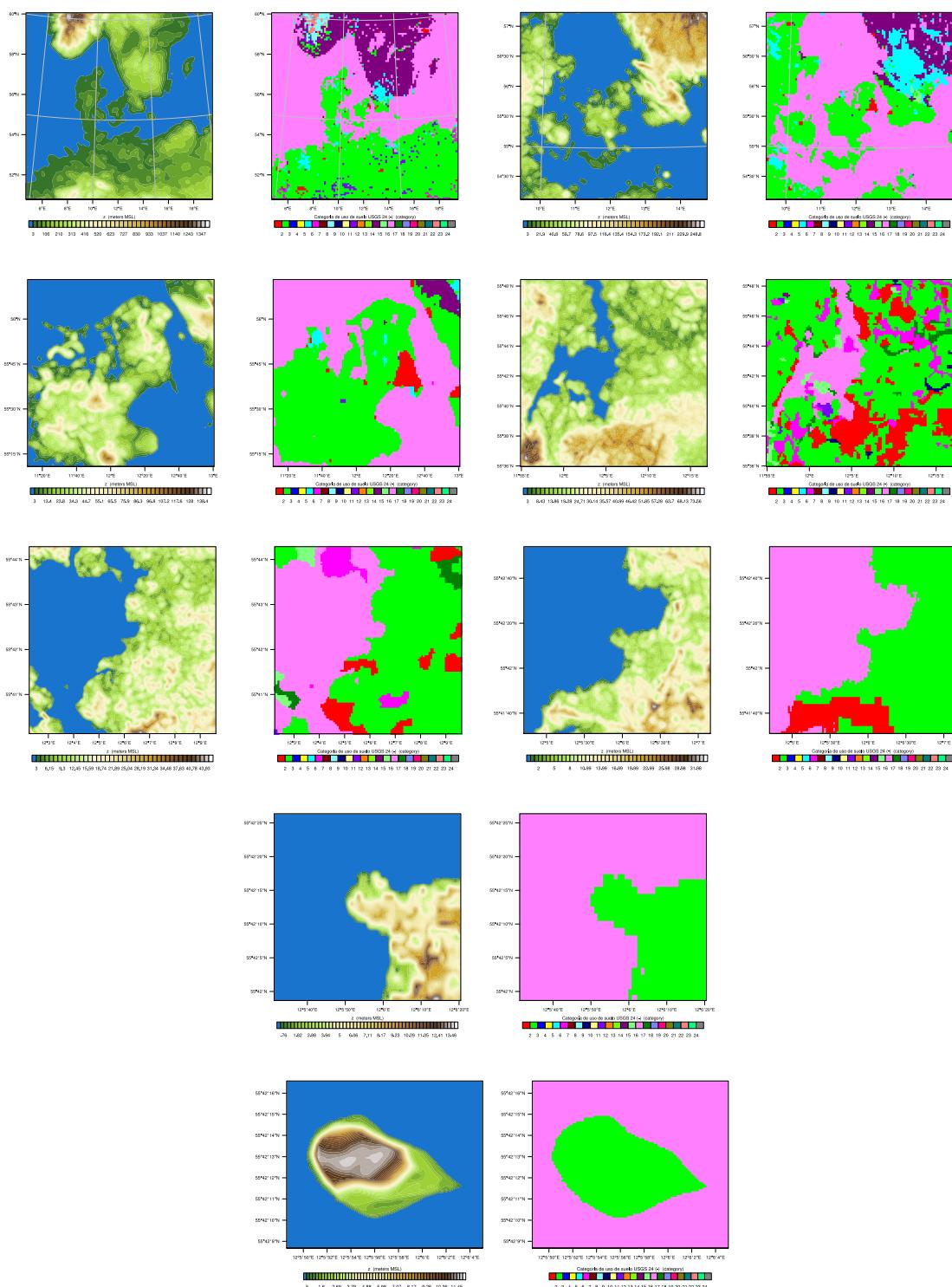
**Cuadro 6.6:** Valores característicos de cada dominio.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07	d08
$N_x$	106	106	106	106	106	106	106	106
$N_y$	106	106	106	106	106	106	106	91
$\Delta x, \Delta y$ [m]	10000	3333.3	1111.1	222.22	74.074	24.691	8.23045	2.74348
$\Delta t$ [s]	40	13.3333	4.4444	0.8889	0.2963	0.0988	0.0329	0.0110
Orografía	GMTED2010	GMTED2010	GMTED2010	ASTER	ASTER	ASTER	ASTER	Bolund
Uso de Suelo	USGS	USGS	USGS	CLC12	CLC12	CLC12	CLC12	Bolund

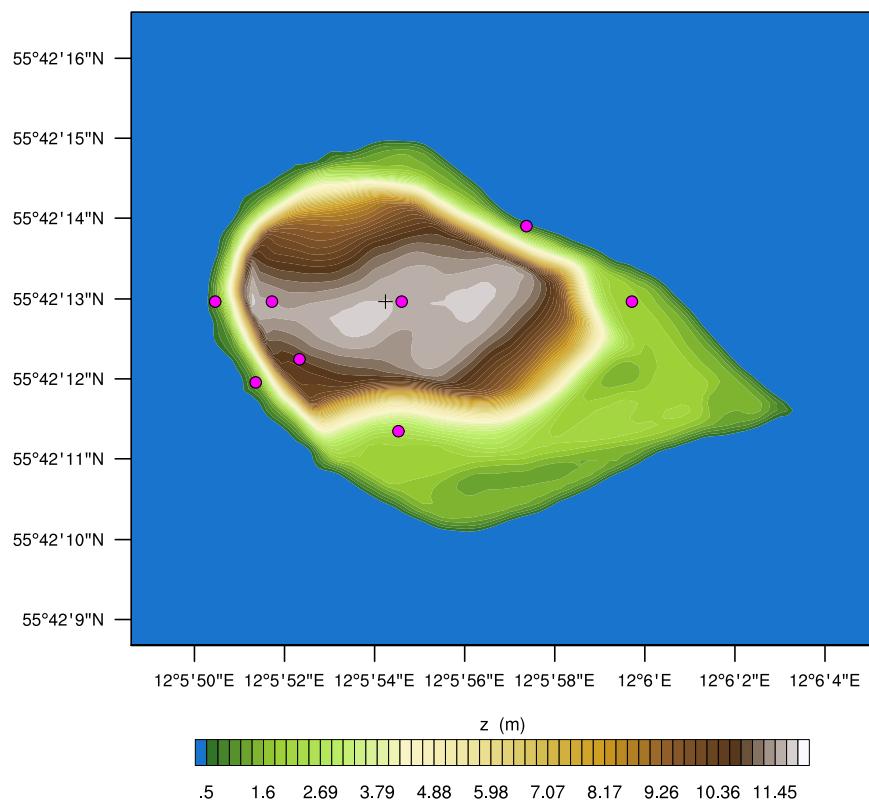
**Cuadro 6.7:** Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.



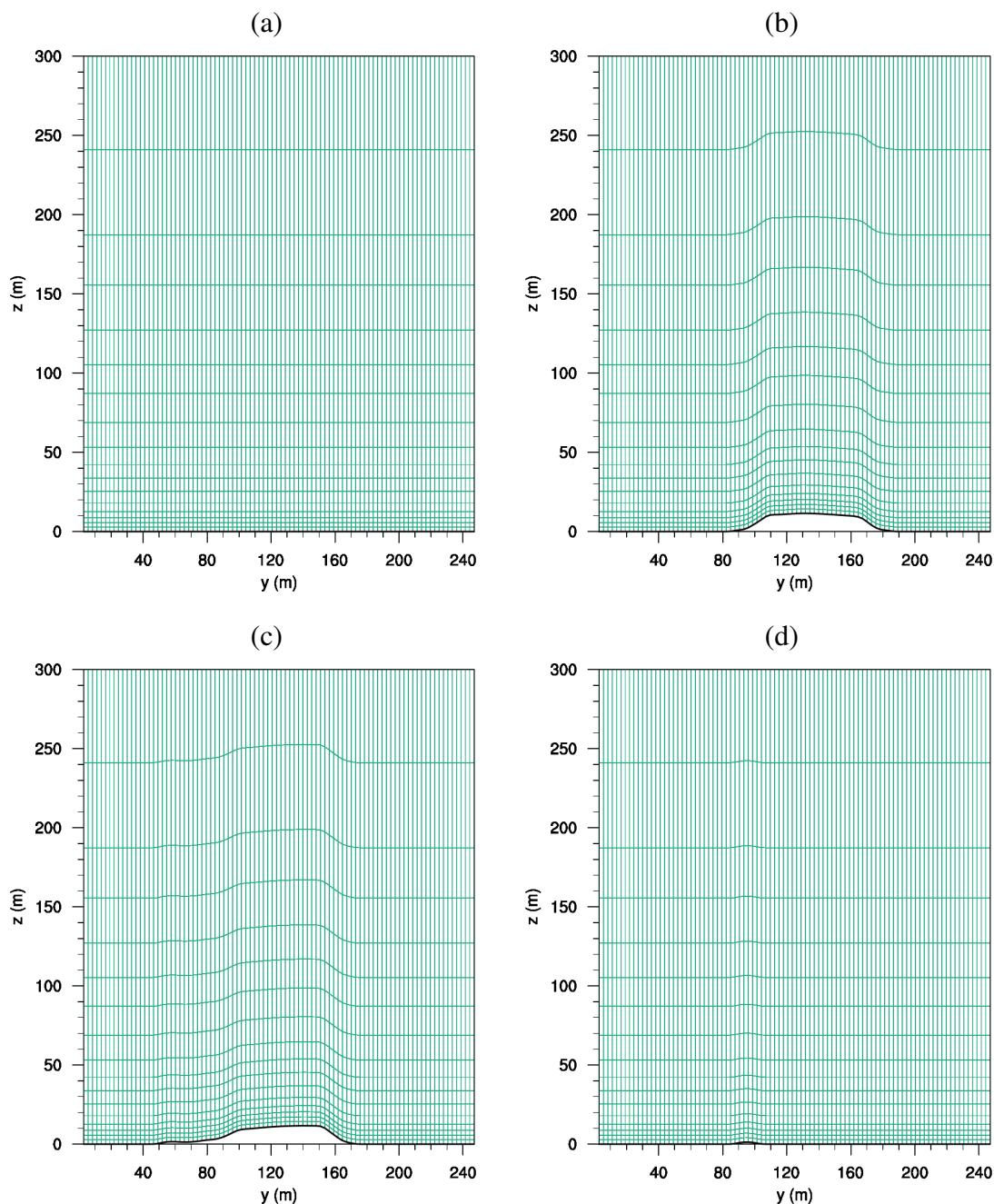
**Figura 6.4:** Distribución telescópica de los 8 mallas anidadas en el dominio numérico.



**Figura 6.5:** Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d08).



**Figura 6.6:** Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.



**Figura 6.7:** Distribución de la malla vertical.

### 6.6.2. Aspectos generales del proceso de asimilación de datos

**Cuadro 6.8:** Características del proceso de DA.

Parámetro	Selección
Hora Inicio DA	06:00:00
Hora Término DA	12:00:00
Intervalo de DA	10 mins.
Puntos a Anidar	??
Variables	$u, v$
Lat. Mástil	??
Lon. Mástil	??
Alturas	2m, 5m, 9m

---

# **Capítulo 7**

## **Resultados**

- 7.1. Caso de Validación: Hovsore sin Asimilación de Datos**
- 7.2. Caso de Validación: Hovsore con Asimilación de Datos**
- 7.3. Caso de Estudio: Bolund sin Asimilación de Datos**
- 7.4. Caso de Validación: Bolund con Asimilación de Datos**

---

# **Capítulo 8**

## **Conclusiones**

---

## **Apéndice A**

### **Incorporación de Bases de Datos de Alta Resolución**