

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
VALPARAÍSO - CHILE

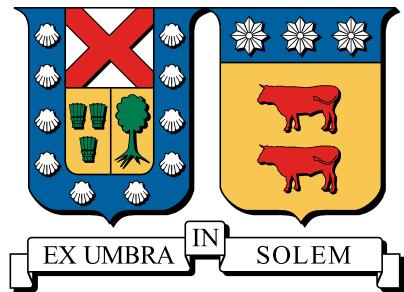
**SIMULACIÓN MULTIESCALA DEL VIENTO  
SOBRE TERRENO COMPLEJO MEDIANTE  
EL MÉTODO EMBEDIDO WRF-LES Y  
ASIMILACIÓN VARIACIONAL DE DATOS 4D**

**Pablo Andrés Cárdenas Zamorano**

Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica

Agosto - 2019





**UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA**  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
VALPARAÍSO - CHILE

**SIMULACIÓN MULTIESCALA DEL VIENTO SOBRE TERRENO  
COMPLEJO MEDIANTE EL MÉTODO EMBEDIDO WRF-LES Y  
ASIMILACIÓN VARIACIONAL DE DATOS 4D**

**PABLO ANDRÉS CÁRDENAS ZAMORANO**

Tesis de grado para optar al grado de:  
**Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica**  
y al título de:  
**Ingeniero Civil Mecánico**

Profesor Guía: Dr. Ing. Alex Flores Maradiaga  
Profesor Correferente: Dr. Carlos Rosales Huerta  
Evaluador Externo: Dr. XXXXX XXXXXXXXX

Agosto - 2019



TITULO DE LA TESIS:

**SIMULACIÓN MULTIESCALA DEL VIENTO SOBRE TERRENO COMPLEJO  
MEDIANTE EL MÉTODO EMBEDIDO WRF-LES Y ASIMILACIÓN  
VARIACIONAL DE DATOS 4D**

AUTOR:

**Pablo Andrés Cárdenas Zamorano**

TRABAJO DE TESIS, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos para el Grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Ing. Alex Flores Maradiaga .....

Dr. Carlos Rosales Huerta .....

Dr. XXXXX XXXXXXXXXX .....

VALPARAÍSO, CHILE , AGOSTO - 2019

*The more we learn about the world, and the deeper our learning, the more conscious, specific, and articulate will be our knowledge of what we do not know, our knowledge of our ignorance. For this, indeed, is the main source of our ignorance — the fact that our knowledge can be only finite, while our ignorance must necessarily be infinite*

*Karl Popper*

---

# Agradecimientos

Quiero agradecer enormemente a todas las personas que fueron parte de este largo proceso de tesis y, en general, a todas aquellas que me influenciaron directa e indirectamente a lo largo de mi vida. Sus influencias se manifiestan en mayor o menor medida en cada una de las líneas de este trabajo.

Especialmente quiero agradecer a mis grandes amigos Laura, Sebastián y Pablo por todos los buenos momentos compartidos dentro de la universidad. Por hacer de esta, una etapa inolvidable dentro de mi vida y por permitirnos el cuestionamiento constante de nuestras conductas, logrando así la mejora continua de nosotros mismos como persona con el fin de alcanzar en el futuro una sociedad mas igualitaria, solidaria y libre.

También agradecer a mi madre, a mi padre, por fomentarme desde niño una curiosidad permanente a los fenómenos que me rodean, a mis hermanos Iván y Rául, y a Fabián los cuales fueron testigos y soportaron mis excentricidades viviendo bajo el mismo techo y fueron también conejillos de india de mis innumerables experimentos culinarios.

Agradezco a todas las personas que tuve el privilegio de conocer y compartir dentro de la universidad y que fomentaron mi desarrollo como profesional integral. A mis compañeros y compañeras de carrera, a mis amigos y amigas con las que participé dentro de la política universitaria, a mis compañeros de banda, al Club de Música UTFSM, al taller de robótica y a todas aquellas personas que hacían que el día a día dentro de esta universidad fuera menos monótono y mas liberador.

Del mismo modo, quiero dar agradecimientos especiales a mis profesores de mecánica de fluidos y turbulencia, al profesor Alex Flores, Carlos Rosales, Romain Gers y Christopher Cooper, por la paciencia y por permitirme recibir el conjunto de conocimientos que, por una parte forman el núcleo en el que se sustenta esta tesis y que, por otra, me permitieron descubrir la belleza, los desafíos y los misterios de esta área.

Finalmente agradecer a la universidad y a la Dirección de Posgrado y Programas por la preocupación constante y el financiamiento que permitieron mi mantención a través de este trabajo y en el programa.



---

# Abstract

In order to achieve a correct wind resource prediction in complex terrain for localized areas, a series of multiscale meteorological numerical simulations with high resolution real data was carried out using the WRF atmospheric model and a LES turbulence closure. The meso-microscale coupling was done through nested domains until a resolution of approximately 2 [m] was reached. To correct the numerical simulation deviations and uncertainties, a four-dimensional data assimilation scheme in the innermost domain was proposed.

The implementation's validation is based in 4 cases. The first two correspond to a simulation at the turbine test site in Høvsøre, Denmark, which is a widely studied quasi-flat terrain. The first simulation validates the numerical approach and the second one shows the influence of the data assimilation in the boundary layer considering 5 levels of a meteorological mast located at the domain center.

The last two cases correspond to the application of the same methodology but in complex terrain to simulate the Bolund hill, also located in Denmark. These two simulations exposes: (i) the behavior of the model for a neutrally stratified wind flow with a separation bubble and, (ii) the multipoint data assimilation influence using information of 8 mast at 3 levels near the surface.

The obtained results shows that it is possible to obtain more accurate predictions that replicate the turbulent wind behavior at simulated scales and that, in addition, data assimilation improves the flat terrain prediction by 10 %. In complex terrain, the data assimilation fails to improve the solution due to the proximity of the measurements with the ground and the terrain induced forcing. However, all the research gives rise to an operational use of the proposed methodology and codes.

**Keywords** *Multiscale Simulation, LES, Data Assimilation, WRF, Atmospheric Boundary Layer, NWP, Atmospheric Turbulence, Wind Energy*



---

# Resumen

Con el fin de lograr una correcta predicción del recurso viento en terreno complejo para zonas muy localizadas, se llevaron cabo una serie de simulaciones numéricas meteorológicas multiescala con datos reales de alta resolución utilizando el modelo atmosférico WRF y una clausura LES para la turbulencia. El acoplamiento de las meso y microescala se logró a través de la técnica de dominios anidados hasta llegar a una resolución de aproximadamente 2 [m]. Para corregir las desviaciones e incertidumbres propias de una simulación numérica, se propuso utilizar un esquema de asimilación de datos cuatridimensional en el dominio mas interior.

La validación de la implementación se basa en 4 casos. Los primeros dos corresponden a una simulación en el sitio de pruebas de turbinas en Høvsøre, Dinamarca, el cual es un terreno quasi-plano ampliamente estudiado. La primera simulación valida el acercamiento numérico y la segunda muestra la influencia de la asimilación de datos en la capa límite considerando 5 niveles de un mástil meteorológico ubicado en el centro del dominio.

Los últimos dos casos corresponden a la aplicación de la misma metodología en terreno complejo para simular la colina de Bolund ubicada también en Dinamarca. Estas dos simulaciones exponen: (i) el comportamiento del modelo para un flujo de viento neutralmente estratificado con burbuja de separación y, (ii) la influencia de la asimilación de datos multipunto utilizando la información de 8 mástiles en 3 niveles cercanos a la superficie.

Los resultados obtenidos muestran que es posible obtener predicciones más certeras y que replican el comportamiento turbulento del viento a las escalas simuladas y que, además, la asimilación de datos mejora esta predicción en el caso de terreno plano en un 10 %. En terreno complejo, la asimilación de datos no logra mejorar la solución debido a la cercanía de las mediciones con el suelo y los forzamientos inducidos por el terreno, sin embargo toda la investigación da pie a un uso operativo de la metodología y los códigos propuestos.

**Palabras Clave** *Simulación Multiescala, LES, Asimilación de Datos, WRF, Capa Límite Atmosférica, NWP, Turbulencia Atmosférica, Energía Eólica*



---

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>Abstract</b>	<b>IX</b>
<b>Resumen</b>	<b>XI</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>XVI</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>XXII</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>XXIII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Hipótesis . . . . .	7
1.2. Objetivos . . . . .	7
1.3. Estructura del Documento . . . . .	7
<b>2. Estado del Arte</b>	<b>9</b>
2.1. Simulación Multiescala y Zona Gris . . . . .	10
2.2. Antecedentes de Modelación Turbulenta . . . . .	14
2.3. Alta Resolución y Terreno Complejo . . . . .	15
2.3.1. Importancia de la Estimación del Viento . . . . .	15
2.3.2. Problemáticas de la Simulación de Alta Resolución . . . . .	16
2.4. Uso Operativo de Asimilación de Datos . . . . .	27
2.5. Síntesis . . . . .	29
<b>3. Marco Teórico</b>	<b>30</b>
3.1. Leyes Fundamentales de un Fluido . . . . .	30
3.1.1. Conservación de la Masa . . . . .	31
3.1.2. Conservación de Momentum . . . . .	31
3.1.3. Conservación de la Energía . . . . .	32
3.1.4. Ecuación de Estado: Gas Ideal . . . . .	34
3.2. Dinámica Atmosférica . . . . .	35
3.2.1. Temperatura Potencial . . . . .	35
3.2.2. Gradiente de Temperatura . . . . .	36

3.2.3. Condiciones de Estabilidad . . . . .	36
3.2.4. Ecuaciones Primitivas . . . . .	38
3.3. Turbulencia Hidrodinámica . . . . .	39
3.3.1. Aspectos Generales . . . . .	39
3.3.2. Aleatoriedad y Descomposición de Reynolds . . . . .	40
3.3.3. Escalas de la Turbulencia . . . . .	41
3.4. Fundamentos de Capa Límite Atmosférica . . . . .	45
3.4.1. Estructuras de Capa Límite . . . . .	46
3.4.2. Esfuerzos Turbulentos . . . . .	49
3.4.3. Ecuación de Energía Cinética Turbulenta . . . . .	53
3.5. Large Eddy Simulation . . . . .	58
3.5.1. Filtrado . . . . .	59
3.5.2. Ecuaciones de Conservación Filtradas . . . . .	60
3.5.3. Modelación de los Esfuerzos Residuales . . . . .	61
3.6. Asimilación de Datos . . . . .	63
3.6.1. Análisis Variacional Tridimensional . . . . .	64
3.6.2. Matrices de Covarianzas <b>B</b> y <b>R</b> . . . . .	65
<b>4. Weather Research and Forecast (WRF)</b>	<b>67</b>
4.1. Aspectos Generales . . . . .	67
4.2. Ecuaciones Resueltas . . . . .	71
4.3. Aspectos Numéricos Relevantes . . . . .	74
4.3.1. Difusión . . . . .	74
4.3.2. Parametrizaciones Físicas . . . . .	76
4.4. Sistema de Asimilación de Datos WRFDA . . . . .	79
4.4.1. Modelación de <b>B</b> . . . . .	80
<b>5. Metodología de la Investigación</b>	<b>81</b>
5.1. Aspectos Generales . . . . .	82
5.1.1. Filosofía de la Investigación . . . . .	82
5.1.2. Resumen de la Metodología . . . . .	83
5.2. Selección de Dominios . . . . .	84
5.2.1. Caso I - Terreno Plano: Høvsøre . . . . .	84
5.2.2. Caso II - Terreno Complejo: Bolund . . . . .	85
5.3. Preproceso de la Información . . . . .	87
5.3.1. Condiciones de Borde de Suelo . . . . .	87
5.3.2. Condiciones de Borde Laterales . . . . .	89
5.3.3. Condiciones Iniciales . . . . .	89

5.4. Descripción del Proceso de Asimilación de Datos . . . . .	91
5.5. Detalle de Experimentos . . . . .	93
5.5.1. Caso I - Terreno Plano: Høvsøre . . . . .	93
5.5.2. Caso II - Terreno Complejo: Bolund . . . . .	97
5.6. Posproceso de los datos . . . . .	102
5.6.1. Interpolación para Series de Tiempo . . . . .	102
5.6.2. Definición de Métricas . . . . .	102
<b>6. Resultados Obtenidos y Análisis</b>	<b>104</b>
6.1. Caso I: Høvsøre . . . . .	104
6.2. Caso I: Høvsøre con Asimilación Puntual . . . . .	112
6.3. Caso II: Bolund . . . . .	117
6.4. Caso II: Bolund con Asimilación Multipunto . . . . .	134
<b>7. Conclusiones y Trabajo Futuro</b>	<b>150</b>
7.1. Trabajo Futuro . . . . .	151
7.2. Palabras Finales . . . . .	154
<b>A. Cálculo de Resultados para Bolund y Comparación Ciega</b>	<b>155</b>
<b>B. Incorporación de Bases de Datos de Alta Resolución</b>	<b>160</b>
<b>C. Tiempos de Cálculo de las Simulaciones</b>	<b>163</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>165</b>

---

# Índice de figuras

1.1.	Interfaz online del explorador eólico de la Universidad de Chile. . . . .	3
1.2.	Detalle del proyecto FONDEF ID16I10105. (a) Célula del sistema experimental de medición. (b) Prototipo en el laboratorio. . . . .	5
1.3.	Esquema de la sonda FONDEF ID16I10105. . . . .	6
2.1.	Separación de escalas para la dinámica atmosférica. Fuente: Montornes et al. (2017). . . . .	11
2.2.	Idealización de los distintos tamaños de vórtices dentro de un dominio en la zona gris de la turbulencia. Fuente: Montornes et al. (2017). . . . .	13
2.3.	Espectro de energía turbulenta multiescala. Fuente: Warner (2010) .	13
2.4.	Comparación entre las coordenadas usuales sigma (arriba) y el método de frontera inmersa (abajo). Fuente: Arnold et al. (2010). .	20
3.1.	Serie de tiempo para una componente de la velocidad en un flujo turbulento. Fuente: Pope (2000). . . . .	39
3.2.	Gráfico típico log-log de distribución de energía cinética turbulenta con respecto al número de onda $\kappa$ para un flujo con un número de Reynolds elevado. Fuente: Mathieu y Scott (2000). . . . .	43
3.3.	Evolución diurna de la estructura de la capa límite. Fuente: Wikimedia. . . . .	45
3.4.	Evolución del perfil de $\theta_v$ en el ciclo diurno. Fuente: Stull (1988) .	49
3.5.	Variación espacial y temporal de TKE modelada. Fuente: Stull (1988). .	55
3.6.	Términos normalizados en la ecuación de TKE para el día. Las áreas sombreadas corresponden a un rango de valores. Todos los términos son adimensionados por $w_*^3/\delta$ . Fuente: Stull (1988). . . . .	55
3.7.	Términos normalizados en la ecuación de TKE para la noche (18:00 y 02:00). Fuente: Stull (1988). . . . .	56
3.8.	Curva superior: una muestra de un campo de velocidad $u$ y su correspondiente campo filtrado $\bar{u}$ (en negrita). Curva inferior: campo residual $u'$ y campo residual filtrado $\bar{u}'$ (en negrita). Fuente: Pope (2000). . . . .	59
4.1.	Estructura de la coordenada vertical. Fuente: Skamarock et al. (2008).	68

5.1.	Fotografía del terreno en Høvsøre. . . . .	84
5.2.	Fotografías de la colina de Bolund. . . . .	86
5.3.	Esquema del proceso de asimilación de datos. . . . .	91
5.4.	Información de los dominios de simulación. (a) Dominios d01-d04. (b) Dominios d05-d07. (c) Dominio d07 con el punto de control. (d) Distribución de la malla vertical en escala 4:1. . . . .	94
5.5.	Distribución telescopica de los 8 mallas anidadas en el dominio numérico. . . . .	98
5.6.	Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m. . . . .	99
5.7.	(a) Distribución de la malla vertical en la mitad del dominio. (b) Detalle en el ángulo abrupto. Todo en escala 1:1. . . . .	99
6.1.	Ciclo diurno-nocturno del perfil de temperatura potencial en el mástil meteorológico. (a) Resultados cada 20 minutos del perfil de $\theta_v$ . (b) Corresponde al detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica ( $\delta \approx 750$ [m]). . . . .	105
6.2.	(a) Componente $u$ de la velocidad en el primer nivel de la coordenada vertical ( $z_1 = 5,25$ [m]) para las 15:00. (b) Idéntico al anterior pero para la componente $v$ . (c) Magnitud del campo de velocidad. . . . .	106
6.3.	Serie de tiempo para la rapidez instantánea del viento $V$ y su dirección en la ubicación del mástil meteorológico. La línea continua corresponde a lo datos simulados interpolados a las alturas de medición (solo para $V$ ) y la línea punteada a los datos medidos en el mástil. . . . .	107
6.4.	Comparación de la simulación (línea continua) con la simulación de Peña et. al. en el 2013 (línea punteada) y valores medidos para (a) componente $u$ de la velocidad del viento, (b) componente $v$ y (c) magnitud de la velocidad del viento. Los datos corresponden a promedios temporales entre las 12:00 y 15:00, y han sido rotados de tal forma que su dirección sea $0^\circ$ a los 10m. . . . .	108
6.5.	Variables adimensionalizadas ( $u_* = 0,552$ [m/s]) de segundo orden para el caso de Høvsøre promediados entre las 12:00 y las 15:00 (atmósfera neutra, terreno plano homogéneo). (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento. . . . .	109

6.6. Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d07 caso Høvsøre. . . . .	110
6.7. Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en el mástil meteorológico de Høvsøre. . . . .	111
6.8. Serie de tiempo para la rapidez instantánea del viento $V$ y su dirección en la ubicación del mástil meteorológico para el caso con asimilación de datos. La línea continua corresponde a los datos simulados interpolados a las alturas de medición (solo para $V$ ) y la línea punteada a los datos medidos en el mástil. . . . .	112
6.9. Comparación de la simulación con DA (línea continua) con la simulación de Peña et. al. en el 2013 (línea punteada) y valores medidos para (a) componente $u$ de la velocidad del viento, (b) componente $v$ y (c) magnitud de la velocidad del viento. Los datos corresponden a promedios temporales entre las 12:00 y 15:00, y han sido rotados de tal forma que su dirección sea $0^\circ$ a los 10m. . . . .	113
6.10. Variables adimensionadas ( $u_* = 0,527$ [m/s]) de segundo orden para el caso de Høvsøre con DA promediados entre las 12:00 y las 15:00 (atmósfera neutra, terreno plano homogéneo). (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento. . . . .	114
6.11. Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d07 caso Høvsøre con DA. . . . .	115
6.12. Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en el mástil meteorológico de Høvsøre (con DA). . . . .	115
6.13. Ciclo horario del perfil de temperatura potencial virtual promedio de los 8 mástiles. (a) Resultados cada 10 minutos del perfil de $\theta$ . (b) Corresponde al detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica con resultados cada 15 minutos ( $\delta \approx 300$ [m]). . . . .	117
6.14. Lineas de flujo para la solución numérica en Bolund en el primer nivel ( $z_1 = 1,12$ [m]) en las horas (a) 12:00, (b) 13:00, (c) 14:00, (d) 15:00. . . . .	118
6.15. Contornos de rapidez del viento para la sección de corte a $240^\circ$ en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. Escala 1:1. . . . .	119

6.16. Perfiles promedio referenciales en el flujo no perturbado para: (a) Rapidez del viento (en asteriscos se presenta la condición de contorno presentada por Bechmann et. al., 2011) (b) Intensidad de energía cinética turbulenta (sgs). . . . .	120
6.17. Speedup en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00 (arriba), 13:00, 14:00 y 15:00 horas (abajo). . . . .	121
6.18. Incremento adimensional de energía cinética turbulenta (sgs) en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. . . . .	122
6.19. Perfil vertical promedio de 12:00 a 15:00 de (a) <i>speedup</i> y (b) variación adimensional de energía cinética turbulenta para M1 (azul), M2 (naranja), M3 (verde) y M4 (rojo). . . . .	124
6.20. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M1. .	126
6.21. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M2. .	126
6.22. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M3. .	127
6.23. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M4. .	127
6.24. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M5. .	128
6.25. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M6. .	128
6.26. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M7. .	129
6.27. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M8. .	129
6.28. Variables adimensionalizadas de segundo orden para M1-M4 promediadas entre las 12:00 y las 15:00. (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento. . . . .	130
6.29. Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d08 caso Bolund. . . . .	131
6.30. Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en los mástiles M1-M4 en Bolund. . . . .	132
6.31. Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en los mástiles M5-M8 en Bolund. . . . .	133
6.32. Ciclo horario del perfil de temperatura potencial virtual promedio de los 8 mástiles (con DA). (a) Resultados cada 10 minutos del perfil de θ. (b) Detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica con resultados cada 15 minutos ( $\delta \approx 300$ [m]). . . . .	134

6.33. Lineas de flujo para la solución numérica en Bolund (con DA) en el primer nivel ( $z_1 = 1,12$ [m]) en las horas (a) 12:00, (b) 13:00, (c) 14:00, (d) 15:00. . . . .	135
6.34. Contornos de rapidez del viento para la sección de corte a $240^\circ$ en Bolund (con DA). Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. Escala 1:1. . . . .	136
6.35. Perfiles promedio referenciales (Bolund con DA) en el flujo no perturbado para: (a) Rapidez del viento (en línea punteada se presenta la condición de contorno presentada por Bechmann et. al., 2011) (b) Intensidad de energía cinética turbulenta (sgs). . . . .	137
6.36. Speedup en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a $240^\circ$ en Bolund (con DA). Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. . . . .	138
6.37. Incremento adimensional de energía cinética turbulenta (sgs) en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a $240^\circ$ en Bolund (con DA). Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. . . . .	139
6.38. Perfil vertical de (a) <i>speedup</i> y (b) variación adimensional de energía cinética turbulenta para M1 (azul), M2 (naranja), M3 (verde) y M4 (rojo) para el caso con DA. . . . .	140
6.39. Series de tiempo para la rapidez V y dirección $\theta$ del viento en M1 con DA. . . . .	142
6.40. Series de tiempo para la rapidez V y dirección $\theta$ del viento en M2 con DA. . . . .	142
6.41. Series de tiempo para la rapidez V y dirección $\theta$ del viento en M3 con DA. . . . .	143
6.42. Series de tiempo para la rapidez V y dirección $\theta$ del viento en M4 con DA. . . . .	143
6.43. Series de tiempo para la rapidez V y dirección $\theta$ del viento en M5 con DA. . . . .	144
6.44. Series de tiempo para la rapidez V y dirección $\theta$ del viento en M6 con DA. . . . .	144
6.45. Series de tiempo para la rapidez V y dirección $\theta$ del viento en M7 con DA. . . . .	145
6.46. Series de tiempo para la rapidez V y dirección $\theta$ del viento en M8 con DA. . . . .	145

6.47. Variables adimensionadas de segundo orden para M1-M4 con DA, promediadas entre las 12:00 y las 15:00. (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento. . . . .	146
6.48. Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d08 caso Bolund con DA. . . . .	147
6.49. Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en los mástiles M1-M4 en Bolund (con DA). . . . .	148
6.50. Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en los mástiles M5-M8 en Bolund (con DA). . . . .	149
 A.1. Perfil del viento no perturbado en el punto referencial M0 (ver Figura 5.2). En línea negra está el perfil entregado por los desarrolladores (para utilizar como condición de borde) y el resto corresponde a distintos modelos. La línea sólida roja corresponde a simulaciones LES. . . . .	156
A.2. Speedup medido y simulado a través de la sección transversal a $240^\circ$ . Arriba: valores para $z = 5$ [m]. Abajo: valores para $z = 2$ [m]. . . . .	156
A.3. Perfil de speedup medido y simulado en los distintos mástiles M1-M4. . . . .	157
A.4. $\Delta k$ medido y simulado a través de la sección transversal a $240^\circ$ . Arriba: valores para $z = 5$ [m]. Abajo: valores para $z = 2$ [m]. . . . .	158
A.5. Perfil de $\Delta k$ medido y simulado en los distintos mástiles M1-M4. . . . .	159
 B.1. Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d07). Para el dominio d07 se presenta la ubicación del punto de control (rojo) y la distribución de turbinas eólicas en la zona (negro). . . . .	161
B.2. Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d08). . . . .	162

---

# Índice de tablas

5.1.	Dominio numérico espacial y temporal para simulación del caso Høvsøre. . . . .	93
5.2.	Valores característicos de cada dominio. . . . .	95
5.3.	Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo. . . . .	95
5.4.	Características del proceso de DA. . . . .	96
5.5.	Dominio numérico espacial y temporal para simulación del caso Bolund. . . . .	97
5.6.	Valores característicos de cada dominio. . . . .	100
5.7.	Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo. . . . .	100
5.8.	Características del proceso de DA. . . . .	101
5.9.	Detalle de la asimilación en cada mástil en Bolund. . . . .	101
6.1.	Comparación de métricas para el caso I Høvsøre. . . . .	116
6.2.	Comparación de métricas para el caso II Bolund. . . . .	147
C.1.	Especificaciones técnicas de los recursos computacionales utilizados. . . . .	163
C.2.	Tiempos de cálculo para cada experimento. . . . .	164

---

# Nomenclatura

Símbolo	Descripción
$\Delta$	Tamaño de filtro espacial
$\phi$	Espectro de energía turbulenta
$\lambda$	Número de onda
$l$	Escala característica de la <i>Terra Incognita</i>
$E$	Energía cinética
$m$	Masa
$V$	Rapidez
$A$	Área
$t$	Tiempo
$x$	Coordenada espacial
$y$	Coordenada espacial
$\rho$	Densidad
$P$	Potencia
$u_i$	Componentes del vector velocidad
$g_i$	Componentes del vector de fuerzas de cuerpo
$\sigma_{ij}$	Componentes del tensor de esfuerzos
$p$	Presión
$\tau_{ij}$	Componentes del tensor de esfuerzos viscosos
$\mu$	Viscosidad dinámica
$S_{ij}$	Componentes del tensor tasa de deformación
$\delta$	Delta de Kronecker, Perturbación
$K$	Energía Cinética
$\vec{v}$	Velocidad
$u$	Componente horizontal de la velocidad en dirección $x$ o latitudinal
$v$	Componente horizontal de la velocidad en dirección $y$ o longitudinal
$w$	Componente de la velocidad en dirección $z$ o vertical
$\vec{e}_i$	Vector unitario en dirección $i$

<b>Símbolo</b>	<b>Descripción</b>
$\Phi$	Disipación Viscosa
$q_i$	Vector flujo de calor
$e$	Energía interna
$C_{v,p}$	Capacidad calorífica a volumen (presión) constante
$T$	Temperatura
$k$	Conductividad térmica
$\alpha$	Difusividad térmica
$R$	Constante de gases ideales
$\theta$	Temperatura potencial
$\theta_v$	Temperatura potencial virtual
$q_v$	Fracción de mezcla de vapor de agua
$\gamma$	Gradiente de temperatura
$N$	Frecuencia de Brunt–Väisälä
$\tau_N$	Periodo de oscilación de flotación
$\phi$	Latitud
$\Omega$	Frecuencia de rotación de la tierra
$F_r$	Fuerzas de fricción
$H$	Fuentes de calor
$Q_v$	Fuentes de vapor de agua
$a$	Radio de la Tierra
$\tau_R$	Esfuerzo de Reynolds
$H_f$	Flujo de calor turbulento
$Q_f$	Flujo de humedad turbulento
$u_*$	Velocidad de fricción
$C_D$	Coeficiente de arrastre
$V_h$	Rapidez horizontal
$z$	Coordenada espacial
$K$	Coeficiente de difusión turbulento
$z_0$	Largo de rugosidad
$\kappa$	Constante de Von Karman
$\theta_*$	Escala de temperatura potencial
$L$	Largo de Monin-Obukhov

**Subíndice      Descripción**

s	Superficie
m	Momentum
h	Energía
r	Referencia
i	Índice mudo para notación indicial
j	Índice mudo para notación indicial
d	Aire seco

**Superíndice      Descripción**

—	Componente media o filtrada
'	Componente fluctuante o de submalla
a	
a	
a	

---

# Capítulo 1

## Introducción

En el transcurso de los últimos años, es decir, desde la década de los años 2000 en adelante, ha habido un aumento considerable en el uso de energías renovables no convencionales para la obtención de electricidad en todo el planeta. El consenso internacional de avanzar en pos de un desarrollo sustentable para la humanidad y que esta, a la vez, sea amigable con el resto de las especies y los recursos naturales, marca la pauta sobre la manera correcta de hacer ingeniería. Considerando esto, la proyección está en que estas tecnologías continúen en un proceso de mejora continua y aseguren el bienestar de la sociedad.

De manera mas concreta las Energías Renovables No Convencionales (en adelante ERNC) corresponden a la energía solar, la energía hidráulica, la mareomotriz, undimotriz, geotérmica, biomasa y eólica. Para el alcance de este trabajo de tesis, el enfoque se centra en la energía eólica, que es aquella energía que se extrae del viento en movimiento.

El recurso viento posee la particularidad de ser extremadamente variable en todo su espectro de escalas temporales y espaciales, es decir, presenta fenómenos cíclicos distinguibles en cada una de estas escalas involucradas. Desde los cambios que tiene en la escala climática (ciclos planetarios, cambio climático) hasta la microescala (turbulencia, interacción con el terreno) y, por ende, la generación de energía a partir de este recurso es indistintamente variable.

Las zonas con mayor potencial eólico (i.e. aquellos lugares donde estadísticamente se tienen velocidades del viento lo suficientemente altas para que sea conveniente generar energía), son aquellas con terreno complejo, o sea, terreno con topografía no regular como las costas o montañas, debido a la aceleración que toma el viento al ajustarse a los contornos del suelo. Existe entonces una dicotomía o conflicto entre que los lugares mas aptos para poner parques eólicos, son al mismo tiempo los mas turbulentos y los más difíciles de predecir.

De este modo, surge la necesidad de buscar herramientas teóricas y prácticas para replicar el comportamiento y la rapidez del viento en su interacción con el terreno complejo y así también determinar la potencia eléctrica que se puede generar de esta.

Históricamente, se ha dependido de técnicas estadísticas (describiendo el viento a través de distribuciones de probabilidad) basadas en bases de datos que contienen registros del viento a lo largo de varios años. El problema con este método es que para terreno complejo, en donde el comportamiento del viento es en gran parte no lineal y heterogéneo, este no refleja el movimiento real ni los fenómenos complejos (como el desprendimiento de la capa límite o la mezcla turbulenta) dentro de la zona de interés. Aún así, si se quisiera aplicar estos métodos estadísticos, el volumen de instrumentación necesaria sería inmenso para aplicarlo en zonas localizadas y por lo tanto, los costos asociados serían demasiado altos como para que se pudieran llevar a cabo en todos los lugares en donde se quisieran instalar turbinas.

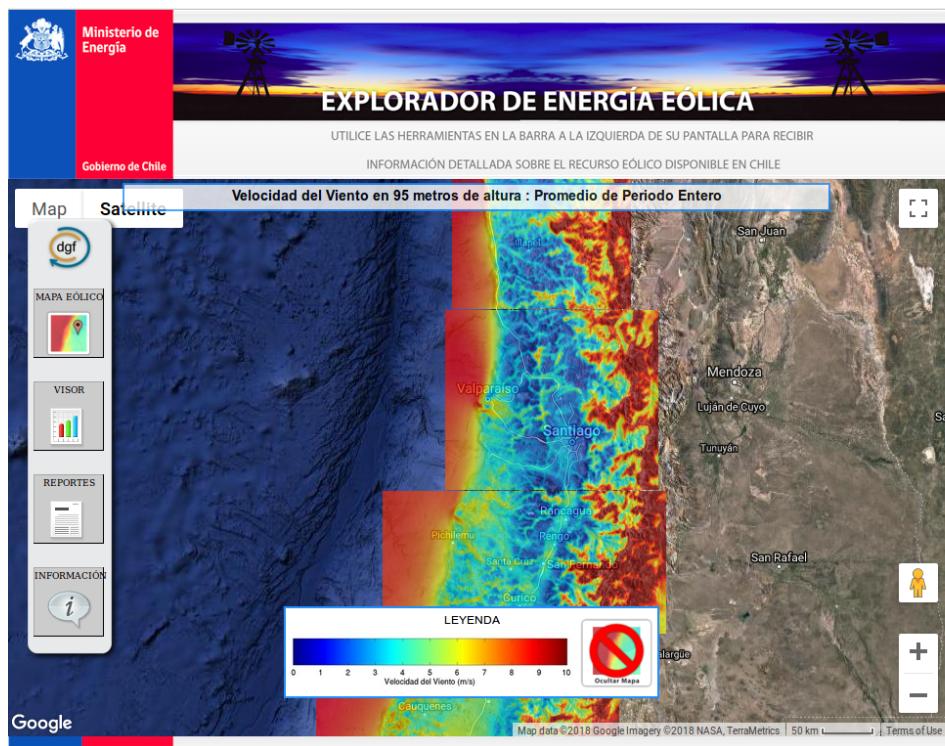
Se busca entonces aplicar un método indirecto de bajo costo e impacto, lo que hace atractivo el predecir el comportamiento del viento a través de simulaciones numéricas, las cuales resuelven las ecuaciones que rigen el movimiento de la atmósfera. Estas ecuaciones son las llamadas ecuaciones primitivas y dan origen a una rama de la meteorología llamada predicción numérica del clima (Numerical Weather Prediction o NWP).

Las primeras simulaciones atmosféricas datan desde los años 20, en donde Lewis Fry Richardson logró hacer un pronóstico para 6 horas en dos puntos de Europa central. Este cálculo tardó cerca de dos semanas debido a que fueron realizados a mano. No fue hasta la década del 1950, con la llegada de los computadores, que este campo pudo desarrollarse más intensivamente, principalmente gracias al trabajo desarrollado por el grupo de investigación de Carl-Gustav Rosby que logró un pronóstico operativo de 6 horas. Desde aquí en adelante, el avance exponencial de la computación y la sofisticación de las ecuaciones que modelan la atmósfera, han permitido tener pronósticos cada vez más precisos y para períodos de tiempo cada vez mayores.

En este estudio se simula la capa límite planetaria, que es la zona que está influenciada directamente por las condiciones del suelo y que en promedio tiene una altura de 1[km]. Los fenómenos que afectan a la capa límite, como por ejemplo la turbulencia originada por los obstáculos, la transferencia de calor con la superficie terrestre o el intercambio de humedad con la vegetación, son características únicas de esta pequeña parte de la atmósfera. Por lo tanto la precisión que se tiene para estimar el comportamiento global del viento no es directamente útil para estimar el viento dentro de la capa límite, que es donde se concentra el interés para aplicaciones de energía eólica.

Entonces, frente a esta latente necesidad de conocer el comportamiento del viento dentro de la capa límite sobre terreno complejo y aprovechando los avances

en capacidad computacional que existen actualmente, es que se plantea el uso de simulaciones multiescala que permitan resolver desde las escalas planetarias hasta las escalas más pequeñas relevantes para el caso de estudio y así obtener pronósticos fiables para zonas muy localizadas. Estos resultados no solamente serán útiles para la industria eólica, si no que también sientan las bases de una manera vanguardista para predecir dispersión de contaminantes, zonas de recirculación, evolución de incendios, control de heladas advectivas y radiativas, entre otros.



**Figura 1.1:** Interfaz online del explorador eólico de la Universidad de Chile.

Localmente en Chile cada año se están inaugurando nuevos parques eólicos debido al buen factor de planta que se poseen en ciertas zonas del país ([Comisión Nacional de Energía de Chile 2018](#)). Hasta la fecha ya se han instalado más de 600 turbinas eólicas y la tendencia es a que este número siga aumentando. Actualmente Chile posee una potencia instalada de 23,315 [MW], de los cuales un 7 % corresponde a energía eólica ([Comisión Nacional de Energía de Chile 2018](#)). El año 2017 se tenía un 6 % y el 2008 era menor a 1 %. De la mano de la instalación de nuevas plantas, está la simulación numérica realizada para tener una estimación de la cantidad de energía que se puede llegar a generar. En el 2010, la Universidad de Chile entregó a la comunidad la herramienta online llamada Explorador Eólico, en esta se muestra el potencial eólico que tiene gran parte de Chile, el cual fue simulado utilizando el modelo WRF. Algunos resultados de esta herramienta se pueden ver

en la Figura 1.1.

Si bien esta herramienta ha entregado a la comunidad información certera y que antes no existía, las simulaciones realizadas para el Explorador Eólico contemplaban mallas numéricas con una resolución horizontal máxima de 1 [km], lo que no es suficiente para resolver el comportamiento turbulento de microescala, ni para captar efectivamente las variaciones orográficas muy importantes para energía eólica. El comportamiento del viento a lo largo de una superficie de 1 [km<sup>2</sup>] puede cambiar mucho, en especial si existe terreno complejo, y por lo tanto la ubicación o no de una turbina eólica requiere un análisis mas detallado del dominio.

El objetivo es entonces buscar una buena aproximación para el campo de viento en la capa límite en terrenos complejos y a alta resolución, a modo de tener una evaluación mas realista para la toma de decisiones en situaciones en donde el viento sea una variable crítica.

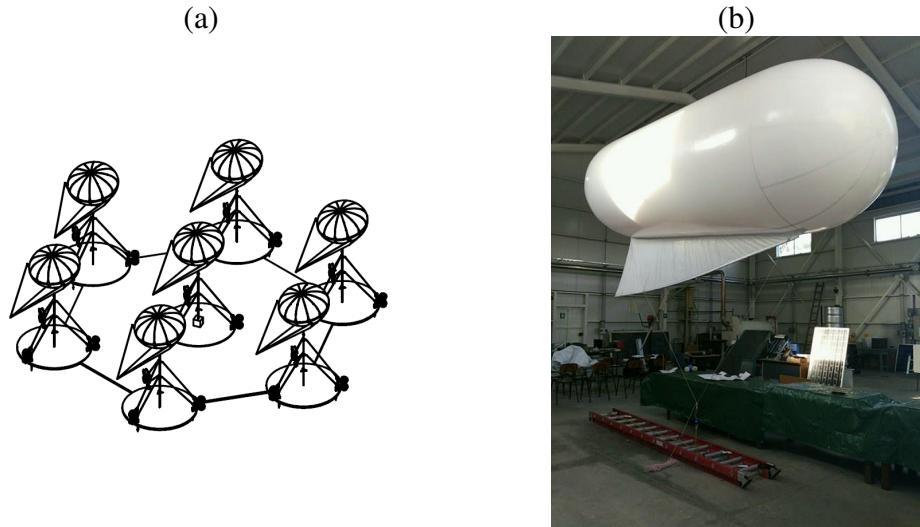
Debido a que en la capa límite es donde predominan los fenómenos de mezcla y turbulencia, es acá en donde los modelos presentan la mayoría de sus problemas operativos y desviaciones, y de hecho, el buen comportamiento del un modelo va a depender en gran manera de la habilidad del *solver* para ajustar ciertos parámetros arbitrarios del código.

Dado que la filosofía de este trabajo es utilizar la información original sin ser manipulada y evitar el ajuste de parámetros, es que se busca la manera de corregir los resultados numéricos a través de un proceso de asimilación de datos utilizando los valores paramétricos medidos en terreno.

La asimilación de datos es el proceso matemático mediante el cual se combina información de observaciones y de simulación numérica para obtener la mejor estimación del estado real de la atmósfera en un instante dado. Este proceso se utiliza cotidianamente en modelos globales o sinópticos para entregar la información sobre el clima que se presenta día a día en los noticieros.

Para los modelos meteorológicos mesoescala, el realizar asimilación de datos en la microescala no presenta beneficios, debido a que generalmente la resolución de estos modelos es gruesa en las cercanías de la superficie (la capa límite está pobremente resuelta), lo que se traduce en que la combinación entre observaciones superficiales y resultados numéricos no es fiable.

Sin embargo, y considerando esto como motivación para esta investigación, si se trabaja a resoluciones lo suficientemente altas como para tener información confiable en las cercanías de la superficie, si es posible realizar asimilación de datos en la microescala y por lo tanto mejorar los pronósticos del viento en la capa de superficie.

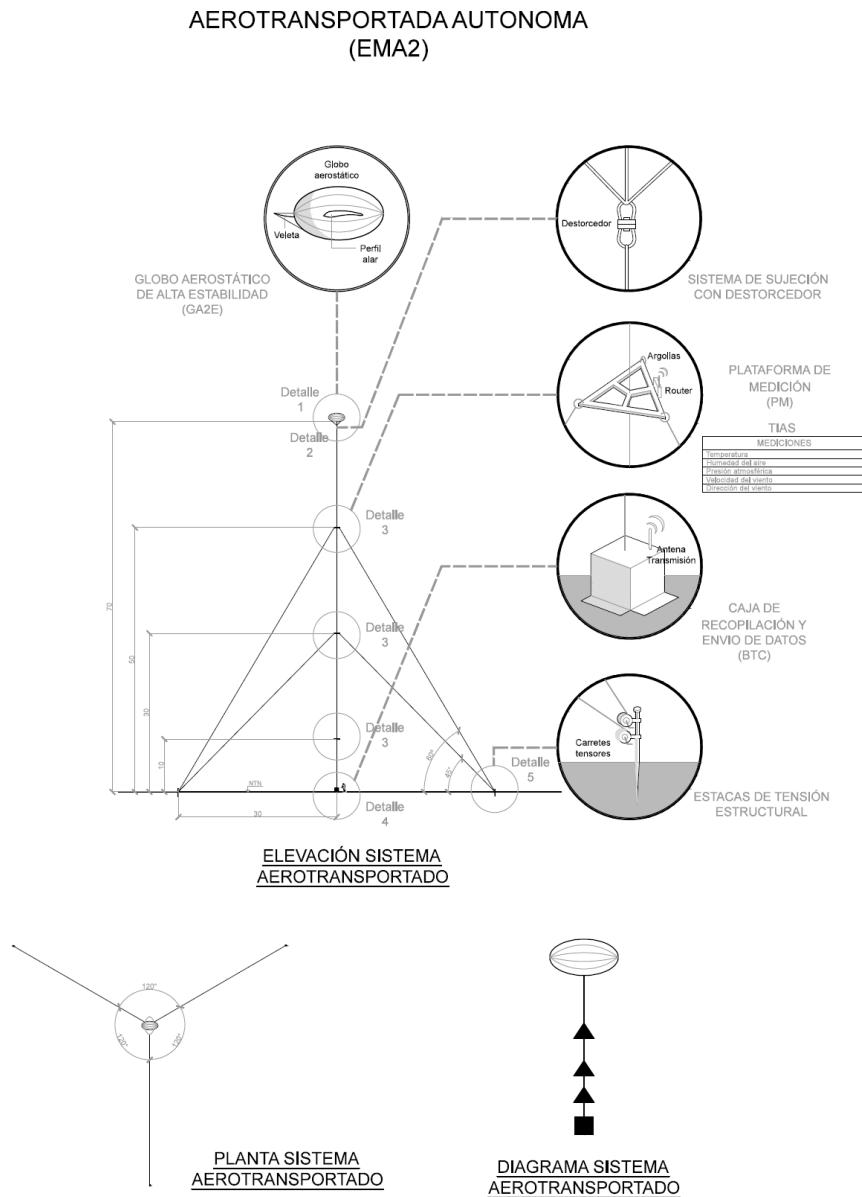


**Figura 1.2:** Detalle del proyecto FONDEF ID16I10105. (a) Célula del sistema experimental de medición. (b) Prototipo en el laboratorio.

El trabajo realizado en esta tesis se enmarca dentro del proyecto FONDEF ID16I10105: “Red multisensorial distribuida para la evaluación del recurso eólico con sondas aerotransportadas y georeferenciadas” cuyo objetivo práctico es diseñar una red neuronal para monitoreo del viento a través de globos situados de forma estratégica en un terreno complejo. Dicha red de sondas cautivas constituye un sistema de acopio de datos multiparamétricos que alimentarán un modelo numérico como WRF. En las Figuras 1.2 y 1.3 se pueden apreciar algunos detalles técnicos del trabajo que hasta el día de hoy se está realizando por parte del Laboratorio de Energías Renovables de la UTFSM. Las simulaciones numéricas, las cuales son el núcleo de esta tesis, tienen cabida dentro de este proyecto en la parte donde es necesario predecir a corto plazo y en una zona muy localizada, el comportamiento futuro del viento en función de los valores medidos por las sondas (proceso de asimilación de datos).

El objetivo final de esta investigación es implementar un sistema robusto que obtenga una buena aproximación del campo de viento futuro en función del ajuste pronóstico datos medidos que se obtienen en tiempo real, mediante simulaciones numéricas multiescala realizadas con el software libre WRF y asimilación de datos 4D. La filosofía de simulación, será realizarlas de la manera menos manipulada posible, utilizando bases de datos públicas y evitando la asignación arbitraria de parámetros. Este enfoque ha sido poco investigado para la predicción y caracterización eólica en terreno real a alta resolución.

En el presente trabajo se brinda una descripción acabada de los fenómenos y problemáticas que abarca la tarea descrita anteriormente, además de un resumen



**Figura 1.3:** Esquema de la sonda FONDEF ID16I10105.

de la bibliografía necesaria para que cualquier persona que quiera involucrarse en el campo de la simulación atmosférica con asimilación de datos pueda hacerlo de una manera sencilla. Como beneficio para la comunidad científica, los resultados obtenidos podrán ser utilizados como línea de base (o benchmark) para cualquier otra simulación futura a alta resolución, pudiendo dar pie a una nueva prueba canónica para modelos multiescala en operación continua.

## **1.1. Hipótesis**

Mejorar la precisión de los pronósticos actuales para el viento a través de simulaciones atmosféricas multiescala de alta resolución en terreno complejo y la incorporación de un esquema de asimilación de datos 4D que vaya alimentando datos al sistema en tiempo real.

## **1.2. Objetivos**

### **Objetivo Principal**

- Lograr a través de la aplicación de asimilación de datos 4D multipunto en la capa límite atmosférica una mejora comparativa con respecto a los modelos existentes para la predicción de viento a alta resolución en terreno complejo en el modelo de código libre WRF.

### **Objetivos Secundarios**

- Acoplar dominios de microescala y mesoescala en simulaciones numéricas atmosféricas mediante una clausura de turbulencia tipo LES.
- Estudiar el uso e incorporar bases de datos reales de alta resolución para orografía y uso de suelo en el modelo WRF.
- Desarrollar y optimizar códigos relacionados con simulación atmosférica multiescala y asimilación de datos.
- Estudiar la influencia de la asimilación de datos en la capa límite considerando un solo punto y multipunto.
- Verificar y validar resultados obtenidos con aquellos presentes en el estado del arte y campañas de medición en terrenos reales.
- Generar una base de datos de resultados para terreno complejo real utilizable como benchmark para la comunidad científica.

## **1.3. Estructura del Documento**

La estructura de esta tesis se organiza de la siguiente manera:

- Cap. 2: Se exponen los últimos avances, problemáticas y consensos en torno a la simulación atmosférica multiescala y asimilación de datos, que son el núcleo del trabajo realizado.

- Cap. 3: Sienta las bases conceptuales, matemáticas y físicas sobre las cuales se desarrolla la investigación. Acá se abordan: las leyes fundamentales de los fluidos, la dinámica atmosférica, la turbulencia, la capa límite planetaria, el método de simulación de grandes vórtices (LES) y la asimilación de datos.
- Cap. 4: Sienta las bases numéricas, es decir, se explica el funcionamiento del software libre WRF.
- Cap. 5: Muestra la filosofía y configuración de los 4 experimentos realizados: 2 casos para terreno plano (donde uno sirve como validación y el otro analiza la asimilación de datos) y dos casos para terreno complejo (sin y con asimilación). Además, se detalla la metodología para la obtención y presentación de resultados.
- Cap. 6: Se presentan los resultados mas relevantes.
- Cap. 7: Conclusiones, trabajo futuro y aspectos que quedan abiertos a la mejora.

---

# **Capítulo 2**

## **Estado del Arte**

Tomando en consideración lo amplio, en el sentido de las disciplinas a abarcar, de este trabajo de tesis, el resumen del estado del arte se llevará a cabo en cuatro secciones distintas.

Primero se expondrá la problemática que nace debido a la turbulencia en las simulaciones multiescala. Luego se revisará la historia y la creciente utilización de la técnica de Simulación de Grandes Vórtices (de aquí en adelante *Large Eddy Simulation* o LES) en la solución numérica de los modelos meteorológicos. Tercero, se verán las complicaciones y los desafíos que conlleva el realizar simulaciones de alta resolución en terreno complejo y los consensos internacionales tomados al respecto. Finalmente se mostrará el estado actual de la utilización de los métodos de asimilación de datos para el uso operacional en el contexto de las simulaciones atmosféricas y la capa límite planetaria.

## **2.1. Simulación Multiescala y Zona Gris**

Como ya se justificó en la introducción, la predicción atmosférica en zonas localizadas, en especial en aquellas con terreno irregular, es un tema de especial relevancia en las áreas del cambio climático, la contaminación ambiental y la industria energética. Actualmente las simulaciones climáticas regionales se realizan con una resolución de malla del orden de los kilómetros. Esto es, evidentemente, insuficiente para poder representar fehacientemente cualquier topografía compleja, y por lo tanto, insuficiente también para resolver los fenómenos meteorológicos asociados a esta.

Una manera de solucionar esto puede ser el uso de un escalamiento estadístico para llevar las soluciones a una malla mas fina, sin embargo, este acercamiento no contempla ni la física fundamental ni las no-linealidades, que son la característica mas importante del comportamiento de la atmósfera en su interacción con el terreno complejo. Su contraparte, el escalamiento dinámico, permite anidar mallas y resolver las leyes de conservación para resoluciones cada vez mas altas hasta lo que se desee resolver, teniendo como limitantes: el costo computacional, la precisión de las condiciones de borde y las parametrizaciones físicas que se incorporarán a las ecuaciones. Para este trabajo, es claro el beneficio que trae el utilizar el escalamiento dinámico como metodología para alcanzar simulaciones de alta resolución y por lo tanto ese es el acercamiento que se utilizará.

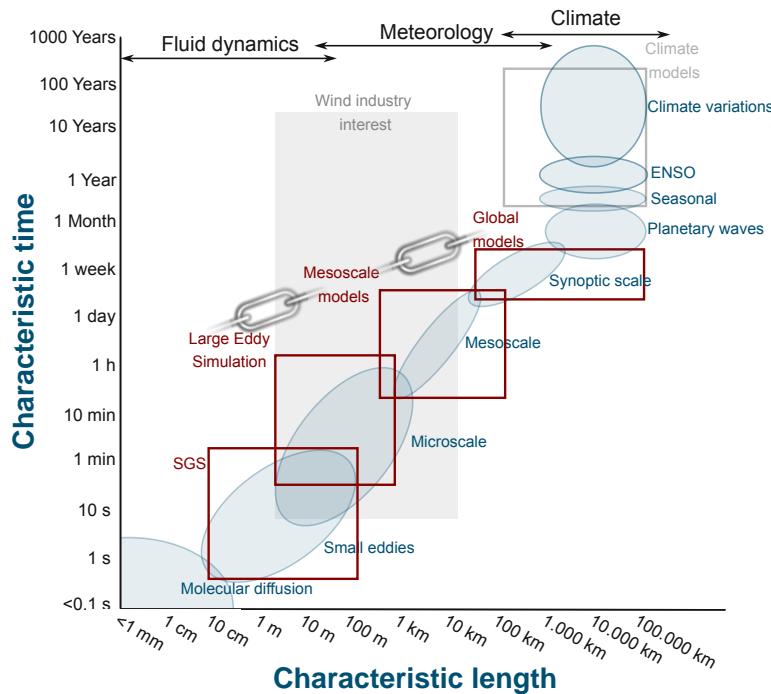
A modo de formar una explicación un poco mas formal y clara sobre lo que conlleva el realizar una simulación atmosférica multiescala, tomemos en consideración la Figura 2.1 para identificar las distintas escalas temporales y espaciales presentes en la atmósfera.

La figura presenta tres aspectos claves de las simulaciones atmosféricas: las áreas del conocimiento involucradas, los fenómenos que resuelve cada área y las escalas asociadas a cada uno de estas.

Nos referimos a simulación multiescala cuando, a través de algún proceso de escalamiento y simulación numérica se resuelven simultáneamente distintas escalas espaciales y se representan correctamente sus fenómenos asociados.

Nos referimos, por otra parte, a escalamiento dinámico, cuando se resuelven escalas mas pequeñas usando como base una escala mas grande, la cual es usada como condición inicial y de contorno en un subdominio de un dominio general. De esta forma es posible tener resultados numéricos para la microescala partiendo desde una escala, por ejemplo, global.

En el contexto del trabajo a realizar, las escalas temporales pertenecientes a



**Figura 2.1:** Separación de escalas para la dinámica atmosférica. Fuente: Montornes et al. (2017).

las simulaciones serán del orden de los días, por lo tanto, los fenómenos que se engloban dentro de estas son una combinación entre fenómenos de microescala, mesoescala y escala sinóptica. El buen comportamiento del resultado de una simulación estará directamente relacionado con lo bien representado que estén cada uno de estos fenómenos dentro del modelo.

De manera general, el escalamiento dinámico funciona bien y solo incorpora al modelo un error de interpolación debido al traspaso de una malla mas gruesa a otra mas fina. Sin embargo, la presencia de la turbulencia a lo largo de todo el espectro de escalas complica el escalamiento desde la mesoescala hasta la microescala.

Para entender la complejidad asociada a la presencia de la turbulencia debido al escalamiento dinámico, hay que entender primero la manera en la que actúan las distintas fuerzas que controlan el movimiento atmosférico. Si se considera, por ejemplo, la fuerza de Coriolis que es el motor principal de los ciclones y anticiclones en los hemisferios, esta fuerza es relevante en escalas sinópticas y globales y si se quisiera resolver ecuaciones a un nivel de mesoescala, podrían ser válidamente despreciadas. Por otra parte, si se considera ahora, la disipación viscosa generada por el roce entre los distintos elementos diferenciales de aire, esta podría ser válidamente despreciada también en todas las escalas debido a que la viscosidad del aire es muy baja, sin embargo si se desea analizar la parte viscosa de la capa

límite atmosférica, este término es fundamental y no podría despreciarse.

Se concluye entonces que las distintas fuerzas que aparecen en las ecuaciones tienen un cierto rango de escalas propias donde contribuyen fuertemente al movimiento atmosférico.

La turbulencia sin embargo<sup>1</sup>, no funciona de la misma forma. Los vórtices de distintos tamaños que habitan en la atmósfera son igualmente importantes en términos de órdenes de magnitud para todas las escalas en las ecuaciones que se resuelven.

Cuando se modelan las grandes escalas (sinóptica, mesoescala), generalmente la resolución de malla horizontal es demasiado grande como para captar los vórtices y por lo tanto el efecto de estos en las ecuaciones queda filtrado numéricamente. Operacionalmente, esta operación de filtrado se revierte con la utilización de un esquema adecuado para parametrizar la turbulencia. En los modelos meteorológicos actuales este efecto generalmente queda confinado en la llamada *parametrización de capa límite planetaria*, ya que el principal rol que cumple la turbulencia en estas escalas es la de transmitir la información que se genera a nivel de superficie terrestre a la atmósfera libre.

Cuando se modelan las pequeñas escalas, idealmente la resolución de malla horizontal va a bastar para captar de manera adecuada cierto espectro de los vórtices generados por el efecto de la turbulencia y por lo tanto se puede omitir la parametrización de capa límite. Es importante notar que si bien ahora se resuelven los vórtices grandes que provocan la mezcla dentro de la capa límite, otra parte de los vórtices sigue sin ser resuelta<sup>2</sup> y por lo tanto se deberá utilizar otro modelo turbulento para modelarla. Esta modelación será la encargada de representar la cascada de energía y la disipación de energía turbulenta.

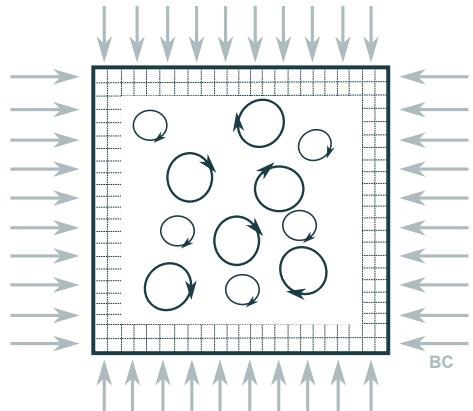
Reflexionando un poco con respecto al rol que toma la turbulencia tanto en las escalas grandes como en las pequeñas, no es difícil llegar a la conclusión que a través del proceso de escalamiento dinámico se llegará eventualmente a una zona de traslape en donde algunos de los vórtices asociados a la capa límite son indistintamente resueltos y modelados al mismo tiempo. La Figura 2.2 representa este hecho. A esta zona de traslape se le denomina zona gris o *Terra Incognita*.

Utilizando la terminología de Wyngaard (2004), sea  $\Delta$  la escala (o tamaño) del filtro espacial asociado a la resolución numérica (o malla) de las ecuaciones de movimiento y  $l$  la escala característica de los vórtices en el rango inercial, el

---

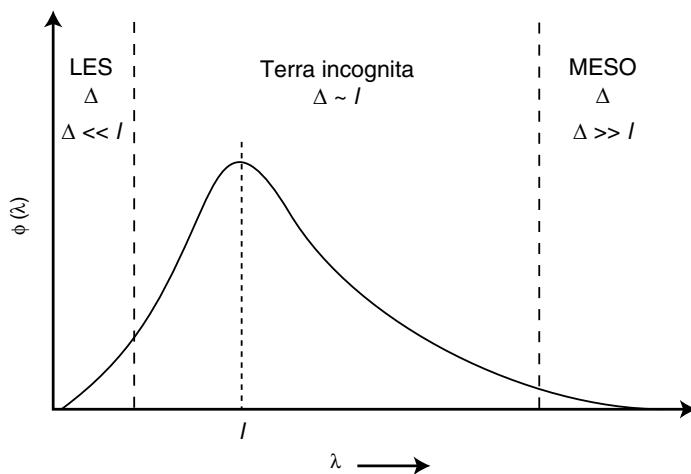
<sup>1</sup>Probablemente le haga ruido al lector el hecho que hasta ahora no se ha presentado una definición formal de la turbulencia. Como esta requiere una descripción extensa se prefirió dejarla para el próximo capítulo.

<sup>2</sup>Esto debido a que la cascada de energía turbulenta existe hasta el orden de los milímetros.



**Figura 2.2:** Idealización de los distintos tamaños de vórtices dentro de un dominio en la zona gris de la turbulencia. Fuente: [Montornes et al. \(2017\)](#).

espectro de energía turbulenta  $\phi(\lambda)$  se ve como se muestra en la Figura 2.3.



**Figura 2.3:** Espectro de energía turbulenta multiescala. Fuente: [Warner \(2010\)](#)

Para valores de  $\Delta \gg l$  asociados a la mesoescala, la producción de energía turbulenta queda por debajo del filtro y por lo tanto, tiene sentido que se modele a través de un esquema de submalla. Por otro lado, para valores de  $\Delta \ll l$  los vórtices que contienen la energía pueden ser completamente modelado por las ecuaciones y entonces no debe usarse un SGS (microescala).

Queda entonces el rango en donde  $\Delta \sim l$ . Dentro de este intervalo se desconoce cual es el comportamiento de los modelos atmosféricos ya que existe una doble representación de tanto los vórtices que se resuelven como los que se modelan.

En la práctica, el acercamiento para compensar este problema es definir los dominios de modo que se evite usar el modelo en el rango de la *Terra Incognita*.

## 2.2. Antecedentes de Modelación Turbulenta

A continuación se presenta una breve reseña histórica de la modelación de la turbulencia atmósferica y el estado del LES.

Los primeros modelos desarrollados para poder estimar el potencial eólico parten en el año 1975, donde Jackson y Hunt presentan su análisis bidimensional para flujo turbulento en terreno complejo, el cual en 1979 fue ampliado a 3D por Mason y Stykes. Estos modelos tienen la particularidad de ser lineales y el beneficio de presentar resultados computacionalmente rápidos para pendientes no mayores a  $17^\circ$ . Estos mismos modelos lineales, mejorados, actualmente se utilizan en códigos comerciales como MS3DJH, MSFD y WAsP.

En forma paralela a los modelos lineales, se fueron desarrollando métodos numéricos para resolver las ecuaciones no lineales. En 1977 Taylor desarrollo un modelo 2D no lineal de diferencias finitas para el flujo sobre una colina pequeña. Entre el 1970 y 1980 el desarrollo de algoritmos para solucionar las ecuaciones RANS fue intensivo y esto resultó en el origen de una gama de modelos de clausura para la turbulencia. El modelo clásico  $k-\epsilon$  fue originalmente propuesto en 1974 por Launder y Spalding y entre los años 80s y 90s se formularon varias modificaciones para flujos atmosféricos. En este punto, los modelos RANS presentaban una mejor solución en términos de la aceleración en la cima de las colinas y el comportamiento aguas abajo de estas.

Luego, desde los años 90s, el LES se ha estado aplicando a la capa límite planetaria para simulaciones sobre terreno plano homogéneo. El argumento a favor de la utilización del LES es que con el incremento de la potencia computacional y el refinamiento de las mallas, eventualmente se debería llegar a soluciones que sean independientes del modelo de clausura para la turbulencia. Si bien esto es teóricamente correcto, el terreno real posee rugosidad y por lo tanto se requieren modelos de pared avanzados. Estos modelos aún son dependientes del tipo de parametrización que se escoja en el método numérico.

Las simulaciones LES en terreno real entonces, se ven enfrentadas a, por lo menos, dos grandes problemas: el elevado costo computacional asociado a los tamaños de malla y el acoplamiento entre la cercanía de la pared, altamente parametrizada, con la región exterior resuelta.

A pesar de los desafíos que debe superar el LES, su potencial para modelar flujos a través de colinas ha sido altamente reconocido. Diversos autores han modelado correctamente el campo de viento en la colina Askeverin ([Bechmann y Sørensen 2011](#); [Chow y Street 2009](#)) y cerros sinusoidales ([Brown et al. 2001](#); [Wan et al.](#)

2007), sin embargo pocos estudios en terreno complejo real existen.

## 2.3. Alta Resolución y Terreno Complejo

Como motivación, se comienza esta sección haciendo una pequeña derivación de la importancia de una correcta estimación de la velocidad del viento. Luego se expondrán los consensos tomados el año 2012 por el *HiRCOT Workshop* (High Resolution Modelling in Complex Terrain), los cuales resumen de muy buena forma las bases y desafíos actuales sobre este tema particular y que tienen especial importancia en el trabajo a desarrollar.

### 2.3.1. Importancia de la Estimación del Viento

Para tener un acercamiento a la importancia de la correcta estimación del viento, consideremos la energía cinética del viento. Para un área arbitraria de magnitud  $A$  en un tiempo  $t$  se tiene:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(Avt\rho)V^2 = \frac{1}{2}At\rho V^3 \quad (2.3.1)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del aire y  $V$  es la rapidez del viento.  $Avt$  es entonces el volumen de aire pasando por el área  $A$  que se define como normal a la dirección de la velocidad del viento  $V$ . La potencia del viento (energía por unidad de tiempo) para el caso de una turbina eólica queda definida entonces como:

$$P = \frac{E_k}{t} = \frac{1}{2}A\rho V^3 \quad (2.3.2)$$

Donde  $A$  pasa a ser ahora el área del rotor de la turbina. La potencia del viento, es entonces, proporcional al cubo de la velocidad del viento.

Se puede derivar la ecuación anterior para hallar una relación entre los errores relativos de las dos variables de interés. Derivando la ecuación anterior se obtiene:

$$dP = \frac{1}{2}A\rho \cdot d(V^3) = \frac{3}{2}A\rho V^2 dV \quad (2.3.3)$$

Y dividiendo ahora por la potencia eólica:

$$\frac{dP}{P} = 3 \frac{dV}{V} \quad (2.3.4)$$

Lo que significa que un error relativo (o porcentual) en una estimación de la velocidad del viento, conlleva a un error el triple mas grande para la potencia que

se podría generar.

Anteriormente ya se había hablado de la relación que existe entre la complejidad del terreno y la velocidad del viento. Los fenómenos asociados a la orografía y las no linealidades provocan que la predicción del viento en estas zonas sea especialmente difícil.

Como consecuencia, es de especial interés analizar las problemáticas que induce el terreno complejo y definir las maneras de como abordarlas.

### **2.3.2. Problemáticas de la Simulación de Alta Resolución**

El año 2012 se llevó a cabo en Viena, el primer *HiRCOT Workshop*, instancia que reunió a académicos y personas de la industria a debatir activamente sobre las problemáticas y avances existentes con respecto a la modelación atmosférica a alta resolución ([Arnold et al. 2010](#)).

El concepto de alta resolución, se debe entender en el sentido de una resolución que está por sobre aquella definida por los desarrolladores para utilizar los modelos. A priori, se podría decir que un modelo atmosférico con una resolución de malla menor a 1 [km] entra en esta categoría.

Dentro de los objetivos específicos definidos en este workshop se incluyen: la identificación de problemas asociados a la simulación numérica en terreno complejo y el mapeo de las posibilidades de como manejar estos. Por lo tanto las conclusiones emanadas de este taller sirven como buenos cimientos para este trabajo de tesis.

A continuación se presenta un resumen de los cuatro aspectos estudiados en el workshop y que se deben tener en consideración a la hora de realizar una simulación atmosférica a alta resolución y en la lectura de esta tesis.

#### **Aspecto 1: Problemas Computacionales**

Tomando en consideración que existen casos demostrados en donde la alta resolución es una necesidad para simular realísticamente fenómenos meteorológicos asociados a las escalas sinópticas y mesoscala ([Morton y Molders 2007; Stevens et al. 2010](#)), queda claro que, para desarrollar simulaciones a alta resolución en terreno complejo, se debe asumir un cierto compromiso computacional. El wokrshop identifica 2 temas principales: los relacionados a los tiempos de simulación y aquellos relacionados al rendimiento de I/O<sup>3</sup> del código.

Con respecto al tiempo de simulación, se abordó el tema de como impacta en este el hecho de llevar una simulación con resolución de 9 [km] a 1 [km].

---

<sup>3</sup>Input/Output del modelo. Hace referencia al formato de los archivos de entrada y salida.

Si se mantienen los límites de los dominios numéricos constantes, el aumento en la resolución de la malla traerá consigo un aumento de la cantidad de puntos necesarios para simular. Por otro lado, este refinamiento también exigirá un paso de tiempo menor para evitar la violación de la condición CFL. En el mejor de los casos, pasar de una resolución de 9 [km] a 1 [km] en la cual la primera se demore, por ejemplo, 1 hora, implicará que la simulación a alta resolución se va a demorar aproximadamente 1 mes. Actualmente no existen maneras de reducir este aumento considerable en los tiempos de cálculo y por lo tanto pasa mas a ser un limitante en el diseño experimental. Pequeñas mejoras se pueden obtener si se adopta el uso de un paso de tiempo adaptativo, pero esto puede crear incongruencias en los tiempos de obtención de resultados del modelo, en especial para la aplicación de asimilación de datos. La paralelización de procesos también puede ayudar bastante, sin embargo para el análisis de este caso, ambas simulaciones estuvieron masivamente paralelizadas.

Con respecto al rendimiento de I/O, y que tiene especial relación con lo descrito en el párrafo anterior, el aumento en la cantidad de puntos de malla, y la disminución en el paso de tiempo, significa un aumento considerable en término de memoria para cada uno de los procesos con los que se ejecuta el código. En la arquitectura del WRF (y en la mayoría de los modelos atmosféricos) el cálculo se paralleliza en tantos procesos como procesadores se disponga utilizando un paradigma de maestro/esclavo en donde un único proceso maestro es el encargado de ejecutar las funciones de entrada/salida del modelo. A grandes rasgos el aumento de los puntos de malla no afecta tanto a los procesos que son esclavos, pero el proceso maestro si sufre de un cuello de botella al ser el encargado de leer y ubicar todas las variables globales a cada proceso. Como ejemplo académico, consideremos un dominio de 448 millones de puntos ( $4000 \times 4000 \times 28$ ) en un servidor con 75 nodos de 4 núcleos cada uno. En este ejemplo cada proceso usará un total de 1.9GBytes, sin embargo el proceso maestro requerirá un extra de 1.8GBytes para las funciones de I/O, pudiendo ser un potencial punto de falla. En la actualidad se están desarrollando nuevos formatos y paradigmas para facilitar la paralelización de este tipo de tareas, sin embargo una implementación de estos no se ve en el corto plazo.

## **Aspecto 2: Problemas Numéricos**

Corresponden a las problemáticas asociadas a la discretización por la implementación de los esquemas numéricos para resolver las ecuaciones que rigen el comportamiento atmosférico. Se identificaron 5 grupos: (a) Precisión, (b) Estabilidad, (c) Difusión Numérica (explícita e implícita), (d) Sistema de

Coordenadas y (f) Benchmarking.

El éxito de una simulación a alta resolución dependerá fuertemente del conocimiento de los aspectos técnicos relacionados a uso de los esquemas numéricos en el modelo a usar. Como base, la gran mayoría de los modelos atmosféricos utiliza un esquema de diferencias finitas y la integración temporal se hace de manera explícita. Esta selección en el modo de integrar numéricamente limita en gran medida la estabilidad del esquema ya que no se debe violar la condición CFL. La implementación de un esquema implícito permite ganar estabilidad, en el sentido de la condición CFL, sin embargo las numéricas se complejizan y la resolución implica ahora solucionar una ecuación elíptica la cual es difícil de paralelizar en super computadores.

La presencia de terreno complejo, por otra parte, incentiva la aparición de ruido numérico debido al desarrollo de perturbaciones de alta frecuencia las cuales desafían la precisión del esquema de advección, los gradientes de presión y la consistencia de los términos métricos. Para evitar esto se suele suavizar el terreno, aunque para el caso de una simulación a alta resolución esto no es deseable ya que se pierde una parte sustancial de la fineza del terreno, que es lo que se quería ganar en primer lugar.

A continuación se revisan los aspectos mas relevantes de cada grupo relacionado con las numéricas del problema.

**Precisión** Se entiende como precisión, el orden con el cual se reducen los errores de truncación debido a un refinamiento temporal o espacial. Mejores esquemas numéricos implican una mejor precisión, sin embargo son mas costosos computacionalmente. Para simulaciones a alta resolución en terreno complejo, los datos utilizados para inicializar el modelo ya vienen con una resolución propia de los instrumentos de medición usados. Estos datos pueden ensuciar la precisión formal que tenga un cierto esquema numérico debido a que los errores inducidos por los datos predominaran por sobre aquellos del modelo. De ahí que para este tipo de simulaciones, la utilización de esquemas de alto orden no se presenta como un beneficio tan tangible.

**Estabilidad** Como se habló anteriormente, debido a la predominancia de los esquemas explícitos, los modelos de NWP están sujetos a criterios de estabilidad numérica. El primer criterio es el CFL, asociado a la advección, donde se debe cumplir que:

$$\frac{u\Delta t}{\Delta x} < \beta_a \quad (2.3.5)$$

Donde  $u$  es una la rapidez de propagación física de alguna señal y  $\beta_a$  es un coeficiente que depende de la discretización. El otro criterio importante es el asociado a la difusión, el cual se escribe como:

$$\frac{v\Delta t}{\Delta x^2} < \beta_d \quad (2.3.6)$$

Acá  $v$  es un coeficiente de difusión y  $\beta_d$  es otro coeficiente que depende de la discretización. Notar que en este segundo criterio, el valor escala de manera cuadrática con  $\Delta x$ , lo que implica que  $\Delta t$  deberá disminuir proporcionalmente a  $\Delta x^2$  para mantener estable la integración de los términos difusivos. En simulaciones estándar, el común usar un coeficiente de difusión que escale según  $\Delta x^2$  (Smagorinsky por ejemplo), luego este criterio es mas vulnerable a ser violado a muy alta resolución.

Algunas técnicas prácticas que se utilizan para evitar las inestabilidades incluyen el uso de pasos de tiempo adaptativos que impidan el no cumplimiento de los criterios antes mencionados o el uso de amortiguamiento para la componente  $w$  de la velocidad, que es la mas crítica en la simulación de terreno complejo. El uso de amortiguamiento genera soluciones no físicas y por lo tanto no está bien visto por la comunidad científica.

**Difusión Numérica** La difusión artificial (o numérica) o dissipación artificial es la amortiguación sucesiva de perturbaciones como consecuencia de las propiedades del método numérico. De la misma manera en la que actúa la difusión física, las variaciones de las escalas pequeñas se tienden a suavizar. Esto puede ser provocado implícitamente debido a la diferenciación espacial o explícitamente como un término en las ecuaciones resueltas. Este es un fenómeno complejo y generalmente el manejo de este se encarga a los diseñadores de los núcleos dinámicos de los modelos. A nivel de usuario, una regla práctica es saber que aquellos esquemas espaciales que son de orden par poseen una mayor difusión que aquellos de orden impar, por ende se prefiere el uso de estos últimos.

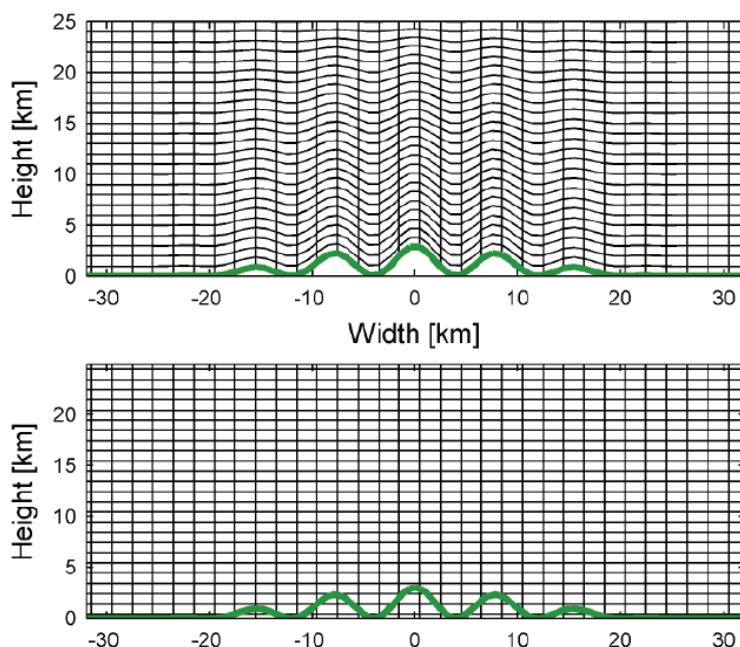
La difusión artificial posee algunos aspectos positivos, puede mantener bajo control el ruido numérico que se provoca a pequeñas escalas, sin embargo, si existe mucha difusión numérica toda una simulación realizada a alta resolución puede verse suavizada debido al efecto de esta y podría no rescatarse el comportamiento debido al terreno complejo.

Para ámbitos operativos, se prefiere no utilizar difusión horizontal explícita o realizarla solo en coordenadas reales. La difusión implícita es mas difícil de controlar, pero esta no afecta de gran manera al comportamiento sobre terreno

complejo a no ser para grandes magnitudes del viento.

**Coordenadas** Para solucionar las ecuaciones que gobiernan el comportamiento atmosférico, los modelos NWP utilizan sistemas coordenados no necesariamente Cartesianos. La mayoría de los modelos utiliza sistemas que persiguen la forma del terreno, entre los que se pueden nombrar:

- Coordenadas “sigma” de presión o coordenadas de altura.
- Coordenadas curvilíneas adaptadas al borde.
- Coordenadas Cartesianas con el método de frontera inmersa.



**Figura 2.4:** Comparación entre las coordenadas usuales sigma (arriba) y el método de frontera inmersa (abajo). Fuente: [Arnold et al. \(2010\)](#).

La transformación de coordenadas naturales a curvilíneas provoca en las ecuaciones gobernantes la aparición de términos métricos, los cuales son difíciles de manejar en pendientes abruptas, pero permite captar bien la forma del terreno. Por otra parte el uso del método de la frontera inmersa no incluye cambio en las ecuaciones pero el manejo de las celdas que están parcialmente ocupadas por orografía no es una tarea computacional sencilla.

Si bien, para cualquiera de estos dos casos existen problemáticas computacionales que no son fáciles de solucionar, la más limitante en la actualidad es el manejo de las pendientes abruptas y la exigencia que esto significa en la resolución de malla vertical y la aritmética de grandes diferencias de presión. Por lo

tanto, el pronóstico de la comunidad, es a migrar a un sistema coordenado cartesiano utilizando el método de frontera inmersa u otros métodos similares en la cercanía del terreno, como la aproximación de pared delgada ([Steppeler et al. 2002](#)) o el método de unión de celdas ([Yamazaki y Satomura 2010; 2012](#)).

**Benchmarking** La existencia de benchmarks (casos de comparación) es clave para este tipo de simulaciones. Lo que se posee actualmente son casos ideales de colinas gausianas para el estudio de ondas de montañas, casos en donde se poseen soluciones analíticas para comparar. Este tipo de casos se justifica actualmente solo en contextos muy simples y por lo tanto se está llevando a cabo el esfuerzo de generar una mayor cantidad de casos y datos para comparar que tengan relación con el terreno complejo a alta resolución. Lo que se espera en el futuro incluye:

- Casos reales donde se posean una gran cantidad de observaciones tridimensionales a alta resolución.
- Integración temporal a largo plazo para casos reales que puedan ser usados para revisiones estadísticas.
- Además del flujo medio, tener información sobre las variables de segundo orden tales como los flujos de momentum y radiación.

### **Aspecto 3: Parametrizaciones de Capa Límite**

Los fenómenos asociados a la capa límite y a la mezcla a nivel de superficie son generalmente parametrizados en base al conocimiento de la turbulencia homogénea en terreno plano (por ejemplo, la teoría de similaridad) y bajo condiciones óptimas (estratificación quasi-estable). Estas condiciones no son las que se encuentran en terreno complejo. Las parametrizaciones clásicas de capa límite funcionan bien hasta mallas del orden de los kilómetros, bajo este rango su aplicación se torna cuestionable (zona gris).

Con respecto a la alta resolución de la malla, los modelos numéricos actuales utilizan dos acercamientos para resolver la turbulencia:

- a. *Promedio de Ensamble*: Las ecuaciones de Navier-Stokes son descompuestas en una componente media y una componente fluctuante (descomposición de Reynolds). La turbulencia queda completamente parametrizada en función de las variables del flujo medio (en la llamada parametrización de capa límite). Por definición, todas las variables del modelo son valores promedios.
- b. *Large Eddy Simulation*: En esta, las ecuaciones de Navier-Stokes son filtradas con un largo del filtro ubicado dentro del rango inercial del espectro

turbulento. De esta manera, el modelo resuelve solamente los grandes vórtices y la turbulencia de pequeña escala, considerada isotrópica, es parametrizada. Las variables de salida de un modelo LES son, en principio, instantáneas, pertenecientes a una realización específica de un proceso aleatorio.

Convenientemente, las ecuaciones pronósticas del flujo medio atmosférico para estos dos acercamientos son, idénticos. La diferencia radica en el detalle en como se obtiene la clausura del término turbulento.

Uno de los problemas relevantes, es que la parametrización usual para el promedio de Reynolds es unidimensional, en el sentido que solamente considera los flujos turbulentos verticales, calculados en función de las condiciones de una sola columna en la malla; mientras que para terreno complejo, las estructuras turbulentas son completamente tridimensionales. A medida que la malla se va volviendo mas pequeña, los flujos turbulentos horizontales y la advección de energía cinética turbulenta (en adelante TKE) se va volviendo mas importante y además se vuelve cuestionable el conocimiento de las estructuras turbulentas que son efectivamente parametrizadas y las que son efectivamente resueltas.

En los dominios del LES (mallas bajo el kilómetro), los flujos turbulentos relacionados a los grandes vórtices y la producción de TKE comienzan a ser explícitamente resueltos. En esta zona, el LES ha sido raramente probado en terreno complejo y además aún presenta varios problemas abiertos. Considerando el acercamiento usual de utilizar dominios anidados para obtener condiciones de borde realistas, un dominio pequeño LES debe estar anidado a otro mas grande sin LES. La unificación de estos dos dominios no es una tarea sencilla ya que presenta una serie de problemas, entre ellos: (a) el ruido generado en los bordes del dominio anidado, (b) el *spin-up* necesario para que el dominio LES represente adecuadamente la turbulencia, y (c) el tamaño de los dominios de tal forma que los efectos de borde queden fuera de la región de interés.

Junto con esto, se debe tener en cuenta también que, el conocimiento actual sobre la turbulencia en terreno complejo (i.e. las características que el modelo numérico debiese reproducir) es bien limitado y por lo tanto todos los desarrollos en aspectos numéricos deben ir de la mano con esfuerzos experimentales para obtener mejores observaciones.

Todo lo antes expuesto demuestra que, la utilización de LES en terreno complejo es un tema popular y de interés para la comunidad de modelación atmosférica.

Con respecto a la interacción entre las parametrizaciones de capa límite y los procesos de superficie, se han identificado las siguientes problemáticas:

- a. Radiación: Es necesario modificar los modelos para considerar los efectos de

las pendientes y de las sombras en topología compleja, en especial para las simulaciones a alta resolución. Si bien, la implementación de estos algoritmos son simples, la utilización en sistemas en paralelo se complica debido a que se necesita el cálculo de efectos de sombra no locales que en mallas muy finas pueden significar una gran cantidad de puntos.

- b. Validez de la teoría de Monin-Obukhov: La teoría de similaridad se genera en base a información en terreno plano y homogéneo, y, a priori, no se conoce hasta qué punto puede ser aplicada a terreno complejo. Se discuten dos problemáticas de esto: (i) la suposición de homogeneidad horizontal (la cual, para simulación a muy alta resolución no debiese ser el problema dominante) y (ii) el intercambio de momemtum: la mayoría de los modelos parametrizan el intercambio de momemtum solamente en función del esfuerzo de corte. De manera general, un buen modelo de superficie debiese tomar en consideración la tridimensionalidad y la heterogeneidad espacial de la turbulencia en terreno complejo.
- c. Albedo, Nieve, Humedad del Suelo: Estos parámetros son muy importantes para flujos inducidos térmicamente, energía y balance de agua. Los modelos de suelo generalmente son unidimensionales, pero en terrenos montañosos es necesario que sean bi o tridimensionales. También, debe ser necesario un acoplamiento entre el modelo atmosférico y modelos hidrográficos o de nieve para tener resultados correctos.
- d. Desviación de Viento Superficial: Los modelos generan magnitudes para el viento en la superficie demasiado elevadas para terreno plano y valles, debido a que la topografía de submalla no resuelta causa esfuerzos superficiales que no son representados. Varios modelos solucionan esto agregando un término de esfuerzo o aumentando el largo de rugosidad, dependiendo de la varianza de la elevación de submalla. El primero de estos métodos es recomendado debido a que cambiar la longitud de rugosidad tiene efectos colaterales en los flujos de calor y humedad.
- e. Arrastre por Ondas de Gravedad: En terrenos montañosos, el arrastre por ondas de gravedad, representan una componente importante del flujo de momemtum de submalla para las corrientes en jet. En los modelos, para que esto se considere, deben ser tomados en cuenta los efectos direccionales de submalla.

Finalmente, los esfuerzos para los futuros avances en las parametrizaciones de capa límite, que serán aquellos que se utilizarán en los modelos de la próxima generación, irán enfocados en las siguientes líneas:

- a. Modificaciones a los Esquemas Existentes: Básicamente incorporar variables que hasta ahora no han sido consideradas, como por ejemplo la velocidad vertical para los modelos de microfísicas y considerar una dependencia explícita de la altura, entre otros.
- b. Esquemas Nuevos: Aún se necesita el desarrollo de esquemas nuevos, por ejemplo: parametrizaciones de submalla para efectos de microescala en circulaciones locales, turbulencia y pulsaciones en rotores, y tormentas cuesta abajo.
- c. Efecto de la Orografía de Submalla: Para reducir las desviaciones de los perfiles de viento.
- d. Parametrizaciones de Submalla para Modelos de Escala Gruesa.

#### **Aspecto 4: Inicialización y Datos de Entrada**

Todos los modelos atmosféricos requieren condiciones iniciales superficiales y atmosféricas, además de condiciones de borde laterales e información estática para los dominios de simulación. Las condiciones iniciales y de borde generalmente vienen dadas por un modelo global. La información estática caracteriza las propiedades y el estado de la superficie, como lo es: la topografía, el albedo, la categoría de uso de suelo, la fracción de vegetación y la textura del suelo.

La información estática nativa de los modelos estándar tiene a lo más una resolución de 1 [km], por ende, para lograr una correcta simulación a alta resolución y en terreno complejo, es necesario alimentar al modelo con bases de datos de alta resolución.

Para las bases de datos orográficas, debido al peso de las bases de datos, los modelos vienen por defecto con información de a lo más 1 [km] de resolución, como lo es por ejemplo el GTOPO30 USGS (información a 30" de resolución). Para alcanzar la alta resolución se deben incorporar nuevas bases de datos. Existe información disponible desde la *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) con 3" (100 [m]) de resolución y tambien de ASTER (*Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer*) con 1" (30[m]) de resolución. El problema en ambos es el terreno complejo donde algunas veces hay errores (sombras, cálculo de topografía). Algunas veces, existe información nacional obtenida con escáner laser, pero generalmente no están abiertas libremente. Finalmente, la incorporación de las bases de datos de alta resolución a los modelos atmosféricos no es directa ni sencilla y la instalación de estas puede generar nuevos problemas.

Con respecto a la información de la superficie del suelo, las bases de datos usuales, por ejemplo la data de USGS (1 [km]), es de los 90s y por lo tanto está

desactualizada al no considerar el cambio en la vegetación y la deforestación. Nuevas bases de información, por ejemplo MODIS o CORINE (3'') usan 20 clases para clasificar el suelo, el cual es un número bajo de categorías como para caracterizar el terreno, además estas son locales y no globales. La información de la superficie del suelo se utiliza para calcular, entre otros, el albedo, el largo de rugosidad y la vegetación en cada punto de malla. Esta información se puede obtener también de estudios regionales o modelos agro-meteorológicos, sin embargo estos no se adecuan a algún estándar en específico y su incorporación es tediosa.

Para las condiciones iniciales del modelo, tener información adecuada es una precondición para generar simulaciones de mesoescala a alta calidad. Generalmente, estas condiciones las provee un modelo operativo global (sinóptico) el cual, por definición, no posee condiciones de borde. Luego, la información de ese modelo debe ser escalada a la malla del modelo mesoescala. Además, dentro de la misma simulación de mesoescala, los campos de los dominios exteriores deben ser escalados en los bordes de los dominios interiores (*nesting*). El escalamiento (o interpolación) se requiere tanto espacial como temporalmente. Los modelos globales utilizan pasos de tiempo típicos de 15 [min], sin embargo el estándar es entregar los resultados en intervalos horarios, por ejemplo 3 [h]. Los modelos mesoescala utilizan pasos de tiempo del orden de los 5 [min] y mucho menor para simulaciones de alta resolución. Las condiciones de borde laterales son creadas entonces por interpolación de los outputs del modelo global (cada 3 horas) a cada 5 minutos generando una serie de tiempo. Debido a la naturaleza de las condiciones, es claro que estas no contienen información física relevante en escalas de tiempo menor a las 3 horas, por lo tanto se deben aplicar un par de medidas cuando se trabaja para dominios donde son relevantes las pequeñas escalas: (i) utilizar una zona de buffer de manera que que los bordes laterales estén lejos de la zona de interés meteorológico y (ii) evitar grandes forzamientos orográficos en los bordes, por lo tanto se deben posicionar los bordes de los dominios en zonas alejadas de terreno complejo.

A continuación se listan algunas fuentes de información libres que proveen bases de datos como las descritas anteriormente:

- ASTER GDEM
- STRM data
- GlobCover 2009
- GlobCarbon 2007
- MODIS

- FAO
- HWSD 2009
- ESDB
- ECOCLIMAP-2
- LSA SAF

## **2.4. Uso Operativo de Asimilación de Datos**

La asimilación de datos es el proceso mediante el cual se busca la mejor estimación del estado de la atmósfera a través de una combinación lineal entre un conjunto de observaciones y el resultado de un modelo. A esta estimación se le llama análisis.

Actualmente la asimilación de datos es ampliamente utilizada para corregir las desviaciones propias de las simulaciones de la dinámica atmosférica para los casos de las escalas globales y sinópticas, ya que para ese rango existen una gran cantidad de datos de acceso libre que se pueden utilizar. Los resultados para los casos de gran escala han sido satisfactorios y por lo tanto el uso de la asimilación de datos se ha tornado cotidiano sin mayores cuestionamientos.

Para el caso de la asimilación en la capa límite, las investigaciones son escasas y en muchos casos, poco concluyentes. Se pueden resumir las investigaciones en esta área en tres grupos: (i) Incorporación de asimilación de datos en la capa límite planetaria en grandes escalas, (ii) Asimilación de datos de información superficial y (iii) Asimilación de datos en la PBL en la microescala.

Para el primer grupo, se pueden mencionar las investigaciones de [Cheng et al. \(2017\)](#) y [Dumais et al. \(2013\)](#). Acá efectivamente se asimilan datos dentro de la capa límite, pero en dominios de mesoescala, lo que significa que se puede acceder a una gran cantidad de punto, como por ejemplo, en el primer artículo donde se tiene la información de los anemómetros de las turbinas de varios parques. Dentro de este grupo también se ubican investigaciones que tienen relación con el ámbito militar y por lo tanto muchos resultados no son públicos. Las conclusiones de estos trabajos muestran mejoras de hasta un 30 % para el error en la magnitud del viento.

En el segundo grupo se ubican las investigaciones de [Stauffer et al. \(1991\)](#) y [Reen y Stauffer \(2010\)](#). En estas, lo que se asimila son las variables de la superficie, como por ejemplo: la temperatura del suelo o la humedad. Esta información es sencilla de obtener si se hacen campañas de medición con radiosondas. Luego, es posible obtener una alta densidad de datos en un terreno localizado. Los resultados de estos casos han demostrado que existe una mejora al asimilar datos superficiales, ya que se predice de mejor manera los flujos turbulentos superficiales.

Con respecto al último grupo, son casi inexistentes las investigaciones debido a dos motivos: (a) De por si son pocos los trabajos de simulación multiescala en donde se llegue a dominios con tan alta resolución y por ende, la mayoría de esos trabajos va mas enfocado a mejorar el LES que a la implementación de otros procesos numéricos, y (b) Para tener un buen resultado de la asimilación de datos

es necesario poseer una alta densidad de puntos, la cual, a escalas muy localizadas no es posible obtener sin hacer uso de algún tipo de instrumentación especial o alguna red de medición experimental que lo permita. Con respecto a esto último, se tiene conocimiento de varios trabajos en universidades extranjeras que se enfocan en el desarrollo de redes multisensoriales para evaluar el recurso eólico en zonas localizadas, sin embargo la información de esos proyectos es privada y de desconoce el resultado de la asimilación de datos para estos casos.

La aplicación de la asimilación en la ABL generalmente se ha dejado de lado debido a que, de por si, las predicciones para la magnitud del viento aún presentan grandes discrepancias con las mediciones en terreno y por lo tanto, asimilar datos puede que sea mas perjudicial que benéfico. Así, la mayoría de los esfuerzos académicos han estado en el desarrollo de parametrizaciones de PBL mas precisas.

Finalmente, las investigaciones relacionadas a la interacción entre la asimilación de datos y el terreno complejo, por ejemplo [Hacker et al. \(2018\)](#), han ido mas en el enfoque de hallar relaciones entre las variables superficiales y el comportamiento de la atmósfera, mas que la incorporación de datos en la ABL. Hay evidencia que, en terreno complejo, el comportamiento del viento está mas desincronizado de las variables superficiales que el terreno plano y por lo tanto la asimilación de datos de estas es menos efectiva.

## **2.5. Síntesis**

A modo de destacar las ideas fundamentales que se presentaron en este capítulo, a continuación se muestra un listado de los argumentos que hacen que la investigación a realizar sea académicamente atractiva:

1. No existen casos documentados en donde se haya exigido al modelo WRF una resolución tan alta como 2 [m] en terreno real con LES.
2. El terreno a simular es complejo y por lo tanto se expondrá la interacción del LES con este.
3. Se pondrán a prueba las bases de datos de alta resolución que sean de carácter públicas y libres.
4. Se hará de manera efectiva un proceso de asimilación de datos a nivel de capa límite en un dominio de microescala.
5. Los resultados obtenidos servirán como benchmark para futuras investigaciones.

Finalmente, y parafraseando al académico [Meneveau \(2019\)](#), la aplicación de métodos como la asimilación de datos dentro de la capa límite planetaria sigue siendo un área activa y atractiva de investigación. La descarbonización de la matriz energética mundial exige nuevos estándares para la predicción relacionada a energías renovables, y en el caso de la energía eólica, el núcleo del problema de la predicción yace en la física fundamental de la respuesta de la turbulencia de pared al forzamiento transiente de las grandes escalas.

---

# Capítulo 3

## Marco Teórico

Las bases de esta investigación se encuentran distribuidas en las áreas de la mecánica de fluidos, la meteorología, computación científica y matemáticas. En este capítulo se presenta el conjunto de conocimientos mínimos necesarios para comprender la manera en la que el código WRF ejecuta la integración numérica para predecir el comportamiento del viento y el posproceso realizado para interpretar los resultados.

En primer lugar, se introducen las ecuaciones que describen el comportamiento de un fluido a modo de ganar cierta intuición sobre los términos existentes en cada ecuación. Luego se describen aspectos relevantes de estas ecuaciones aplicadas a la atmósfera, para finalmente escribir las ecuaciones primitivas, piedra angular de la modelación atmosférica. Seguido, se presentan los temas de turbulencia, teoría de la capa límite, los fundamentos matemáticos del LES y finalmente el proceso de asimilación de datos.

A lo largo de esta sección, y por simplicidad, se aplicará la notación indicial cada vez que exista un índice repetido en un término, es decir:

$$\sum_{i=1}^3 x_i y_i = x_i y_i \quad (3.0.1)$$

De la misma manera, se utiliza la siguiente notación para las derivadas:

$$\partial_x a = \frac{\partial a}{\partial x} \quad (3.0.2)$$

Utilizando estas dos notaciones, notar que es posible por ejemplo, escribir el operador divergencia como:

$$\nabla \cdot \vec{u} = \partial_i u_i \quad (3.0.3)$$

### 3.1. Leyes Fundamentales de un Fluido

Sea un medio fluido cualquiera de densidad  $\rho$  y campo de velocidad  $\vec{v} = (u, v, w) = u_i \vec{e}_i$ . Se define la derivada material como el cambio total de una

variable  $a$  en un elemento diferencial fluido a lo largo de su trayectoria como

$$d_t a = \partial_t a + u_i \partial_i a \quad (3.1.1)$$

La definición de esta derivada permite unificar los enfoques lagrangianos y eulerianos de las leyes de conservación. Al primer sumando de la ecuación se le denomina componente local (como cambia la variable en un punto específico del espacio a lo largo del tiempo) y al segundo se le llama componente advectiva (lo que cambia debido al movimiento de sus vecinos).

### 3.1.1. Conservación de la Masa

La conservación de la masa queda descrita en el sentido euleriano de la forma:

$$\partial_t \rho + \partial_i (\rho u_i) = 0 \quad (3.1.2)$$

donde el primer término corresponde a la acumulación de masa dentro de un elemento diferencial de fluido, y el segundo, a los flujos de masa por las fronteras.

Cuando las fluctuaciones en la densidad no son elevadas, i.e. no violan la condición de incompresibilidad para el número de Mach ( $M < 0,3$ ), el término de acumulación es de un orden inferior al término asociado a los flujos y por lo tanto puede despreciarse.

La conservación de masa en su forma incompresible se escribe entonces como:

$$\partial_i u_i = 0 \quad (3.1.3)$$

Implicando que el volumen de un elemento diferencial de fluido se mantiene constante en toda su trayectoria material.

### 3.1.2. Conservación de Momentum

La forma general de la ecuación de conservación de momemtum lineal es de la forma:

$$\rho d_t u_i = \rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i + \partial_j \sigma_{ij} \quad (3.1.4)$$

El lado izquierdo de la ecuación 3.1.4 representa la derivada material de la cantidad de movimiento y por lo tanto su transformación. En el lado derecho están las fuerzas de cuerpo  $\rho g_i$  (asociadas a las aceleraciones de gravedad, Coriolis o

campos electromagnéticos), y los esfuerzos asociados a las fuerzas de superficie  $\partial_j \sigma_{ij}$ .

Esta ecuación es válida para cualquier medio continuo siempre y cuando existan maneras de determinar el tensor de esfuerzos  $\sigma_{ij}$ .

En específico para un fluido, las fuerzas de superficie vendrán dadas únicamente por la acción de la presión y de la viscosidad de la forma:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.1.5)$$

La conservación de momentum para un fluido queda entonces:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p + \partial_j \tau_{ij} \quad (3.1.6)$$

En el caso de un fluido incompresible, isotrópico, newtoniano y de viscosidad constante, el tensor de esfuerzos viscosos se define a través de su ecuación constitutiva:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu S_{kk} \delta_{ij} \quad (3.1.7)$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $\delta_{ij}$  es el delta de Krönecker y  $S_{ij}$  es el tensor tasa de deformación,

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j) \quad (3.1.8)$$

Nuevamente, cuando las variaciones de densidad son despreciables ( $M < 0,3$ ) la traza del tensor  $S_{ij}$  vale cero. Entonces, la conservación de cantidad de movimiento puede expresarse de la siguiente forma:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p + \mu \partial_{jj} u_i \quad (3.1.9)$$

La ecuación 3.1.9 corresponde a la conocida ecuación de Navier-Stokes.

Para un fluido ideal, es decir  $\mu = 0$  se obtiene la ecuación de Euler, que es de la forma:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p \quad (3.1.10)$$

### 3.1.3. Conservación de la Energía

En primer lugar, se extrae una ecuación para la energía cinética haciendo una contracción simple de la ecuación 3.1.6 con  $u_i$ .

$$\rho \left[ \partial_t \left( \frac{u_i u_i}{2} \right) + u_j \partial_j \left( \frac{u_i u_i}{2} \right) \right] = \rho u_i g_i + u_i \partial_j \sigma_{ij} \quad (3.1.11)$$

Se define la energía cinética  $K$  como:

$$K = \frac{1}{2} u_i u_i \quad (3.1.12)$$

A través de la regla de la cadena podemos expresar la ecuación 3.1.11 como:

$$\rho d_t K = \rho (\partial_t K + u_j \partial_j K) = \rho u_i g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) - \sigma_{ij} \partial_j u_i \quad (3.1.13)$$

Notar que ahora el segundo término del lado derecho representa el trabajo realizado por las fuerzas de superficie. El primer término corresponde al trabajo realizado por las fuerzas de cuerpo. Reemplazando con la ecuación constitutiva se obtiene:

$$\rho (\partial_t K + u_j \partial_j K) = \rho u_i g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) + p \partial_i u_i - \Phi \quad (3.1.14)$$

El tercer término representa ahora el trabajo por expansión o compresión de un elemento de fluido.  $\Phi$  es la pérdida de energía cinética por disipación viscosa y es un valor siempre positivo. Se puede demostrar que se puede escribir como:

$$\Phi = \tau_{ij} S_{ij} \quad (3.1.15)$$

La ley general de la conservación de energía se deriva del Teorema de Transporte de Reynolds y en su forma diferencial queda expresada como:

$$\rho d_t (e + K) = u_i \rho g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) - \partial_j q_i \quad (3.1.16)$$

Acá  $e$  es energía interna y  $q_i$  es el flujo de calor. Combinando la ecuación anterior con la ecuación 3.1.14 se obtiene una ecuación de transporte para la energía interna (ecuación de calor) en su forma mas general.

$$\rho (\partial_t e + u_j \partial_j e) = -\partial_i q_i - p \partial_i u_i + \Phi \quad (3.1.17)$$

Para el caso de un gas ideal, la magnitud de  $\Phi$  es despreciable con respecto al resto de los términos en la ecuación<sup>1</sup>. Se introduce la definición de energía interna.

$$e = C_v T \quad (3.1.18)$$

---

<sup>1</sup>Si bien los órdenes de magnitud pueden ser muy distintos en las escalas grandes, en la escala molecular la importancia de  $\Phi$  es indiscutida, ya que es la encargada de “agotar” la energía cinética y transformarla efectivamente en calor, permitiendo la creación de una cascada de energía a través de las escalas espaciales. Este concepto se abordará mas adelante.

Se puede demostrar que la ecuación de energía térmica para un gas ideal queda de la forma:

$$\rho C_p d_t T = -\partial_i q_i \quad (3.1.19)$$

El flujo de calor y la temperatura están relacionados a través de la ley de Fourier.

$$q_i = -k \partial_i T \quad (3.1.20)$$

Finalmente, la ecuación de calor para un gas ideal queda de la forma:

$$d_t T = \alpha \partial_{jj} T \quad (3.1.21)$$

Notar la naturaleza difusiva de la temperatura.  $\alpha = k/\rho C_p$  es la difusividad térmica.

### 3.1.4. Ecuación de Estado: Gas Ideal

El acoplamiento de las leyes de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía introducen como incógnitas las variables  $u_i$ ,  $\rho$ ,  $p$  y  $T$ , por lo tanto solo se poseen 5 ecuaciones para 6 variables.

De manera general, la manera en la que se logra la clausura del sistema es a través de la inclusión de una relación de la forma:

$$p = f(\rho, T) \quad (3.1.22)$$

A esta relación de la forma de la Ecuación 3.1.22 se le denomina ecuación de estado.

Para un gas, la clausura del sistema se lleva a cabo incorporando la ecuación de gas ideal:

$$p = \rho R T \quad (3.1.23)$$

De esta forma, el sistema de ecuaciones que generan en conjunto las ecuaciones 3.1.2, 3.1.6, 3.1.17, 3.1.22 forman un sistema cerrado para 6 incógnitas.

## 3.2. Dinámica Atmosférica

Tomando en consideración las ecuaciones de conservación presentadas en la sección anterior, es fácil deducir el conjunto de ecuaciones que modelan el comportamiento de la atmósfera.

La derivación de estas se puede encontrar en las referencias de Holton (1992); Jacobson (2005), sin embargo si ya se tiene un instinto físico con respecto a las fuerzas fundamentales explicadas anteriormente no debería ser sorpresiva la forma que toman estas ecuaciones.

Las diferencias entre las leyes deducidas en la sección anterior y la dinámica atmosférica son:

1. Se agregan las aceleraciones de Coriolis y centrífugas debido al marco de referencia no inercial que presenta la rotación de la Tierra.
2. Se incorporan los efectos debido a la curvatura de la Tierra.
3. Se anexa una ecuación de conservación de masa para la humedad en el aire.

Antes de escribir las ecuaciones en su forma final es necesario definir primero algunas variables auxiliares.

### 3.2.1. Temperatura Potencial

Generalmente en dinámica atmosférica es conveniente escribir la ecuación de conservación de energía en función de una nueva variable para la temperatura que permite entregar mas información acerca del estado térmico del ambiente.

Se introduce entonces la temperatura potencial  $\theta$ . Corresponde la temperatura de un elemento diferencial de fluido si se expande adiabáticamente hasta una presión de referencia  $p_s$  (generalmente la presión atmosférica). Este valor permanece constante para procesos secos y adiabáticos.

$$\theta = T \left( \frac{p_s}{p} \right)^{R/C_p} \quad (3.2.1)$$

La ecuación 3.2.1 es conocida como la relación de Poisson.

### Temperatura Potencial Virtual

Siguiendo con la misma lógica del párrafo anterior, es conveniente para estos estudios definir una nueva variable que incluya los efectos de la humedad, debido a que esta altera el comportamiento térmico de la atmósfera. Se define la temperatura

potencial virtual  $\theta_v$  como la temperatura que el aire seco debería tener para igualar la densidad del aire húmedo a una misma presión. Para aire no saturado la temperatura potencial virtual se calcula como:

$$\theta_v = \theta(1 + 0,61q_v) \quad (3.2.2)$$

Donde  $q_v$  es la razón de mezcla del vapor de agua en la atmósfera.

### 3.2.2. Gradiente de Temperatura

Corresponde a la variación de temperatura con respecto a la altura. Es un parámetro muy importante en meteorología ya que permite clasificar la estabilidad de la atmósfera (la cual se define mas adelante). Se puede desprender una relación entre el gradiente de temperatura y la temperatura potencial tomando el logaritmo de la ecuación 3.2.1, derivando con respecto a  $z$  y utilizando la ecuación de gas ideal. Esta relación queda como:

$$\frac{T}{\theta} \partial_z \theta = \partial_z T + \frac{g}{C_p} \quad (3.2.3)$$

Para el caso de una atmósfera en donde  $\theta$  es constante con respecto a su altura (estabilidad neutra), se obtiene el valor para el gradiente adiabático:

$$-\partial_z T = \frac{g}{C_p} = \gamma_d \quad (3.2.4)$$

El valor de  $\gamma_d$  es de 9,8 [°C/km] y es aproximadamente constante en la parte baja de la atmósfera.

### 3.2.3. Condiciones de Estabilidad

Se desprende de lo anterior que si la temperatura potencial varía con respecto a la altura, existe una desviación del gradiente de temperatura con respecto a su contraparte adiabática. Se escribe esta desviación como:

$$\frac{T}{\theta} \partial_z \theta = \gamma_d - \gamma \quad (3.2.5)$$

Si  $\gamma < \gamma_d$ , significa que  $\partial_z \theta > 0$  entonces un elemento diferencial de aire que se somete a un desplazamiento adiabático desde su posición de equilibrio va a tender a flotar hacia arriba cuando es desplazado hacia abajo y, de la misma manera, va a tender a flotar hacia abajo si es desplazado hacia arriba, de tal forma que

independiente de su perturbación, este va a tender al equilibrio. Para este caso se habla de *atmósfera estable* o *establemente estratificada*.

Naturalmente, un elemento de fluido sometido a una perturbación en una atmósfera estable va a tener un movimiento oscilatorio hasta su equilibrio. A este movimiento se le denomina oscilación de flotabilidad.

Se puede hallar un valor para la frecuencia característica de estas oscilaciones si se considera la ecuación de conservación de cantidad de movimiento y una aproximación hidrostática frente a un pequeño desplazamiento  $\delta z$ .

La ecuación que modela la oscilación es:

$$d_z^2(\delta z) = -N^2 \delta z \quad (3.2.6)$$

Donde:

$$N^2 = g \partial_z \ln \theta \quad (3.2.7)$$

$N$  es una medida de la estabilidad de la atmósfera.

Notar que la ecuación 3.2.6 tiene como solución general la forma  $\delta z = A \exp(iNt)$ , por lo tanto si  $N^2 > 0$ , un elemento de fluido va a oscilar torno al equilibrio con periodo  $\tau_N = 2\pi/N$ .  $N$  es entonces la frecuencia de flotación o frecuencia de Brunt–Väisälä.

Para el caso donde  $N = 0$ , no existen fuerzas que aceleren un movimiento perturbado y un elemento de fluido estará en equilibrio neutro con un nuevo nivel. Para  $N^2 < 0$  ( $\theta$  disminuye con respecto a la altura), el desplazamiento incrementará exponencialmente en el tiempo.

Como resumen, se puede clasificar la estabilidad atmósferica según los siguientes criterios:

$$d_z \theta > 0 ; \text{ Estable} \quad (3.2.8)$$

$$d_z \theta = 0 ; \text{ Neutra} \quad (3.2.9)$$

$$d_z \theta < 0 ; \text{ Inestable} \quad (3.2.10)$$

Finalmente, para contabilizar el efecto de la humedad, se puede indistintamente reemplazar  $\theta$  con  $\theta_v$  en las ecuaciones 3.2.8-3.2.10 para hallar criterios de estabilidad para atmósfera húmeda.

### 3.2.4. Ecuaciones Primitivas

Considerando todo lo expuesto anteriormente, las ecuaciones que gobiernan el movimiento global de la atmósfera en coordenadas esféricas se escriben como (Warner 2010):

$$d_t u = \frac{uv \tan \phi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_x p - 2\Omega(w \cos \phi - v \sin \phi) + F_{rx} \quad (3.2.11)$$

$$d_t v = -\frac{u^2 \tan \phi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_y p - 2\Omega u \sin \phi + F_{ry} \quad (3.2.12)$$

$$d_t w = \frac{u^2 + v^2}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_z p + 2\Omega u \cos \phi - g + F_{rz} \quad (3.2.13)$$

$$\partial_t T = -u \partial_x T - v \partial_y T + (\gamma - \gamma_d)w + \frac{1}{C_p} d_t H \quad (3.2.14)$$

$$d_t \rho = -\rho(\partial_i u_i) \quad (3.2.15)$$

$$d_t q_v = Q_v \quad (3.2.16)$$

$$p = \rho R T \quad (3.2.17)$$

Donde  $\phi$  es la latitud,  $a$  es el radio de la tierra,  $\Omega$  es la frecuencia de rotación de la tierra,  $F_r$  es una fuerza de fricción generalizada,  $H$  son las fuentes de calor y  $Q_v$  son las fuentes o sumideros de vapor de agua en el dominio.

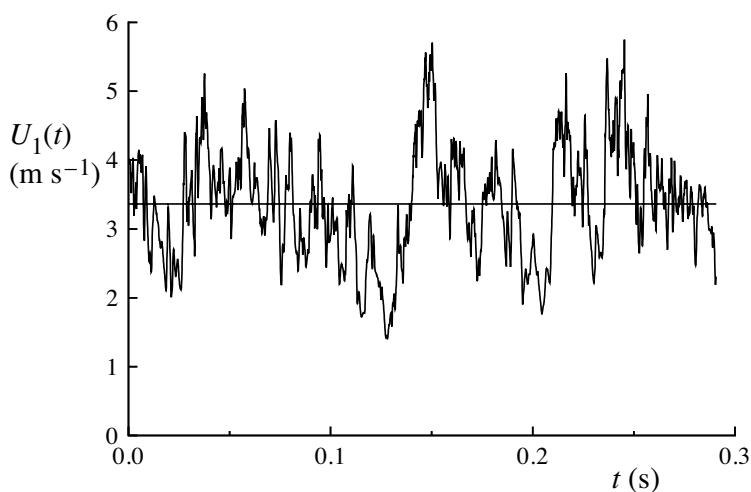
La ecuación 3.2.16 representa la conservación de masa para el vapor de agua dentro de la atmósfera. Este sistema de ecuaciones es la base y precursor de todos los modelos globales de la atmósfera, los cuales se vienen desarrollando desde los años 50.

### 3.3. Turbulencia Hidrodinámica

En esta sección se presentará un introducción a las bases teóricas del problema de la turbulencia. No se pretende hacer una definición detallada de todo el problema, es más, hay ciertos aspectos que se omitirán en esta parte, pero que en secciones futuras se presentan por motivo de la cohesión de este documento. Lo que se presenta acá es, mas que nada, un retrato cualitativo de la turbulencia, necesario para poder entender ciertos aspectos de la dinámica del atmósfera. Para mas información se pueden revisar las referencias clásicas ([Davidson 2013](#); [Mathieu y Scott 2000](#); [Pope 2000](#)).

#### 3.3.1. Aspectos Generales

La gran mayoría de los fluidos en la naturaleza y en aplicaciones industriales se dicen que son turbulentos. En nuestra vida cotidiana estamos tan expuestos a estos que, en general, se tiene una buena intuición de lo que son y por lo tanto este concepto es, a grandes rasgos, aceptado sin mayor discusión. La principal característica de un flujo turbulento es que es aleatorio y que posee distintas escalas. Por ejemplo: un gráfico para la velocidad en función del tiempo se verá bien ruidoso y si se pudiese amplificar una sección de este gráfico, la velocidad se seguirá viendo ruidosa tal como se puede apreciar en la Figura 3.1. Sin embargo, se puede seguir amplificando hasta llegar a una escala en donde la velocidad se comporte de manera suave. Esto mismo se cumple si en vez de considerar el tiempo, se graficara en función de alguna coordenada espacial.



**Figura 3.1:** Serie de tiempo para una componente de la velocidad en un flujo turbulento. Fuente: [Pope \(2000\)](#).

Para entender el origen de la turbulencia, consideremos el número de Reynolds:

$$Re = \frac{LD}{\nu} \quad (3.3.1)$$

el cual se puede interpretar como el cuociente entre las fuerzas inerciales y viscosas en un fluido. Para un fluido que no es turbulento, o sea, laminar, el número de Reynolds es relativamente bajo y eso significa que la viscosidad predomina en su comportamiento. El rol que tiene la viscosidad acá es relevante, ya que es la encargada de atenuar perturbaciones que se puedan dar en las condiciones iniciales o de contorno. A medida que el número de Reynolds crece, la viscosidad irá perdiendo esta capacidad de atenuar las fluctuaciones y se llegará a un punto en donde estas fluctuaciones comenzarán a amplificarse localmente (se alcanza un número de Reynolds crítico y se entra en la zona de transición). A mayor número de Reynolds aún, es inevitable la presencia de inestabilidades en todo el flujo y es acá en donde se alcanza la turbulencia.

Actualmente no existe una definición formal de turbulencia. Luego, en ausencia de esta, se pueden presentar las principales características asociadas a los flujos turbulentos:

- La turbulencia es un proceso aleatorio
- La turbulencia contiene un amplio rango de diferentes escalas.
- La turbulencia presenta vorticidad aleatoria en pequeñas escalas.
- La turbulencia aparece a altos números de Reynolds.
- La turbulencia disipa energía.
- La turbulencia es un fenómeno del continuo.
- La turbulencia es un fenómeno tridimensional.
- Las grandes escalas de la turbulencia son insensibles a la viscosidad a altos número de Reynolds.

A continuación se presentan dos de los resultados mas relevantes para el trabajo de tesis, con respecto a la teoría de la turbulencia homogénea e isotrópica.

### **3.3.2. Aleatoriedad y Descomposición de Reynolds**

Reynolds en el año 1894 fue el primero en derivar un conjunto de ecuaciones para flujos turbulentos a través de la reconocida descomposición de Reynolds:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.3.2)$$

Es decir, se descompone el campo de velocidad en una componente media y una componente fluctuante, de esta manera las ecuaciones que se solucionan serán aquellas para el flujo medio evitándose el problema de la aleatoriedad<sup>2</sup>.

Aplicando esta descomposición junto con propiedades estadísticas del promedio y la conservación de masa, es posible escribir la ecuación de momentum (despreciando las fuerzas de cuerpo) de Navier-Stokes como:

$$(\partial_t \bar{u}_i + \bar{u}_j \partial_j \bar{u}_i) = \nu \partial_{jj} \bar{u}_i - \frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \partial_i (\bar{u}'_i \bar{u}'_j) \quad (3.3.3)$$

Notar que esta estructura es la misma que en la ecuación 3.1.9 salvo que aparece un nuevo término  $\bar{u}'_i \bar{u}'_j$ , el cual se le llama **esfuerzo de Reynolds** y corresponde a la covarianza de las velocidades.

El esfuerzo de Reynolds es el que acarrea la información sobre la turbulencia del flujo y tiene la característica de estar no cerrado, en el sentido que debe modelarse en función de las variables conocidas del problema o resolverla escribiendo una nueva ecuación de transporte para esta (introduciendo nuevas variables no cerradas). En dinámica atmosférica, generalmente la clausura se lleva a cabo utilizando esquemas sencillos que se verán en el próximo capítulo.

Con la introducción del tensor de esfuerzos de Reynolds, se puede definir ahora la energía cinética turbulenta  $k$  (en adelante TKE) como:

$$k = \frac{1}{2} \bar{u}'_i \bar{u}'_i \quad (3.3.4)$$

### 3.3.3. Escalas de la Turbulencia

Para entender la manera en la que interactúan las distintas escalas presentes en la turbulencia, primero es necesario comprender el concepto de *cascada de energía*. La idea de la cascada de energía fue introducida por Richardson en 1922, expone que la energía cinética entra a la turbulencia en las escalas mas grandes del movimiento. Esta energía es transferida (por un proceso no viscoso) a escalas cada vez mas pequeñas hasta que, en la escala mas pequeña posible, la energía es disipada por los efectos viscosos.

El mecanismo con el cual se lleva a cabo la cascada es la ruptura continua de vórtices. Los vórtices mas grandes son inestables (poseen un  $Re$  elevado) y tienden a romperse en vórtices mas pequeños, estos vórtices continúan rompiéndose hasta que el número de Reynolds asociado a los vórtices se hace tan pequeño como para

---

<sup>2</sup>El promedio acá se entiende como tanto espacial, temporal o de ensamble; haciendo uso de la teoría ergódica para turbulencia isotrópica homogénea desarrollada.

que la viscosidad pueda estabilizar sus estructuras.

La importancia de esta idea radica en que la disipación viscosa ocurre solamente al final de todo el proceso. Esta tasa de disipación  $\varepsilon$  debe ser determinada entonces en el inicio de la cascada a través de la transferencia de energía de los vórtices más grandes.

La descripción analítica de las distintas escalas de la turbulencia se hizo por primera vez en 1941 por Kolmogorov a través de la postulación de tres hipótesis:

**Hipótesis de Isotropía Local** A un número de Reynolds lo suficientemente elevado, los movimientos turbulentos de las pequeñas escalas son estadísticamente isotrópicos.

**Primera Hipótesis de Similaridad** Para cualquier flujo turbulento a un número de Reynolds lo suficientemente elevado, las estadísticas de los movimientos de las pequeñas escalas tienen una forma universal y dependen solamente de  $v$  y  $\varepsilon$ .

Bajo esta hipótesis, es sencillo demostrar por análisis dimensional que las pequeñas escalas  $\eta$  serán del orden de:

$$\eta \sim \left( \frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (3.3.5)$$

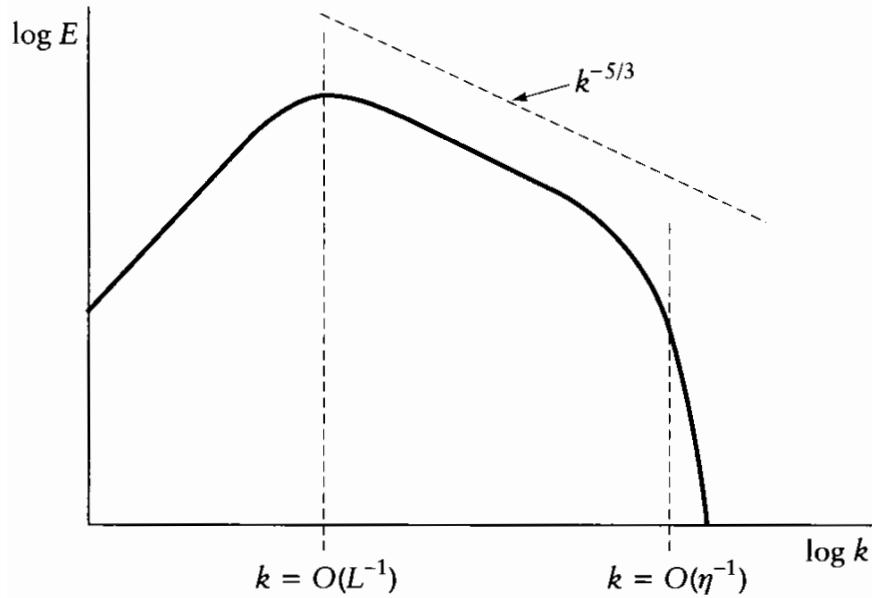
Y su relación con las grandes escalas  $l_0$ :

$$\frac{\eta}{l_0} \sim Re^{-3/4} \quad (3.3.6)$$

**Segunda Hipótesis de Similaridad** Para cualquier flujo turbulento a un número de Reynolds lo suficientemente elevado, las estadísticas de los movimientos de las escalas ubicadas entre  $l_0 > l > \eta$  tienen una forma universal y dependen únicamente de  $\varepsilon$ , independiente de  $v$ .

De esta manera, un bosquejo típico log-log de la cascada de energía, se puede ver en la Figura 3.2. Acá se grafica el espectro de energía  $E$  en función del número de onda  $\kappa$ , es decir, cómo se distribuye la energía cinética a través de las distintas escalas espaciales ( $\kappa \sim 1/l$ ).

Tal como se explica anteriormente, existen tres zonas dentro de la cascada de energía. La primera, es la zona de producción de energía cinética asociada a los grandes vórtices  $l_0$ . Luego, se ubica el rango inercial, el cual es solo función de la tasa de transferencia de energía y se comporta como una recta. Finalmente, está la microescala o escala de Kolmogorov  $\eta$  donde ocurre la disipación.



**Figura 3.2:** Gráfico típico log-log de distribución de energía cinética turbulenta con respecto al número de onda  $\kappa$  para un flujo con un número de Reynolds elevado. Fuente: [Mathieu y Scott \(2000\)](#).

Con respecto a la escala inercial, se puede demostrar por análisis dimensional que:

$$E(\kappa) = C \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (3.3.7)$$

Este resultado nace de las consideraciones en las hipótesis de Kolmogorov. Se tiene entonces que para turbulencia homogénea e isotrópica, la pendiente (logarítmica) de la energía con respecto al número de onda en la escala inercial es universal y constante, y tiene un valor de  $-5/3$ .

De manera operacional, se puede encontrar el espectro de energía turbulenta haciendo una transformada de Fourier del campo de velocidades<sup>3</sup>. El par que define esta transformada será:

$$\tilde{u}'_i(\vec{\kappa}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int u'_i(\vec{x}, t) e^{-i\vec{\kappa} \cdot \vec{x}} d^3 \vec{x} \quad (3.3.8)$$

$$u'_i(\vec{x}, t) = \int \tilde{u}'_i(\vec{\kappa}, t) e^{i\vec{\kappa} \cdot \vec{x}} d^3 \vec{\kappa} \quad (3.3.9)$$

El espectro de energía cinética turbulenta se puede expresar en función del

---

<sup>3</sup>Una definición más formal del espectro, a través de las funciones de correlación, se puede ver en [Mathieu y Scott \(2000\)](#).

número de onda  $\vec{\kappa}$  como:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \int_0^{\infty} E(\kappa, t) d\kappa \quad (3.3.10)$$

$$E(\kappa, t) = 2\pi\kappa^2 \phi_{ii}(\kappa, t) \quad (3.3.11)$$

$$\phi_{ii} \approx \overline{\tilde{u}'_i \tilde{u}'_i^*} \quad (3.3.12)$$

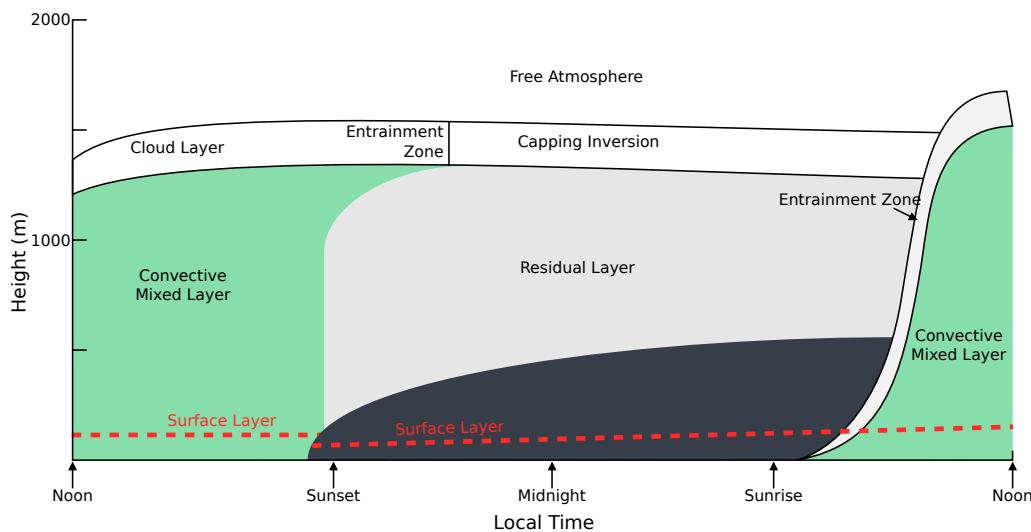
Acá  $E$  es el espectro de energía,  $\phi_{ii}$  es la transformada de Fourier de la llamada función de correlación (que en esta formulación funciona como variable auxiliar) y el superíndice \* denota el conjugado.

### 3.4. Fundamentos de Capa Límite Atmosférica

Se define la capa límite atmosférica (ABL *Atmospheric Boundary Layer* o PBL *Planetary Boundary Layer*) como la parte de la troposfera que está influenciada directamente por la presencia de la superficie terrestre y que responde a las fuerzas superficiales en una escala de tiempo del orden de las horas o menor.

La ABL es altamente variable y se caracteriza por ser turbulenta en la gran mayoría de los casos. Su turbulencia es generada debido al roce con la superficie, la presencia de obstáculos y/o por flotación debido a la temperatura del suelo.

Existe una estructura bien definida para las capas límites atmosféricas que se desarrollan sobre superficies a alta presión, esta estructura es variable en el tiempo, siendo influenciada principalmente por los ciclos diarios de enfriamiento y calentamiento de la superficie por la radiación solar. En la Figura 3.3<sup>4</sup> se puede ver la evolución de la estructura de la capa límite en las distintas horas del día (para un día estándar) y sus principales componentes.



**Figura 3.3:** Evolución diurna de la estructura de la capa límite. Fuente: Wikimedia.

Como se puede ver, la ABL posee 3 grandes componentes: (a) la capa de mezcla o *mixed layer* (b) la capa residual o *residual layer* y (c) la capa límite estable o *stable boundary layer* (en negro). Además de estas, se reconoce la capa de superficie o *surface layer* que es la región al fondo de la capa límite donde los esfuerzos turbulentos no varían más de un 10 % de su magnitud y que es dominada principalmente por el roce con el terreno. Así, sea cual sea la estructura de la capa

<sup>4</sup>[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Atmospheric\\_boundary\\_layer.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Atmospheric_boundary_layer.svg)

límite, el 10 % mas cercano a la superficie va a corresponder siempre a la capa superficial. Finalmente, una capa delgada llamada microcapa o capa de interfaz se ubica en los primeros centímetros de la capa de aire. En esta, el transporte molecular (viscosidad) predomina sobre el transporte turbulento.

Algunas características esenciales de la ABL se mencionan a continuación:

- La humanidad gasta la mayoría de su vida dentro de la ABL.
- Los pronósticos del clima son en verdad pronósticos de la capa límite.
- La polución queda atrapada en la ABL.
- La neblina es creada en la ABL.
- La fuente principal de energía para toda la atmósfera es la radiación solar, la cual, en su mayoría es absorbida por el suelo y transmitida al resto de la atmósfera por los procesos de capa límite.
- Cerca de un 50 % de la energía cinética de la atmósfera es disipada en la capa límite.
- El transporte turbulento de momemtum desde la capa límite a la superficie es el sumidero mas grande de momemtum de la atmósfera.
- Las turbinas eólicas extraen energía de los vientos de la ABL.

### **3.4.1. Estructuras de Capa Límite**

#### **Capa de Mezcla**

Se caracteriza por poseer una turbulencia que usualmente es provocada por la convección, aunque es posible que se forme una especie de capa de mezcla en zonas con vientos fuertes. Las fuentes de convección incluyen la transferencia de calor desde la superficie caliente y el enfriamiento por radiación desde la parte superior de una capa de nubes. La primera de estas, crea movimientos de aire caliente ascendentes desde la superficie de la tierra, mientras que la segunda, genera movimientos descendentes de aire frío desde las nubes. Ambos puedes ocurrir simultáneamente.

En días despejados, el crecimiento de la capa de mezcla está unido al calentamiento solar de la superficie. Comenzando aproximadamente media hora después del amanecer, la altura de la capa de mezcla turbulenta empieza a crecer. La característica fundamental de la capa de mezcla es la mezcla intensa de las variables atmosféricas dentro de esta debido a su condición de ser estáticamente inestable a causa del ascenso de aire caliente. La capa de mezcla alcanza su máxima altura después del mediodía.

Los perfiles de temperatura potencial virtual para esta capa suelen ser generalmente adiabáticos debido a la mezcla, mientras que en la capa superficial es normal hallar perfiles superadiabáticos debido a la superficie caliente.

Sobre la capa de mezcla, una capa estable actúa como cubierta de los movimientos ascendentes de aire caliente restringiendo el dominio de la turbulencia. Es la llamada capa de arrastre o *entrainment zone*. Generalmente esta capa es lo suficientemente estable como para que ocurra una inversión térmica y por lo tanto, también se le denomina como capa de inversión.

La rapidez de los vientos dentro de esta capa son subgeostróficos. La parte media de la capa de mezcla presenta un perfil de velocidad que es casi constante (debido a la alta mezcla de momemtum) y un perfil logarítmico en los dominios de la capa de superficie.

### **Capa Residual**

En ausencia de advección de aire frío, aproximadamente media hora antes del atardecer, las corrientes ascendentes calientes dejan de existir y la turbulencia en la capa de mezcla decae. La capa de aire que queda se le llama capa residual. Esta capa es de estratificación neutra, lo que implica que la turbulencia es casi de la misma magnitud en todas las direcciones y su perfil de  $\theta_v$  es casi adiabático.

Los escalares pasivos que flotaron gracias a la radiación del día se mantendrán en el aire en la capa residual y en el amanecer, cuando la capa de mezcla comienza a arrastrarse con la capa residual, la radiación solar puede provocar reacciones fotoquímicas sobre estos escalares. Esto tiene especial importancia para el caso de la humedad (que se puede considerar a grandes rasgos como un escalar pasivo). En la capa de mezcla la humedad se evapora y quedará retenida dentro de la capa residual, con el pasar de los días, la unificación de la capa residual con la capa de mezcla puede generar formación de nubes en zonas donde, de otra manera, no se podría.

La capa residual no tiene contacto directo con la superficie. Durante la noche, la capa estable aumenta su espesor modificando el fondo de la capa residual. Luego, la capa residual no es afectada por el transporte turbulento de propiedades relacionadas a la superficie y por lo tanto no cae dentro de la definición de lo que se define como capa límite, sin embargo es una estructura dominante de la atmósfera.

### **Capa Límite Estable**

A medida que la noche progresá, la parte inferior de la capa residual se transforma debido al contacto con la superficie en una capa límite estable. Esta se

caracteriza por ser estáticamente estable y poseer de manera esporádica turbulencia de baja intensidad. Si bien los vientos a nivel de superficie se vuelven mas tranquilos, por sobre esto, el viento puede acelerar a velocidades supergeostróficas en un fenómeno llamado jet nocturno o corriente en chorro de bajo nivel.

Mientras que el aire estáticamente estable tiende a suprimir la producción de turbulencia a nivel de superficie, el desarrollo del jet nocturno fomenta el cortante en el viento, lo cual incita la turbulencia lejos de la superficie. Como resultado, existe turbulencia que se manifiesta en ráfagas cortas que generan mezcla a lo largo de la capa límite estable. Durante los periodos no turbulentos, el movimiento del viento se desacopla de la superficie.

El límite superior de la capa límite estable no es fácilmente identificable como lo es en la capa de mezcla, ya que esta se une suavemente a la capa residual. El largo de la capa estable será la altura en donde la turbulencia es solo una pequeña fracción de su valor superficial.

La velocidad del viento en la noche tiene un comportamiento complejo. En las cercanías de la superficie generalmente se tiene un viento leve o incluso calmado. Sobre los 200 [m] el aire puede alcanzar velocidades de entre 10 a 30 [m/s] en el jet nocturno. Unos cuantos cientos de metros mas arriba y la velocidad del viento disminuye, recuperando su valor geostrófico.

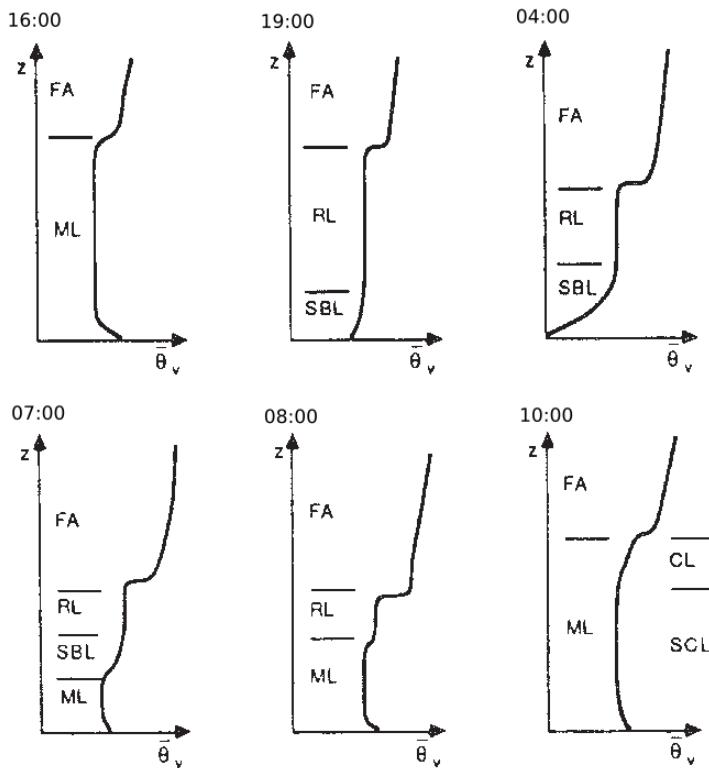
Esta capa estable también es posible que se forme en el día siempre y cuando la superficie sea mas fría que el aire que lo rodea, como puede ser el caso de frentes cálidos o zonas cercanas a la costa.

## Evolución de la Temperatura Potencial

En la Figura 3.4 se muestra la evolución para la temperatura potencial virtual  $\theta_v$  a lo largo de un día estándar. Se puede observar que el perfil de  $\theta_v$  da la información suficiente para reconocer perfectamente la estructura de la capa límite.

En esta figura se usan los siguientes acrónimos:

- FA: *Free Atmosphere*, atmósfera libre.
- ML: *Mixed Layer*, capa de mezcla.
- RL: *Residual Layer*, capa residual.
- SBL: *Stable Boundary Layer*, capa límite estable.
- CL: *Cloud Layer*, capa de nubes.
- SCL: *Subcloud Layer*, capa de subnubes.



**Figura 3.4:** Evolución del perfil de  $\theta_v$  en el ciclo diurno. Fuente: [Stull \(1988\)](#).

### 3.4.2. Esfuerzos Turbulentos

La turbulencia mezcla momemtum, energía, humedad y contaminantes vertical y horizontalmente. El grado de turbulencia puede ser cuantificado en un término de flujo turbulento (tal como se detalló en la sección anterior). Para el caso del momemtum horizontal, el flujo turbulento vertical será una función de  $\overline{w'u'}$  y  $\overline{w'v'}$ , que son los flujos turbulentos cinemáticos verticales medios.

Los flujos turbulentos cinemáticos medios son negativamente proporcional a los esfuerzos de Reynolds. Este esfuerzo hará que una parcela de aire sufra una deformación. Consideremos el caso vertical en dirección x: la velocidad  $w'$  generará mezcla de la velocidad  $u'$ . La mezcla vertical de  $u'$  producirá un esfuerzo en la dirección x y normal a z. Este esfuerzo se calcula como:

$$\tau_{R,xz} = -\rho \overline{w'u'} \quad (3.4.1)$$

Ahora, generalmente se quiere saber el esfuerzo total generado por el movimiento horizontal, el cual es relevante a bajas alturas. Se puede demostrar que se puede

escribir el flujo turbulento vertical de momemtum horizontal como:

$$|\tau_{R,z}| = \rho[(\bar{w}'\bar{u}')^2 + (\bar{w}'\bar{v}')^2]^{1/2} \quad (3.4.2)$$

Coloquialmente a  $\tau_{R,z}$  se le conoce también  $\tau_{13}$  en la literatura, referenciando a 1 como la dirección horizontal del viento y 3 la dirección vertical.

De la misma manera, los flujos turbulentos verticales causan mezcla turbulenta de calor y de humedad desde la superficie. Se pueden anotar estos como:

$$H_f = \rho C_{p,d}(\bar{w}'\bar{\theta}'_v)_s \quad (3.4.3)$$

$$Q_f = \rho(\bar{w}'\bar{q}'_v)_s \quad (3.4.4)$$

### Velocidad de Fricción

En el contexto de la parametrización de los esfuerzos turbulentos de la superficie, es conveniente introducir una nueva variable de escalamiento para la velocidad que permita reducir el problema. Esta es la llamada velocidad de fricción. Se calcula como:

$$u_* = \sqrt{\frac{|\tau_{R,z}|}{\rho}} \quad (3.4.5)$$

$u_*$  es una métrica de la turbulencia producida mecánicamente debido al roce, al cortante y a la presencia de protuberancias en el terreno.

### Clausura de la Difusión Turbulenta

La formulación de ecuaciones de transporte para los flujos turbulentos introduce mas incógnitas que ecuaciones. Es necesario entonces, buscar una manera de lograr la clausura del problema introduciendo alguna relación adecuada. Para los flujos en la capa superficial, sea de momemtum, calor, humedad, etc., estos suelen ser estimados mediante la aplicación de: (a) fórmulas para el arrastre aerodinámico (orden 0), (b) teoría de similaridad de Monin-Obukhov (orden 0), (c) teoría del transporte gradiente (orden 1) o (d) teorías con formulaciones de orden superior.

En la formulación de arrastre se tiene:

$$(\bar{w}'\bar{u}')_s = -C_D |\bar{V}_h(z_r)| [\bar{u}(z_r) - \bar{u}(z_{0,m})] \quad (3.4.6)$$

$z_{0,m}$  es el largo de rugosidad para la similaridad de momemtum. Notar que  $\bar{u}(z_{0,m}) = 0$  por definición.  $z_r$  es una altura de referencia (generalmente 10 [m]) y  $C_D$  es el coeficiente de arrastre a la altura de referencia.

En la formulación de transporte gradiente se tiene un coeficiente de difusión turbulento de la forma:

$$K_{m,zx} = -\frac{(\overline{w'u'})_s}{\partial \bar{u}/\partial z} = C_D |\bar{V}_h(z_r)| (z_r - z_{0,m}) \quad (3.4.7)$$

Las teorías de arrastre aerodinámico y de transporte gradiente son bien conocidas en el área de la mecánica de fluidos y por lo tanto no trae mayor beneficio el detallarlas acá. Por otro lado, la teoría de similaridad de Monin-Obukhov presenta una mayor intuición acerca del comportamiento de la capa límite y es relevante presentar sus fundamentos, ya que en base a esta se desarrollan la mayoría de los solvers atmosféricos.

### Teoría de Similaridad de Monin-Obukhov

Se habla de teoría de Monin-Obukhov al referirse a la aplicación de la teoría de similaridad (grupos adimensionales) a la capa límite atmosférica considerando tantos los efectos de roce, como los efectos de flotación.

Una primera relación adimensional que nace de este acercamiento es el gradiente de viento adimensional:

$$\frac{\phi_m}{\kappa} = \frac{z}{u_*} \frac{\partial |\bar{V}_h|}{\partial z} \quad (3.4.8)$$

Donde  $\phi_m$  es un valor que se calcula en función de  $z/L$ , siendo  $L$  es el largo de Monin-Obukhov.  $\kappa$  es la constante de Von Karman (usualmente 0,4). Businger et al. (1971) presenta la función de  $\phi_m$  de la forma:

$$\phi_m = \begin{cases} 1 + \beta_m \frac{z}{L} & \frac{z}{L} > 0 \text{ estable} \\ (1 - \gamma_m \frac{z}{L})^{-1/4} & \frac{z}{L} < 0 \text{ inestable} \\ 1 & \frac{z}{L} = 0 \text{ neutral} \end{cases} \quad (3.4.9)$$

Acá  $\beta_m$  y  $\gamma_m$  son constantes en función del valor de  $\kappa$  que se use (Jacobson 2005).

El largo de Monin-Obukhov  $L$  es una altura proporcional a la altura a la cual la producción de turbulencia debido a la flotación comienza a dominar por sobre la producción debido a efectos mecánicos. Matemáticamente,

$$L = \frac{u_*^3 \bar{\theta}_v}{\kappa g (\overline{w'\theta'_v})_s} = \frac{u_*^2 \bar{\theta}_v}{\kappa g \theta_*} \quad (3.4.10)$$

La segunda igualdad es obtenida sustituyendo por la siguiente relación de

similaridad,

$$(\overline{w'\theta'_v})_s \approx -u_*\theta_* \quad (3.4.11)$$

Acá se introduce  $\theta_*$  que es una variable de escalamiento para la temperatura potencial<sup>5</sup>.  $\theta_*$  es proporcional a la diferencia vertical de temperatura potencial. A mayor valor de  $\bar{\theta}$  en la cercanía de la superficie, más negativo será el cambio de temperatura potencial con respecto a la altura y por ende mas inestable será la atmósfera. Para este caso  $L$  será negativo pero de un valor pequeño (es inversamente proporcional a  $\theta_*$ ). Si  $L$  es pequeño y negativo,  $z/L$  es negativo y grande. Estos valores de  $z/L$  corresponden a atmósferas inestables debido a la flotación. Análogamente, valores positivos de  $z/L$  corresponden a atmósferas estables.

Evidentemente, la introducción de  $\theta_*$  permite escribir relaciones de similaridad para el perfil de  $\theta$  de la forma:

$$\frac{\phi_h}{\kappa} = \frac{z}{\theta_*} \frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial z} \quad (3.4.12)$$

$$\phi_h = \begin{cases} Pr_t + \beta_h \frac{z}{L} & \frac{z}{L} > 0 \text{ estable} \\ Pr_t(1 - \gamma_h \frac{z}{L})^{-1/2} & \frac{z}{L} < 0 \text{ inestable} \\ Pr_t & \frac{z}{L} = 0 \text{ neutral} \end{cases} \quad (3.4.13)$$

$Pr_t$  es el número de Prandtl turbulento, calculado como la razón entre los coeficientes de difusión turbulentos de momemtum  $K_m$  y de energía  $K_h$ . Para  $\kappa = 0,4$  se estima un valor de  $Pr_t \approx 0,95$ .

Todo este desarrollo permite escribir los coeficientes de difusión turbulenta en función de la teoría de similaridad como,

$$K_{m,zx} = \frac{\kappa z u_*}{\phi_m} \quad (3.4.14)$$

$$K_{h,zx} = \frac{\kappa z u_*}{\phi_h} \quad (3.4.15)$$

Finalmente, utilizando la teoría de similaridad es posible derivar los perfiles verticales de viento y temperatura potencial virtual (humedad también, pero se ha omitido en este desarrollo). Integrando las ecuaciones 3.4.8 y 3.4.12 se tiene que:

$$|\bar{V}_h(z)| = \frac{u_*}{\kappa} \left[ \ln \left( \frac{z}{z_{0,m}} - \psi_m \right) \right] \quad (3.4.16)$$

---

<sup>5</sup>Se omitirá la manera de aproximar  $\theta_*$  en este documento, sin embargo se motiva al lector a leer la referencia ([Jacobson 2005](#)) si desea conocer mas al respecto.

$$\bar{\theta}_v(z) = \bar{\theta}_v(z_{0,h}) + Pr_t \frac{\theta_*}{\kappa} \left[ \ln \left( \frac{z}{z_{0,h}} - \psi_h \right) \right] \quad (3.4.17)$$

Donde:

$$\psi_m = \int_{z_{0,m}}^z (1 - \phi_m) \frac{dz}{z} ; \quad \psi_h = \int_{z_{0,m}}^z (1 - \phi_h) \frac{dz}{z} \quad (3.4.18)$$

Son las funciones de influencia para momemtum y energía que permiten adecuar el perfil logaritmico según la estratificación.

Para condiciones neutras se tiene que  $\phi_m = 1$  y el perfil de viento horizontal se reduce a su forma:

$$|\bar{V}_h(z)| = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_{0,m}} \quad (3.4.19)$$

la cual es una fórmula clásica para estimar la velocidad del viento dentro de la capa límite.

### 3.4.3. Ecuación de Energía Cinética Turbulenta

La ecuación de transporte que rige el comportamiento del TKE se puede escribir de la siguiente forma ([Stull 1988](#)):

$$\partial_t k + \bar{u}_j \partial_j k = \delta_{ij} \frac{g}{\theta_v} \bar{u}'_i \theta'_v - \bar{u}'_i \bar{u}'_j \partial_j \bar{u}_i - \partial_j \bar{u}'_j k - \frac{1}{\rho} \partial_i \bar{u}'_i p' - \varepsilon \quad (3.4.20)$$

Donde  $\varepsilon$  es la disipación viscosa de energía cinética turbulenta:

$$\varepsilon = \nu (\bar{\partial}_j u'_i \bar{\partial}_j u'_i) \quad (3.4.21)$$

Para ganar intuición acerca de los distintos términos presentes en la ecuación, es conveniente tomar un sistema coordenado alineado con la dirección del viento medio y asumir homogeneidad horizontal, además se desprecia la advección relacionada a la componente vertical. De esta manera una forma especial del balance de TKE se puede escribir como:

$$\partial_t k = \frac{g}{\theta_v} \overline{w' \theta'_v} - \overline{u' w'} \partial_z \bar{u} - \partial_z \overline{w' k} - \frac{1}{\rho} \partial_z \overline{w' p'} - \varepsilon \quad (3.4.22)$$

I	II	III	IV	V	VI
---	----	-----	----	---	----

El significado físico de cada término es:

- I. Acumulación local o tendencia de TKE.
- II. Producción o consumo debido a flotación.
- III. Producción mecánica por cortante.
- IV. Transporte turbulento de TKE.
- V. Correlación de presión, describe la distribución de TKE debido a perturbaciones de presión (por flotación o ondas de gravedad).
- VI. Disipación de TKE.

Como síntesis, la turbulencia es disipativa. El término VI existe siempre que el TKE no sea cero. Físicamente, esto significa que la turbulencia tiende a decaer y desaparecer a través del tiempo, a no ser que sea creada localmente o transportada por el flujo medio o procesos turbulentos o de presión. Luego, el TKE no es una cantidad que se conserva. La capa límite puede ser turbulenta solo si existen ciertos procesos físicos generando esta turbulencia.

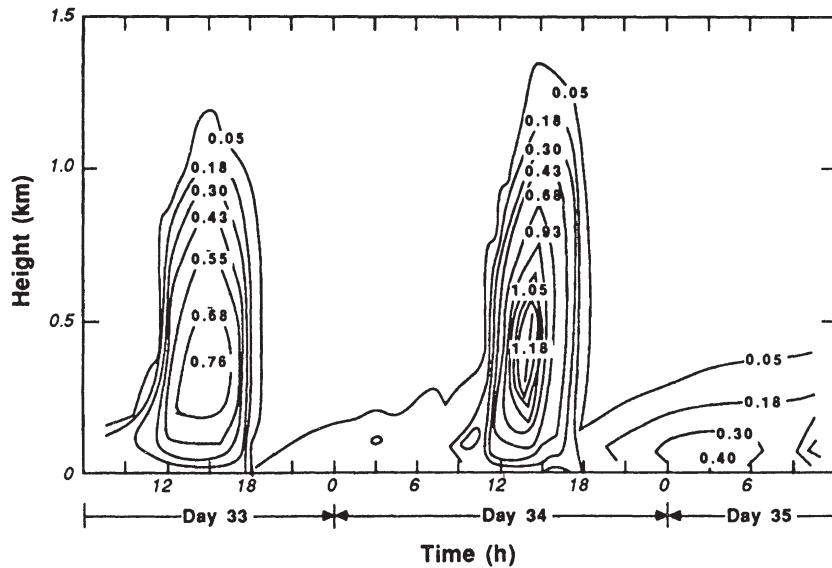
Las Figuras 3.5, 3.6 y 3.7 (Fuente: Stull (1988)) representan la distribución de TKE y el balance de los términos de la ecuación de TKE<sup>6</sup> para distintas horas de un día según simulaciones de varios autores. Estos gráficos y valores servirán de referencia a los valores obtenidos en los resultados de los experimentos de esta tesis.

La Figura 3.5 muestra como el valor del TKE es alto a nivel de superficie y tiende a decaer con la altura. En atmósferas inestables, como lo es a mitad del día, el perfil crece y se obtienen grandes valores para el TKE. Las Figuras 3.6 y 3.7 muestran como en el día la generación de TKE está dominada por los efectos de flotación y de corte en las zonas muy cercanas a la superficie, y en la noche, estos mecanismos se calman dando espacio a que la disipación actúe como sumidero de TKE. Notar el cortante que se genera lejos de la superficie debido al jet nocturno.

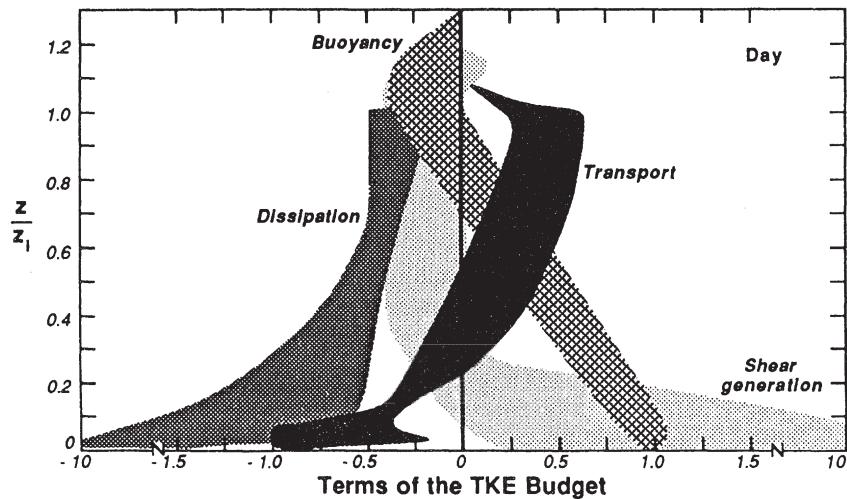
Continuando con el análisis de la ecuación de balance de TKE, se introduce ahora un nuevo número adimensional, el **número de Richardson**, el cual permite revelar la estabilidad del flujo. Se tienen tres formulaciones para este número:

---

<sup>6</sup>Acá se utiliza una nueva variable de escalamiento  $w_*$ . Corresponde a una velocidad de escalamiento convectiva. Se calcula como:  $[(g\delta/\theta_v)(\overline{w'\theta'_v})_s]^{1/3}$ .



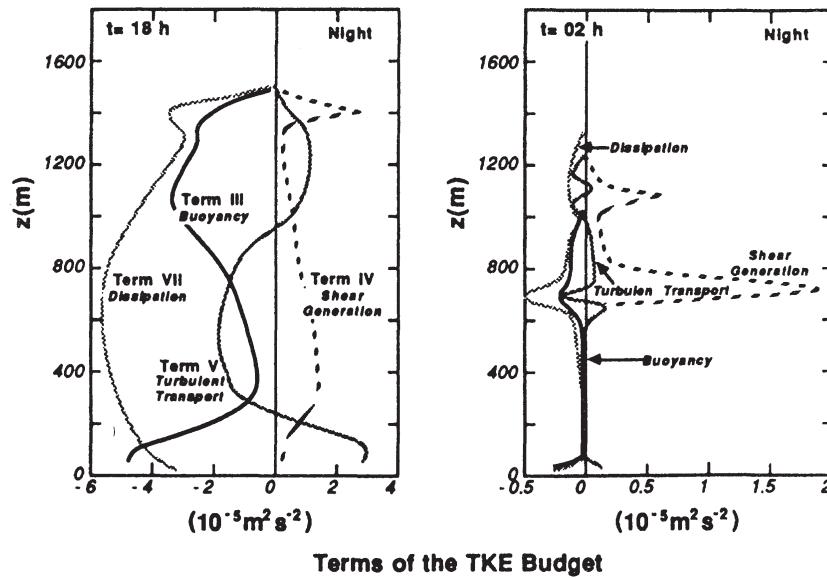
**Figura 3.5:** Variación espacial y temporal de TKE modelada. Fuente: [Stull \(1988\)](#).



**Figura 3.6:** Términos normalizados en la ecuación de TKE para el día. Las áreas sombreadas corresponden a un rango de valores. Todos los términos son adimensionalizados por  $w_*^3/\delta$ . Fuente: [Stull \(1988\)](#).

**Número de Richardson de Flujo** Corresponde al cuociente entre la producción de TKE por flotación y por efectos mecánicos. Se escribe como:

$$R_f = \frac{(g/\bar{\theta}_v)(\bar{w}'\bar{\theta}'_v)}{(u'_i u'_j) \partial_j \bar{u}_i} \quad (3.4.23)$$



**Figura 3.7:** Términos normalizados en la ecuación de TKE para la noche (18:00 y 02:00). Fuente: Stull (1988).

Es habitual también utilizarlo en su forma simplificada asumiendo homogeneidad horizontal y despreciando la advección vertical como:

$$R_f = \frac{(g/\bar{\theta}_v)(\bar{w}'\bar{\theta}'_v)}{(\bar{u}'\bar{w}')\partial_z \bar{u} + (\bar{v}'\bar{w}')\partial_z \bar{v}} \quad (3.4.24)$$

Para flujos estables  $R_f$  es positivo. Es más, si  $R_f < 1$  el flujo es turbulento, mientras que, para  $R_f > 1$  el flujo se vuelve laminar.

**Número de Richardson Gradiente** El  $R_f$  permite saber cuando un flujo turbulento puede volverse laminar, pero impide calcular cuando un flujo laminar puede volverse turbulento (debido a que necesita en su cálculo los flujos turbulentos). Usando un razonamiento análogo a la teoría del transporte gradiente se puede escribir el  $R_f$  en términos de gradientes del flujo medio como:

$$R_i = \frac{(g/\bar{\theta}_v)\partial_z \bar{\theta}_v}{(\partial_z \bar{u})^2 + (\partial_z \bar{v})^2} \quad (3.4.25)$$

De esta manera se fija un número de Richardson critico  $R_c$  ( $0,21 \sim 0,25$ ) y de término de turbulencia  $R_T$  ( $\approx 1,0$ ) y así se puede estimar cuando un flujo laminar se vuelve turbulento o cuando un flujo turbulento se vuelve laminar.

**Número de Richardson Global** Debido a que en terreno es difícil conocer los gradientes locales necesarios para la ecuación 3.4.25, estos se pueden aproximar

haciendo uso de mediciones discretas como:

$$R_b = \frac{g\Delta\bar{\theta}_v\Delta z}{\bar{\theta}_v[(\Delta u)^2 + (\Delta v)^2]} \quad (3.4.26)$$

Acá el subíndice b es de *bulk*. Este es el número mas usado por los meteorólogos y si bien, no sirve para tener un aproximado de la intensidad turbulenta, si funciona para tener una prueba si/no con respecto a la existencia de esta.

### 3.5. Large Eddy Simulation

Hasta ahora, el problema de la turbulencia se ha acotado a separar el flujo en su componente media y sus fluctuaciones, y luego modelar los esfuerzos turbulentos. En esta sección se introducirá una manera alternativa de escribir un campo turbulento como suma de una componente filtrada y otra residual. Como se mencionó en el capítulo 2, estos dos acercamientos van a generar las mismas ecuaciones, sin embargo la diferencia radica en la manera en la que se lleva a cabo la clausura.

Si se considera la naturaleza multiescala de la turbulencia, resulta natural querer resolver los campos de flujo separando las escalas de producción (relacionadas con los grandes vórtices y el ingreso de energía) de las escalas pequeñas (relacionadas a los vórtices en la escala de Kolmogorov y a la disipación de energía). La manera de realizar esto es aplicando un operador de filtro a las variables, de modo que actúe a nivel del espectro de energía, separando las escalas grandes de las pequeñas. De ahí el nombre Simulación de Grandes Vórtices o Large Eddy Simulation (LES) en inglés.

El desarrollo del LES fue motivado principalmente por aplicaciones meteorológicas ([Deardorff 1974](#); [Lilly 1966](#); [Smagorinsky 1963](#)) y su implementación en la ABL sigue siendo un foco de investigación activo para el LES.

Formalmente, se pueden considerar cuatro pasos conceptuales para la aplicación del LES:

- i. La operación de filtrado descompone las variables (por ejemplo, la velocidad  $u_i(x_i, t)$ ) en la suma de una componente filtrada (o resuelta)  $\bar{u}_i(x_i, t)$ , y una componente residual (o de submalla)  $u'_i(x_i, t)$ . El campo filtrado va a representar el movimiento de los grandes vórtices.
- ii. Se derivan la ecuaciones de transporte para el campo filtrado a través de las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas ecuaciones mantienen su forma estándar con la excepción de la incorporación del tensor de esfuerzos residuales (o de submalla).
- iii. Se logra la clausura mediante la modelación del tensor de esfuerzo residuales. La manera más sencilla es a través de un modelo de viscosidad turbulenta.
- iv. Las ecuaciones filtradas son solucionadas numéricamente.

### 3.5.1. Filtrado

El operador de filtrado es definido como:

$$\bar{u}(x_i, t) = \int G(r_i, x_j) u(x_j - r_i, t) dr_i \quad (3.5.1)$$

Donde la integración se realiza en todo el dominio del flujo. Notar que el filtro corresponde a una operación de convolución en el sentido del análisis de Fourier. El kernel  $G$  del filtro satisface una condición de normalización:

$$\int G(r_j, x_i) dr_j = 1 \quad (3.5.2)$$

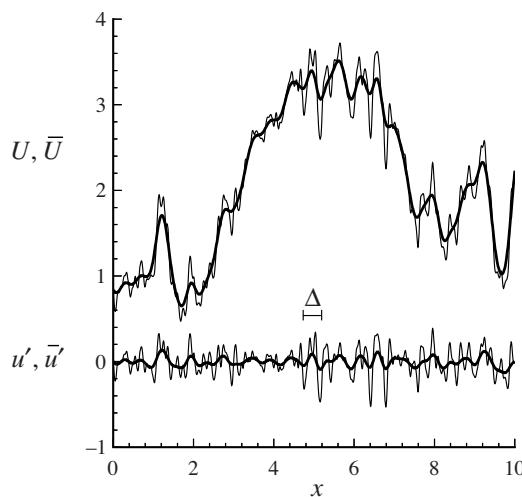
Se define entonces una magnitud residual basada en la operación de filtrado como:

$$u' = u - \bar{u} \quad (3.5.3)$$

Es decir, se separa la variable de interés en una parte filtrada y su residuo. Esta descomposición es, a priori, análoga a una descomposición de Reynolds. Sin embargo, hay dos diferencias importantes: (a)  $\bar{u}(x_i, t)$  sigue siendo una variable aleatoria y (b) que, en general, el residuo filtrado no es cero:

$$\bar{u}'(x_i, t) \neq 0 \quad (3.5.4)$$

Estas diferencias se pueden apreciar en la Figura 3.8.



**Figura 3.8:** Curva superior: una muestra de un campo de velocidad  $u$  y su correspondiente campo filtrado  $\bar{u}$  (en negrita). Curva inferior: campo residual  $u'$  y campo residual filtrado  $\bar{u}'$  (en negrita). Fuente: [Pope \(2000\)](#).

Se debe tener en cuenta que el filtro es en el fondo un nuevo operador matemático que cumple sus propias propiedades y que permite separar las escalas grandes de las pequeñas. Para una mejor descripción teórica de lo que implica un operador de filtrado se puede recurrir a [Berselli et al. \(2005\)](#).

### 3.5.2. Ecuaciones de Conservación Filtradas

La aplicación del filtro a la ecuación de conservación de masa para flujo incompresible, da como resultado el hecho de que tanto el campo filtrado  $\bar{u}$  como el campo residual  $u'$  son solenoidales,

$$\partial_i \bar{u}_i = \partial_i u'_i = 0 \quad (3.5.5)$$

Utilizando esto, se escribe la ecuación de momemtum filtrada como:

$$\partial_t \bar{u}_i + \partial_j (\bar{u}_j \bar{u}_i) = \frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \nu \partial_{jj} \bar{u}_i \quad (3.5.6)$$

Se define el tensor de esfuerzos residuales como:

$$\tau_{ij}^R \equiv \bar{u}_j \bar{u}_i - \bar{u}_j \bar{u}_i \quad (3.5.7)$$

El cual es análogo al tensor de esfuerzos de Reynolds<sup>7</sup>:

$$\langle u_i^* u_j^* \rangle = \langle u_i u_j \rangle - \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \quad (3.5.8)$$

La energía cinética residual es:

$$k_r = \frac{1}{2} \tau_{ii}^R \quad (3.5.9)$$

Y el tensor de esfuerzos residuales anisotrópicos se define como:

$$\tau_{ij}^r = \tau_{ij}^R - \frac{2}{3} k_r \delta_{ij} \quad (3.5.10)$$

El segundo término de la ecuación anterior corresponde al esfuerzo residual isotrópico. Este se puede incluir dentro de la presión para reescribir la ecuación de momemtum como:

$$\partial_t \bar{u}_i + \bar{u}_j \partial_j (\bar{u}_i) = \frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \nu \partial_{jj} \bar{u}_i - \partial_j \tau_{ij}^r \quad (3.5.11)$$

---

<sup>7</sup>Para diferenciar la notación, se utilizan corchetes para indicar promedio y \* para indicar fluctuaciones. De esta forma la descomposición de Reynolds se escribe  $u_i = \langle u_i \rangle + u_i^*$

Para formar una ecuación de transporte para la energía cinética del campo filtrado primero se aplica el filtro a la energía cinética del campo total  $E$  como:

$$\bar{E} = \frac{1}{2}\bar{u}_i\bar{u}_i \quad (3.5.12)$$

Esta puede ser descompuesta como:

$$\bar{E} = E_f + k_r \quad (3.5.13)$$

donde  $E_f = \frac{1}{2}\bar{u}_i\bar{u}_i$  es la energía cinética del campo filtrado y  $k_r$  es la energía cinética residual.

Ahora, una contracción de la conservación de momemtum filtrada con  $\bar{u}_i$  da la ecuación de transporte para  $E_f$ :

$$\partial_t E_f + \bar{u}_j \partial_j E_f + \frac{1}{\rho} \partial_i (\bar{u}_i \bar{p}) + \partial_j (\bar{u}_i \tau_{ij}^r) - 2\nu \partial_j (\bar{u}_i \bar{S}_{ij}) = -\varepsilon_f - \Pi \quad (3.5.14)$$

Los términos al lado izquierdo corresponden a términos de transporte. Al lado derecho se ubican las fuentes o sumideros.  $\varepsilon_f$  corresponde a la disipación viscosa por el campo de velocidad filtrado:

$$\varepsilon_f = 2\nu \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} \quad (3.5.15)$$

$\Pi$  es la tasa de producción de energía cinética residual (o disipación de submalla). Representa el traspaso de energía desde las escalas filtradas a las residuales y puede ser positivo o negativo (permitiendo *backscatter*),

$$\Pi = -\tau_{ij}^r \bar{S}_{ij} \quad (3.5.16)$$

### 3.5.3. Modelación de los Esfuerzos Residuales

Para lograr la clausura de las ecuaciones filtradas, se necesita un modelo para el esfuerzo residual anisotrópico  $\tau_{ij}^r$ . El modelo mas simple es el propuesto por Smagorinsky (1963), el cual también sirve como base para varios modelos mas avanzados.

#### Modelo de Smagorinsky

El modelo se puede ver en dos partes. Primero el modelo de viscosidad turbulenta lineal:

$$\tau_{ij}^r = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (3.5.17)$$

se usa para relacionar el esfuerzo residual con la tasa de deformación filtrada. El coeficiente de proporcionalidad  $\nu_t(x_i, t)$  es la viscosidad turbulenta de los movimientos residuales.

Segundo, a través de una analogía con la hipótesis de largo de mezcla, la viscosidad turbulenta se modela como:

$$\nu_t = \ell_s^2 \bar{\mathcal{S}} \quad (3.5.18)$$

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \bar{\mathcal{S}} \quad (3.5.19)$$

donde  $\bar{\mathcal{S}}$  es la tasa de deformación filtrada característica.  $\ell_s$  es la escala de longitud de Smagorinsky, la cual, por medio de un coeficiente de Smagorinsky  $C_s$  ( $\sim 0,17$ ) se toma como proporcional al ancho del filtro  $\Delta$ .

### Modelo de Deardorff

Tomando en consideración que el modelo de Smagorinsky es instantáneo y local, se torna natural el buscar incorporar los efectos no locales y de historia a través de alguna ecuación de transporte para  $\tau_{ij}^r$ .

[Deardorff \(1974\)](#) planteó una ecuación de transporte para  $k_r$ <sup>8</sup> y logró la clausura a través de las siguientes relaciones:

$$\varepsilon_r = \frac{C_E k_r^{3/2}}{\Delta} \quad (3.5.20)$$

$$\nu_t = C_v k_r^{1/2} \Delta \quad (3.5.21)$$

Donde  $C_E \approx 0,7$  y  $C_v \approx 0,1$ .  $\varepsilon_r$  es la tasa de disipación de energía cinética residual. Modelos de este tipo son ampliamente usados en meteorología y es este el que se implementa en las simulaciones de esta tesis.

---

<sup>8</sup>La estructura de la ecuación de transporte puede variar según el caso. Para motivos de esta tesis la forma de esta ecuación se verá en el próximo capítulo.

### 3.6. Asimilación de Datos

La asimilación de datos (*Data Assimilation*, en adelante DA) es un método de análisis con el cual información proveniente de observaciones es incorporado dentro de un modelo de estado. El modelo impone la consistencia dinámica sobre las variables y se encarga de esparcir la información espacialmente y sobre las variables.

Existen tres componentes en un proceso de asimilación de datos: las observaciones; el *background*, que es la información sobre el estado de la atmósfera proveniente de algún modelo u otro análisis; y las restricciones dinámicas, que las impone el modelo.

Sea  $\mathbf{x}$ <sup>9</sup> el vector de estado de tamaño  $n$  que define el estado de la atmósfera basado en algún modelo o análisis<sup>10</sup> y sea  $\mathbf{x}_t$  el vector que representa la mejor aproximación posible del estado de la atmósfera en la malla numérica<sup>11</sup>. El vector de *background*  $\mathbf{x}_b$ , será la primera aproximación para  $\mathbf{x}_t$ . Si se denomina  $\mathbf{x}_a$  al resultado del análisis, el problema se reduce entonces a hallar la corrección  $\delta\mathbf{x}$  tal que,

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \delta\mathbf{x}$$

sea lo mas cercano posible a  $\mathbf{x}_t$ .

Las observaciones utilizadas en el análisis se almacenan en el vector de observación  $\mathbf{y}$ . En el proceso de análisis este vector de observación debe ser comparado con un vector de estado. Como cada grado de libertad del vector de estado evidentemente no tendrá su correspondiente observación, es necesario llevar a cabo una transformación desde el espacio del modelo hacia el espacio de observación. Esta transformación se realiza a través del operador de observación  $H(\mathbf{x})$ <sup>12</sup>. Básicamente este operador interpola las variables de estado desde los puntos de la malla numérica a los puntos de observación a través de una interpolación adecuada (por ejemplo: lineal o cuadrática). La diferencia

$$\mathbf{y} - H(\mathbf{x}_b)$$

---

<sup>9</sup>Para esta sección se utilizará la negrita para indicar vectores y matrices.

<sup>10</sup>La dimensión de  $\mathbf{x}$  será igual a la cantidad de elementos en la malla multiplicado por la cantidad de variables de estado del modelo.

<sup>11</sup>Notar que  $\mathbf{x}_t$  no es el estado real instantáneo de la atmósfera debido a los errores de representación del modelo.

<sup>12</sup> $H(\mathbf{x})$  es una matriz también, sin embargo, y solo para este caso, no se utiliza la negrita para diferenciarla del operador linealizado  $\mathbf{H}$  que se verá mas adelante

se llama vector de innovación, y la diferencia

$$\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_a)$$

es el residual del análisis.

Usando esta notación, el problema se puede escribir como:

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{K}(\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)) \quad (3.6.1)$$

donde  $\mathbf{K}$  es la matriz peso de la innovación que se debe encontrar.

### 3.6.1. Análisis Variacional Tridimensional

Si bien es posible hallar una solución teórica al problema multidimensional expresado en la ecuación 3.6.1, generalmente es ineficiente y por lo tanto se adopta una metodología de minimización de función de costo o, análisis variacional.

Se puede demostrar (Warner 2010) que el problema variacional multidimensional busca minimizar una función de costo  $J(\mathbf{x})$ , que pondera los errores provenientes del modelo  $J_b$  (*background*) y de las observaciones  $J_o$  de la forma:

$$J(\mathbf{x}) = J_b + J_o = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + \frac{1}{2}(\mathbf{H}(\mathbf{x}) - \mathbf{y})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}) \quad (3.6.2)$$

Acá  $\mathbf{B}$  es la matriz de covarianzas de los errores del *background* y  $\mathbf{R}$  es la matriz de covarianzas de los errores de las observaciones. La importancia y desarrollo de estas se explicarán mas adelante.

Teóricamente el problema variacional se soluciona hallando el gradiente de la función de costo e igualando a cero, es decir:

$$\nabla J(\mathbf{x}) = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) - \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x})) = 0 \quad (3.6.3)$$

Despejando se puede tener una solución analítica de la forma:

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{B} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)) \quad (3.6.4)$$

La ecuación anterior es fácil de entender si se identifican las matrices  $\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T$  que es la proyección del error del *background* en el espacio de observación y  $\mathbf{B} \mathbf{H}^T$  que es la proyección del error del *background* en espacio de *background-observación*.

De esta manera el análisis no es mas que una combinación de la ponderación de los errores aplicado al vector de innovación.

Utilizando la terminología de la sección anterior, se deriva que:

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (3.6.5)$$

Esta matriz  $\mathbf{K}$  de peso de la innovación, nuevamente, es computacionalmente intensiva calcularla para un gran número de observaciones, es por esto que en la práctica el problema variacional se resuelve usando algún método de minimización o algoritmo descendiente como el gradiente conjugado o métodos de quasi-Newton.

### 3.6.2. Matrices de Covarianzas $\mathbf{B}$ y $\mathbf{R}$

Las matrices de covarianzas cumplen un rol fundamental en el proceso de análisis, ya que son ellas las que se encargan de ponderar correctamente los valores del *background* y de las observaciones de manera realista.

La matriz  $\mathbf{B}$  es la matriz de covarianzas de los errores del *background*, sus dimensiones son de  $n \times n$ . La correcta estimación de esta matriz es muy importante para el proceso de análisis ya que controla la influencia para el incremento del análisis en términos de la magnitud y de su forma. Con respecto a la forma, define el espaciamiento de la información desde una observación hasta la malla de análisis, y con respecto a la magnitud, si los errores del *background* son grandes se le da un mayor peso a la observación.

Para un caso multi-dimensional:

$$\mathbf{B} = \overline{(\varepsilon_b - \bar{\varepsilon}_b)(\varepsilon_b - \bar{\varepsilon}_b)^T} \quad (3.6.6)$$

Donde  $\varepsilon$  es el vector de errores. La matrix  $\mathbf{B}$  corresponde a una matriz cuadrada y simétrica con varianzas a los largo de su diagonal. Por ejemplo, para un caso simple tridimensional:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \text{var}(e_1) & \text{cov}(e_1, e_2) & \text{cov}(e_1, e_3) \\ \text{cov}(e_1, e_2) & \text{var}(e_2) & \text{cov}(e_2, e_3) \\ \text{cov}(e_1, e_3) & \text{cov}(e_2, e_3) & \text{var}(e_3) \end{pmatrix} \quad (3.6.7)$$

Los términos fuera de la diagonal son las covarianzas cruzadas entre cada par de variables<sup>13</sup> en el modelo. Hay tres maneras para estimar esta matriz:

- 1. Covarianzas del error precalculadas:** Algunos métodos de asimilación de

---

<sup>13</sup>Acá variable se usa en el sentido de cada variable dependiente en cada punto de malla

datos usan covarianzas precalculadas que pueden estar basadas en (a) un promedio de muchos estados distintos de la atmósfera, (b) consideraciones teóricas, o (c) simulaciones numéricas. Este último método es el que aplica el software WRF para hallar **B**.

2. **Ponderación espacial anisotrópica no óptima:** Un ejemplo de esta metodología, por ejemplo, utiliza la información de la orografía para controlar la dispersión del vector de innovación a baja altura. La justificación de esto es que las covarianzas entre puntos que están en lados opuestos a una montaña deben ser pequeñas. De esta manera, la distribución del incremento de análisis es anisotrópica.
3. **Covarianzas del error completamente régimen-dependiente:** Los métodos anteriores no toman en consideración los eventos diarios meteorológicos que se llevan a cabo en la atmósfera y que influyen fuertemente en la manera en la que las observaciones se analizan. Algunos métodos de asimilación de datos sofisticados, calculan las covarianzas del error del *background* en función del flujo que evolucionan a través del proceso de asimilación.

Con respecto a la matriz **R**, esta es la matriz de covarianzas de los errores de las observaciones, sus dimensiones son de  $p \times p$ , donde  $p$  es la cantidad de observaciones a analizar. Generalmente los errores de las observaciones son considerados independientes, especialmente cuando son realizadas por distintos instrumentos. Las varianzas generalmente son estimadas basadas en el conocimiento de las características de los instrumentos, los cuales pueden ser estudiados en el laboratorio. La mayoría de los modelos de **R** son diagonales o casi diagonales.

---

# Capítulo 4

## Weather Research and Forecast (WRF)

### 4.1. Aspectos Generales

El software ARW-WRF (Advanced Research WRF) es un modelo atmosférico no hidrostático que resuelve las ecuaciones de Euler para flujo compresible en su forma conservativa y utilizando una coordenada vertical de masa (o de presión hidrostática). Su coordenada vertical se define como:

$$\eta = \frac{p_{dh} - p_{dht}}{\mu_d} \quad (4.1.1)$$

Donde  $p_{dh}$  corresponde a la componente hidrostática de la presión del aire seco, y:

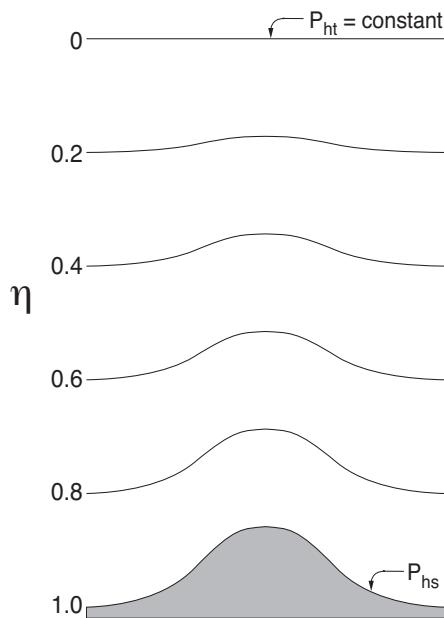
$$\mu_d = p_{dhs} - p_{dht} \quad (4.1.2)$$

es el peso de la columna del aire seco en la superficie. En estas ecuaciones los subíndices t y s corresponden a los límites superior (top) e inferior (surface) del dominio. Un esquema de como se distribuye esta coordenada verticalmente y como sigue al terreno se puede ver en la Figura 4.1.

Las variables principales que resuelve WRF son las velocidades covariantes ( $u, v, w$ ), la masa de aire seco  $\mu_d$ , el geopotencial  $\phi = gz$ , la temperatura potencial  $\theta$ , la presión  $p$ , el inverso de la densidad  $\alpha = 1/\rho$  y la energía cinética turbulenta  $k$ .

El cambio de coordenadas que introduce la ecuación 4.1.1 en las ecuaciones de Euler hace que aparezcan términos métricos y que la forma de escribir las ecuaciones sea diferente a lo acostumbrado a ver en mecánica de fluidos. El detalle de la transformación y el uso de  $\mu_d$  en las ecuaciones se puede ver en la nota técnica del código ([Skamarock et al. 2008](#)).

A priori, las ecuaciones de momentum, temperatura potencial, energía cinética turbulenta y otros escalares relevantes tienen una forma acoplada con la masa de



**Figura 4.1:** Estructura de la coordenada vertical. Fuente: [Skamarock et al. \(2008\)](#).

aire seco, de la forma:

$$\partial_t(\mu_d \theta) + \partial_x(\mu_d u \theta) + \partial_y(\mu_d v \theta) + \partial_\eta(\mu_d \omega \theta) = F \quad (4.1.3)$$

Si bien  $\theta$  es la temperatura potencial, esta ecuación es válida para cualquier otro escalar mencionado anteriormente.  $F$  es la suma de los forzamientos externos (es una ecuación de Euler), como puede ser la mezcla turbulenta o fuerzas de Coriolis. Además:

$$\omega = d_t \eta = \dot{\eta} \quad (4.1.4)$$

es la velocidad en la coordenada vertical. Notar que la ecuación 4.1.3 corresponde a una ecuación de conservación de un escalar pasivo.

Para la discretización espacial del modelo se utiliza una malla de Arakawa tipo C con un tamaño de malla constante en las direcciones horizontales, pero variable en la vertical. Para la discretización temporal se utiliza un método explícito RK3 y un filtro que permite separar las ondas de alta frecuencia (ondas de presión y gravedad) de las ondas del espacio físico (o meteorológicamente relevantes). Las ondas de alta frecuencia son integradas en un paso de tiempo intermedio para asegurar estabilidad.

A continuación se presenta una lista con las principales características del modelo ARW-WRF en su versión 3:

- Ecuaciones no hidrostáticas completamente compresibles (con opción hidrostática)
- Aplicaciones globales y regionales
- Términos de curvatura y Coriolis completos
- Código portátil capaz de correr altamente en paralelo y en una gran variedad de sistemas operativos.
- Anidamiento de dos vías con múltiples nidos y niveles
- Anidamiento de una vía con refinamiento vertical
- Coordenada vertical basada en masa que sigue al terreno
- Espaciamiento vertical variable y ajustable
- Factores de escala para proyecciones cartográficas: Conformal, Lambert, Mercator, Lat-Lon
- Malla escalonada tipo Arakawa C
- Integración temporal con métodos RK de 2do o 3er orden
- Forma conservativa para las variables pronósticas
- Opciones de advección (horizontal y vertical) de 2do hasta 6to orden
- Opciones de transporte monótono y advección positiva para escalares
- Formulación para la turbulencia de submalla en el espacio coordenado y físico.
- Filtro de amortiguamiento para la divergencia
- Amortiguamiento de Rayleigh y absorción en el borde superior
- Condiciones de borde laterales reales o ideales
- Opciones para físicas de: capa superficial, capa límite planetaria, radiación superficial y atmosférica, microfísicas y convección de cúmulos.
- Modelos oceánicos
- Anudamiento de datos a través asimilación de datos
- Inicialización con filtro digital
- Paso de tiempo adaptativo
- Ejemplos para casos idealizados

El desarrollo del modelo WRF ha sido un esfuerzo colaborativo entre NCAR (*National Center for Atmospheric Research*), NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*), NCEP (*National Centers for Environmental Prediction*), ESRL (*Earth System Research Laboratory*), NRL (*Naval Research Laboratory*), AFWA (*Department of Defense's Air Force Weather Agency*), CAPS (*Center for Analysis and Prediction of Storms*), la universidad de Oklahoma y el FAA (*Federal Aviation Administration*) con el objetivo de crear un modelo de predicción mesoescala de última generación para avanzar en la comprensión y

predicción del clima, junto con entregar una herramienta de acceso libre a toda la comunidad.

Junto con el núcleo dinámico (ARW), el software WRF viene con un sistema de preproceso (WPS) que se encarga de formar los dominios, asignar las bases de datos de orografía y uso de suelo e interpolar horizontalmente las condiciones iniciales y de borde que se utilizaran. También, WRF viene con un código de asimilación des dato nativo (WRFDA) el cual es el encargado de manipular los datos de observaciones en terreno, filtrarlos y efectuar la asimilación de datos.

## 4.2. Ecuaciones Resueltas

Tal como se mencionó en la sección anterior, las ecuaciones a resolver serán las ecuaciones de Euler, las cuales, a priori, tienen una forma como la de la ecuación demostrativa 4.1.3 en el sentido de que la suma de las aceleración local y la aceleración advectiva se va a balancear con distintos forzamientos externos.

Para construir el sistema de ecuaciones que utiliza el solver, se deben considerar las siguientes modificaciones:

**Coordenada Vertical** La descripción del sistema en función de la masa de aire seco  $\mu_d$  introduce las siguientes variables acopladas:

$$\vec{V} = \mu_d \vec{v} = (U, V, W) ; \quad \Omega = \mu_d \omega ; \quad \Theta = \mu_d \theta \quad (4.2.1)$$

De esta manera los operadores con los cuales es posible escribir las ecuaciones en forma conservativa quedan:

$$\nabla \cdot \vec{V} a = \partial_x(Ua) + \partial_y(Va) + \partial_\eta(\Omega a) \quad (4.2.2)$$

$$\vec{V} \cdot \nabla a = U\partial_x a + V\partial_y a + \Omega\partial_\eta a \quad (4.2.3)$$

**Inclusión de la Humedad** En vez de agregar términos fuentes a la ecuación de Euler, se trabaja considerando la conservación de masa del aire seco. Se agregan ecuaciones de conservación para las razones de mezcla  $q_m = q_v, q_c, q_i, \dots$  que corresponden al vapor de agua, nubes, lluvia, hielo, etc. El valor de  $\alpha$  para un elemento diferencial de aire se computa entonces como:

$$\alpha = \alpha_d(1 + q_v + q_c + q_r + q_i + \dots) \quad (4.2.4)$$

La ecuación de estado ahora contempla la humedad de la forma:

$$p = p_0 \left( \frac{R_d \theta_m}{p_0 \alpha_d} \right)^\gamma \quad (4.2.5)$$

Donde  $R_d$  es la constante de gas ideal para el aire seco y  $\gamma = c_p/c_v = 1,4$ . Además,

$$\theta_m = \theta(1 + (R_v/R_d)q_v) \approx \theta(1 + 0,61q_v) \quad (4.2.6)$$

Es la temperatura potencial virtual.

**Proyecciones Cartográficas** Para implementar las proyecciones cartográficas, el ARW utiliza factores de mapa  $m_x, m_y$ . Estos corresponden a la razón entre una distancia en el espacio computacional y la misma distancia en la superficie de la tierra:

$$(m_x, m_y) = \frac{(\Delta x, \Delta y)}{\text{distancia en la tierra}} \quad (4.2.7)$$

De esta manera las variables de momentum quedan como:

$$U = \frac{\mu_d}{m_x} u ; \quad V = \frac{\mu_d}{m_y} v ; \quad W = \frac{\mu_d}{m_y} w ; \quad \Omega = \frac{\mu_d}{m_y} \dot{\eta} \quad (4.2.8)$$

Si se utiliza una proyección isotrópica (Lambert conformal, Estereográfica polar, Mercator), los factores de mapa son idénticos:  $m_x = m_y = m$ .

**Fuerza de Coriolis y Términos de Curvatura** Estos se agregan como forzamientos al lado derecho de la ecuación, tal como se muestra en la ecuación demostrativa 4.1.3. Para el solver, estos toman la siguiente forma:

$$F_{U_{cor}} = \frac{m_x}{m_y} \left[ fV + \frac{uV}{r_e} \tan \psi \right] - \frac{uW}{r_e} - eW \cos \alpha_r \quad (4.2.9)$$

$$F_{V_{cor}} = \frac{m_y}{m_x} \left[ -fU + \frac{uU}{r_e} \tan \psi - \frac{vW}{r_e} - eW \sin \alpha_r \right] \quad (4.2.10)$$

$$F_{W_{cor}} = e (U \cos \alpha_r - (m_x/m_y)V \sin \alpha_r) + \left( \frac{uU + (m_x/m_y)vV}{r_e} \right) \quad (4.2.11)$$

Donde  $\alpha_r$  es el ángulo de rotación local entre el eje y y los meridianos,  $\psi$  es la latitud,  $f = 2\Omega_e \sin \psi$ ,  $e = 2\Omega_e \cos \psi$ ,  $\Omega_e$  es la velocidad angular de la tierra y  $r_e$  es el radio de la tierra.

**Forma de Perturbación de las Ecuaciones Governantes** Finalmente, para disminuir los errores de truncatura, redondeo y otros problemas computacionales, se separan las variables de estado como la suma de una componente hidrostática (denotado por una barra) y una perturbación.

$$p = \bar{p}(\bar{z}) + p' ; \quad \phi = \bar{\phi}(\bar{z}) + \phi' ; \quad \alpha = \bar{\alpha}_d(\bar{z}) + \alpha'_d ; \quad \mu_d = \bar{\mu}_d(x, y) + \mu'_d$$

De esta manera las ecuaciones 4.2.12 – 4.2.17 son las que se utilizan en el solver.

$$\begin{aligned} & \partial_t U + m_x [\partial_x(Uu) + \partial_y(Vu)] + \partial_\eta(\Omega u) \\ & + (m_x/m_y)(\alpha/\alpha_d)[\mu_d(\partial_x\phi' + \alpha_d\partial_x p' + \alpha'_d\partial_x \bar{p}) + \partial_x\phi(\partial_\eta p' - \mu'_d)] = F_U \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

$$\begin{aligned} \partial_t V + m_y [\partial_x (Uv) + \partial_y (Vv)] + (m_y/m_x) \partial_\eta (\Omega v) \\ + (m_y/m_x) (\alpha/\alpha_d) [\mu_d (\partial_y \phi' + \alpha_d \partial_y p' + \alpha'_d \partial_y \bar{p}) + \partial_y \phi (\partial_\eta p' - \mu'_d)] = F_V \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

$$\begin{aligned} \partial_t W + m_x [\partial_x (Uw) + \partial_y (Vw)] + \partial_\eta (\Omega w) \\ - m_y^{-1} g (\alpha/\alpha_d) [\partial_\eta p' - \bar{\mu}_d (q_v + q_c + q_r)] + m_y^{-1} \mu'_d g = F_W \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

$$\partial_t \mu'_d + m_x m_y [\partial_x U + \partial_y V] + m_y \partial_\eta \Omega = 0 \quad (4.2.15)$$

$$\partial_t \phi' + \mu_d^{-1} [m_x m_y (U \partial_x \phi + V \partial_y \phi) + m_y \Omega \partial_\eta \phi - m_y g W] = 0 \quad (4.2.16)$$

$$\partial_t \Theta + m_x m_y [\partial_x (U\theta) + \partial_y (V\theta)] + m_y \partial_\eta (\Omega\theta) = F_\Theta \quad (4.2.17)$$

Donde las primeras tres ecuaciones corresponden a la conservación de momentum, la cuarta a la conservación de masa, la quinta es la derivada material de la definción del geopotencial y la sexta es la ecuación de transporte para la temperatura potencial (o cualquier otro escalar relevante como las fracciones de mezcla de las fases del agua).

El sistema se cierra incorporando las ecuaciones diagnósticas para el geopotencial (en su forma de perturbación) y para la presión (gas ideal, ecuación 4.2.5):

$$\partial_\eta \phi' = -\bar{\mu}_d \alpha'_d - \alpha_d \mu'_d \quad (4.2.18)$$

## 4.3. Aspectos Numéricicos Relevantes

A continuación se presentan en detalle aquellos aspectos del código que son fundamentales para el entendimiento y el desarrollo de los experimentos realizados. Algunos temas, como por ejemplo el tratamiento de la advección, la aplicación de ciertos filtros para amortiguar ondas o el detalle de la integración temporal para los modos físicos y acústicos, fueron dejados voluntariamente de lado en beneficio de la extensión de este trabajo. Se recomienda al lector revisar la nota técnica del código ([Skamarock et al. 2008](#)) si desea tener un conocimiento extensivo con respecto al funcionamiento total del WRF.

### 4.3.1. Difusión

La difusión y los flujos turbulentos en el espacio físico ( $x, y, z$ ) se calculan haciendo uso de la métrica del espacio a partir de la ecuación para el geopotencial  $\phi$ :

$$z_x = g^{-1} \delta_x \phi \quad (4.3.1)$$

$$z_y = g^{-1} \delta_y \phi \quad (4.3.2)$$

Donde  $\delta_{x,y}$  es el operador discreto para la derivada, es decir:

$$\delta_x a = \frac{a_{i+1/2} - a_{i-1/2}}{\Delta x} \quad (4.3.3)$$

El término difusivo se agrega al lado derecho de las ecuaciones de Euler, junto al resto de las fuerzas externas. Estas se ven:

$$\partial_t U = \dots - m_x [\partial_x \tau_{11} + \partial_y \tau_{12} - \partial_z (z_x \tau_{11} + z_y \tau_{12})] - \partial_z \tau_{13} \quad (4.3.4)$$

$$\partial_t V = \dots - m_y [\partial_x \tau_{12} + \partial_y \tau_{22} - \partial_z (z_x \tau_{12} + z_y \tau_{22})] - \partial_z \tau_{23} \quad (4.3.5)$$

$$\partial_t W = \dots - m_y [\partial_x \tau_{13} + \partial_y \tau_{23} - \partial_z (z_x \tau_{13} + z_y \tau_{23})] - \partial_z \tau_{33} \quad (4.3.6)$$

Y el tensor de esfuerzos viscosos es:

$$\tau_{ij} = -\mu_d K_{h,v} S_{ij} \quad (4.3.7)$$

donde  $K_{h,v}$  es la viscosidad turbulenta en dirección horizontal o vertical según corresponda y  $S_{ij}$  es el tensor tasa de deformación que bajo esta formulación toma

la siguiente forma:

$$S_{11} = 2m_x m_y [\partial_x(m_y^{-1} u) - z_x \partial_z(m_y^{-1} u)] \quad (4.3.8)$$

$$S_{22} = 2m_x m_y [\partial_y(m_x^{-1} v) - z_y \partial_z(m_x^{-1} v)] \quad (4.3.9)$$

$$S_{33} = 2\partial_z w \quad (4.3.10)$$

$$S_{12} = m_x m_y [\partial_y(m_y^{-1} u) - z_y \partial_z(m_y^{-1} u) + \partial_x(m_x^{-1} v) - z_x \partial_z(m_x^{-1} v)] \quad (4.3.11)$$

$$S_{13} = m_x m_y [\partial_x(m_y^{-1} w) - z_x \partial_z(m_y^{-1} w)] + \partial_z u \quad (4.3.12)$$

$$S_{23} = m_x m_y [\partial_y(m_y^{-1} w) - z_y \partial_z(m_y^{-1} w)] + \partial_z v \quad (4.3.13)$$

$$(4.3.14)$$

Por otro lado, la difusión de un escalar cualquiera  $\alpha$  es:

$$\begin{aligned} \partial_t(\mu_d \alpha) = & \dots + [m_x(\partial_x - \partial_z z_x)(\mu_d m_x K_h(\partial_x - z_x \partial_z)) \\ & + m_y(\partial_y - \partial_z z_y)(\mu_d m_y K_h(\partial_y - z_y \partial_z)) + \partial_z \mu_d K_v \partial_z] \alpha \end{aligned} \quad (4.3.15)$$

### Cálculo de la Viscosidad Turbulenta

La opción por defecto para el modelo (simulaciones de mesoscala sin LES), es computar la viscosidad turbulenta horizontal  $K_h$  por medio de la deformación horizontal usando un esquema de Smagorinsky de primer orden,

$$K_h = C_s^2 l^2 [0,25(D_{11} - D_{22})^2 + D_{12}]^{0,5} \quad (4.3.16)$$

Con  $C_s = 0,25$  y  $l = \sqrt{\Delta x \Delta y}$ . La viscosidad turbulenta vertical  $K_v$  queda definida según el esquema de parametrización utilizado para la capa límite planetaria.

Para las simulaciones de microescala utilizando LES la viscosidad turbulenta se calcula en función de la energía cinética turbulenta  $k$  de la forma:

$$K_{h,v} = C_k l_{h,v} \sqrt{k} \quad (4.3.17)$$

donde  $C_k$  es una constante (normalmente  $0,15 < C_k < 0,25$ ) y  $l$  es un largo característico que se calcula en función de la isotropía de la malla, la resolución,  $k$  y la estratificación de la forma:

$$l_{h,v} = \min[(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}, 0,76 \sqrt{k}/N] ; N^2 > 0 \quad (4.3.18)$$

$$l_{h,v} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} ; N^2 \leq 0 \quad (4.3.19)$$

N es la frecuencia de Brunt-Väisälä calculada para aire húmedo.

La clausura del modelo de turbulencia se hace considerando la ecuación de transporte para k como:

$$\partial_t(\mu_d k) + (\nabla \cdot \vec{V}k)_\eta = \mu_d(\mathcal{P} + \mathcal{F} + \mathcal{D}) \quad (4.3.20)$$

Los términos al lado derecho corresponden a la producción de energía cinética turbulenta, a la flotación y a la disipación respectivamente. Estos se calculan como:

$$\mathcal{P} = K_h(S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{12}^2) + K_v(S_{33}^2 + S_{13}^2 + S_{23}^2) \quad (4.3.21)$$

$$\mathcal{F} = -K_v N^2 \quad (4.3.22)$$

$$\mathcal{D} = -\frac{Ck^{3/2}}{l_k} \quad (4.3.23)$$

Con las siguientes constantes:

$$C = 1,9C_k + \frac{(0,93 - 1,9C_k)l_k}{(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}} \quad (4.3.24)$$

$$l_k = \min[(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}, 0,76\sqrt{e}/N] \quad (4.3.25)$$

Queda entonces cerrado el problema de la turbulencia.

### 4.3.2. Parametrizaciones Físicas

Junto con el esquema para la difusión, el modelo ARW presenta otros esquemas disponibles para representar diversas físicas que ocurren dentro de la atmósfera. Estos esquemas generalmente se presentan como *drivers* independientes del código principal y por lo tanto son usados como librerías para actualizar las tendencias de las variables de estado que modelan las ecuaciones de Euler. Las categorías de las físicas parametrizadas son: (i) Microfísicas, (ii) Capa Límite Atmosférica, (iii) Modelo de suelo-superficie, (iv) Cúmulos y (v) Radiación.

A continuación se explicará brevemente la importancia dentro de la simulación de cada una, sin recurrir a desarrollos matemáticos extensos, debido a que WRF ofrece una gran variedad de opciones para cada una de las físicas.

#### Microfísicas

Se encarga de resolver explícitamente el vapor de agua, nubosidad y procesos de precipitación. También incluye procesos de sedimentación y el ajuste a la saturación. La diferencia entre los distintos modelos recae en la cantidad de

variables a solucionar y el tipo de variables. Los modelos mas sofisticados pueden modelar 10 variables, incluyendo procesos de formación de hielo y variables con mezcla de fases.

### **Parametrización de Cúmulos**

Son responsables de modelar el efecto de submalla de las nubes convectivas. En específico busca representar los flujos verticales debido a las escalas no resueltas y compensar el movimiento fuera de las nubes. Opera sobre toda una columna de aire y entrega el calentamiento vertical y perfiles de humedad. Los modelos mas avanzados pueden entregar los campos de tendencias para nubes y precipitacion.

Teóricamente, esta parametrización debe usarse solo para malla gruesas ( $>10$  [km]) cuando es necesario representar el movimiento que no pudo ser resuelto. Mallas mas finas pueden resolver explícitamente los vórtices verticales y por lo tanto no debe usarse.

### **Capa Superficial**

Los esquemas de capa superficial se encargan de calcular la velocidad de fricción  $u^*$  y los coeficientes de mezcla que permiten el cálculo de los flujos de calor y humedad desde la superficie por el esquema de modelo de suelo y los esfuerzos de pared por el esquema de capa límite. Generalmente cada modelo de capa superficial tiene su modelo de capa límite asociado, sin embargo, se espera que en el futuro estos puedan independizarse. La manera de hallar los coeficientes se hace a través del uso de funciones de estabilidad o por teorías de similaridad como aquella propuesta por Monin-Obukhov.

### **Modelo de Suelo**

A través de los resultados obtenidos por los modelos de capa superficial, microfísicas, cúmulos y radiación, junto con los datos sobre el uso de suelo del terreno, el modelo de suelo se encarga de calcular los flujos de calor y humedad desde el suelo hacia la atmósfera. Estos flujos proveen las condiciones de borde inferior para el transporte vertical hecho por el modelo de capa límite. Los modelos de suelo poseen un amplio espectro de sofisticación, pudiendo manejar flujos térmicos y de humedad en numerosas capas de la tierra, junto con vegetación, raíces, cobertura de nieve, etc. Este modelo no modifica las tendencias de las variables de estado, sino que actualiza las condiciones del suelo.

### **Capa Límite Planetaria**

Se encarga de entregar los flujos verticales de submalla ( $K_v$ ) debido al transporte turbulento para toda la columna de aire, no solo la capa límite y de esta manera actualiza las tendencias de temperatura, humedad y momentum horizontal para el modelo. La mayoría de los modelos considera mezcla seca para la capa límite, pero existen modelos mas avanzados que pueden manejar efectos de saturación para la estabilidad vertical. Este esquema es unidimensional y asume que existe una clara separación entre los vórtices de submalla y los vórtices resueltos (i.e. fuera de la zona gris de la turbulencia). A medida que la resolución de la malla va aumentando hasta el tamaño de los metros, es mejor no utilizar un modelo de capa límite y calcular explícitamente la mezcla vertical a través de un modelo 3D para la turbulencia (modo LES).

### **Radiación Atmosférica**

Se encarga de calcular el calentamiento de la atmósfera debido a la divergencia del flujo radiativo y a la radiación de onda corta y onda larga desde la superficie. La radiación de onda larga incluye la radiación infrarroja o térmica absorbida y emitida por los gases y superficies, además del flujo radiativo emitido por la superficie. La radiación de onda corta incluye la radiación emitida por el sol dentro del espectro visible, si bien la única fuente de onda corta es el sol, estos procesos incluyen la absorción, reflexión, y dispersión de las ondas en la atmósfera y superficies.

## 4.4. Sistema de Asimilación de Datos WRFDA

Tal como se explicó en el marco teórico, la función que se busca minimizar es la siguiente:

$$J(x) = \frac{1}{2}(x - x_b)^T \mathbf{B}^{-1} (x - x_b) + \frac{1}{2}(y - H(x))^T \mathbf{R}^{-1} (y - H(x)) \quad (4.4.1)$$

WRF efectua esto a través de una formulación incremental del problema. Linealizando, sea  $\delta x = x - x_g$  y  $\delta x_g = x_b - x_g$  se tiene:

$$J(\delta x) = \frac{1}{2}(\delta x - \delta x_g)^T \mathbf{B}^{-1} (\delta x - \delta x_g) + \frac{1}{2}[H(\delta x + x_g) - y]^T \mathbf{R}^{-1} [H(\delta x + x_g) - y] \quad (4.4.2)$$

Luego, se hace una serie de Taylor para el término de las observaciones:

$$J(\delta x) = \frac{1}{2}(\delta x - \delta x_g)^T \mathbf{B}^{-1} (\delta x - \delta x_g) + \frac{1}{2}(\mathbf{H}\delta x - \mathbf{d})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}\delta x - \mathbf{d}) \quad (4.4.3)$$

Donde  $d = y - H(x_g)$  y  $\mathbf{H}$  es la versión linealizada de  $H$  en las cercanías de  $x_g$ .

En esta formulación  $x_g$  es el primer estimador de la solución. Para la primera iteración  $x_b = x_g$ , pero en las iteraciones siguientes  $x_g$  será el análisis del ciclo anterior  $x_a$ .

Para evitar el cálculo de la inversa de la matriz  $\mathbf{B}$  (que es grande), se hace el siguiente cambio de variable a la variable de control  $v$ :

$$\delta x = \mathbf{U}v \quad ; \quad \delta x_g = \mathbf{U}v_g \quad (4.4.4)$$

Donde  $\mathbf{U}$  es la raíz cuadrada de  $\mathbf{B}$  (en el sentido matricial), es decir:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^{1/2} \mathbf{B}^{T/2} = \mathbf{U} \mathbf{U}^T \quad (4.4.5)$$

o,

$$\mathbf{U} = \mathbf{B}^{1/2} \quad (4.4.6)$$

De la misma forma,

$$\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{U}^{-T} \mathbf{U}^{-1} \quad (4.4.7)$$

La función de costo con respecto a la variable de control  $v$  se vuelve:

$$J(v) = \frac{1}{2}(v - v_g)^T (\mathbf{U}^{-1} \mathbf{U}^{-T} v - \mathbf{U}^{-1} \mathbf{d}) + \frac{1}{2}(\mathbf{H}\mathbf{U}v - \mathbf{d})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{U}v - \mathbf{d}) \quad (4.4.8)$$

#### 4.4.1. Modelación de **B**

Tal como se habló en el capítulo del marco teórico, la matriz de covarianzas del error del *background* **B** es la encargada de (a) ponderar correctamente el valor del *background* al análisis, y (b) esparcir la información espacialmente y a través de todas las variables. WRF posee su propio mecanismo de generación de la matriz **B** utilizando el llamado método NMC ([Skamarock et al. 2008](#)).

Algunas propiedades relevantes de la matriz son:

- **B** es cuadrada y simétrica.
- **B** es una matriz semidefinida positiva, sus valores propios son positivos.

En WRF esta matriz se forma a través de tres transformaciones secuenciales de la forma:

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}_p \mathbf{U}_v \mathbf{U}_h \mathbf{U}_p^T \mathbf{U}_v^T \mathbf{U}_h^T \quad (4.4.9)$$

Donde  $\mathbf{U}_h$  es la transformación horizontal a través de filtros recursivos para modelar la correlación horizontal de las variables de control,  $\mathbf{U}_v$  es la transformación vertical a través de una descomposición en funciones ortogonales de la varianza vertical y  $\mathbf{U}_p$  es la transformación de balance/física a través de regresiones lineales con la función de corriente.

---

# **Capítulo 5**

## **Metodología de la Investigación**

En este capítulo se presenta detalladamente la definición de los experimentos numéricos a desarrollar, de modo que puedan ser replicables por cualquier persona o grupo de estudio que desee hacerlo.

Específicamente se muestra:

- La filosofía bajo la cuál se llevaron a cabo los experimentos.
- La definición de las condiciones de borde, iniciales e información estática para el modelo.
- El detalle de la configuración espacial y temporal de los 4 experimentos realizados y su justificación académica, presentando la información existente en la literatura.
- La configuración del proceso de asimilación de datos utilizado.
- Presentación de las métricas estadísticas a utilizar para la medición del error.

## **5.1. Aspectos Generales**

### **5.1.1. Filosofía de la Investigación**

El objetivo final esta investigación es poder obtener una buena predicción del potencial eólico para zonas complejas exigiendo al límite el modelo meteorológico de mesoescala WRF.

A continuación se presentan algunos lineamientos generales acerca de la filosofía que se adopta para la metodología con el fin de lograr este objetivo y que tienen gran influencia en la manera en la que se configuraron ciertos aspectos numéricos de los experimentos o se tomaron ciertas decisiones en la programación, por lo tanto se encuentra importante explicitarlos.

#### **Lineamiento de Simulaciones Reales**

Se busca realizar las simulaciones de la manera mas real y operativa posible. O sea, antes de utilizar información idealizada o conveniente con respecto al resultado final, se prefiere utilizar datos medidos en terreno. La mayor influencia de esto recae en tres aspectos:

1. Las condiciones de borde laterales del modelo provienen de un modelo global altamente probado (GFS) y a las cuales se le realiza un análisis (asimilación de datos) con gran cantidad de mediciones ubicadas a lo largo de todo el planeta.
2. Las bases de datos para la orografía del suelo no se generan computacionalmente, sino que solo se utilizan aquellas que son el resultados de campañas de medición o información proveniente de satélites.
3. Ídem a lo anterior, la información para el uso de suelo solo provendrá de satélites, campañas de medición o investigaciones previas que hayan dado datos concluyentes para asignar, por ejemplo, el  $z_0$  y la categoría de uso de suelo.

Esta filosofía tiene como consecuencia que la calidad de los resultados obtenidos estará directamente relacionada con la calidad de la instrumentación usada para medir los datos de entrada. Esto contrasta con algunas simulaciones presentes en la bibliografía en donde muchas veces se utilizan condiciones de borde periódicas, suposiciones de atmósfera neutra, se fija un cierto perfil de velocidad, etc. En esta investigación se busca ser lo mas correcto con respecto a la tecnología existente y, por lo tanto, con la operatividad del sistema. Bajo este mismo criterio, se evita el

ajuste de parámetros arbitrarios del modelo, siendo  $c_k$  (clausura turbulenta) la única constante que se asigna.

### **Lineamiento de Libertad de Información**

Siguiendo con la misma linea del software libre WRF, toda la investigación fue realizada utilizando solo código libre e información pública que se puede acceder a través de internet. El posproceso de los datos fue realizado en parte a través del lenguaje de gráficos *NCL* y en parte en *Python*, los scripts desarrollados para la automatización del proceso de asimilación de datos fue hecho en *bash*. La información de las mediciones medidas en terreno para los dos casos a analizar se obtuvieron a través de la página web <http://rodeo.dtu.dk/>.

#### **5.1.2. Resumen de la Metodología**

Para esta tesis, se llevaron a cabo 4 simulaciones atmosféricas multiescala las cuales son separadas en dos casos de dos experimentos cada uno: uno en terreno plano (para validar la metodología) y otro en terreno complejo.

Las distintas etapas del proceso de experimentación se pueden listar como:

1. **Selección de Dominios:** Elección de los terrenos reales a simular y la configuración para el escalamiento dinámico (cantidad de dominios a anidar).
2. **Preproceso de Información:** Abarca la obtención e incorporación de las bases de datos de alta resolución al modelo, las condiciones de borde e iniciales y las mediciones reales para la asimilación.
3. **Ejecución de Experimentos:** Se llevan a cabo las simulaciones en el siguiente orden: (i) Terreno plano sin DA (validación), (ii) Terreno plano con DA, (iii) Terreno complejo sin DA y (iv) Terreno Complejo con DA.
4. **Posproceso:** Se obtienen los gráficos para las variables relevantes en cada caso, se calculan las variables de segundo orden, se obtienen los espectros de energía cinética y se computan las métricas estadísticas.

## 5.2. Selección de Dominios

### 5.2.1. Caso I - Terreno Plano: Høvsøre

Debido a la naturaleza numérica-experimental de esta tesis, es necesario tener un caso de validación que permita aprobar la metodología a aplicar y si fuese necesario, calibrar parámetros. Como es estándar en predicción eólica, se utiliza un caso real lo mas cercano a terreno plano con atmósfera neutra que se pueda, a modo de ser comparable con las teorías basadas en el flujo sobre terreno plano homogéneo. Las condiciones para este caso serán: (a) poseer análisis en la literatura y (b) que existan datos medidos de acceso libre, tal que se puedan a utilizar en la asimilación de datos. Un lugar que cumple con estas características es el terreno de Høvsøre.

El terreno de Høvsøre corresponde a un área costera al oeste de Jutland en Dinamarca en donde se ubica la Estación Nacional de Pruebas para Turbinas Eólicas. Høvsøre es una granja plana, quasi homogénea, con alteraciones en el flujo del viento debido a la presencia del Mar del Norte (1.7 [km] al oeste), el fiordo Nissum (950 [m] al sur), algunas casas, árboles y parches de cultivos (al este), la villa de Bøvlingbjerg (3 [km] al sureste) y 5 turbinas eólicas al norte de un mástil meteorológico situado al sur de la estación como se puede ver en la Figura 5.1.



**Figura 5.1:** Fotografía del terreno en Høvsøre.

Los vientos provenientes del este (en el rango de los 30°–120°), son entonces ideales para el estudio del viento sobre terreno plano y homogéneo, aunque estos generalmente no son típicos.

Para los intereses de esta tesis, se utilizó el análisis y los resultados obtenidos

por [Peña et al. \(2013\)](#). En esa investigación se entrega un análisis de una base de datos de mediciones hechas en terreno a través de un anemómetro sónico y un lidar de viento junto con simulaciones mesoescala para todo el año 2010. El objetivo final es entregar un benchmark para viento sobre terreno plano (y por lo tanto es útil para este trabajo). Peña logra hacer una clasificación extensa del comportamiento del viento en Høvsøre y los separa en 10 casos según la dirección y la estratificación.

El caso a comparar (para validar) será el caso 5, que corresponde a un viento de estratificación neutra, atmósfera barotrópica y una dirección de viento superficial de 100°. Este caso está documentado para los días 07/09/2010 13:30-17:00, 08/09/2010 13:30-16:50 y 09/09/2010 14:00-18:30.

Por otra parte, se tienen los datos públicos del mástil meteorológico para medir la calidad de la simulación en ese punto.

### **5.2.2. Caso II - Terreno Complejo: Bolund**

Luego del caso de validación en terreno cuasiplano y su respectiva prueba con asimilación de datos, es necesario probar el modelo en condiciones mas reales y adversas, o sea, en terreno complejo. Se decide elegir el terreno de Bolund por ser una de las últimas campañas de medición realizadas para terreno complejo y por tener un amplio análisis en la literatura.

Bolund es una colina costera de 12 [m] de alto, 130 [m] de largo y 75 [m] de ancho ubicada al norte de la sede en Risø de la Universidad Técnica de Dinamarca. La forma geométrica de la colina permite ser caracterizada como terreno complejo. Además, su pendiente casi vertical y bien expuesta, el súbito cambio del largo de rugosidad y su topología tridimensional compleja hacen que Bolund sea un caso desafiante para cualquier solver numérico de fluidos. La forma de la colina se puede ver en la Figura [5.2](#).

Las dimensiones de Bolund son demasiado pequeñas como para representar un sitio de turbinas eólicas. Sin embargo, su altura relativamente baja puede verse como un aspecto positivo a la hora de validar códigos numéricos. Debido a su baja altura, los efectos térmicos y de Coriolis pueden mayoritariamente despreciarse y así, una validación mas definida es posible.

La campaña de medición con la que se contrastarán los datos en esta tesis vienen dados de la investigación hecha por [Bechmann et al. \(2009\)](#). En esta, se midió de manera continua durante Diciembre del 2007 hasta Febrero del 2008 utilizando instrumentación ubicada en 10 mástiles alrededor del terreno. El viento predominante durante la campaña era de sudoeste (~239°). Las zonas de interés (y en donde se ubicaron los mástiles) corresponden a dos líneas que cruzan el centro

de la colina. La primera a  $270^\circ$  y la segunda a  $239^\circ$ <sup>1</sup>.

Luego de la campaña de medición, los investigadores llevaron a cabo una comparación ciega entre modelos (Bechmann et al. 2011). En esta, se entregaron condiciones iniciales para el flujo no perturbado de velocidad y de intensidad TKE y cada modelador debía entregar sus resultados para luego hacer una comparación sobre que modelos representaron de mejor manera el flujo.

Con respecto a lo anterior, es necesario destacar que para la comparación ciega las condiciones iniciales y de contorno son **idealizadas**, en el sentido de que no corresponden a un dato real en específico con fecha, sino que a un perfil conveniente basado en la campaña de medición. Sin embargo, esto no merma la comparación debido a que los resultados son expresados en términos de variables adimensionales como el *speedup*.



**Figura 5.2:** Fotografías de la colina de Bolund.

---

<sup>1</sup>La distribución de los mástiles se verá en las siguientes secciones

## **5.3. Preproceso de la Información**

### **5.3.1. Condiciones de Borde de Suelo**

La información estática que sirve como condición de borde inferior al modelo debe extraerse de datos satelitales u otros similares con el objetivo que sea uniforme y confiable. Esta información debe ser siempre georeferenciada (protocolo GIS).

WRF utiliza una base de datos estática lo suficientemente amplia como para poder satisfacer un uso normal del modelo, sin embargo, si se desea utilizar WRF en condiciones extremas, es decir, a escalas lo suficientemente pequeñas como para que las bases de datos no satisfagan la resolución, es necesario actualizar algunas de estas. La información a actualizar será:

- Altura del Terreno: Para una obtención precisa de los niveles  $\eta$  en cada punto del dominio y por lo tanto una correcta representación del terreno complejo que va a ser el principal motivador de la turbulencia.
- Uso de Suelo: Posee la información acerca del % de vegetación, coeficiente térmico superficial y, lo más importante, el coeficiente de rugosidad ( $z_0$ ), que es el parámetro a utilizar para estimar los flujos superficiales y la velocidad de fricción.

Las bases de datos a utilizar en las simulaciones son:

- GMTED2010: Dataset por defecto del WRF para la altura del terreno. Obtenida el año 2010 por la USGS y la NGA con una resolución de 30'.
- ASTER: Es el único instrumento de alta resolución de la NASA ubicado en la plataforma Terra. Esta base de datos se hizo pública el año 2011 y entrega información de la altura del terreno con una resolución de 1' ( $\approx 30$  [m]). Esta es la base de datos que utiliza Google.
- USGS: Dataset de uso de suelo que viene por defecto con el WRF. Está basado en mediciones hechas por el satélite AVHRR entre Abril de 1992 y Marzo de 1993 a una resolución de aproximadamente 1 [km].
- MODIS: Información sobre uso de suelo obtenida por los satélites de la NASA. Entrega información en 20 categorías a una resolución de 15'.
- Corine: Información de uso de suelo obtenida el año 2012 (proyecto CLC12) a través de imágenes satelitales con 100m de resolución para toda Europa. Posee 44 categorías y es la base de datos de uso de suelo abierta de más alta resolución existente hasta ahora. Para este trabajo se usa la versión 18.5 modificada del año 2016.

- Bolund: Los autores del experimento de Bolund entregan bases de datos de la orografía del terreno y el coeficiente de rugosidad para este con una resolución de 25 [cm].

## Incorporación a WRF

La manera en la que los datos descritos anteriormente son entregados, muchas veces no están en el formato en el que el preprocesador del modelo WRF (WPS) puede asimilarlo. Sin embargo, debido a los estándar exigidos para información georeferenciada, es posible manipularla de tal manera que puedan incorporarse al modelo. A continuación se describen algunos trabajos que debieron hacerse con las bases de datos.

- ASTER: Cambio de formato de GeoTiff a binario.
- Bolund Oro.: La información entregada por el experimento Bolund viene dada en un datúm UTM Z32, por lo cuál se debe transformar a WSG84, además, debido a la lectura de la información, los autores trasladaron las coordenadas, por lo cual hubo que invertir esta traslación. Se debió transformar la altura del agua entregada (los autores por motivos de interpolación de mareas declaran un  $z = 0,75$  para agua) a un nivel de  $z = 0$ , para un correcto uso del modelo.
- Corine: Se debió transformar su datúm nativo de ETRS89 a WSG84 Debido a que la clasificación de suelo por Corine no está implementada en WRF, se debe hacer un remapeo de los índices al formato USGS. Este procedimiento está descrito en por [Pineda et al. \(2004\)](#). Por otra parte, la resolución de los datos CLC12 son bastante gruesos en comparación con los entregados por ASTER 1s, luego el WPS presentó algunos errores en reconocer las masas de tierra y para solucionar esto se procedió a hacer una afinación manual de los datos CLC12 en las zonas relevantes para la simulación. Esta afinación puede verse en el Apéndice 2.
- Bolund LU: Los autores del experimento entregan información acerca del  $z_0$  en el dominio de Bolund y en el mismo formato en el que entregan la orografía, por lo tanto se debieron hacer las mismas trasformaciones detalladas anteriormente y luego hacer calzar la información entregada con un índice de tipo de suelo y que además fuera consistente con las bases de datos de uso de suelo usadas en los dominios mas grandes.

### 5.3.2. Condiciones de Borde Laterales

Las simulaciones realizadas contemplan la utilización de una reducción de escalas dinámica (*dynamic downscaling*) a través de dominios anidados, por lo cual se reconocen dos tipos de condiciones de borde para los dominios.

- a. **Condiciones de borde en el dominio padre:** Provienen de los resultados del reanálisis del modelo global GFS con resolución de  $0,5^\circ$  ( $\approx 55,6$  [km]). Los outputs del modelo son cada 6 horas por lo cual se realiza una interpolación lineal temporal entre estos para actualizar las condiciones en cada paso de tiempo de este dominio. También, de ser necesario, deben interpolarse espacialmente los valores a las celdas correspondientes según sea la resolución de la malla. La especificación de las condiciones en los bordes viene complementada con una zona de buffer de 5 celdas que permiten suavizar la inclusión de estas al dominio.
- b. **Condiciones de borde en los dominios hijos:** Se utilizan los valores coincidentes del borde del dominio interior con las celdas del dominio superior, de esta forma no es necesaria una interpolación temporal, si no que los datos son obtenidos de manera inmediata. Según sea la proporción espacial entre los dominios, la información debe interpolarse desde la malla más grande a la malla pequeña (generalmente se usan razones 1:3 para definir dominios telescopicos). La implementación de estas condiciones también contempla una zona de buffer, para amortiguar la incorporación de la tendencia en el borde, de unas 5 celdas.

Por otra parte, como el dominio más grande a simular cae dentro de lo que es una simulación de mesoscala y tomando en consideración las proyecciones debido a la curvatura de la tierra para esta zona en particular, se decide fijar la condición de borde superior para la coordenada vertical de presión a  $p_{dht} = 30000$  [Pa].

La condición de borde inferior queda determinada por la información obtenida en los datos de uso de suelo para cada punto de la malla y la parametrización de capa superficial.

### 5.3.3. Condiciones Iniciales

Para inicializar el modelo se utilizan los datos de los análisis operacionales provenientes del modelo global GFS con resolución de  $0,5^\circ$  interpolados a cada celda de la malla.

Además, se debe considerar que debido a la clausura LES, es necesario dar un tiempo de *spinup* para que el modelo pueda desarrollar la turbulencia dentro

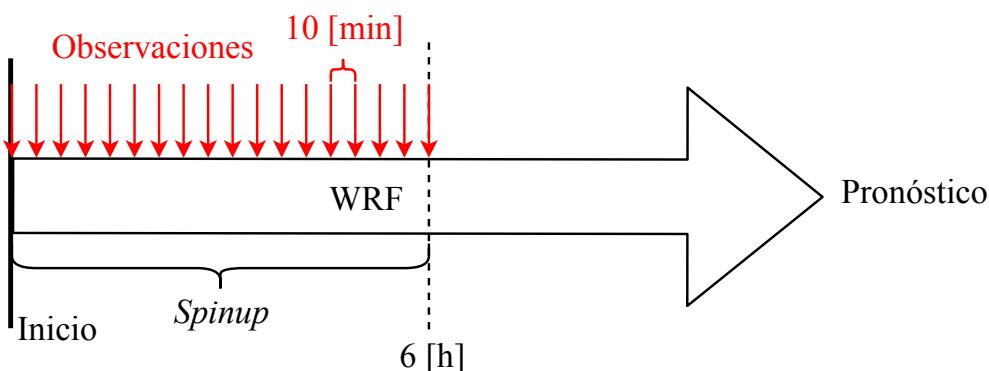
del flujo. Siguiendo la recomendación del manual del WRF y diversos autores, se decide utilizar un intervalo de tiempo de 6 horas entre que se inicia el modelo y se extraen los resultados para cumplir esto.

## 5.4. Descripción del Proceso de Asimilación de Datos

El proceso de asimilación de datos toma las siguientes consideraciones:

- Debido a la frecuencia de los datos experimentales que se tienen (que es de 10 minutos), la asimilación de datos está limitada a ser de esta misma frecuencia o menor. Para este experimento se decide utilizar una frecuencia de asimilación de datos de 10 minutos.
- Solo se considera ejecutar la asimilación de datos en los dominios mas interiores en cada uno de los casos, esto debido a la resolución espacial de estos, es decir, que no se justifica una asimilación de datos en dominios mas gruesos ya que afectaría a una zona mas grande de lo que representa la medición real.
- La ventana de tiempo en la cuál se llevará a cabo la asimilación será aquella coincidente con el *spinup* del modelo, de modo que, acabadas las primeras 6 horas de simulación con asimilación, automáticamente se comienzan a recopilar los resultados. Esto tiene como consecuencia que se ejecutan un total de 37 procesos de asimilación.

Un esquema del funcionamiento del DA se puede ver en la figura 5.3.



**Figura 5.3:** Esquema del proceso de asimilación de datos.

Operativamente lo que se hace es correr el modelo WRF durante 10 minutos, luego se extrae el archivo de resultados *.netcdf* y a este se le realiza la asimilación a través del software WRFDA. El output de este proceso se reincorpora como condición de borde para el dominio mas interior y luego se vuelve a ejecutar el modelo. Este proceso se sigue realizando iterativamente a través de un script en *bash*.

La recursividad del proceso y el hecho de que la asimilación de datos se lleva a cabo a medida que el modelo integra le da la calidad de **Asimilación de Datos 4D**.

Con respecto a la modelación de la matriz **B**, esta es generada a través del método NMC ([Skamarock et al. 2008](#)) haciendo uso de la herramienta *gen\_be* incluida dentro del mismo programa WRFDA. Las constantes de ponderación que usa internamente el WRFDA se fijan como: *var\_scaling* = 1000,0 y *len\_scaling* = 1,5.

## 5.5. Detalle de Experimentos

### 5.5.1. Caso I - Terreno Plano: Høvsøre

Para validar y comparar resultados, se simula un caso real en terreno cuasi-plano con atmósfera neutra. [Peña et al. \(2013\)](#) identifica como Caso 5 a una ventana de tiempo en la cual se satisface esta condición para Høvsøre. Dentro de esta ventana de tiempo, se selecciona un intervalo de 8 horas para que sea aquel en el que la simulación será válida. A estas 8 horas de simulación válida se le deben sumar las 6 horas de *spinup* y asimilación de datos, dando un total de 14 horas de simulación.

En la Tabla 5.1 se exponen todos los detalles relevantes a la selección de los dominios numéricos de tal modo que el experimento pueda ser replicado.

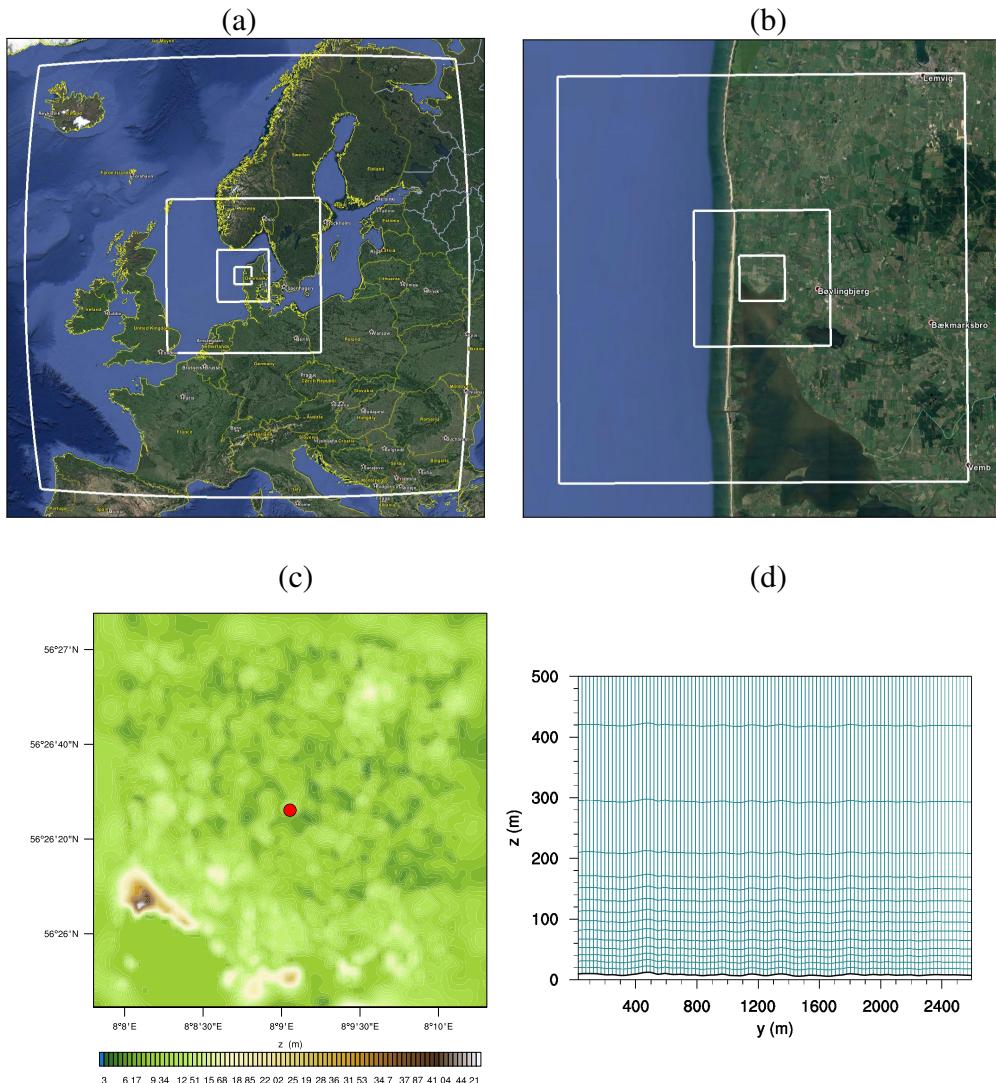
**Tabla 5.1:** Dominio numérico espacial y temporal para simulación del caso Høvsøre.

Parámetro	Selección
Fecha	2010-09-08
Hora Inicio	06:00:00 UTC
Hora Término	20:00:00 UTC
Puntos Malla Vert.	37
$P_{top}$	30000 [Pa]
# Dominios	7
Lat. Centro	56.440588
Lon. Centro	8.150896
Intervalo Salida	10 [min]
Punto de Malla Total	2831472

La selección de los distintos dominios anidados se realizó tomando en consideración la resolución de las condiciones de borde el modelo GFS y las problemáticas que introduce la zona gris a medida que la malla se va afinando. Para la correcta implementación de las condiciones de borde, se decidió utilizar un criterio conservador y usar una malla inicial (d01) con una resolución aproximada a la del GFS. Luego, los dominios telescopicos irán reduciendo su malla en una razón de 3:1 tal como se recomienda en aplicaciones de mesoescala. La zona gris es pasada por alto al utilizar un criterio análogo al usado por [Green y Zhang \(2015\)](#), en este, se utiliza una razón de 5:1 para los dominios en el límite LES (d04-d05). El resto de los dominios seguirán escalando 3:1 hasta una resolución de malla de 25 [m]. Todos los dominios son ubicados de manera telescopica centrados en el mástil meteorológico de la estación.

En la Figura 5.4 se puede ver la manera en la que se distribuyen los 7 dominios para este caso, además se muestra el detalle de la estructura de la malla vertical para

la cercanía del suelo.



**Figura 5.4:** Información de los dominios de simulación. (a) Dominios d01-d04. (b) Dominios d05-d07. (c) Dominio d07 con el punto de control. (d) Distribución de la malla vertical en escala 4:1.

Las mallas numéricas están hechas de  $107 \times 107$  nodos en la horizontal y 37 nodos en vertical. La malla vertical incluye un afinamiento en la cercanía del suelo hecho de tal manera que existan por lo menos 10 puntos en los primeros 100 metros de altura.

Para la malla temporal se aplica el criterio recomendado por los desarrolladores  $\Delta t = 3\Delta x$ , donde  $\Delta x$  se escribe en [km]. De este modo se fijaría el  $\Delta t$  para la primera malla en 90 [seg], sin embargo debido a que el modelo debe tener outputs cada 10 minutos de manera exacta, se decide bajar el paso de tiempo a 75 [seg] (para la malla mas gruesa).

Con respecto a los esquemas de parametrización para las físicas y la utilización de distintas bases de datos, la selección de estos esta detallada en las Tablas 5.2 y 5.3. Para el dominio mas interior (d07), se modifica la categoría de uso de suelo de modo que el valor del largo de rugosidad  $z_0$  sea el mismo que se entrega en la literatura de Peña. Para este caso se utiliza un  $z_0 = 1,5$  [cm].

**Tabla 5.2:** Valores característicos de cada dominio.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07
$N_x$	107	107	107	107	107	107	107
$N_y$	107	107	107	107	107	107	107
$\Delta x, y$ [m]	30000	10000	3333.3	1111.1	222.22	74.074	24.691
$\Delta t$ [s]	75	25	8.333	2.778	0.556	0.185	0.062
Orografía	GMTED	GMTED	GMTED	ASTER	ASTER	ASTER	ASTER
Uso de Suelo	USGS	USGS	USGS	CLC12	CLC12	CLC12	CLC12

**Tabla 5.3:** Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07
Micro-físicas	WSM5	WSM5	WSM5	WSM5	WSM5	WSM5	WSM5
Cúmulos	Grell	Grell	—	—	—	—	—
Capa Superficial	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN
PBL	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN	—	—	—
Modelo LES	—	—	—	—	1.5TKE	1.5TKE	1.5TKE
$c_k$	—	—	—	—	0.3	0.3	0.3
Modelo de Suelo	Difus. <sup>2</sup>	Difus.	Difus.	Difus.	Difus.	Difus.	Difus.
Rad. Onda Larga	RRTM	RRTM	RRTM	RRTM	RRTM	RRTM	RRTM
Rad. Onda Corta	Dudhia	Dudhia	Dudhia	Dudhia	Dudhia	Dudhia	Dudhia

La elección de las parametrizaciones se hizo en base a tres criterios: (i) El uso recomendado por los desarrolladores, (ii) El uso de aquellos que están presentes en las últimas investigaciones relacionadas con WRF y (iii) Un análisis de sensibilidad a cada esquema, el cuál no se muestra en este informe.

Para el proceso de asimilación de datos se utiliza la información medida en el mástil meteorológico. Este hecho caracteriza a este experimento como **Asimilación de Datos de un solo punto o Puntual**. El mástil entrega información cada 10 [min] y en 6 niveles distintos (10, 40, 60, 80, 100 y 116,5 [m])<sup>3</sup>. Para el DA solo se asimilan los primeros 5 niveles de estos. Las variables a asimilar en el modelo son las componentes horizontales de la velocidad  $u, v$ . El detalle de la configuración de la asimilación de datos se muestra en la Tabla 5.4.

<sup>2</sup>Modelo de difusión térmica de 5 capas.

<sup>3</sup>Los valores que se asimilan para la velocidad son los mismos que se muestran en la Figura 6.3

**Tabla 5.4:** Características del proceso de DA.

Parámetro	Selección
Hora Inicio DA	06:00:00
Hora Término DA	12:00:00
Intervalo de DA	10 [min]
Puntos a Anidar	1
Alturas	10m, 40m, 60m, 80m, 100m
Variables	$u, v$
Lat. Mástil	56.440582
Lon. Mástil	8.150896

Los resultados a mostrar para este caso incluirán lo siguiente:

- a. Estimación del largo de capa límite.
- b. Validación del modelo comparando con resultados de Peña et al.
- c. Resultados de primer y segundo orden en el dominio.
- d. Comparación de las series de tiempo medidas y simuladas en el mástil con sus correspondientes estadísticos.
- e. Mejoras alcanzadas con el proceso de asimilación de datos.

### 5.5.2. Caso II - Terreno Complejo: Bolund

Tomando en cuenta que la campaña de medición para el caso Bolund se llevó a cabo durante los meses de Diciembre 2007 y Febrero del 2008, fue necesario hallar un día en donde hubiera una estratificación atmosférica lo mas neutra posible, con el modo de tener resultados comparables con aquellos obtenidos en la literatura y simulados de manera ideal.

Convenientemente, en el informe técnico que detalla la campaña de medición ([Bechmann et al. 2009](#)), los autores presentan un gráfico para la longitud de Monin-Obukhov que permite identificar que el día 29 de Diciembre en la tarde se presentan una estratificación muy cercana a la neutra y por lo tanto se decide simular para esas horas.

Debido a la alta resolución de la simulación y el tiempo de cálculo necesario, se decide reducir la ventana de obtención de resultados a 3 horas. De esta manera el tiempo total de simulación será de 9 horas (6 horas de *spinup*).

Los detalles de la selección de dominios se pueden ver en la Tabla [5.5](#).

**Tabla 5.5:** Dominio numérico espacial y temporal para simulación del caso Bolund.

Parámetro	Selección
Fecha	29-12-2007
Hora Inicio	06:00 UTM
Hora Término	15:00 UTM
Puntos Malla Vert.	41
$P_{top}$	30000 [Pa]
# Dominios	8
Lat. Centro	55.703474
Lon. Centro	12.098854
Interválo Salida	5 [min]
Punto de Malla Total	3465000

Con respecto al anidamiento de los dominios, se utilizaron los mismos criterios que para el caso de Høvsøre. Sin embargo, para alcanzar ahora la alta resolución se utilizan 8 dominios ubicados de manera telescopica centrados en el centro de la colina. La Figura [5.5](#) muestra la manera en la que se ubican estos dominios.

En el dominio mas interior (d08), se ubican 8 de los 10 mástiles que se utilizaron para la campaña de medición. Su distribución en el dominio se puede ver en la Figura [5.6](#). Además la Figura [5.6](#) muestra la sección en corte a  $239^\circ$  en donde la comparación ciega muestra sus resultados.

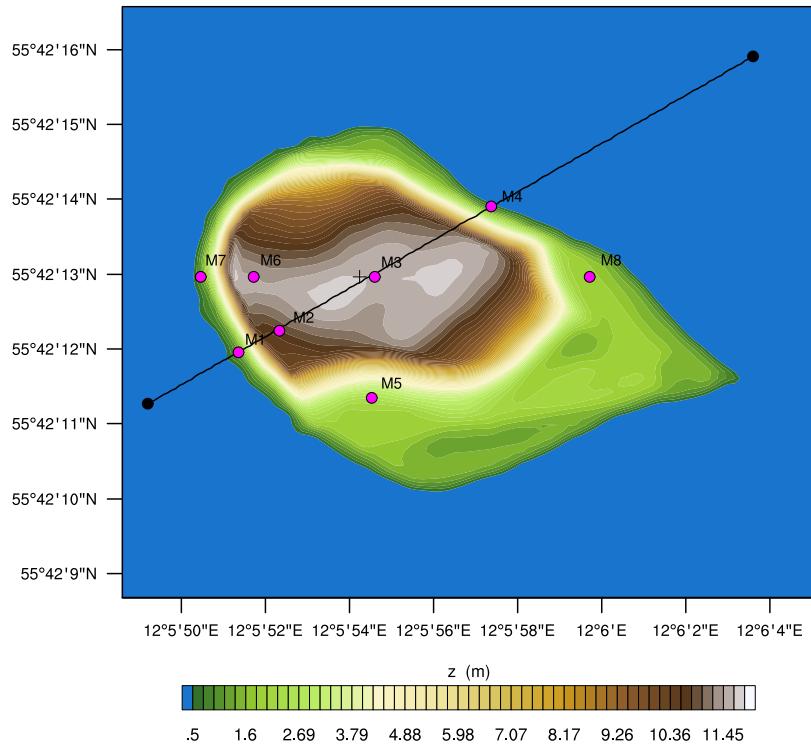
Con respecto a las mallas, la distribución de estas a lo largo de todos los dominios siguen las mismas recomendaciones que para el caso I. La malla vertical fue refinada debido a la presencia de la pendiente abrupta, de esta manera ahora se

consideró la necesidad de por lo menos 3 niveles bajo la altura máxima de la colina para captar la aceleración del flujo y cumplir con las condiciones para un adecuado LES. Este refinamiento se muestra en la Figura 5.7.

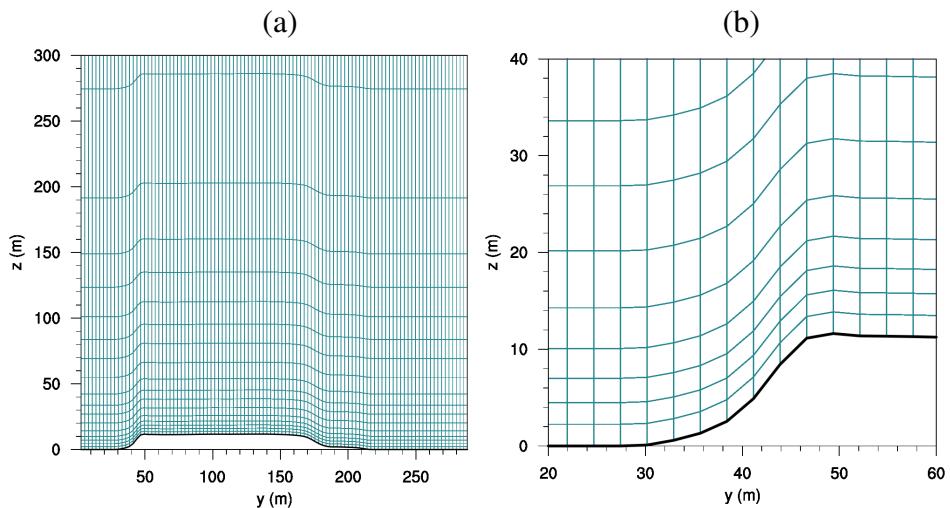


**Figura 5.5:** Distribución telescopica de los 8 mallas anidadas en el dominio numérico.

La malla temporal también se ve afectada por el terreno complejo provocando que la regla recomendada por los desarrolladores ya no sea válida debido a que en las cercanías de la pendiente abrupta se viola localmente el criterio de estabilidad para el CFL. Se realizó entonces pruebas de sensibilidad al  $\Delta t$  hasta hallar un valor que permitió la estabilidad del modelo durante toda la simulación. Este valor se fijó en  $\Delta t = 12$  [s] para el dominio mas grueso (d01).



**Figura 5.6:** Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.



**Figura 5.7:** (a) Distribución de la malla vertical en la mitad del dominio. (b) Detalle en el ángulo abrupto. Todo en escala 1:1.

Las elecciones de los esquemas de parametrización se hizo en función de lo resultados obtenidos para el terreno plano. Para las bases de datos de información estática se realiza el mismo procedimiento que para Høvsøre, con la distinción de que para el dominio mas interior (d08) se utilizan las bases de datos entregadas por los desarrolladores del experimento de comparación ciega. El dominio d08 utiliza un largo de rugosidad  $z_0 = 1,5$  [cm]. La información de estos se muestra en las Tablas 5.6 y 5.7.

**Tabla 5.6:** Valores característicos de cada dominio.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07	d08
$N_x$	106	106	106	106	106	106	106	106
$N_y$	106	106	106	106	106	106	106	91
$\Delta x, y$ [m]	10000	3333.3	1111.1	222.22	74.074	24.691	8.23045	2.74348
$\Delta t$ [s]	12	4	1.3333	0.4444	0.0889	0.0296	0.0099	0.0033
Orografía	GMTED	GMTED	GMTED	ASTER	ASTER	ASTER	ASTER	Bolund
Uso de Suelo	USGS	USGS	USGS	CLC12	CLC12	CLC12	CLC12	Bolund

**Tabla 5.7:** Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07	d08
Micro-físicas	WSM5							
Cúmulos	Grell	–	–	–	–	–	–	–
Capa Superficial	MYNN							
PBL	MYNN	MYNN	MYNN	–	–	–	–	–
Modelo LES	–	–	–	1.5TKE	1.5TKE	1.5TKE	1.5TKE	1.5TKE
$c_k$	–	–	–	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Modelo de Suelo	Difus.							
Rad. Onda Larga	RRTM							
Rad. Onda Corta	Dudhia							

Las asimilación de datos se realiza en los 8 mástiles que se ubican dentro del dominio, y por lo tanto para este experimento se habla de **Asimilación de Datos Multipunto**. La instrumentación está ubicada aproximadamente a 2, 5 y 9 [m] sobre el nivel del mar, sin embargo no todos los mástiles poseen los instrumentos necesarios para entregar información sobre la dirección del viento, por lo tanto la asimilación solo se llevará a cabo en aquellos puntos en donde se tiene información sobre la velocidad y la dirección. El detalle del proceso de DA se puede ver en las Tablas 5.8 y 5.9. Notar que la asimilación para este caso se hace a niveles muy cercano a la superficie, en comparación al caso de Høvsøre donde se tiene información hasta aproximadamente 100 [m] sobre el nivel del mar.

**Tabla 5.8:** Características del proceso de DA.

Parámetro	Selección
Hora Inicio DA	06:00:00
Hora Término DA	12:00:00
Intervalo de DA	10 [min]
Puntos a Anidar	8
Variables	$u, v$

**Tabla 5.9:** Detalle de la asimilación en cada mástil en Bolund.

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
Latitud	55.70332	55.70340	55.70360	55.70386	55.70315	55.70360	55.70360	55.70360
Longitud	12.09760	12.09787	12.09850	12.09927	12.09848	12.09770	12.09735	12.09992
Alturas	2, 5, 9m	2, 5m	2, 5m	2, 5, 9m	2, 5m	2, 5m	2, 5m	2, 5m

Finalmente, los resultados relevantes que se mostrarán para este caso son:

- Estimación del alto de la capa límite.
- Resultados de primer y segundo orden en el dominio.
- Comparación con los resultados obtenidos en la comparación ciega para la sección M1-M4.
- Comparación entre las series de tiempo medidas y simuladas.
- Mejoras alcanzadas con el proceso de DA.

## 5.6. Posproceso de los datos

### 5.6.1. Interpolación para Series de Tiempo

Para poder comparar las series de tiempo provenientes de los datos públicos con las series de tiempo simuladas en los puntos de interés, es necesario llevar los datos simulados a las alturas a las cuales se toman las mediciones.

Para esto se utiliza una interpolación en ley de potencia para atmósfera neutra de la forma:

$$u(z) = u(z_r) \frac{\ln(z/z_0)}{\ln(z_r/z_0)} \quad (5.6.1)$$

Donde  $z_0$  es el alto de rugosidad, que para Høvsøre y Bolund tiene un valor de  $z_0 = 1,5$  [cm].

### 5.6.2. Definición de Métricas

Luego de interpolar la simulación a los puntos de interés, es necesario definir una estimación del error entre la simulación realizada y la serie de tiempo medida en el mástil.

Se decide utilizar tres indicadores para llevar a cabo esta tarea: el MAE, el RMSE y el coeficiente de correlación de Pearson.

El MAE (*Mean Absolute Error*) entre dos variables continuas se calcula de la siguiente forma:

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - x_i| \quad (5.6.2)$$

Es un promedio del valor absoluto de los errores. Si graficáramos la correspondencia de los datos en un gráfico de  $x$  vs  $y$ , el MAE correspondería al valor medio de la distancia horizontal entre cada punto y la línea  $x = y$ .

El RMSE (*Root Mean Squared Error*) por otro lado se calcula como:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2} \quad (5.6.3)$$

Y corresponde a la raíz de los momentos muestrales de segundo orden de la diferencia entre los valores a comparar, en otras palabras, es un análogo al MAE pero pondera con mayor importancia los errores mas grandes. Es un promedio de los errores al cuadrado.

Finalmente el coeficiente de correlación de Pearson  $r$  corresponde a la razón

entre las covarianzas de las dos variables con el producto de sus desviaciones estándar:

$$r = \frac{\text{Cov}(x, y)}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2} \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]^{1/2}} \quad (5.6.4)$$

Es un indicador de la proporcionalidad entre los datos simulados y medidos. Idealmente, para este caso, el valor debería ser 1,0; lo cual significaría que un valor medido corresponde a un mismo valor simulado.

---

# Capítulo 6

## Resultados Obtenidos y Análisis

A continuación se presentan los resultados de los 4 experimentos realizados. El orden de presentación será de la siguiente forma: (i) resultados para el caso Høvsøre sin DA, es decir, la validación de la metodología, (ii) caso Høvsøre con DA puntual, (iii) caso Bolund sin DA y (iv) caso Bolund con DA multipunto. Todos los resultados son obtenidos de la malla mas interior para cada dominio, es decir, d07 para Høvsøre y d08 para Bolund. El cálculo de los espectros espaciales está hecho en base a: (a) valores obtenidos para un nivel  $\eta$  en particular, (b) promedios temporales sobre las ventanas de tiempo válidas de simulación y sobre cada número de onda asociado a la discretización de la malla, y (c) un promedio móvil para eliminar ruido del espectro.

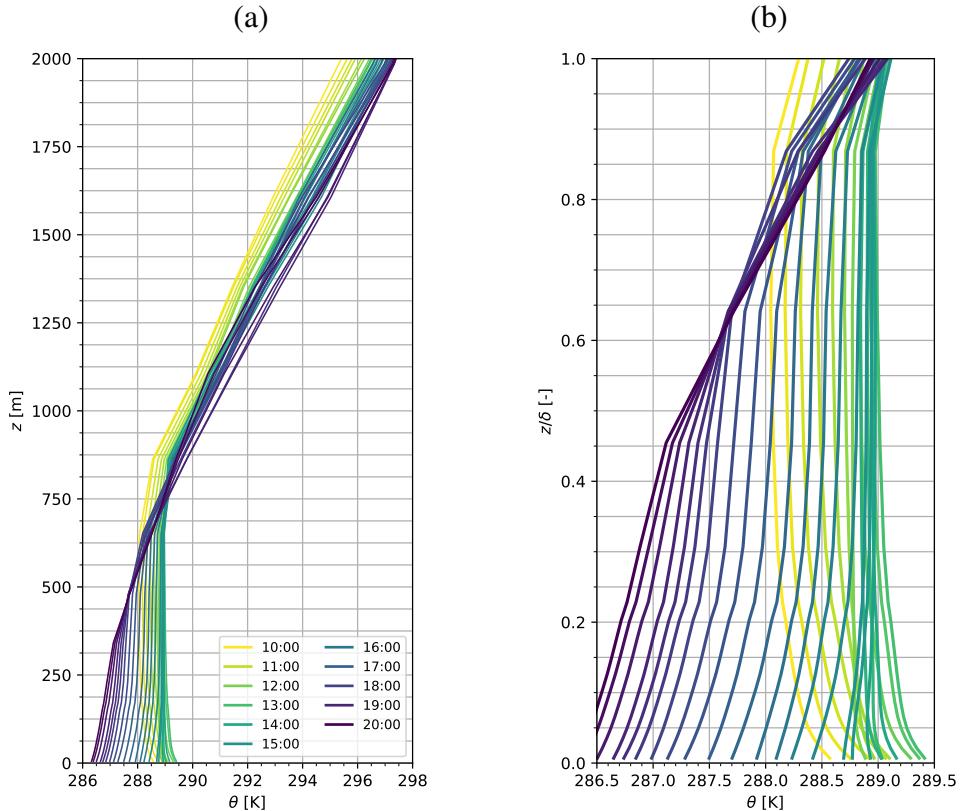
### 6.1. Caso I: Høvsøre

Tomando en consideración que los resultados para este caso son válidos desde las 12:00 hasta las 18:00 del día simulado, se busca a través de esta sección evidenciar cuatro aspectos relevantes del modelo: (i) La respuesta del modelo LES al escalamiento dinámico y la alta resolución, (ii) la concordancia entre los datos simulados y aquellos obtenidos por Peña en el año 2013, (ii) la concordancia entre los datos simulados y la serie de tiempo medida en el mástil meteorológico y (iv) la concordancia de las variables de segundo orden con aquellas canónicas para flujo en terreno plano homogéneo.

#### Estratificación y Largo de Capa Límite

En primer lugar se revisa la estabilidad del flujo para la ventana de tiempo seleccionada. Tomando en cuenta que según la literatura este debería ser un caso de atmósfera neutra, la Figura 6.1 muestra la evolución del perfil de temperatura potencial virtual a través de toda la simulación para el punto de control en el mástil meteorológico. Debido a la homogeneidad del terreno, los perfiles de temperatura potencial virtual en el resto del dominio son, a grandes rasgos, idénticos, y por lo

tanto se puede hablar que el perfil mostrado es representativo de todo el dominio. En este se puede notar como la estratificación del campo va cambiando a medida que avanza en el ciclo diurno la simulación, desde una atmósfera inestable en la mañana, hasta la estabilidad en la noche. Notar que, tal cual como expuso Peña, se tiene un perfil estable desde las 12:00 hasta las 15:00 horas, ventana de tiempo que cae dentro de los resultados válidos del modelo y por ende, será en esta ventana en la cual se extraerán resultados.



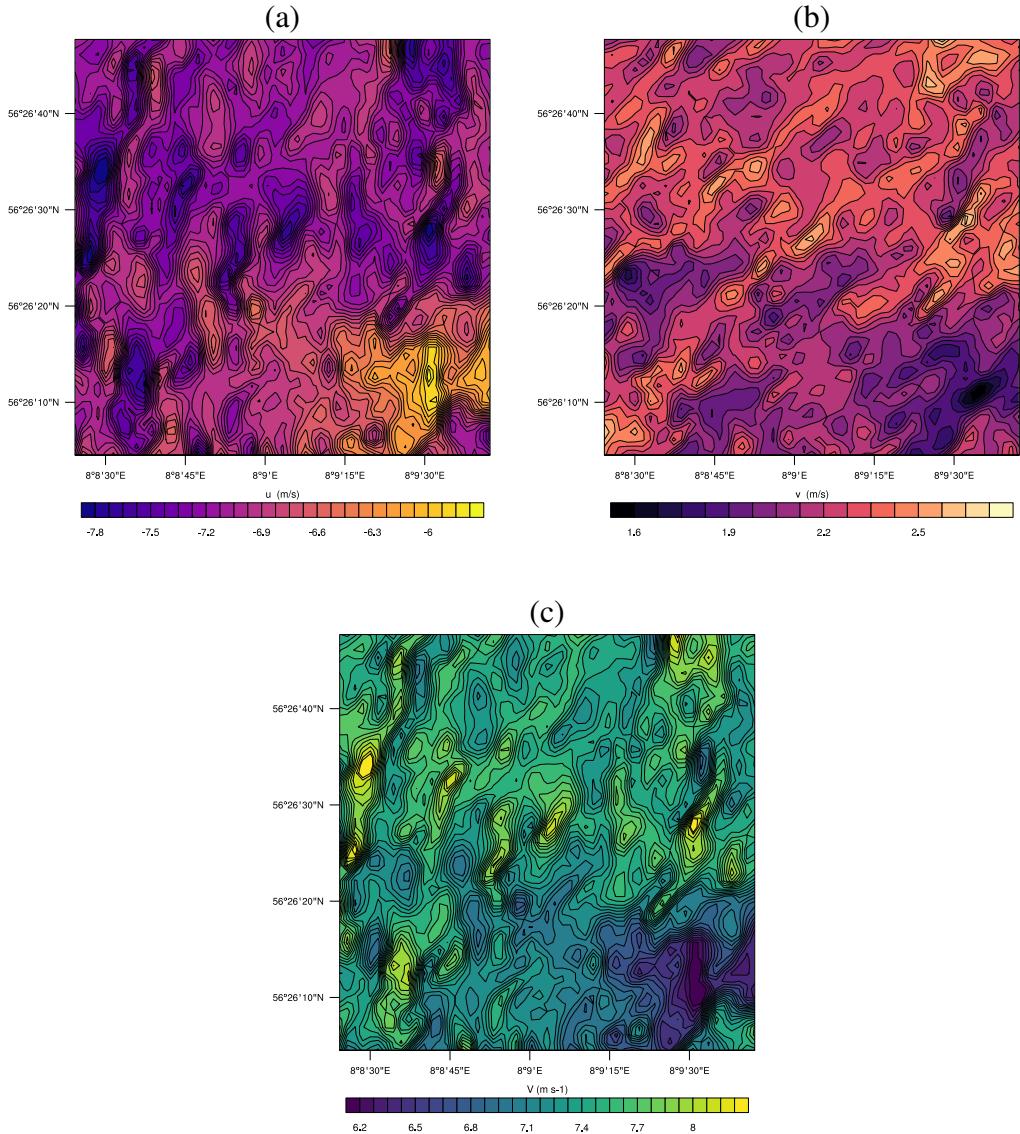
**Figura 6.1:** Ciclo diurno-nocturno del perfil de temperatura potencial en el mástil meteorológico. (a) Resultados cada 20 minutos del perfil de  $\theta_v$ . (b) Corresponde al detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica ( $\delta \approx 750$  [m]).

A través de la misma Figura 6.1 es posible estimar el **alto de la capa límite** como el punto en altura justo antes de la inversión térmica. Utilizando este acercamiento es fácil notar como el espesor de ABL varía durante el día desde un valor cercano a los 800 [m] hasta unos 400 [m] en la noche. Se decide utilizar un valor promedio de  $\delta = 750$  [m] para adimensionalizar los resultados futuros.

### Estructuras del Campo de Velocidades

Con respecto a las variables de primer orden y el rendimiento del LES, la Figura 6.2 muestra los campos instantáneos de velocidad para el primer nivel vertical  $z_1 \approx$

5,25 [m] del dominio más interior d07 a las 15:00<sup>1</sup>. Acá se pueden apreciar de manera visual las estructuras que genera el LES sobre el campo de velocidades.



**Figura 6.2:** (a) Componente  $u$  de la velocidad en el primer nivel de la coordenada vertical ( $z_1 = 5,25$  [m]) para las 15:00. (b) Idéntico al anterior pero para la componente  $v$ . (c) Magnitud del campo de velocidad.

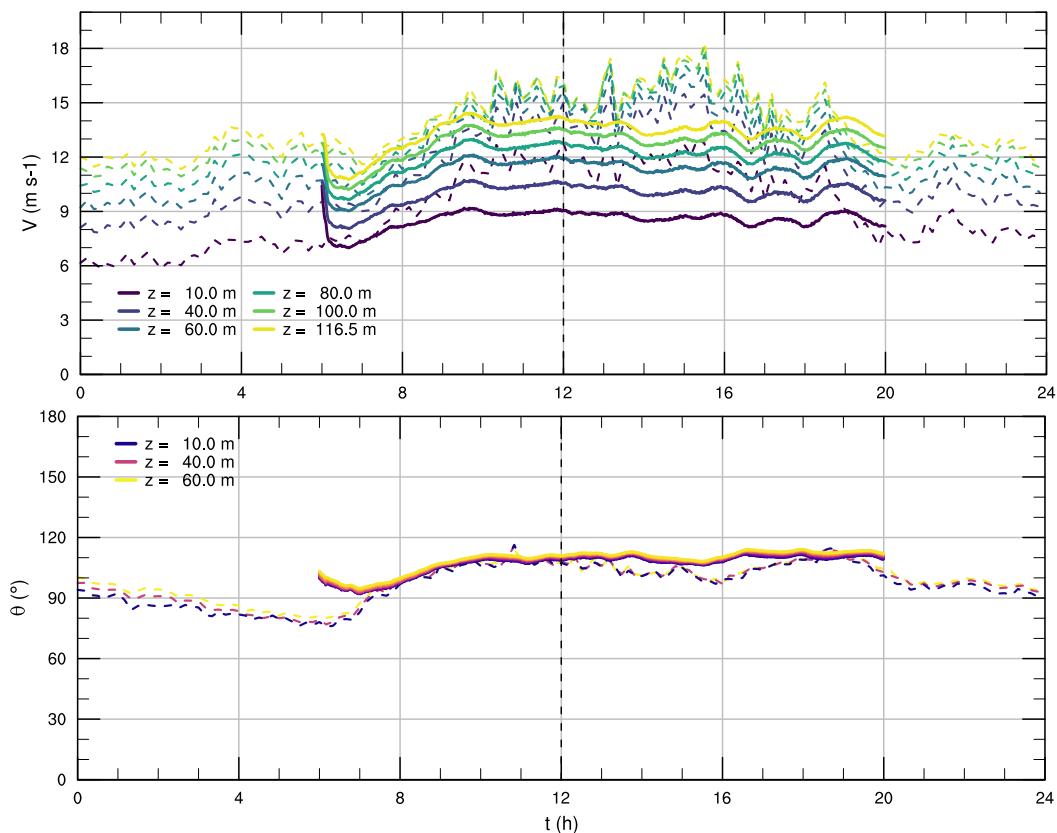
A una primera vista, se puede concluir que el LES fue aplicado correctamente en el dominio, presentando las estructuras clásicas que se deberían manifestar en el campo de velocidades. En particular, para este caso se puede ver que los contornos de velocidad tienen cierto estiramiento desviándose del comportamiento clásico homogéneo. Esto se explica debido a la dirección preferente que tiene el viento al

<sup>1</sup>Si bien la selección de la hora es arbitraria, cualquier hora después de las 12:00 hubiese servido y de hecho el comportamiento del campo no varía mucho.

venir del este (viento a  $105^\circ$ ). La baja de velocidad local que se genera en la esquina inferior derecha se explica debido a la depresión topográfica local que existe en esa zona.

### Comparación de Series de Tiempo

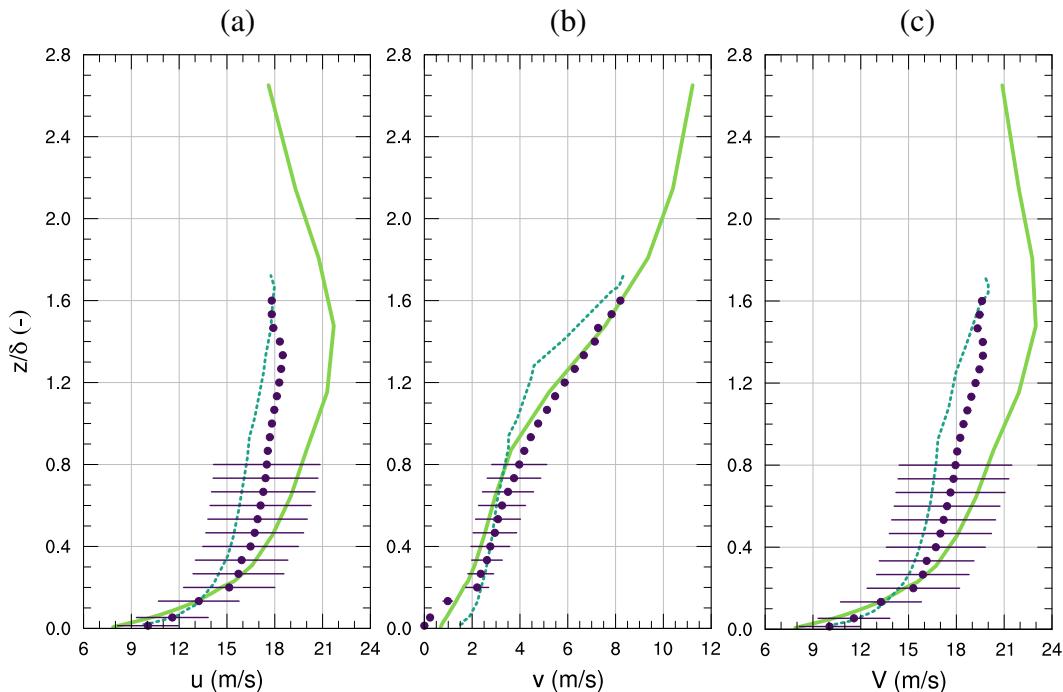
Para evaluar la calidad del modelo, se muestra la serie de tiempo de los datos simulados junto a lo datos medidos en el mástil meteorológico para la fecha de interés en la Figura 6.3.



**Figura 6.3:** Serie de tiempo para la rapidez instantánea del viento  $V$  y su dirección en la ubicación del mástil meteorológico. La línea continua corresponde a los datos simulados interpolados a las alturas de medición (solo para  $V$ ) y la línea punteada a los datos medidos en el mástil.

En esta Figura, la linea segmentada vertical indica el límite del tiempo de *spinup* y por lo tanto sólo los resultados desde ese punto son válidos. Se puede apreciar que la simulación (en línea continua) capta de buena forma la tendencia de la magnitud de la velocidad para el mástil, sin embargo, la simulación fue incapaz de representar las ráfagas que ocurrieron en esa fecha y que aceleraron al fluido. Un especial déficit de momemtum se lleva a cabo en los niveles superficiales, dando a entender que

quizás el modelo de suelo, el modelo de superficie o de turbulencia está actuando de manera muy disipativa en esos niveles. Con respecto a la dirección del viento, esta quedó a grandes rasgos bien representada por la simulación.



**Figura 6.4:** Comparación de la simulación (línea continua) con la simulación de Peña et. al. en el 2013 (línea punteada) y valores medidos para (a) componente  $u$  de la velocidad del viento, (b) componente  $v$  y (c) magnitud de la velocidad del viento. Los datos corresponden a promedios temporales entre las 12:00 y 15:00, y han sido rotados de tal forma que su dirección sea  $0^\circ$  a los 10m.

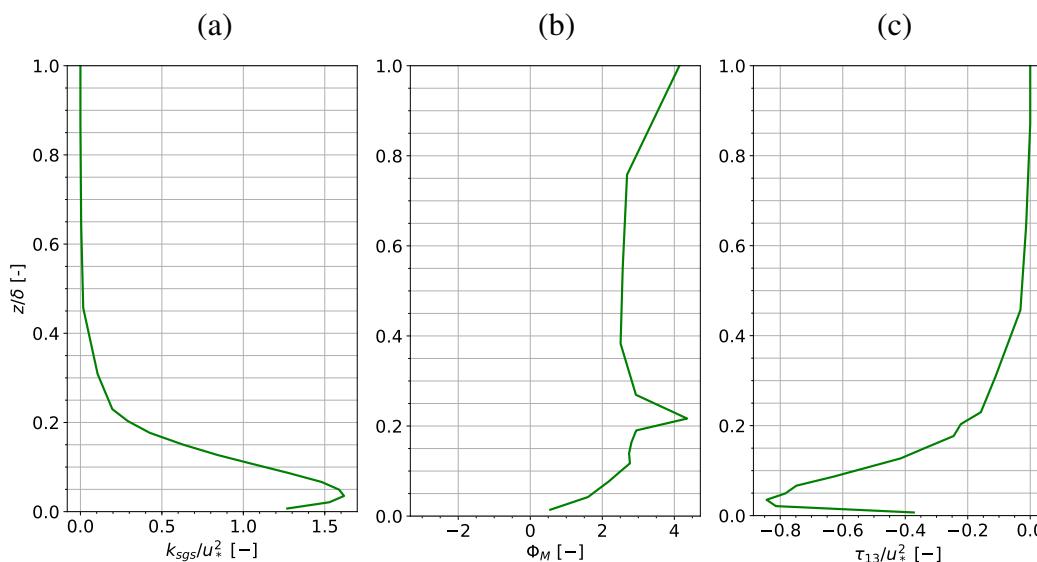
### Validación con Peña et al. (2013)

En la Figura 6.4 se muestran los resultados promediados para el intervalo definido neutro en este caso, junto con las mediciones experimentales y la simulación mesoescala de Peña et al. Basándonos en estas Figuras, es correcto afirmar que la simulación se comporta según lo esperado, encontrándose dentro de los márgenes de error de las mediciones. Además, la simulación meso-microescala con LES logra representar de mejor manera la rotación de la componente  $v$  que la simulación mesoescala hecha por Peña et al. Al igual que en los resultados de la serie de tiempo, existen grandes déficit de momemtum a nivel de superficie por el modelo WRF. Sin embargo, el éxito de esta comparación da por validado el modelo LES meso-microescala planteado, dando espacio a que la asimilación de datos pueda corregir los déficit planteados.

## Variables de Segundo Orden

Los resultados mostrados en la Figura 6.5 servirán como benchmark para trabajos futuros. En estos se exponen las variables de segundo orden relevantes para flujos atmosféricos dentro de la ABL.

Con respecto al  $k_{sgs}$  y al  $\tau_{13}$  se puede ver que estos se comportan correctamente como debiese ser en un flujo cercano a la pared. Sus valores están dentro de los valores característicos presentados en la literatura, presentando ciertas desviaciones debido al carácter real de las simulaciones hechas por WRF. Estos resultados permiten confirmar que el modelo de turbulencia, el modelo de suelo, y el de capa superficial se comportan de manera adecuada para una simulación a alta resolución para estas variables.

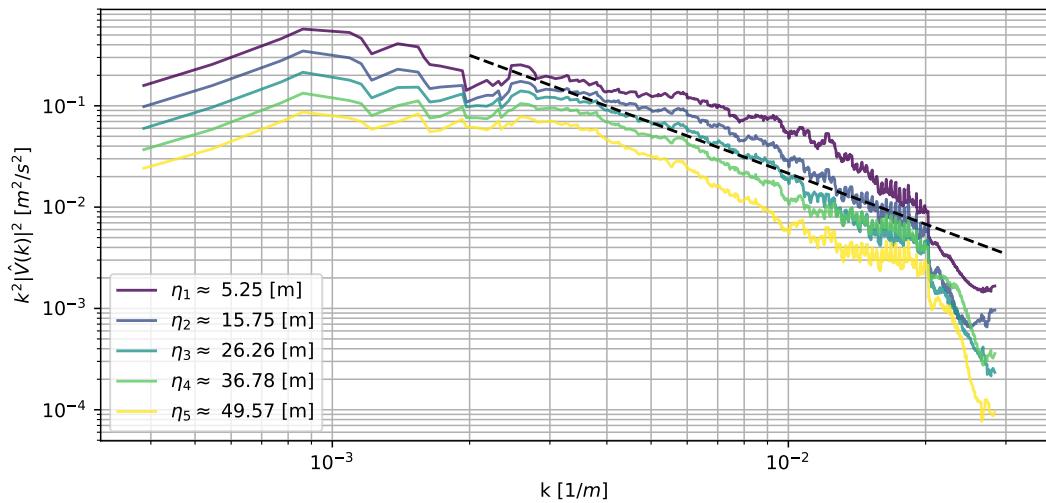


**Figura 6.5:** Variables adimensionalizadas ( $u_* = 0,552$  [m/s]) de segundo orden para el caso de Høvsøre promediados entre las 12:00 y las 15:00 (atmósfera neutra, terreno plano homogéneo). (a) Energía cinética turbulentas de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento.

Con respecto al gradiente adimensional  $\Phi_m$ , el valor que maneja la teoría de Monin-Obukhov para atmósfera neutra es de 1. En este caso se tiene un valor cercano a 3 con un ligero *overshoot* en el 20 % de la capa límite. El overshoot puede ser entendido según [Brasseur y Wei \(2010\)](#) como un LES que no cumple los criterios adecuados para representar correctamente la ley de pared. El modelo WRF, siendo un modelo climático y operativo, utiliza su parametrización de capa superficial para hacerse cargo de este problema, sin embargo en este caso se muestra deficiente. Con respecto a la diferencia de valores, se puede ver como la influencia

del terreno real no homogéneo y el uso de las condiciones de borde provenientes de otro modelo real desplaza la curva hacia la derecha.

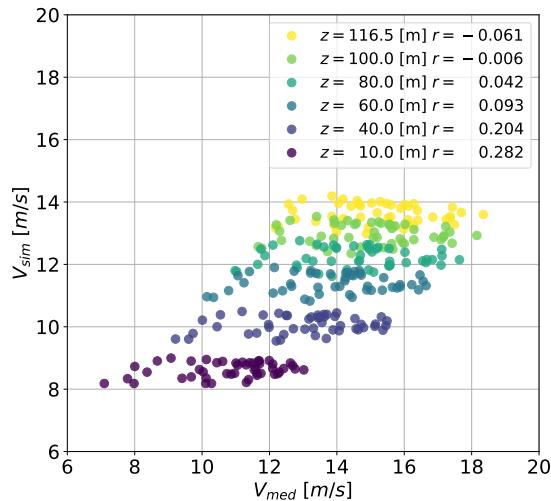
Finalmente, la Figura 6.6 muestra el espectro espacial bidimensional para los primeros 5 niveles verticales del modelo. Se puede ver la desviación de la caída inercial para el primer nivel debido a la influencia del terreno en comparación a los niveles superiores que presentan una mayor concordancia con la ley de los  $-5/3$ . El filtro corta efectivamente a nivel de malla en el número de onda correspondiente a  $(2\Delta x)^{-1} \approx 0,02$  y por lo tanto está siendo bien aplicado. La forma del espectro, exhibiendo el ingreso de energía en las escalas mas grandes y la disipación después del número de onda de corte, muestra concordancia con la física de los flujos turbulentos y por lo tanto se puede decir que el modelo WRF representa correctamente la cascada de energía en su modo LES a alta resolución.



**Figura 6.6:** Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d07 caso Høvsøre.

## Estadísticos

La Figura 6.7 muestra el gráfico de dispersión entre la rapidez simulada y la medida en el mástil a las 6 alturas de interés. Para cada altura se muestra en la Figura su coeficiente de correlación de Pearson respectivo. Considerando que el gráfico ideal debiese ser una recta, se puede ver que el modelo tuvo problemas con representar las altas velocidades a nivel de superficie. La consecuencia de esto, es que los valores para el coeficiente de correlación son bajos



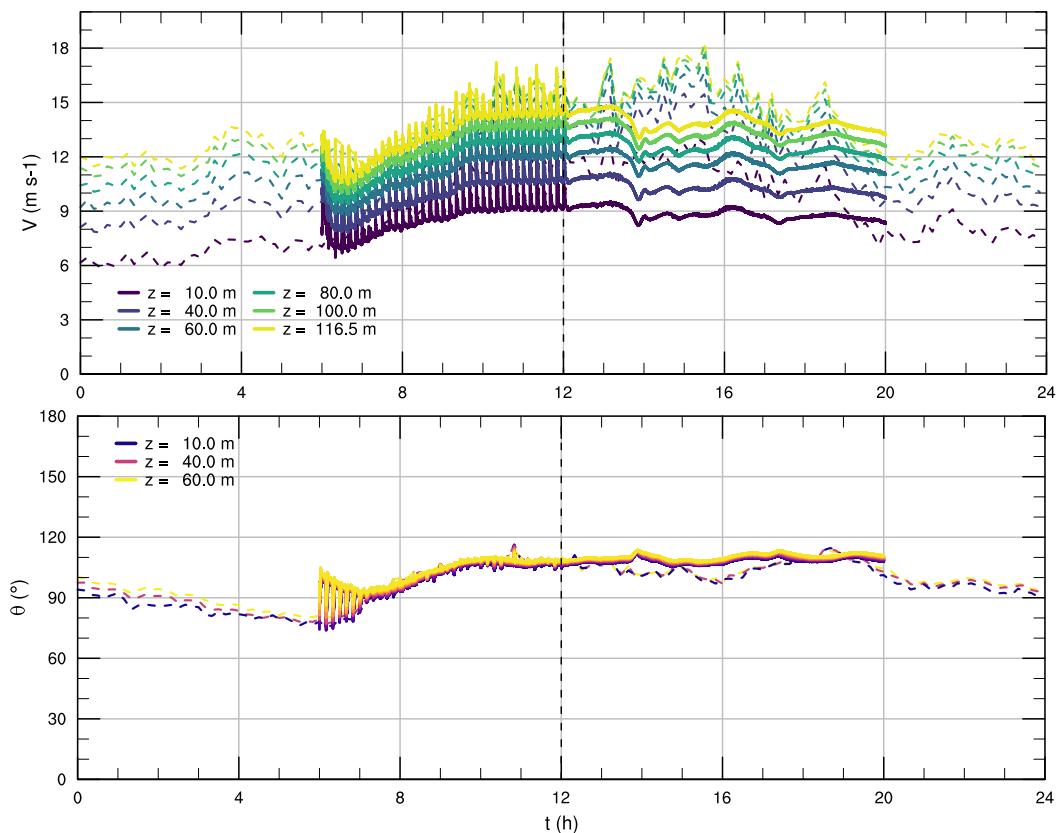
**Figura 6.7:** Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en el mástil meteorológico de Høvsøre.

Con respecto al resto de los estadísticos, se tiene un valor para el MAE de 2,41091 [m/s] y un valor para el RMSE de 2,80142 [m/s]. Es decir, en promedio existe un error de aproximadamente 2 [m/s] para la rapidez del viento en los niveles. Este error evidentemente es no deseable para evaluación del recurso eólico y se buscará corregir con los resultados que se muestran mas adelante.

## 6.2. Caso I: Høvsøre con Asimilación Puntual

### Comparación Series de Tiempo

Se revisa ahora la influencia que tiene la asimilación de datos en un solo punto para el caso del terreno real plano. En la Figura 6.8 se muestra la serie de tiempo de los datos para este caso. Se puede notar como en las primeras 6 horas se simulación se hace tender al campo a sus valores medidos, indicando la correcta aplicación del DA.

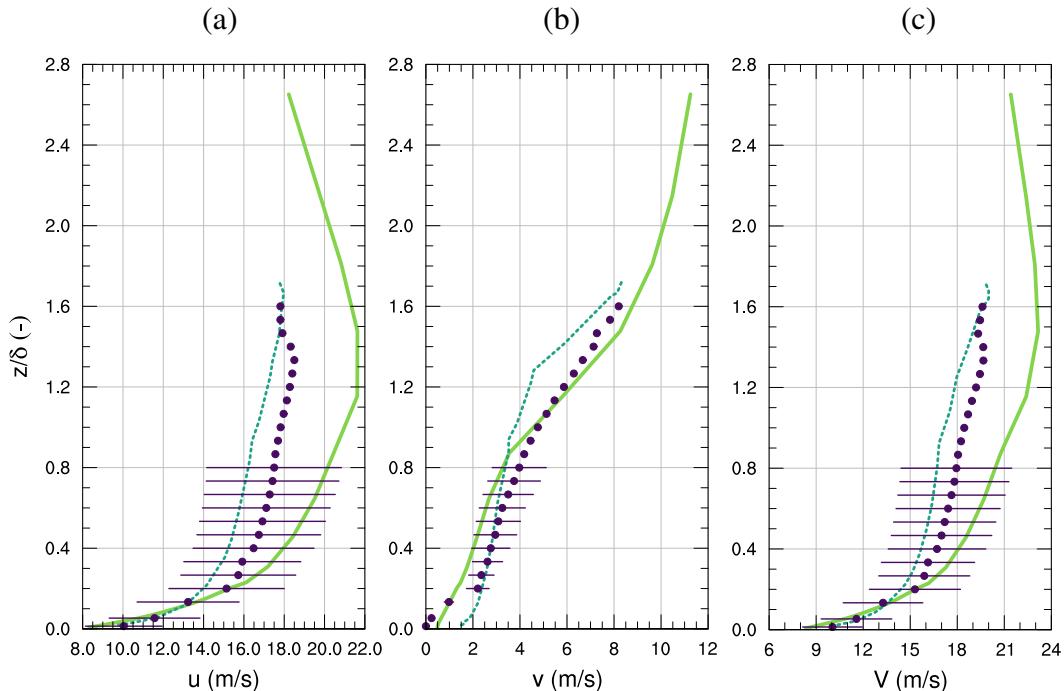


**Figura 6.8:** Serie de tiempo para la rapidez instantánea del viento  $V$  y su dirección en la ubicación del mástil meteorológico para el caso con asimilación de datos. La línea continua corresponde a los datos simulados interpolados a las alturas de medición (solo para  $V$ ) y la línea punteada a los datos medidos en el mástil.

Con respecto a los resultados válidos, estos nuevamente no logran captar la presencia de las ráfagas, ni tampoco suplir las deficiencias a nivel de superficie. Una explicación para esto se puede ver en el mismo gráfico: la información asimilada pierde su influencia unos pocos pasos de tiempo después de ser asimilada. De esta forma la corrección que genera la asimilación de datos en la capa límite es poco efectiva, ya que el forzamiento de las condiciones de borde provenientes de la malla

del dominio padre (d06) es superior al forzamiento generado por la asimilación.

De todas formas, la solución mejora, es decir, la asimilación de datos si logra influir en el comportamiento del flujo, acercando los valores de la velocidad a aquellos medidos por el mástil.



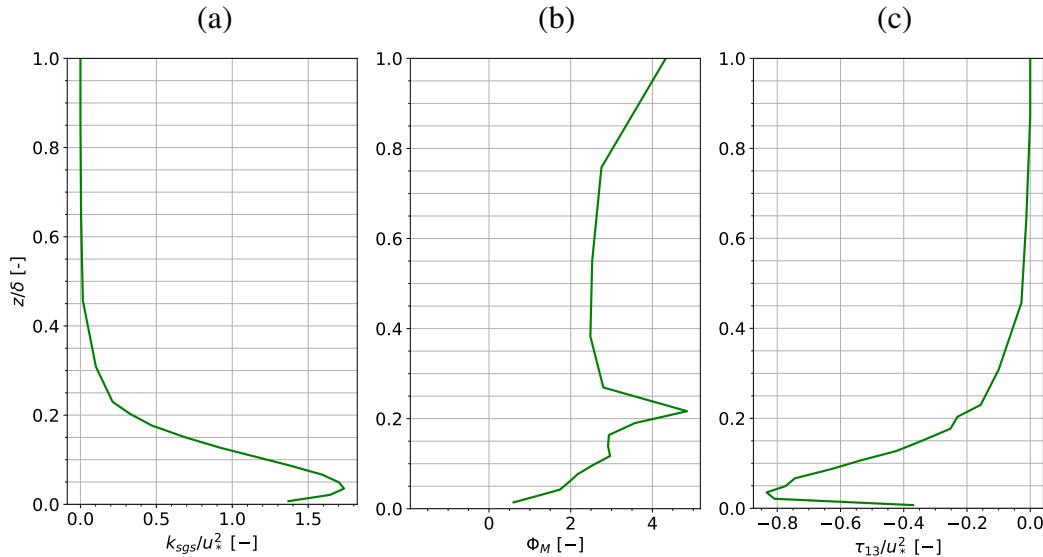
**Figura 6.9:** Comparación de la simulación con DA (línea continua) con la simulación de Peña et. al. en el 2013 (linea punteada) y valores medidas para (a) componente  $u$  de la velocidad del viento, (b) componente  $v$  y (c) magnitud de la velocidad del viento. Los datos corresponden a promedios temporales entre las 12:00 y 15:00, y han sido rotados de tal forma que su dirección sea  $0^\circ$  a los 10m.

### Comparación con Peña

Con respecto a los valores declarados por Peña, la comparación se muestra en la Figura 6.9. Estos siguen siendo válidos, estando dentro de las barras de error y se comportan como lo medido. Los valores de superficie mejoran con respecto a su contraparte sin asimilación, pero el giro de la componente  $v$  se pierde un poco debido a la corrección. Cabe mencionar en este punto que los resultados para la estratificación se mantuvieron constantes para este caso, por lo que se sigue utilizando una altura de ABL de  $\delta = 750$  [m].

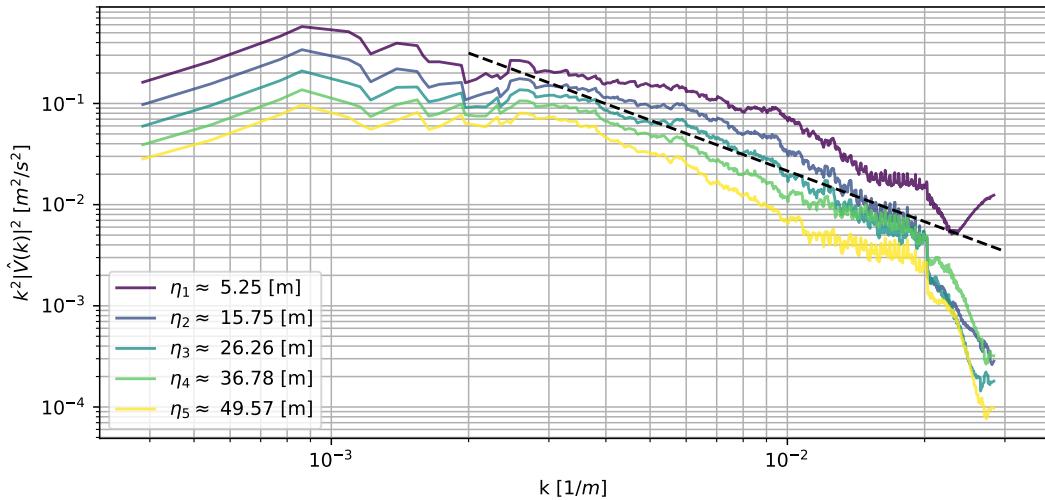
## Variables de Segundo Orden

Para las variables de segundo orden, los comportamiento de  $k_{sgs}$  y  $\tau_{13}$  mantienen su forma para el caso con DA. El gradiente adimensional de velocidad  $\Phi_M$  se corrige un poco acercándose al valor canónico de 1, pero el *overshoot* se incrementa superando ampliamente el valor de 4.



**Figura 6.10:** Variables adimensionalizadas ( $u_* = 0,527$  [m/s]) de segundo orden para el caso de Høvsøre con DA promediados entre las 12:00 y las 15:00 (atmósfera neutra, terreno plano homogéneo). (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento.

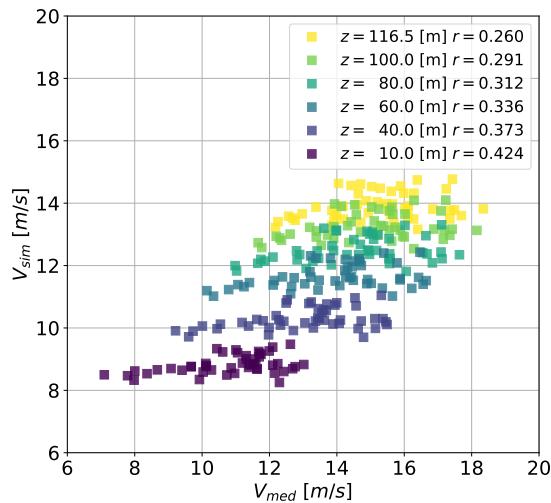
El espectro de energía cinética horizontal en la Figura 6.11 nos muestra el impacto de la asimilación de datos a nivel de microescala. Si bien, en los niveles superiores no existe mayor diferencia con respecto al experimentos sin asimilación, el nivel superficial exhibe un *backscatter* de energía en la submalla. Este ingreso de energía evidentemente viene de la incorporación sintética de los valores medidos al modelo, los cuales se acentúan en el primer nivel. Surge la necesidad ahora de controlar este ingreso sintético de energía, a modo de tener resultados físicos para el problema. Esta necesidad se podría suplir a nivel de la clausura del LES para la modelación de la turbulencia.



**Figura 6.11:** Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d07 caso Høvsøre con DA.

### Estadísticos

Con respecto a las métricas estadísticas del experimento, el gráfico de dispersión asociado se puede ver en la Figura 6.12. Acá se puede ver claramente que, en comparación al experimento anterior, existe una mejora para simular los datos medidos en terreno. Todos los coeficientes de correlación mejoraron, tal como se podría esperar para este caso, sin embargo aún se encuentran lejanos de un valor unitario.



**Figura 6.12:** Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en el mástil meteorológico de Høvsøre (con DA).

Finalmente, un resumen de las métricas se puede ver en la Tabla 6.1, indicando

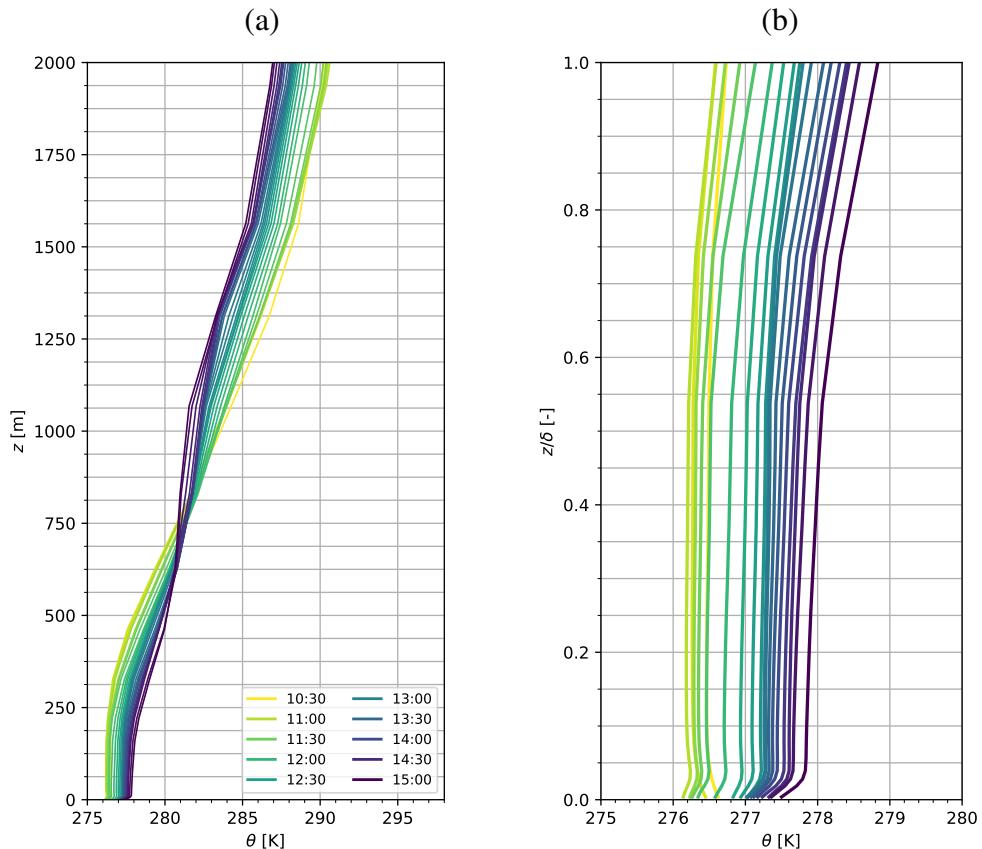
el porcentaje de mejora que se obtuvo gracias a la incorporación de la asimilación de datos en un punto.

**Tabla 6.1:** Comparación de métricas para el caso I Høvsøre.

	Sin DA	Con DA
MAE	2.41091 m/s	2.16742 m/s
RMSE	2.80142 m/s	2.55778 m/s
ΔRMSE	–	8,70 %
ΔMAE	–	10,47 %

### 6.3. Caso II: Bolund

Tomando como antecedente la mejora propuesta por la metodología del LES a alta definición con DA en terreno plano, es que ahora se revisan los resultados obtenidos para la de simulación de viento en terreno complejo utilizando una asimilación multipunto a nivel de superficie. Se buscará evidenciar en estos resultados: (i) el comportamiento del modelo WRF en su modo LES a muy alta resolución con y sin DA, (ii) el rendimiento de la simulación para obtener resultados comparables con aquellos en la comparación ciega de [Bechmann et al. \(2011\)](#), (iii) la capacidad de representar fehacientemente las series de tiempo para la rapidez del viento en los 8 mástiles del dominio d08 en función de los estadísticos asociados y (iv) la forma que adquieren las variables relevantes de segundo orden para un caso real en terreno complejo.

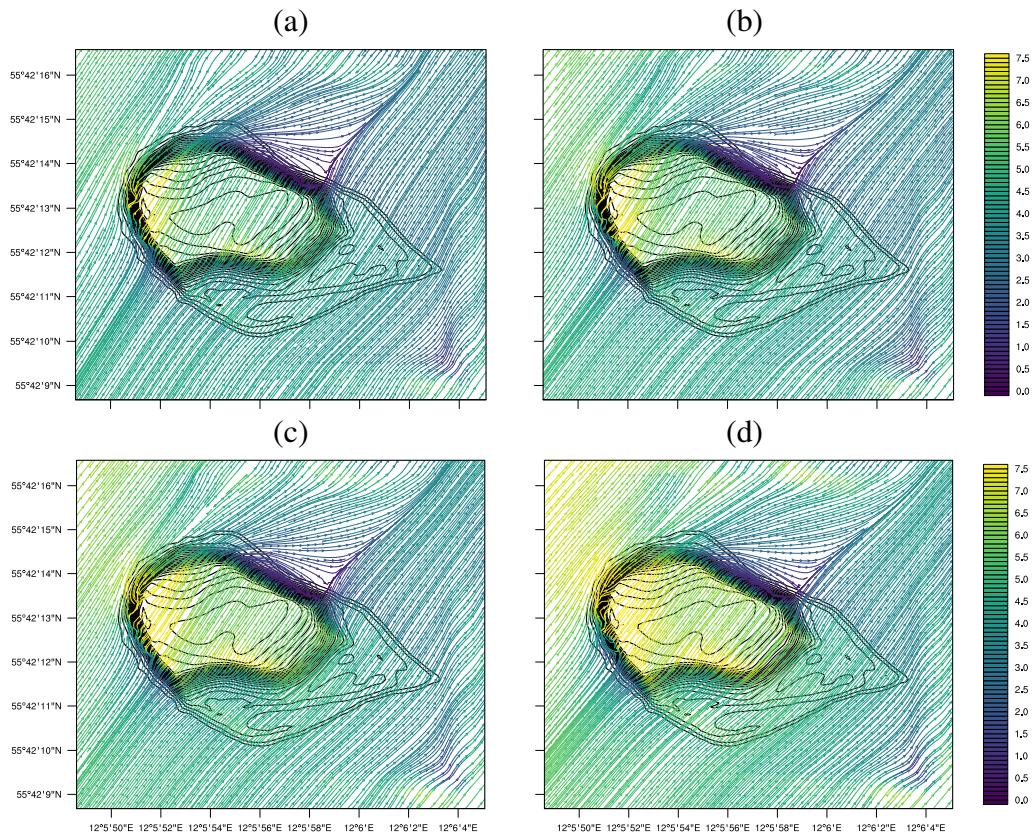


**Figura 6.13:** Ciclo horario del perfil de temperatura potencial virtual promedio de los 8 mástiles. (a) Resultados cada 10 minutos del perfil de  $\theta$ . (b) Corresponde al detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica con resultados cada 15 minutos ( $\delta \approx 300$  [m]).

### Estratificación y Largo de Capa Límite

De manera análoga que para el Caso I, primero se revisará el estado de la estratificación, y se contrastará con aquella declarada por la campaña de Bolund (atmósfera neutra).

La Figura 6.13 muestra la evolución del perfil de temperatura potencial virtual promedio de los 8 mástiles a lo largo de la simulación. Se muestra el promedio debido a que no existen grandes diferencias en el perfil entre los mástiles. De la Figura se puede desprender que a través de toda la ventana de tiempo rige una cierta neutralidad en la estratificación, con una subcapa estable cerca de la superficie. Para la obtención de los resultados medios, que se presentarán mas adelante, se considerarán los promedios dentro de las 12:00 y 15:00 que corresponde a todo el periodo válido de simulación.

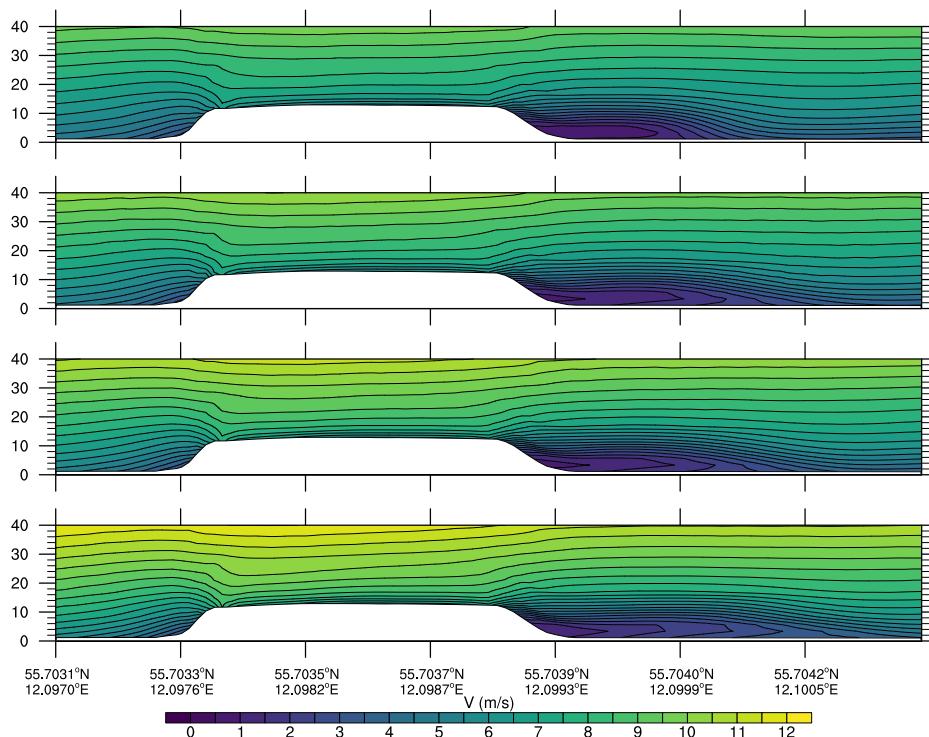


**Figura 6.14:** Lineas de flujo para la solución numérica en Bolund en el primer nivel ( $z_1 = 1,12$  [m]) en las horas (a) 12:00, (b) 13:00, (c) 14:00, (d) 15:00.

La forma del perfil de temperatura comprueba de cierta manera lo que demuestra el escalamiento hecho por Bechmann et al. (2009), que dice que las dimensiones de la colina de Bolund son tan pequeñas que puede despreciarse el efecto de la estratificación y considerarse neutra para cualquier caso. De cualquier manera se

puede apreciar que se está en un estado de cuasi-neutralidad tal como se presenta en el informe de la campaña para esta fecha.

Con respecto a la altura de la capa límite, se puede ver que para este caso la inversión ocurre a alturas bajas. Se decide tomar un valor de  $\delta = 300$  [m] para el escalamiento del resto de los resultados.



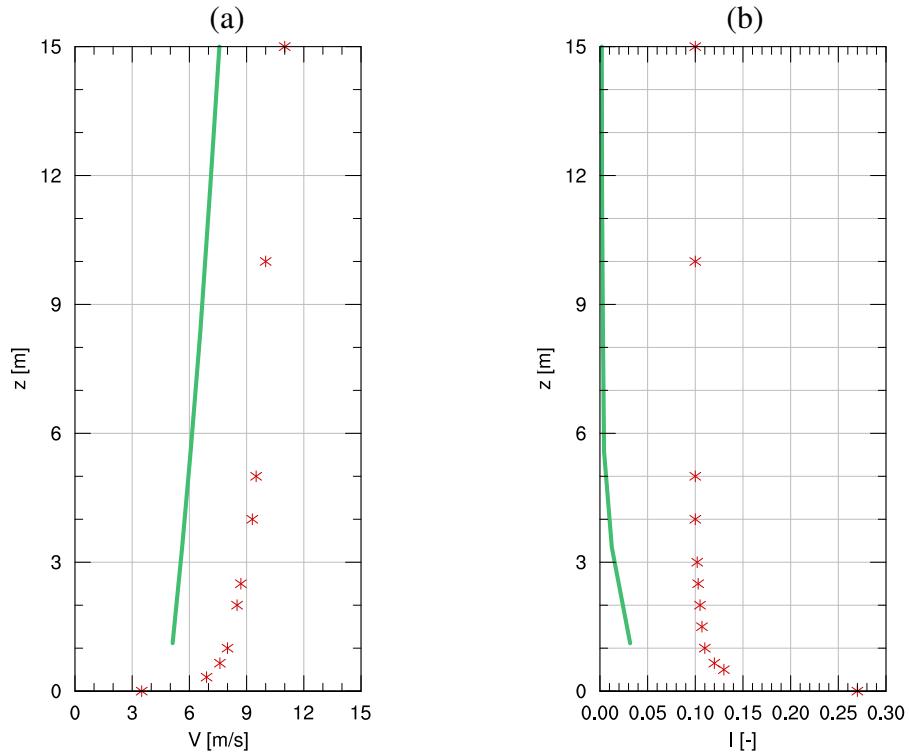
**Figura 6.15:** Contornos de rapidez del viento para la sección de corte a  $240^\circ$  en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. Escala 1:1.

### Estructura del Campo de Velocidades

La Figura 6.14 muestra las líneas de flujo con su respectiva rapidez para el viento en el primer nivel del modelo cada una hora en la ventana de tiempo válida. Para este caso, el viento proveniente desde el sur-oeste impacta en sobre la colina acelerándose a la altura del mástil M2 y luego se separa debido a la expansión súbita que ocurre cerca de M4. La formación de la burbuja de separación transiente expone un buen funcionamiento del modelo LES para este caso y la manera en la que se distribuyen las líneas de flujo manifiestan una correcta representación de las físicas.

En la Figura 6.15 se muestra un gráfico de contornos para la rapidez horizontal en la sección en corte M1-M4. Acá se puede ver claramente las dimensiones de la burbuja de separación en comparación con el alto de la colina. El modelo WRF entrega como resultado un largo máximo de burbuja de aproximadamente 40 [m] a

las 12:00, sin embargo este va variando a lo largo de toda la simulación. Notar la presencia también de una pequeña burbuja de separación en la zona de choque del flujo con la colina cercano a M1.

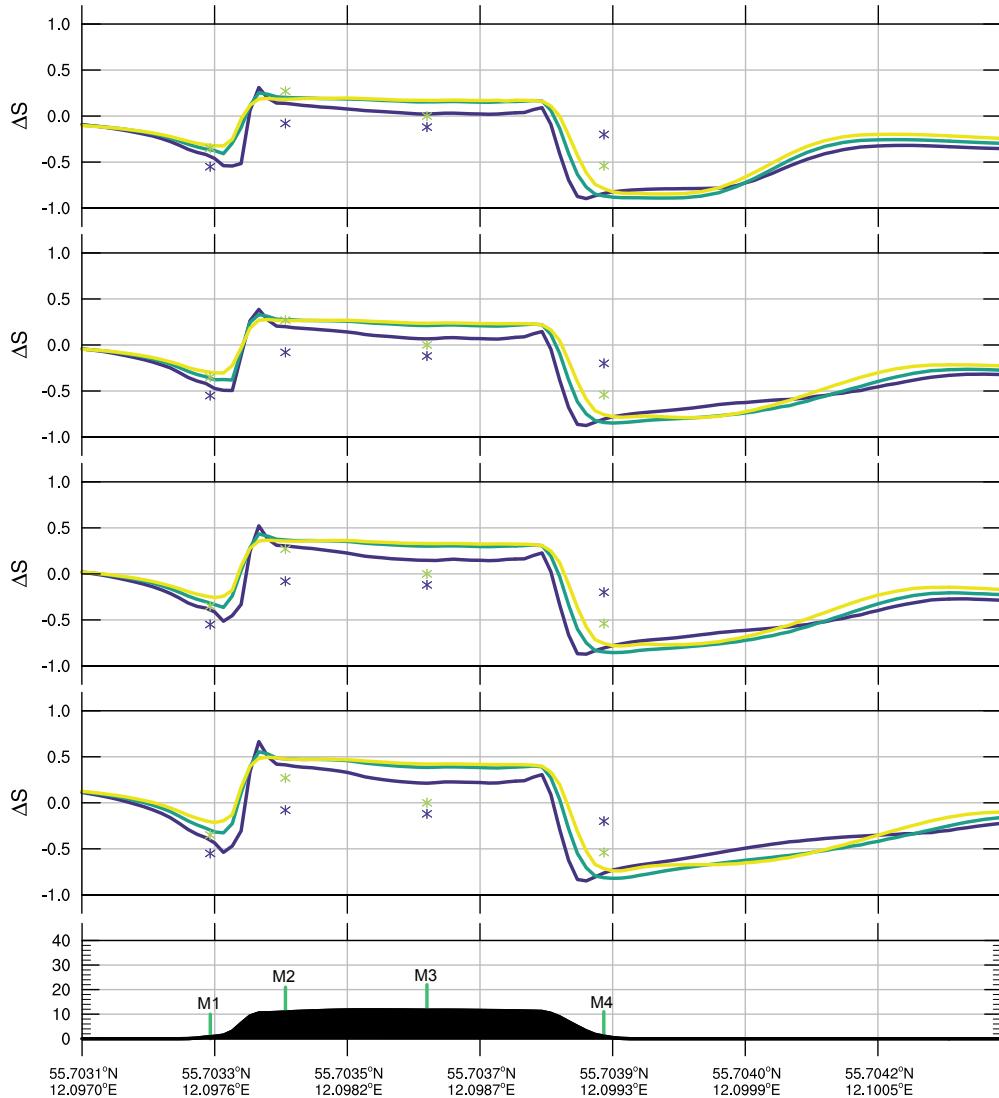


**Figura 6.16:** Perfiles promedio referenciales en el flujo no perturbado para: (a) Rapidez del viento (en asteriscos se presenta la condición de contorno presentada por Bechmann et. al., 2011) (b) Intensidad de energía cinética turbulenta (sgs).

### Comparación Ciega

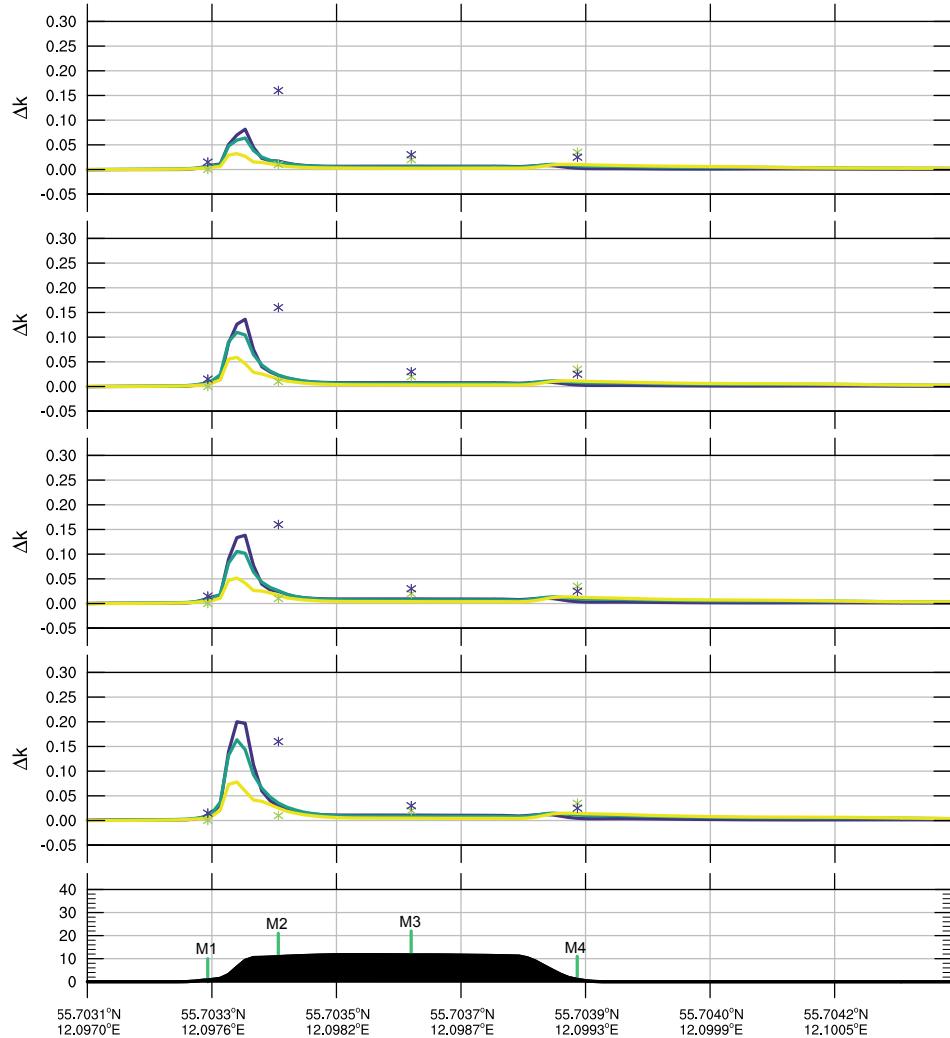
La Figura 6.16 muestra la diferencia entre las condiciones para el flujo simulado no perturbado en un punto lejos de la colina y los valores que se declaran en la campaña de Bolund para usar como condición inicial y de borde. Tal como se explica en la metodología, la diferencia entre estos valores no es relevante ya que la simulación corresponde a un estado de la atmósfera para una fecha en específico, mientras que las condiciones de borde de la comparación ciega responden a un condiciones idealizadas.

La importancia de los valores de la Figura 6.16 es que permite computar los resultados adimensionales que se mostrarán mas adelante. La manera como se calculan estos resultados se pueden ver en el Apéndice A.



**Figura 6.17:** Speedup en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a  $240^\circ$  en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00 (arriba), 13:00, 14:00 y 15:00 horas (abajo).

La Figura 6.17 muestra el perfil del *speedup* en los tres primeros niveles del modelo para la sección de corte. En asteriscos se muestran los datos medidos en los mástiles en las alturas de 2 y 5 [m] (morado y amarillo respectivamente). Comparando estos resultados con aquellos obtenido por el resto de los modelos, se puede ver un buena concordancia por lo menos en la forma que debería tener este perfil. El flujo al impactar con la colina sufre un pequeño déficit de velocidad (pequeña burbuja inicial) y luego se acelera al subir, esta aceleración decae lentamente hasta llegar al borde final donde se separa y luego retorna a su valor inicial.



**Figura 6.18:** Incremento adimensional de energía cinética turbulenta (sgs) en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas.

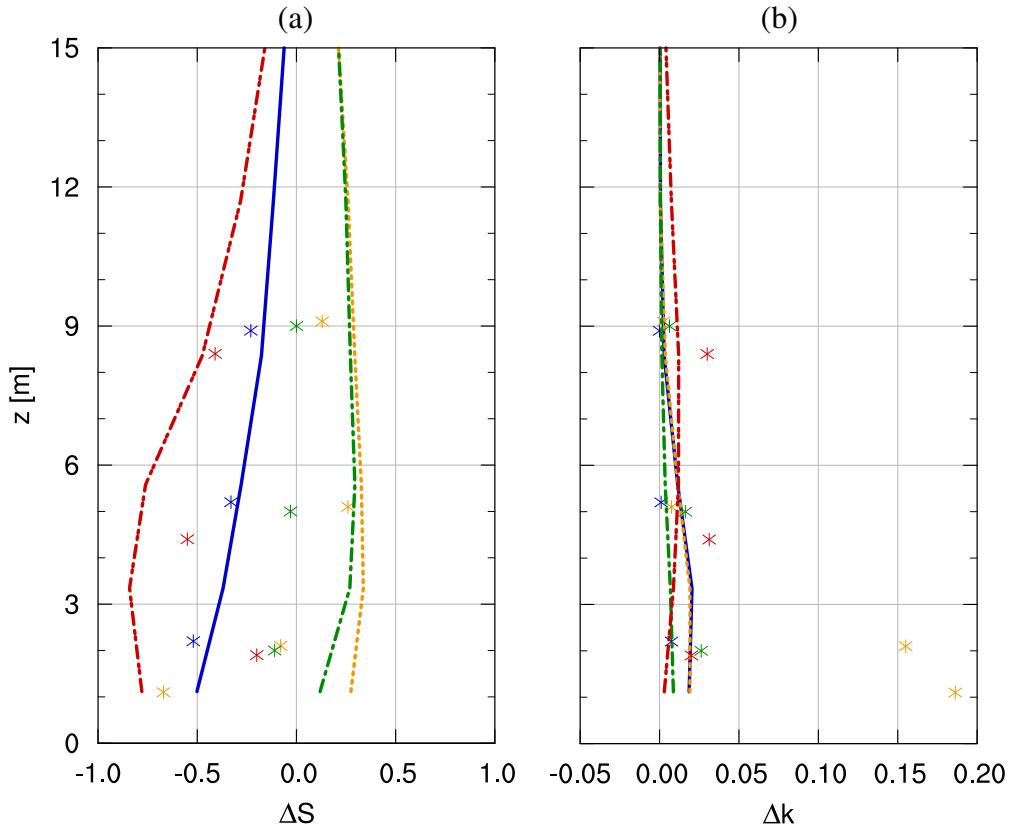
Con respecto a los valores de la Figura 6.17, los distintos modelos de la comparación ciega entregan un rango amplio de valores como resultado, por lo cuál no se podría decir precisamente el rendimiento del modelo en comparación con los demás, además por otro lado, los resultados entregados por las simulaciones de este trabajo son transientes en contraste con los resultados estacionarios. Se tiene una buena concordancia si con los resultados entregados por los modelos LES en la comparación ciega. Con respecto a los datos medidos de los mástiles, el mástil M1 es el que se mejor se comporta, el resto de los mástiles se ven fuertemente afectados por el forzamiento del terreno complejo y por lo tanto los resultados distan de los medidos. Se rescata de todas formas las diferencias entre las distintas alturas: para M2 y M3 los niveles superiores presentan valores mas altos que los inferiores y para

M4 se invierte este comportamiento, como es de esperar.

En la Figura 6.18 se muestra el incremento de energía cinética turbulenta para la sección de M1-M4 calculada según la indicación de los desarrolladores. Si se compara con los datos medidos y con aquellos simulados para la comparación ciega, se tiene una buena concordancia con respecto a su comportamiento en el dominio. Existe un incremento debido a la interacción con la pendiente abrupta cercana al mástil M2, el cuál es mas intenso en los primeros niveles del modelo, luego este aumento decae y en la parte de la separación vuelve a aumentar. El aumento obtenido en la parte de la separación y en la parte de la aceleración no es tan grande como el obtenido por el resto de los modeladores, sin embargo está en mejor concordancia con los datos medidos, por lo tanto se concluye que la metodología de alta resolución resuelve de buena manera este comportamiento.

La Figura 6.19 muestra los perfiles promedios de *speedup* e incremento de energía cinética turbulenta para cada mástil en la sección de corte. Los asteriscos indican los datos medidos por la campaña de medición. Para M1 el comportamiento es el indicado tanto para la velocidad como para el TKE, probablemente debido a que en ese punto el terreno complejo aun no interactúa con el flujo. En M2, si bien se rescata la aceleración del flujo por la presencia de la colina, este es superior al indicado por las mediciones, es más, el modelo WRF no logra rescatar la separación del flujo en ese punto y que se ve manifestada por un *speedup* negativo en los datos medidos. Con respecto al TKE, en M2 existe una gran subestimación del valor medido en los niveles bajos, esta discordancia es explicada nuevamente por la ausencia de separación en el WRF. M3 continúa con el comportamiento exhibido en M2, sobreestimando la aceleración del flujo, evidentemente los datos medidos son menores a los simulados por la presencia de la separación que no rescató el modelo. En M4 se reproduce adecuadamente la separación pero se subestima tanto el *speedup* y el incremento de TKE.

Se extrae de este análisis, que el LES está actuando de una manera demasiado difusiva, suavizando las nolinealidades que se manifiestan de facto en los puntos M2 y M4.



**Figura 6.19:** Perfil vertical promedio de 12:00 a 15:00 de (a) *speedup* y (b) variación adimensional de energía cinética turbulenta para M1 (azul), M2 (naranja), M3 (verde) y M4 (rojo).

### Comparación con Series de Tiempo

En las siguientes páginas, se ubican las Figuras 6.20-6.27 correspondientes a las series de tiempo de rapidez horizontal y dirección para cada uno de los mástiles en Bolund.

Para cada mástil existe una muy buena concordancia en la dirección. Llama la atención que en M4, punto donde ocurre la separación, la dirección está bastante bien representada salvo por la recuperación del giro que ocurre a una altura mas baja que la real.

Con respecto a las velocidades en cada mástil:

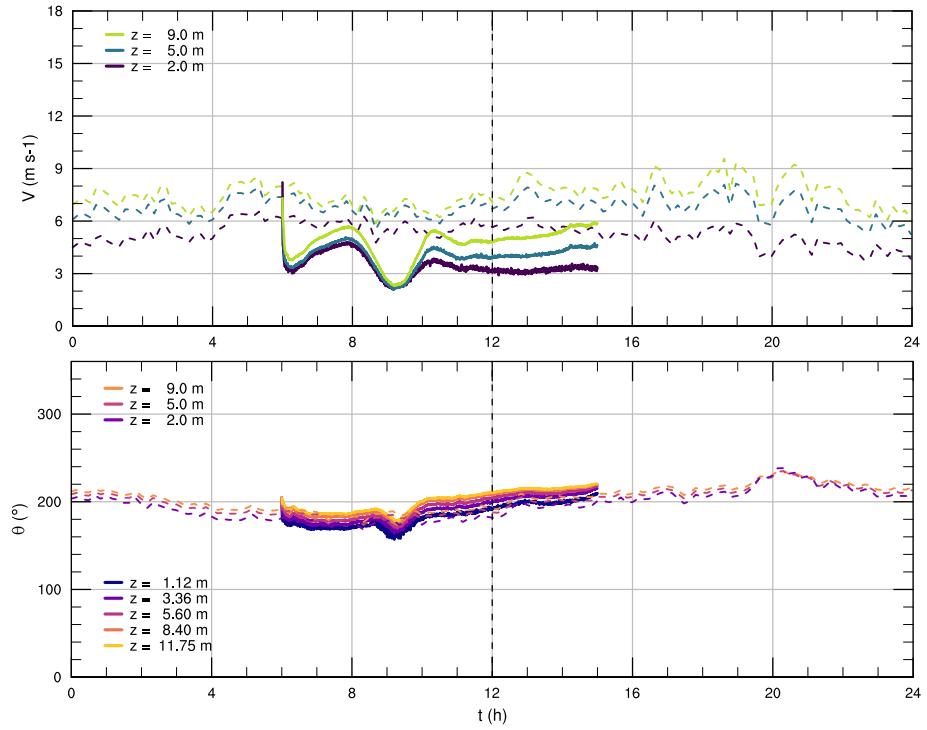
- M1: Presenta un gran déficit de velocidad en todos los niveles. El primer nivel tiene un grado medio de intensidad turbulenta.
- M2: Sigue la tendencia, pero el modelo fue incapaz de captar la aceleración a 5 y 9 [m].
- M3: Presenta déficit e incapacidad de representar la ráfaga que se da a las 13:00.

- M4: Capta de muy buena manera la dirección, considerando que está en una zona altamente no lineal, incluso en la zona de *spinup*. Existe un exceso de momemtum para la velocidad a los 9 [m]. Presenta intensidad turbulenta leve.
- M5: Déficit de momemtum en todas las alturas, pero capta la tendencia.
- M6: También es un punto complicado, se ubica después de la pendiente en la recta horizontal. No se capta la tendencia y los valores están lejos de los medidos. La rapidez a 2[m] es mayor que a 5 y 9 [m] y presenta una alta intensidad turbulenta.
- M7: Déficit de velocidad y alta intensidad turbulenta.
- M8: Gran déficit de velocidad.

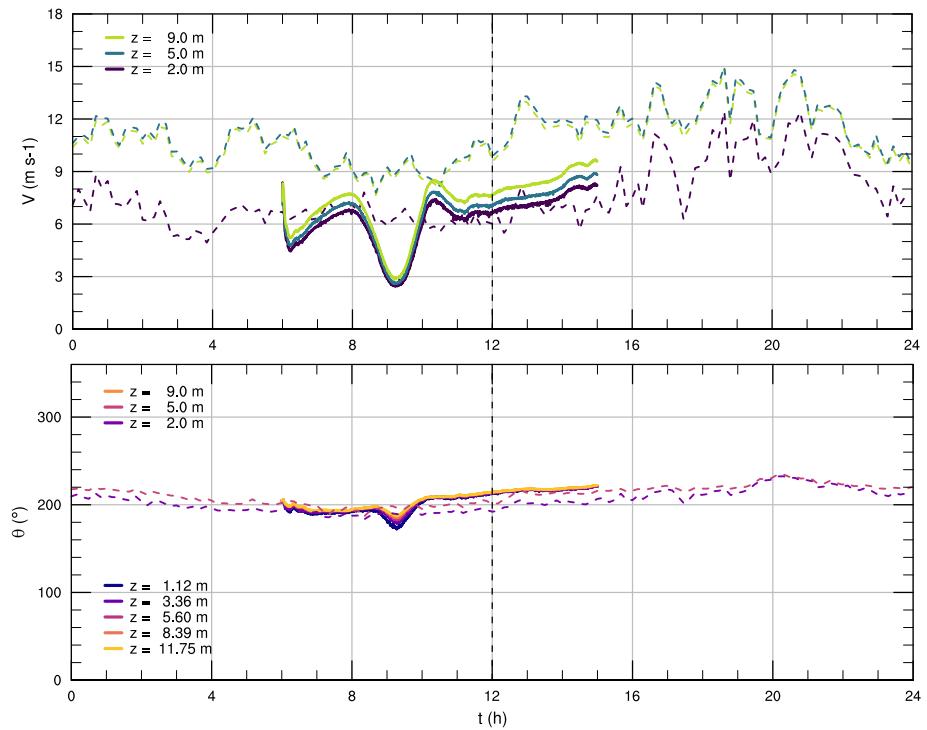
Además, se puede apreciar una inestabilidad numérica que ocurrió en el lapso de *spinup* entre las 08:00 y las 10:00, la cual pudo perjudicar al modelo y se desconoce su origen.

De manera general se puede decir entonces que, si bien el modelo tuvo un relativo éxito con respecto a la concordancia de las variables adimensionales definidas para la comparación ciega, al comparar con los datos reales medidos para esa fecha en específico, se encuentran grandes discrepancias. El WRF fue en la mayoría de los casos excesivamente difusivo y esto pudo perjudicar la representación de nolinealidades que si se manifiestan en la realidad. Por otro lado, la nolinealidad que si se mostró en la simulación, está bien representada en términos de direcciones, lo que da a entender que la problemática del modelo a esta escala podría estar en su modelo de suelo, de capa superficial, o incluso en la definición de la categoría de uso de suelo.

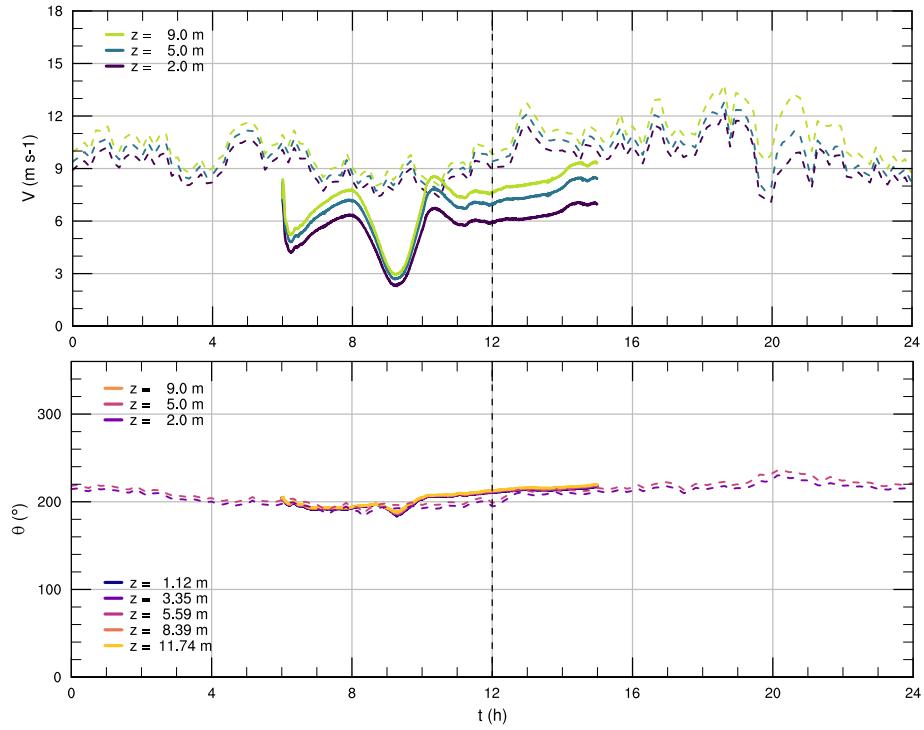
Otra información importante, es la manifestación de turbulencia resuelta en las series de tiempo para los puntos que se ubican en zonas sensibles del dominio. Este comportamiento no se había mostrado en el caso de Høvsøre, por ser cuasiplano y homogéneo. La aparición de esta, a este nivel de escala y considerando que el solver es un modelo atmosférico, es un muy buen indicador para concluir que la unificación de la meso y microescala fue realizado con éxito.



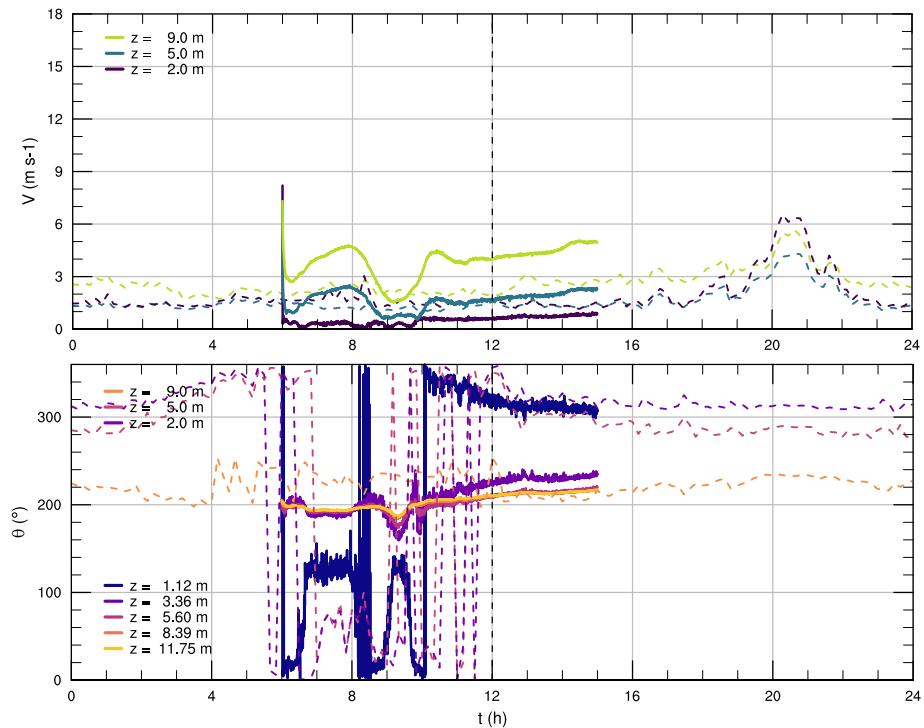
**Figura 6.20:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M1.



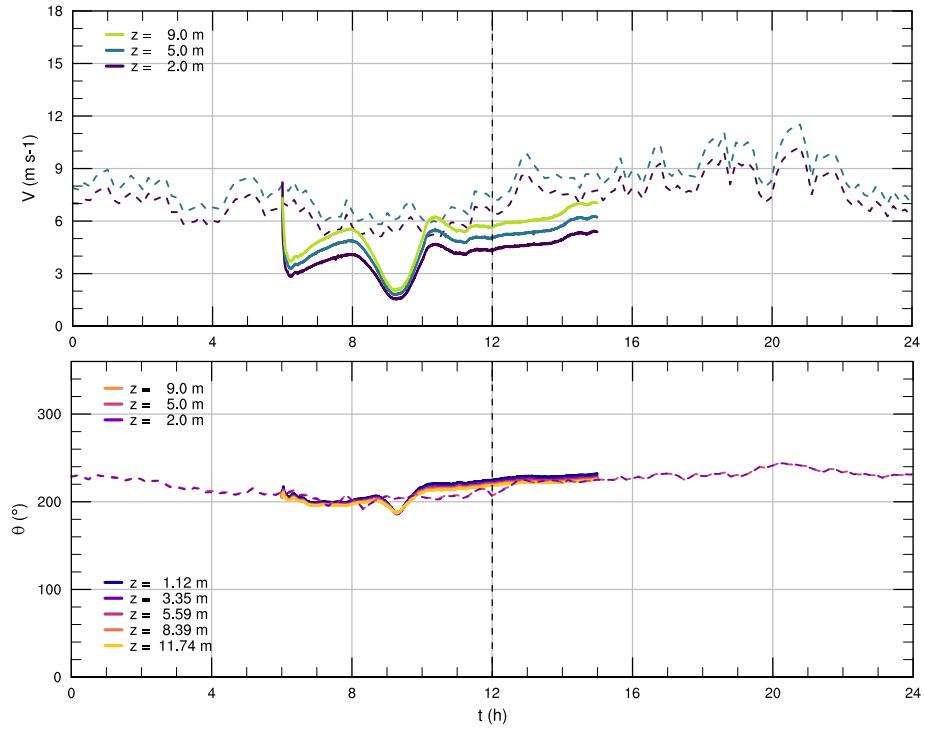
**Figura 6.21:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M2.



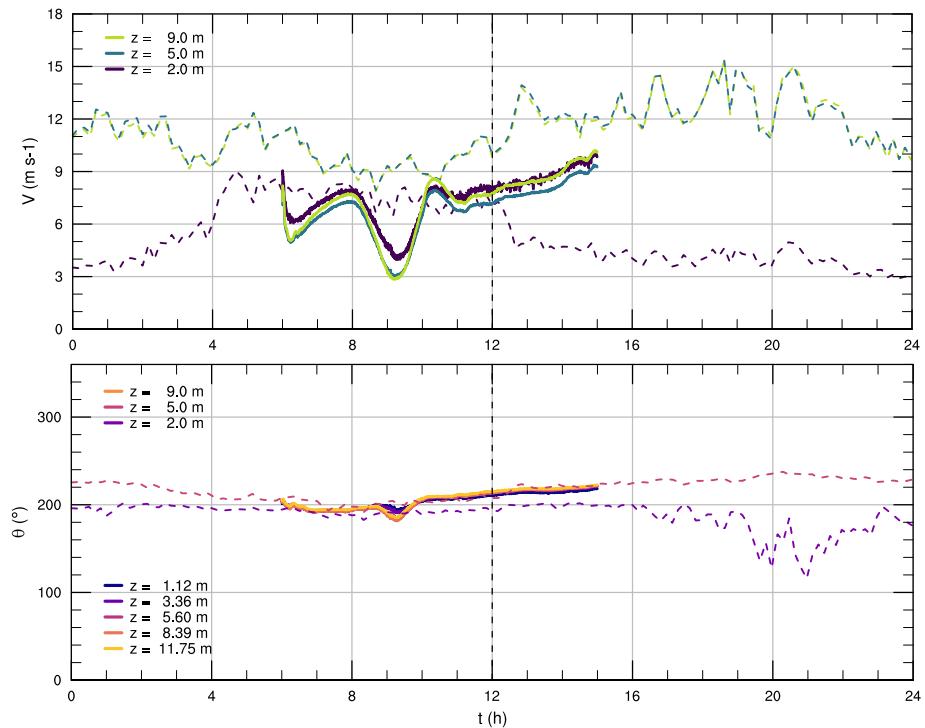
**Figura 6.22:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M3.



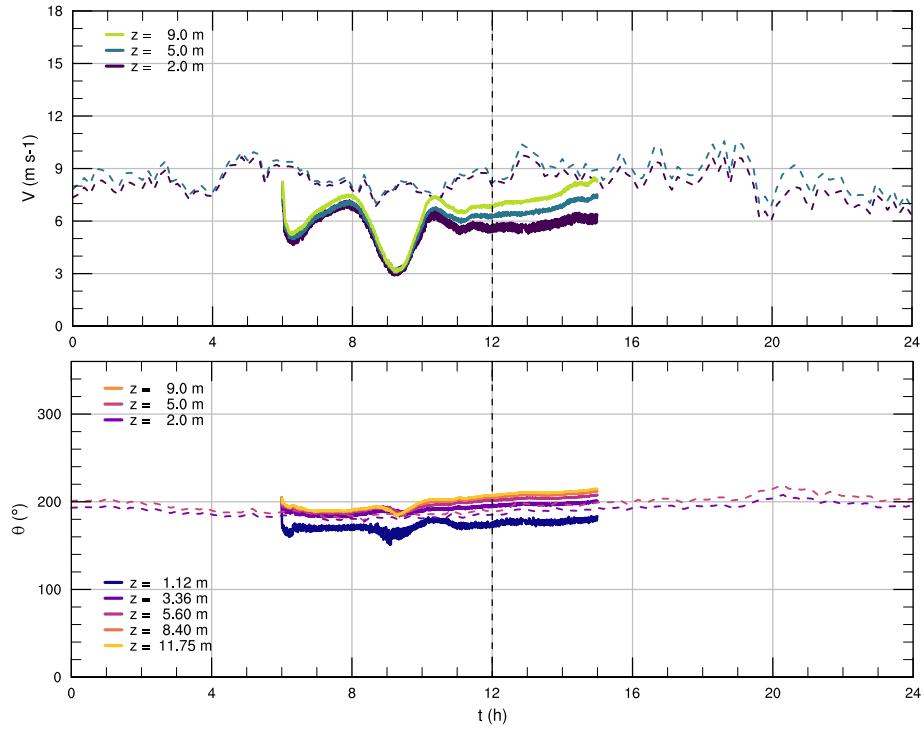
**Figura 6.23:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M4.



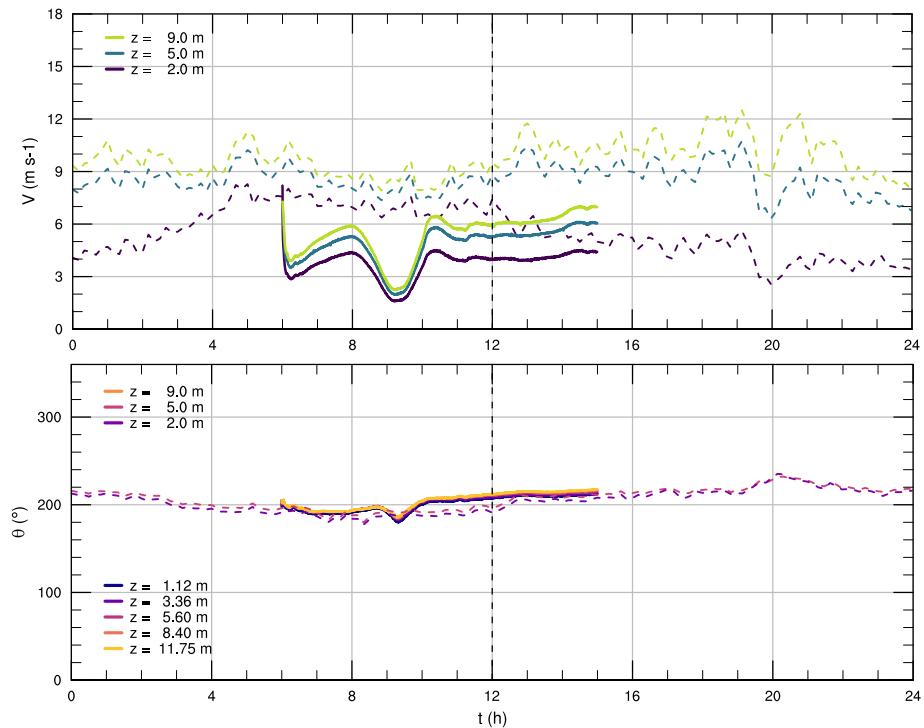
**Figura 6.24:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M5.



**Figura 6.25:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M6.



**Figura 6.26:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M7.

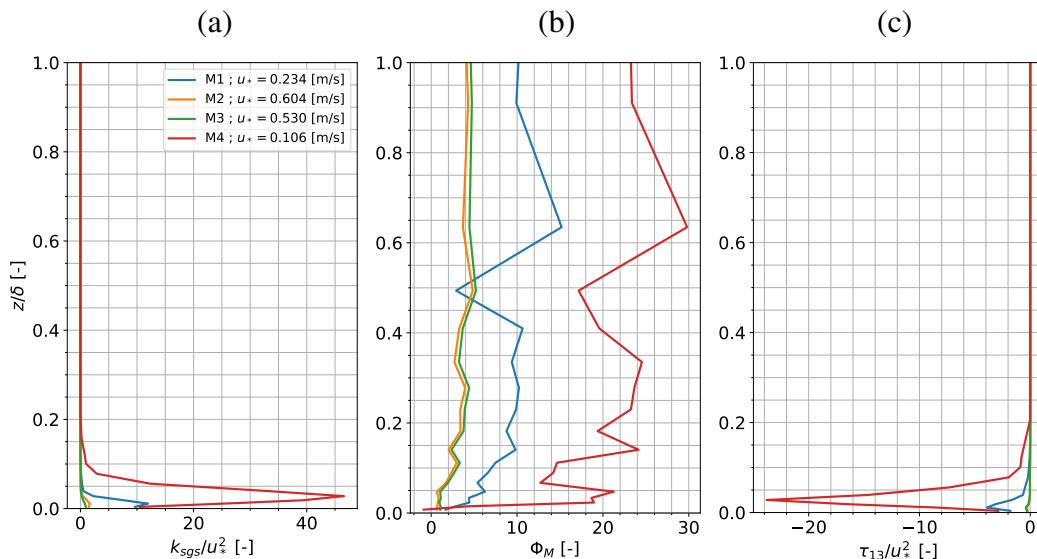


**Figura 6.27:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M8.

## Variables de Segundo Orden

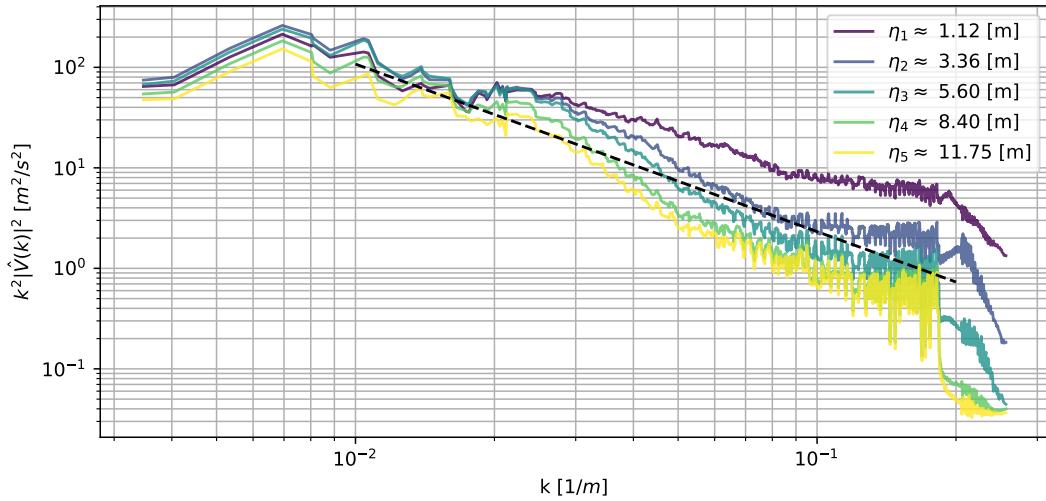
Los siguientes resultados de segundo orden se muestran con el objetivo de aportar a la literatura existente información relevante para la simulación sobre terreno complejo a alta resolución.

Con respecto a los datos mostrados en la Figura 6.28, el TKE y el esfuerzo turbulento toman las formas clásicas para una capa superficial. El disparo de los valores de M1 y M4 se deben a tres razones: (i) M4 corresponde a una zona de alta nolinealidad, (ii) existe interacción con el terreno complejo en esos puntos y (iii) los valores para  $u_*$  son bajos (ver leyenda de la figura). Para  $\Phi_M$ , en los primeros niveles de M2 y M3, se obtiene un valor muy cercano a la unidad, siendo consistente con la teoría de Monin-Obukhov, sin embargo luego se desvian tomando un valor de aproximadamente 4. Los puntos M1-M4 ven alterado su comportamiento de  $\Phi_M$  debido a su interacción con el terreno complejo adquiriendo valores mayores a 10.



**Figura 6.28:** Variables adimensionalizadas de segundo orden para M1-M4 promediadas entre las 12:00 y las 15:00. (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiante de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento.

Análogo al caso I, la Figura 6.29 muestra el espectro bidimensional para los primeros 5 niveles verticales del modelo en su dominio mas interior. Se pueden notar una serie de diferencias en contraste con lo obtenido en terreno plano: (i) Existe una mayor cantidad de energía turbulenta asociada a las escalas grandes, hecho que se puede ver en las series de tiempo, (ii) El rango inercial de la cascada de energía cae de manera distinta a la ley de los  $-5/3$ , evidenciando la interacción con el terreno complejo y (iii) La disipación en la microescala actúa de manera distinta.

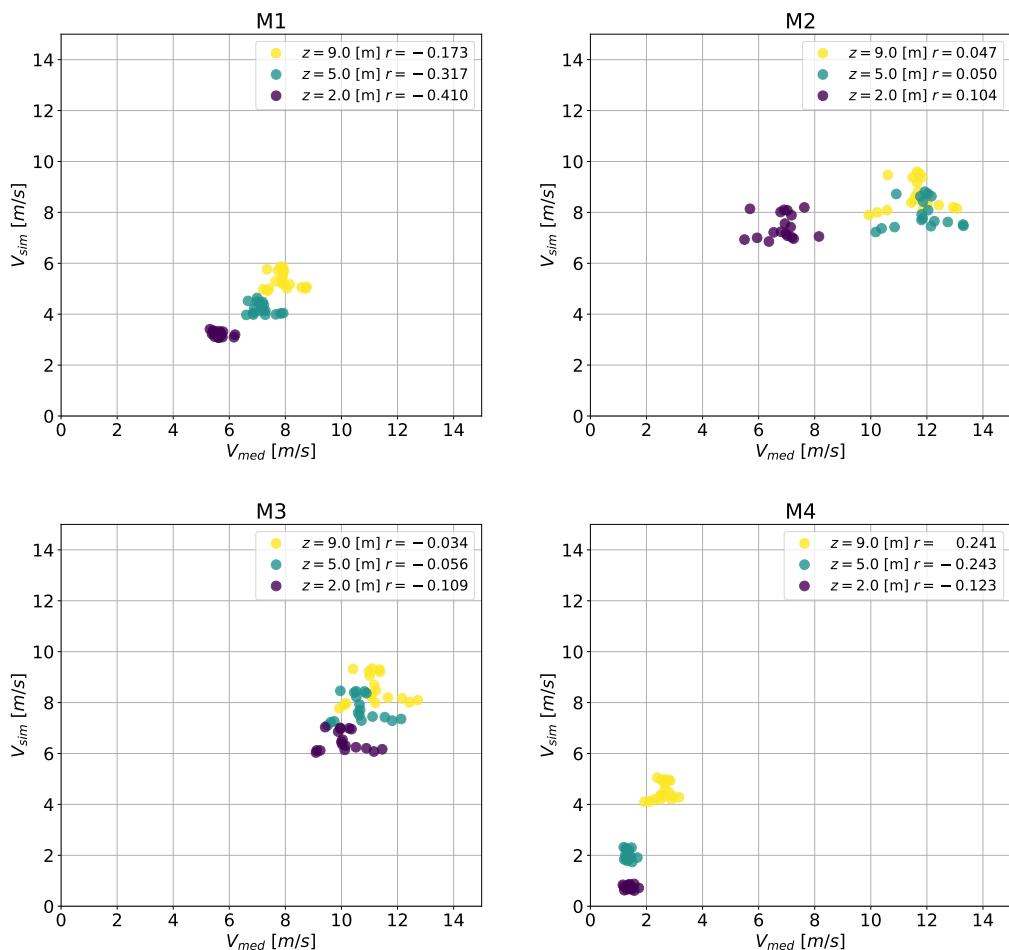


**Figura 6.29:** Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d08 caso Bolund.

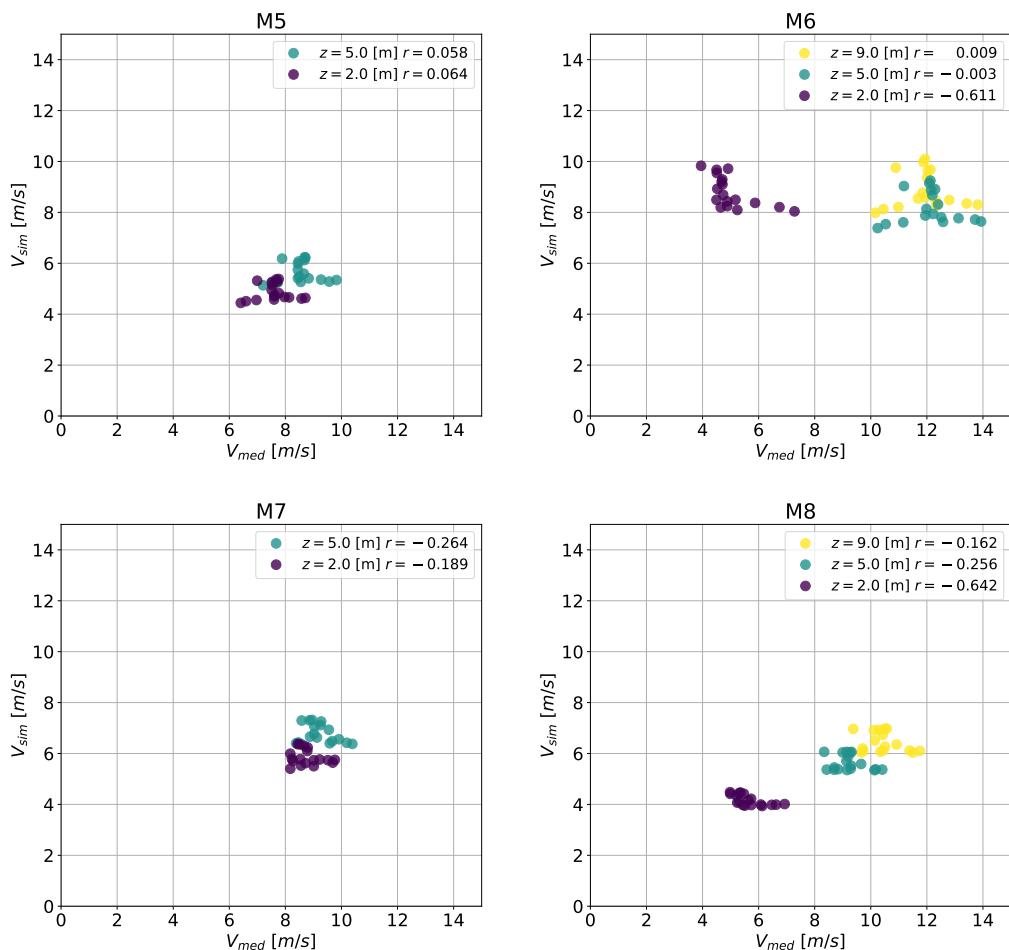
### Estadísticos

Las Figuras 6.30 y 6.31 muestran los gráficos de dispersión entre la rapidez horizontal simulada y real para cada mástil con su correspondiente coeficiente de correlación. Como se pudo observar en las series de tiempo, el modelo fue incapaz de representar correctamente lo medido y por lo tanto se puede ver que todos los coeficientes de correlación con considerablemente bajos.

Finalmente, se obtiene un valor de 2,6724 [m/s] para el MAE, y 2,9538 [m/s] para el RMSE.



**Figura 6.30:** Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en los mástiles M1-M4 en Bolund.

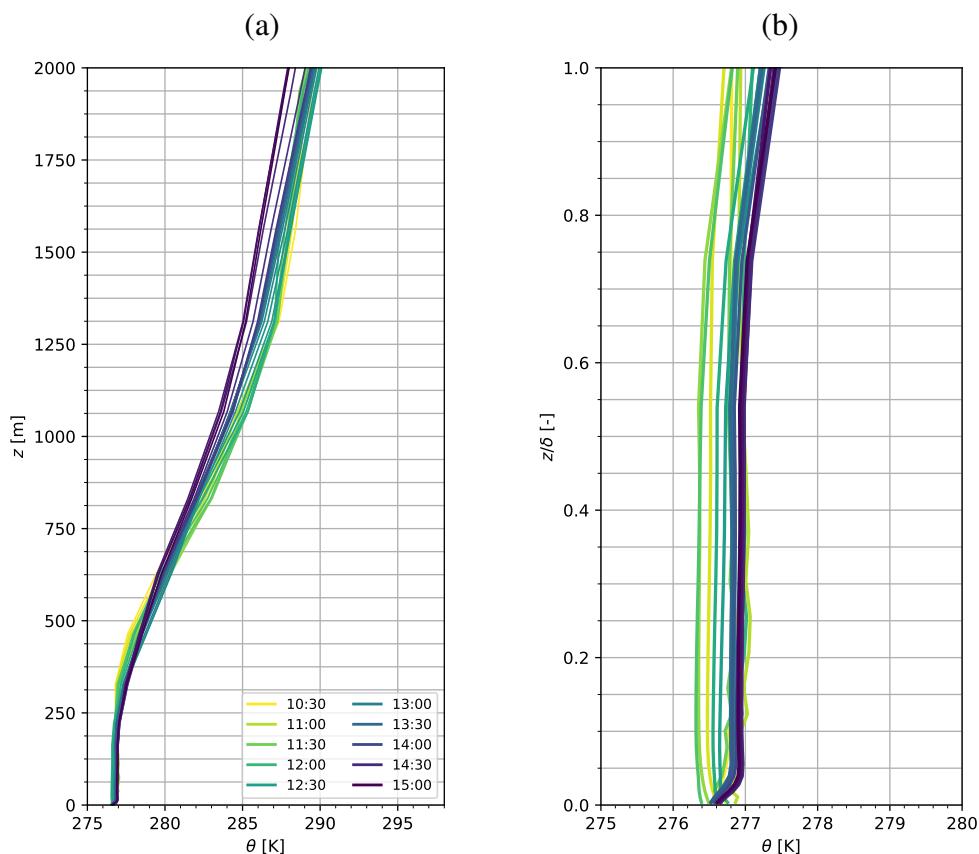


**Figura 6.31:** Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en los mástiles M5-M8 en Bolund.

## 6.4. Caso II: Bolund con Asimilación Multipunto

### Estratificación y Largo de Capa Límite

Si bien la asimilación de datos no cambia la neutralidad de la capa límite, ni la decisión tomada para el largo  $\delta$  de altura de ABL, si logró modificar considerablemente la distribución de las líneas horarias de la Figura 6.32 con respecto al gráfico sin DA. Esto nos da una primera aproximación a la influencia que tuvo el DA sobre el dominio, la capacidad de desplazar los perfiles de temperatura potencial virtual.

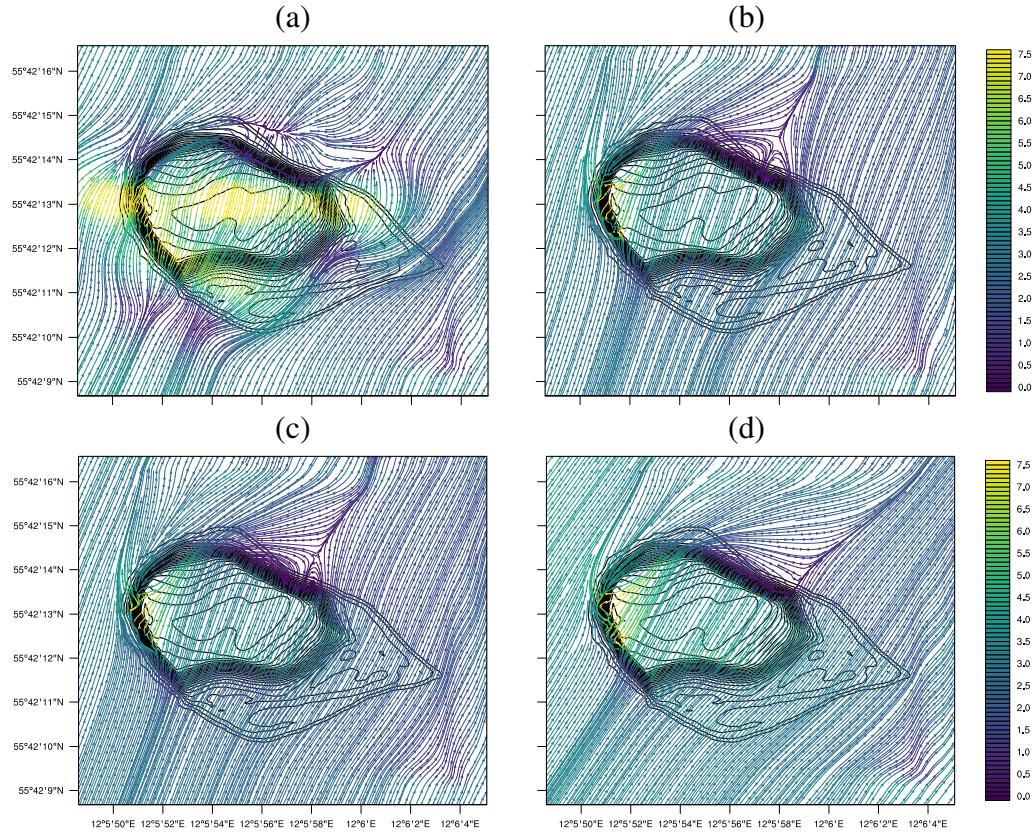


**Figura 6.32:** Ciclo horario del perfil de temperatura potencial virtual promedio de los 8 mástiles (con DA). (a) Resultados cada 10 minutos del perfil de  $\theta$ . (b) Detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica con resultados cada 15 minutos ( $\delta \approx 300$  [m]).

### Estructura del Campo de Velocidades

El dominio muestra dos grandes diferencias con respecto a las líneas de flujo en la Figura 6.33. Primero, hay un déficit notable en la magnitud de la velocidad para todo el dominio y segundo, el vórtice generado por la separación aguas abajo

del flujo adquiere otra estructura. Notar como en el primer cuadro se aprecia la influencia del último proceso de asimilación de datos correspondiente a las 12:00.

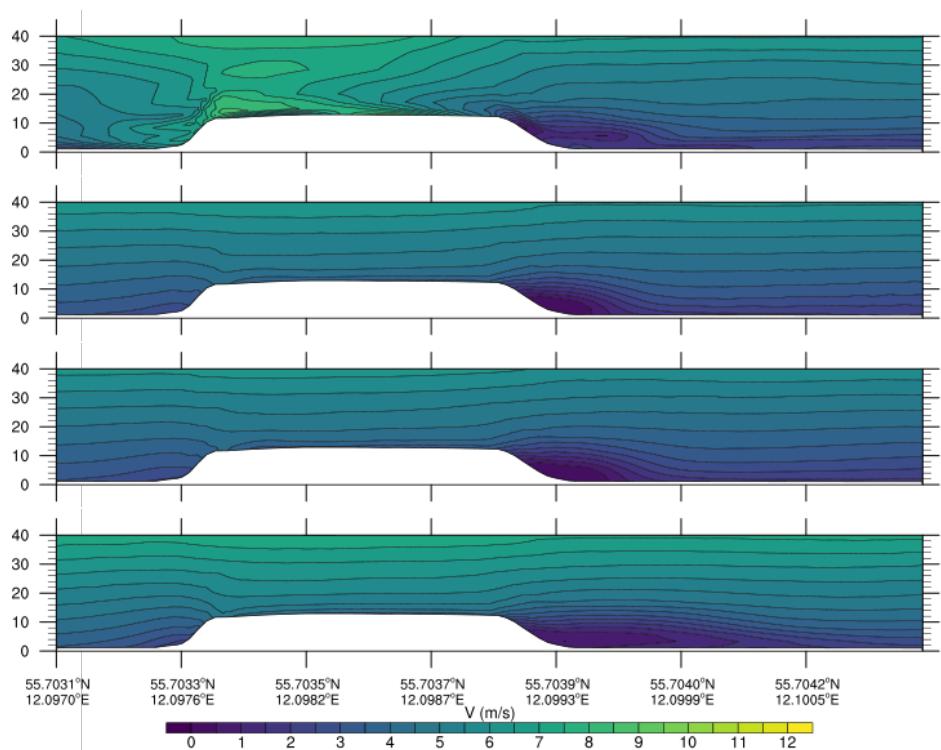


**Figura 6.33:** Lineas de flujo para la solución numérica en Bolund (con DA) en el primer nivel ( $z_1 = 1,12$  [m]) en las horas (a) 12:00, (b) 13:00, (c) 14:00, (d) 15:00.

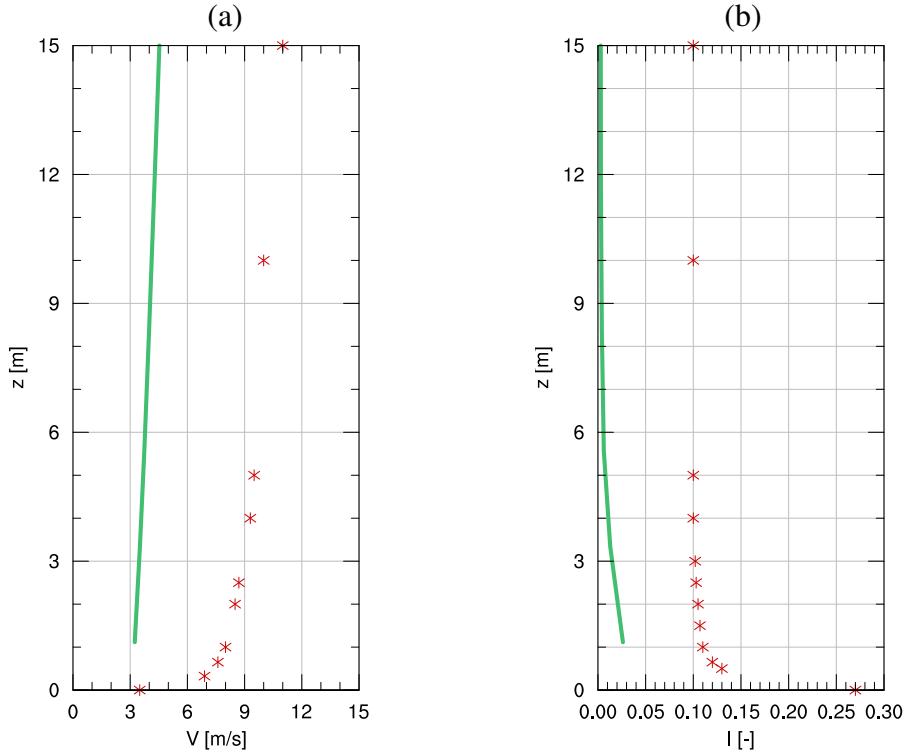
En la Figura 6.34 se puede notar de manera mas detallada la disminución global de velocidad en la sección M1-M4. La burbuja de separación disminuyó su largo a un valor de aproximadamente 25 [m]

### Comparación Ciega

En la Figura 6.35 se pueden ver los nuevos perfiles referenciales que se usan para el cálculo de las variables adimensionales de comparación. Acá se puede notar que para el flujo no perturbado, la rapidez horizontal disminuyó, en promedio, unos 3 [m/s] en comparación a su contraparte sin DA. La intensidad turbulenta se mantuvo, a grandes rasgos, idéntica al experimento anterior.



**Figura 6.34:** Contornos de rapidez del viento para la sección de corte a  $240^\circ$  en Bolund (con DA). Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. Escala 1:1.



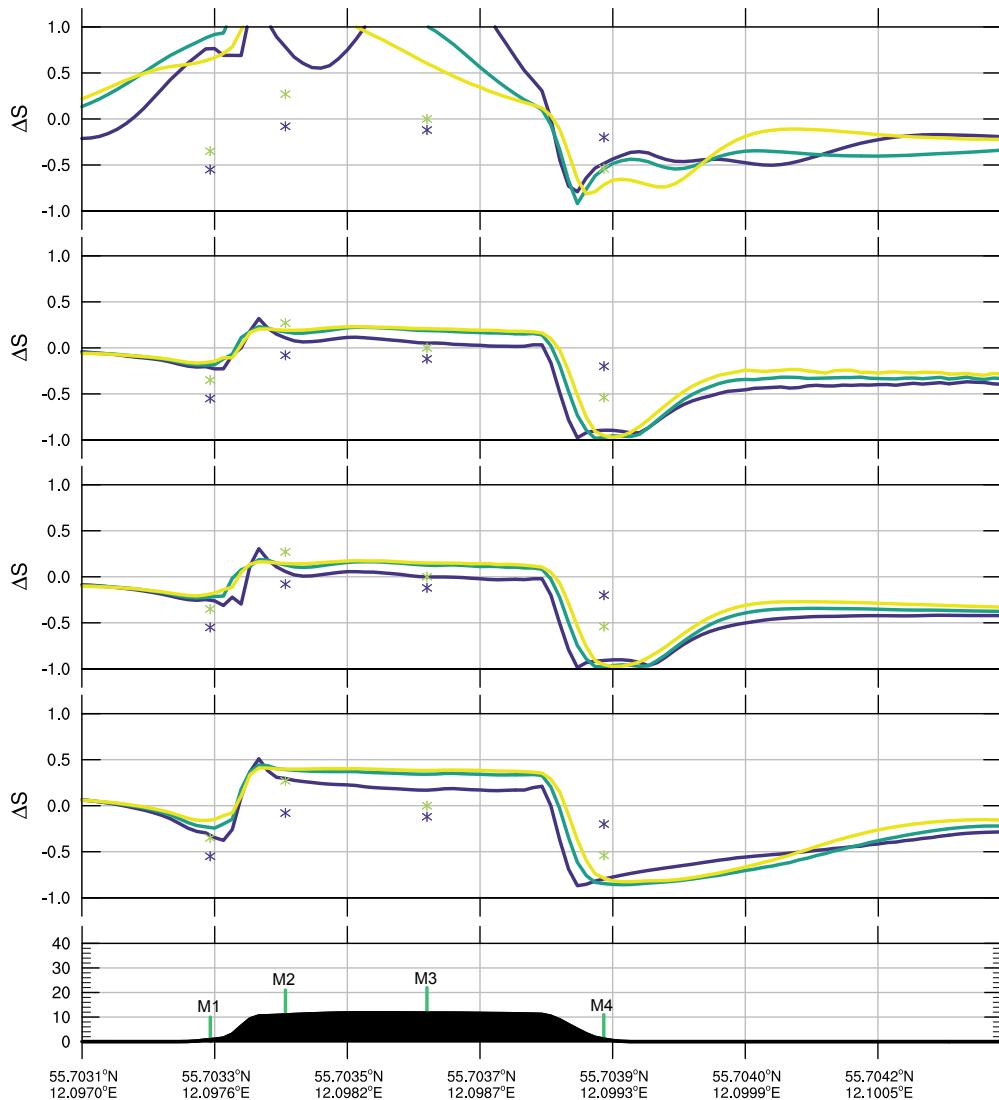
**Figura 6.35:** Perfiles promedio referenciales (Bolund con DA) en el flujo no perturbado para: (a) Rapidez del viento (en línea punteada se presenta la condición de contorno presentada por Bechmann et. al., 2011) (b) Intensidad de energía cinética turbulenta (sgs).

Exceptuando el valor correspondiente a las 12:00 (influencia de DA), la distribución de *speedup* mostrada en la Figura 6.36 no presenta grandes cambios con respecto al caso sin DA. Los valores para todos los  $\Delta S$  son inferiores y se puede ver cuantitativamente como disminuyó el largo de la burbuja de separación. La separación que debiese ocurrir cerca de M2 siguió sin manifestarse.

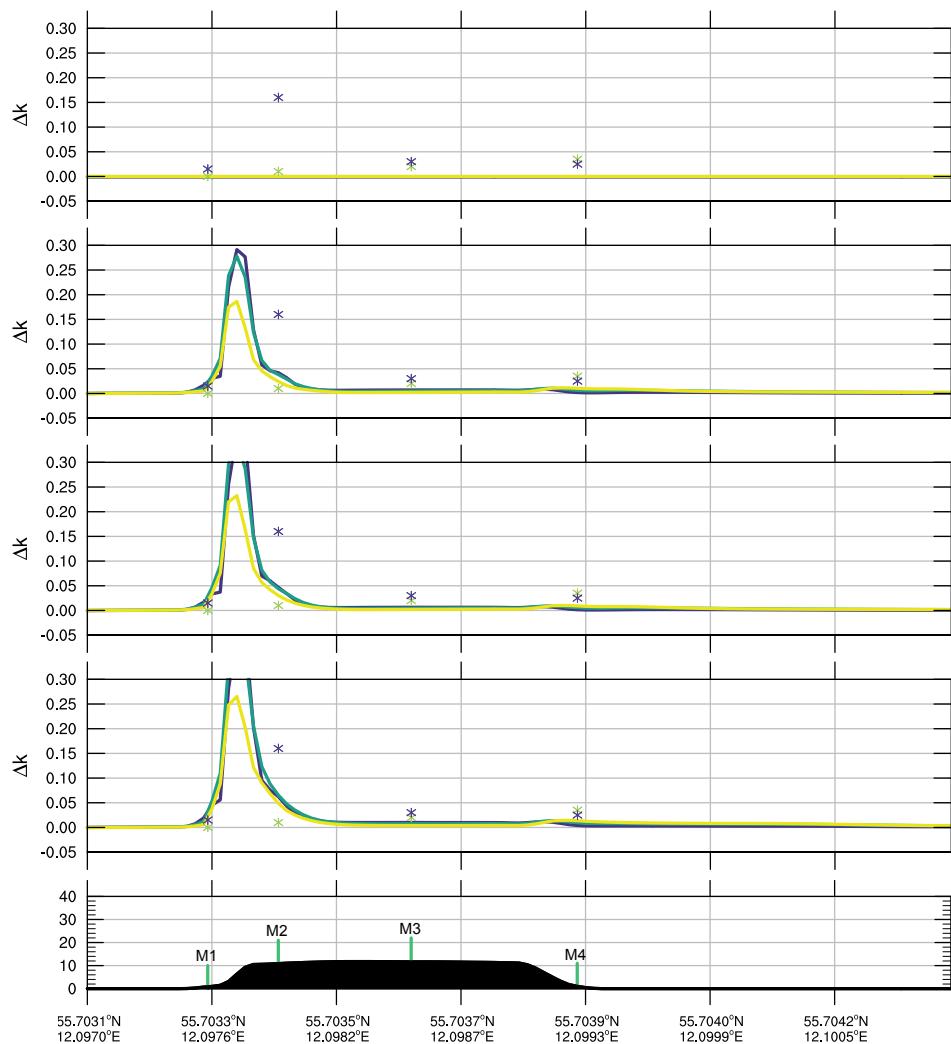
El incremento de la energía cinética turbulenta mostrado en la Figura 6.37 expone un hecho importante para el proceso de asimilación de datos: el TKE a lo largo de todo el dominio se reinicia cada vez que se asimila. Esto explica que el  $\Delta k$  sea idénticamente 0 para toda la sección a las 12:00.

Si bien, gran parte de la información necesaria para ejecutar correctamente el modelo se traspasa a través del archivo en el cual se asimila, la energía cinética turbulenta demorará algún tiempo característico en volver a generarse de manera adecuada, y por lo tanto, es muy probable que la manera cíclica en la que se estuvo asimilando datos para estos casos haya perjudicado la eficacia del tiempo de *spinup*.

Con respecto a los valores para el resto de las horas, hubo un aumento considerable para el  $\Delta k$  en todos los niveles para el punto cercano a M2 debido probablemente al transiente que generó el proceso de asimilación. En las cercanías de M4, nuevamente no se pudo rescatar todo el aumento deseado.

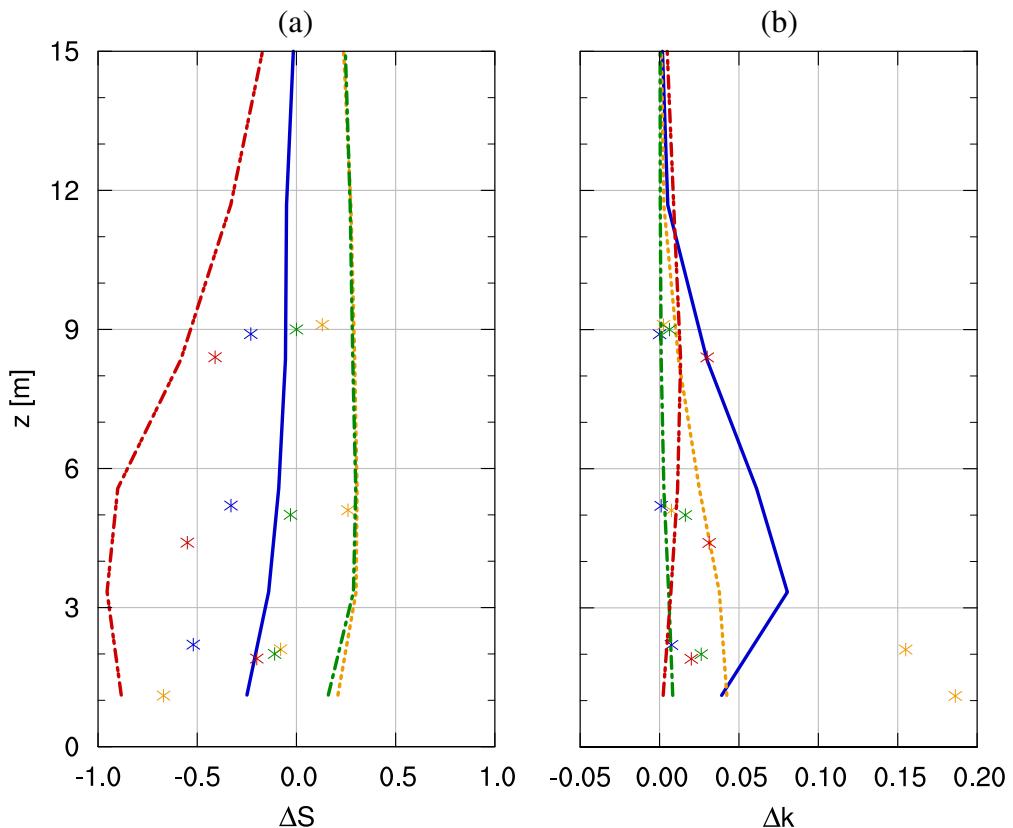


**Figura 6.36:** Speedup en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund (con DA). Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas.



**Figura 6.37:** Incremento adimensional de energía cinética turbulenta (sgs) en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund (con DA). Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas.

Con respecto a los perfiles en los mástiles mostrados en la Figura 6.38: M1 disminuye su *speedup* y aumenta considerablemente su  $\Delta k$ , alejándose de los datos medidos. M2 y M3 mantienen su comportamiento, con la diferencia de que ahora en M2 hay mas TKE. Esta diferencia en el TKE para M1 y M2, está relacionada con el incremento local de  $k$  en las cercanías de esos puntos. M4 mantiene a grandes rasgos lo simulado anteriormente, pero se intensifica el déficit de *speedup* dentro de la burbuja de separación. De manera general, todos los valores están lejanos de los medidos.

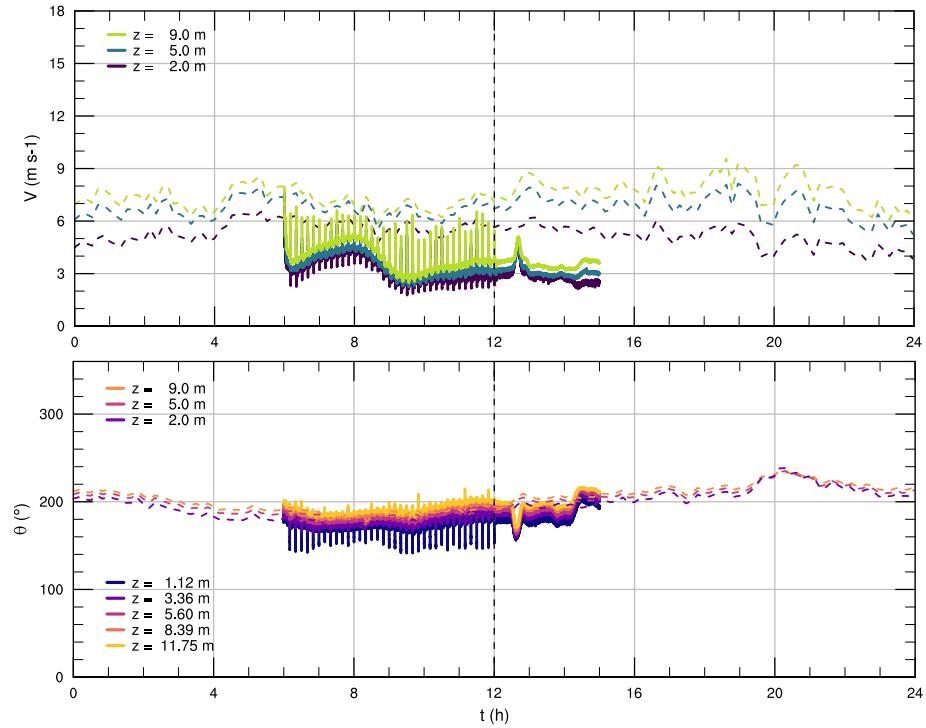


**Figura 6.38:** Perfil vertical de (a) *speedup* y (b) variación adimensional de energía cinética turbulenta para M1 (azul), M2 (naranja), M3 (verde) y M4 (rojo) para el caso con DA.

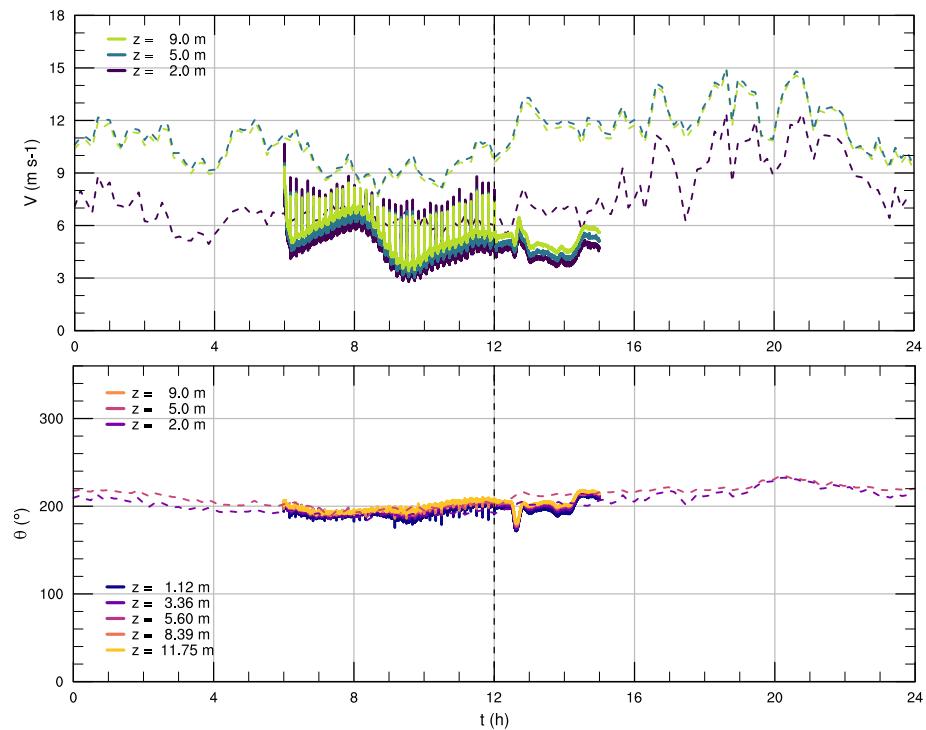
### **Comparación con Series de Tiempo**

A continuación se muestran los resultados para las series de tiempo en la Figuras [6.39-6.46](#). Se puede ver que los resultados para todos los mástiles empeoraron: los déficit se acentuaron e incluso la dirección se modificó (ver M7). Por otro lado, se puede ver que se rescatan tendencias de las mediciones, como por ejemplo la pequeña ráfaga que ocurre a cerca de las 13:00 y la aceleración leve que ocurre después de esto. El mástil que mejor se comporta al DA es extrañamente M4 (el mas no lineal) encontrándose alta concordancia entre lo simulado y lo real. Los mástiles que antes presentaban cierta intensidad turbulenta ahora la muestran de manera mas fuerte, mostrando cierta relación entre el DA y la turbulencia resuelta.

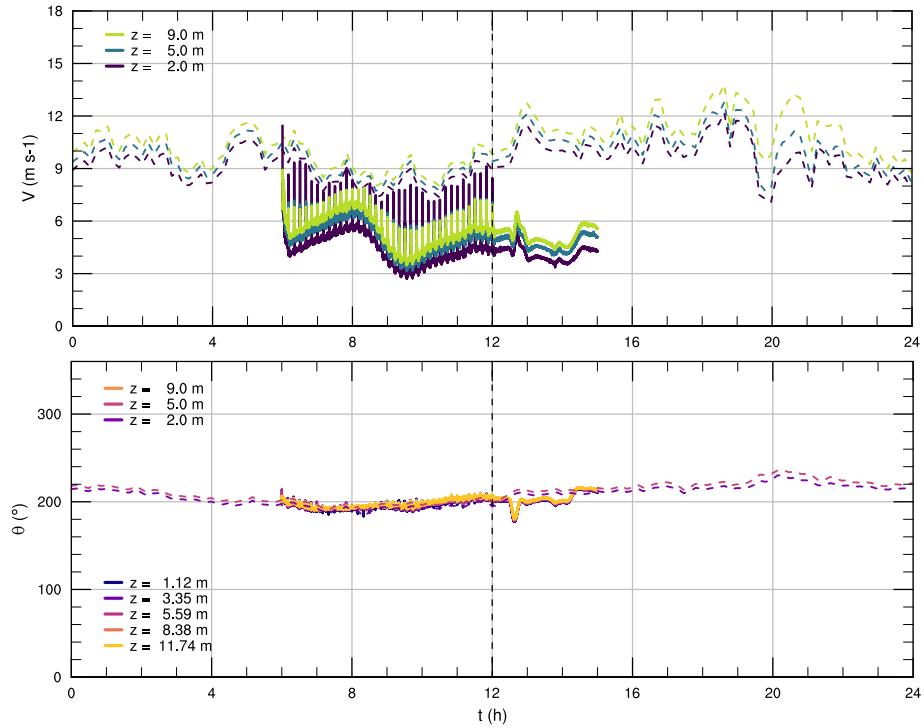
En general, el proceso de asimilación de datos no fue exitoso. Las discrepancias que se pretendían corregir sólo se acentuaron y las mejorar que se pudieron hallar son demasiado locales como para hacer una regla general. Esto demuestra la complejidad que induce el terreno complejo en el comportamiento del viento y el cuidado especial que se debe tener para simular un caso como este que, a grandes rasgos, sigue siendo sencillo.



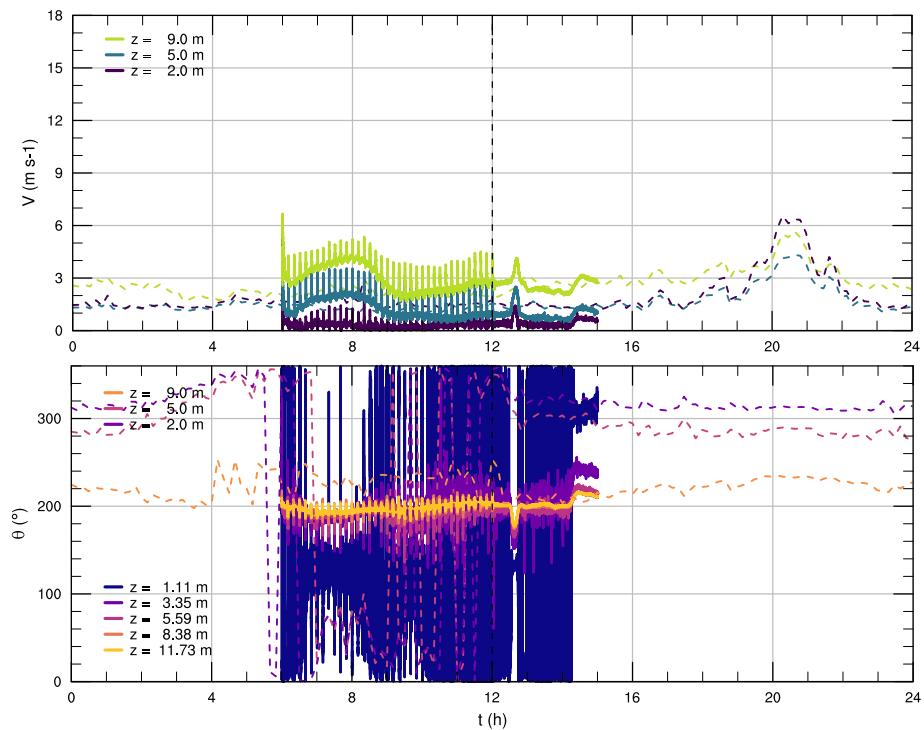
**Figura 6.39:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M1 con DA.



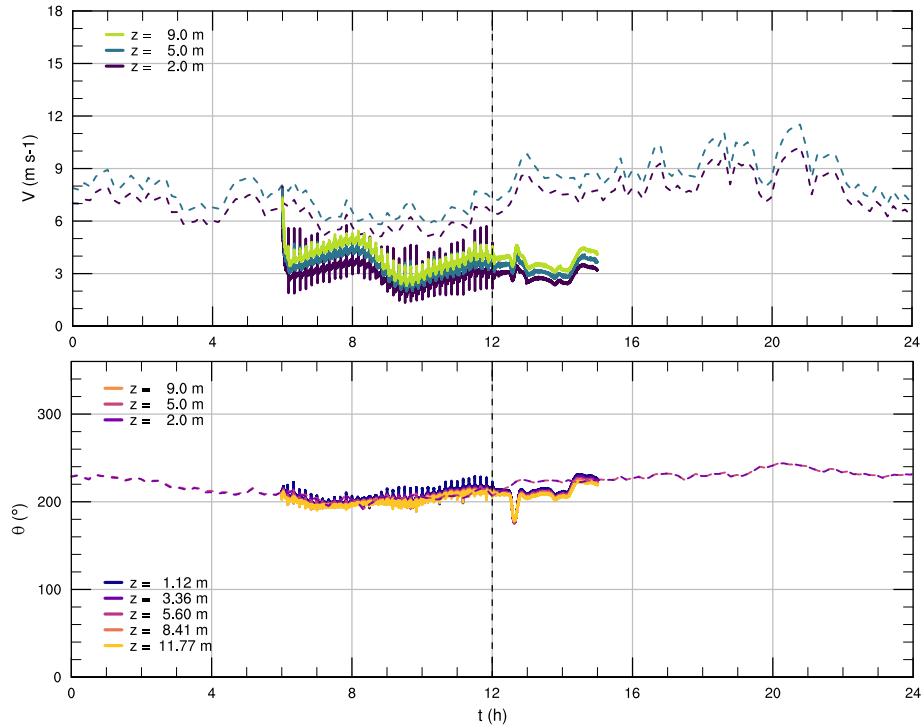
**Figura 6.40:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M2 con DA.



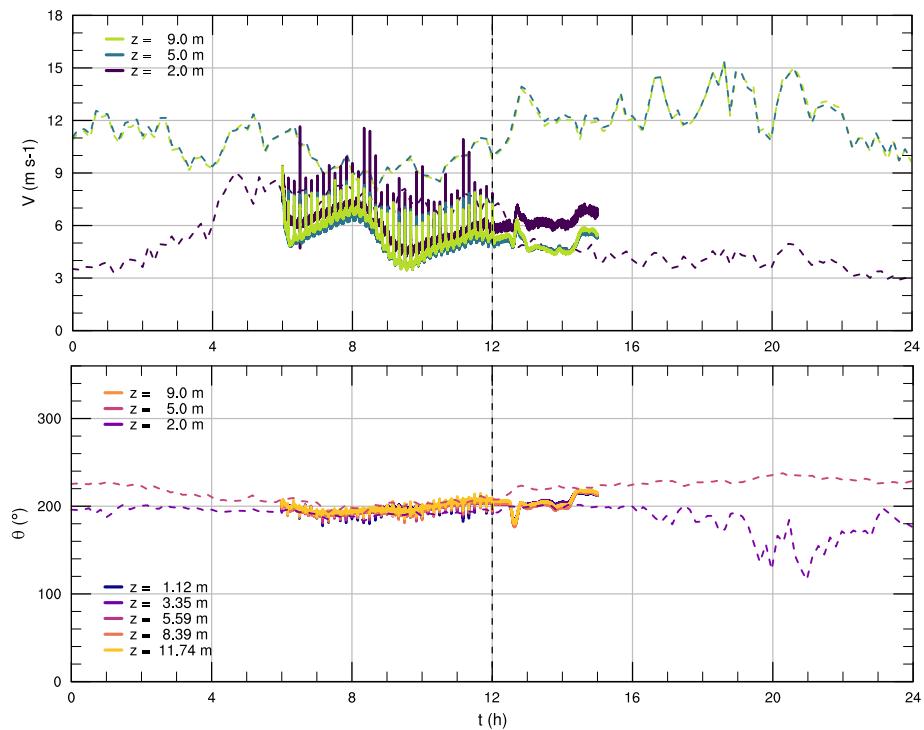
**Figura 6.41:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M3 con DA.



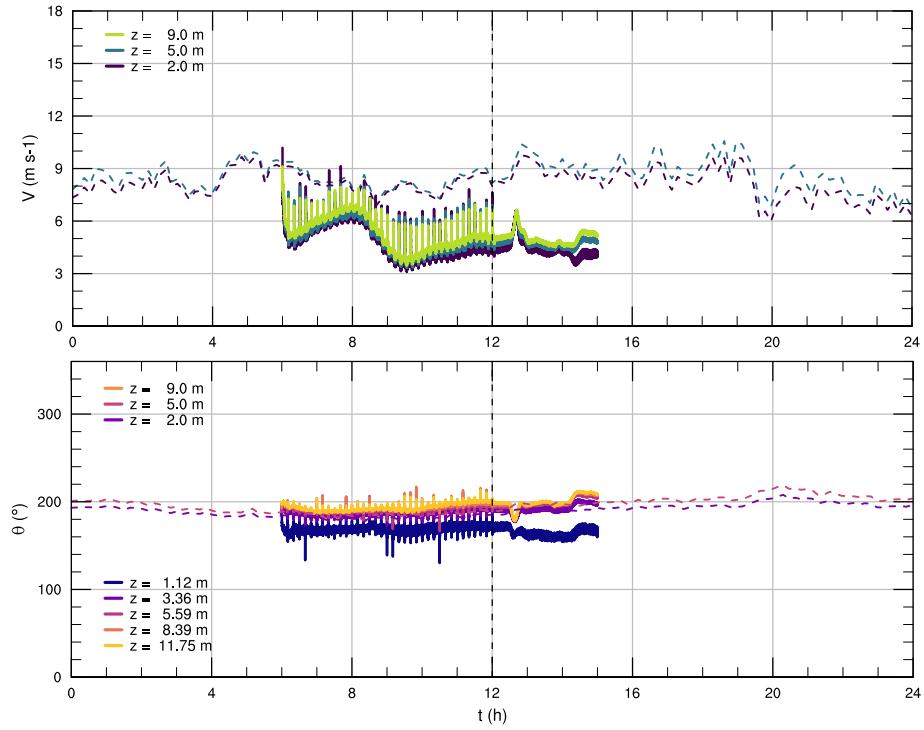
**Figura 6.42:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M4 con DA.



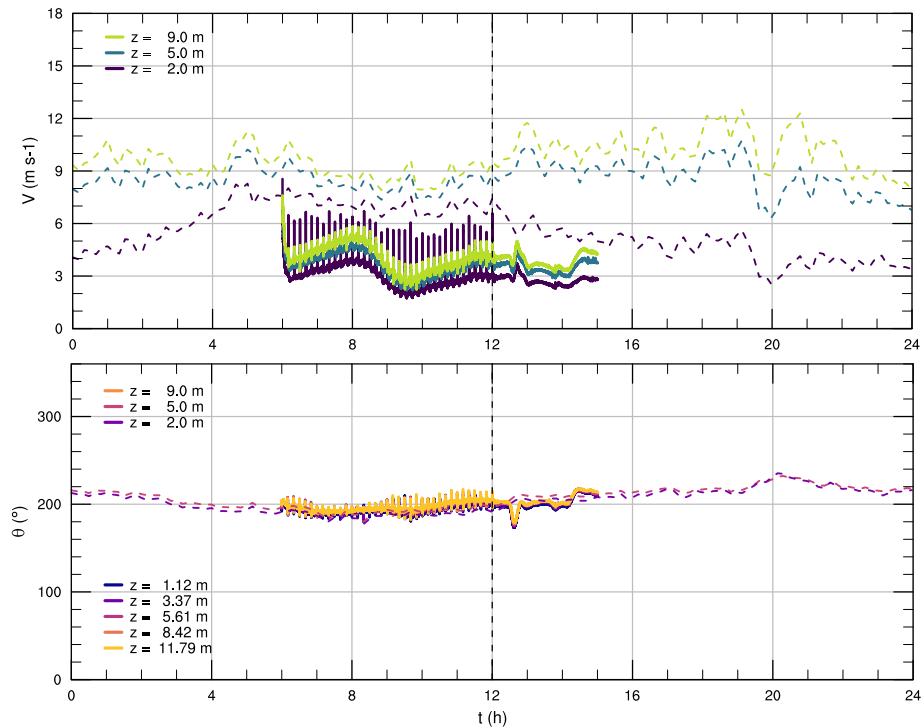
**Figura 6.43:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M5 con DA.



**Figura 6.44:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M6 con DA.



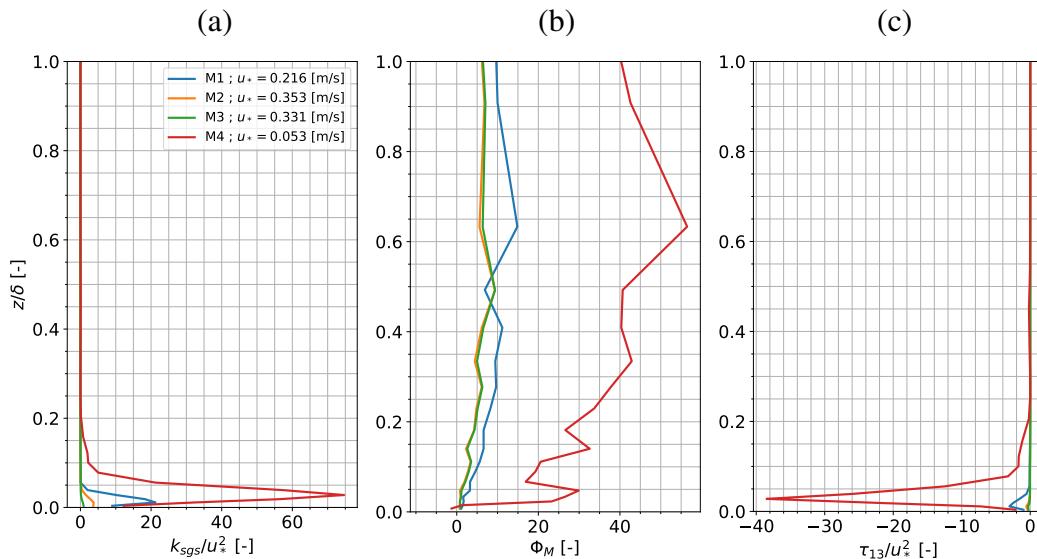
**Figura 6.45:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M7 con DA.



**Figura 6.46:** Series de tiempo para la rapidez  $V$  y dirección  $\theta$  del viento en M8 con DA.

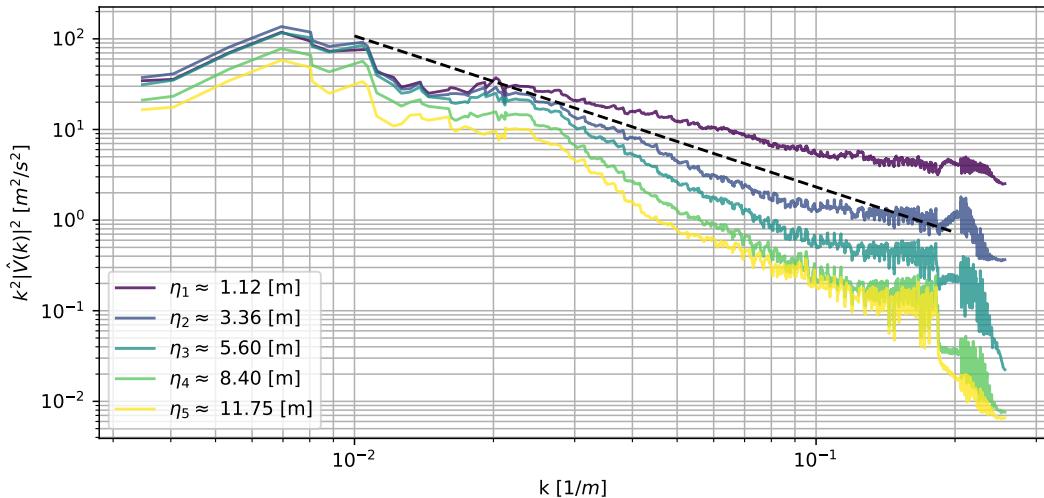
## Variables de Segundo Orden

En la Figura 6.47 se muestran las variables de segundo orden para el caso con DA. Se puede ver que la incorporación de los datos hizo disminuir los valores de  $u_*$  para todos los mástiles, especialmente en M4 y esto explica el disparo de los valores de  $k$  y  $\tau_{13}$  adimensionalizados. La curva del gradiente de velocidad para M1 volvió a valores mas relacionados con la neutralidad, mientras que M4 continúa su comportamiento errático por el desprendimiento. De todas formas, el comportamiento de estas variables es según lo esperado.



**Figura 6.47:** Variables adimensionadas de segundo orden para M1-M4 con DA, promediadas entre las 12:00 y las 15:00. (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento.

Con respecto al espectro de velocidades en la Figura 6.48, sorpresivamente ahora no se muestra el *backscatter* que presentó el caso de terreno plano, probablemente porque el forzamiento debido a la interacción con el terreno complejo sea dominante sobre el forzamiento que causa la asimilación de datos, sin embargo si existen comportamientos ruidosos luego del número de onda de *cutoff*. Las pendientes para la zona inercial se ven modificadas: el primer nivel tiene una pendiente un poco mas empinada (explicada por el ingreso de energía que se da a esa escala), y los niveles superiores tienen un comportamiento con una pendiente menor que  $-5/3$ , siendo quizás mas difusivos.



**Figura 6.48:** Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d08 caso Bolund con DA.

### Estadísticos

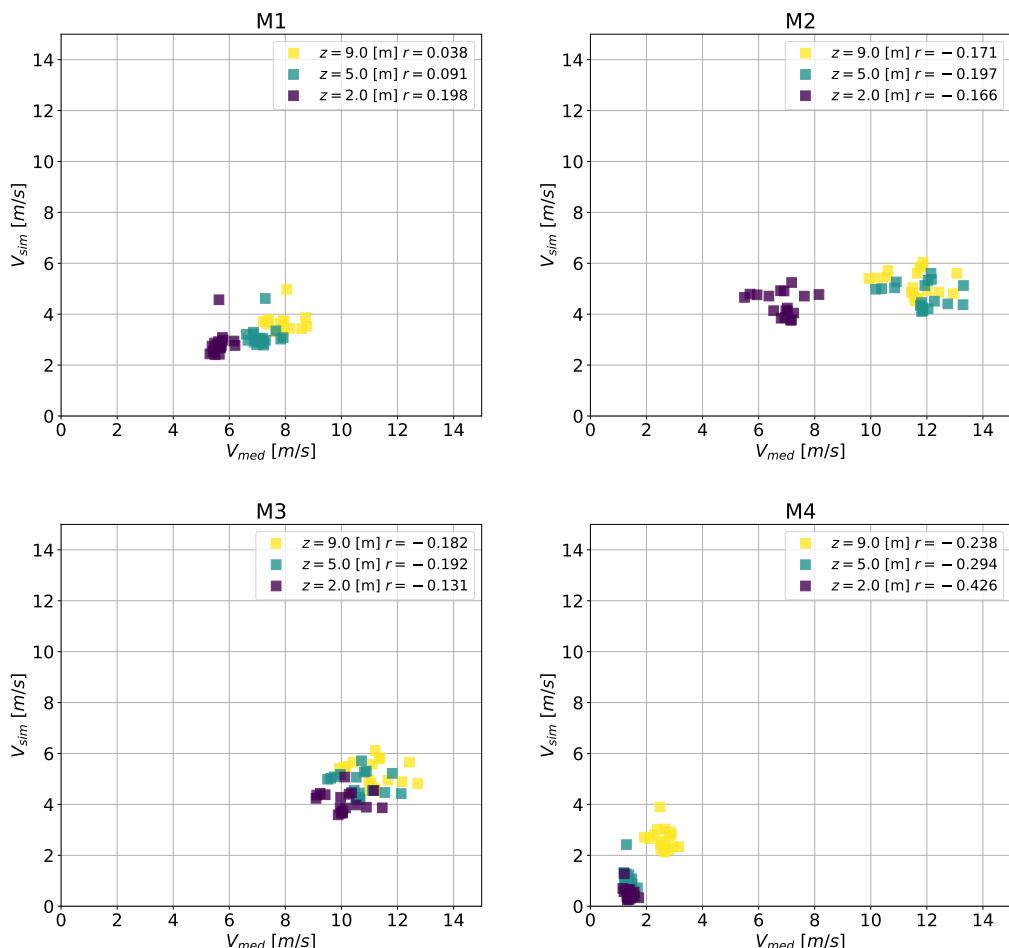
Con respecto a los gráficos de dispersión presentados en las Figuras 6.49 y 6.50, si bien existen algunas mejoras específicas, como por ejemplo M1, en general los coeficientes de correlación empeoraron.

Ahora, es notable de cierta manera que, la asimilación de datos multipunto a nivel de superficie y a esta escala, logre alterar tan fuertemente el comportamiento del campo de velocidades. Lo esperado era tener desviaciones tenues, tal como se tuvo para Høvsøre. Esto manifiesta el cuidado que se debe tener al incorporar datos y que esta área aún es fértil para investigar.

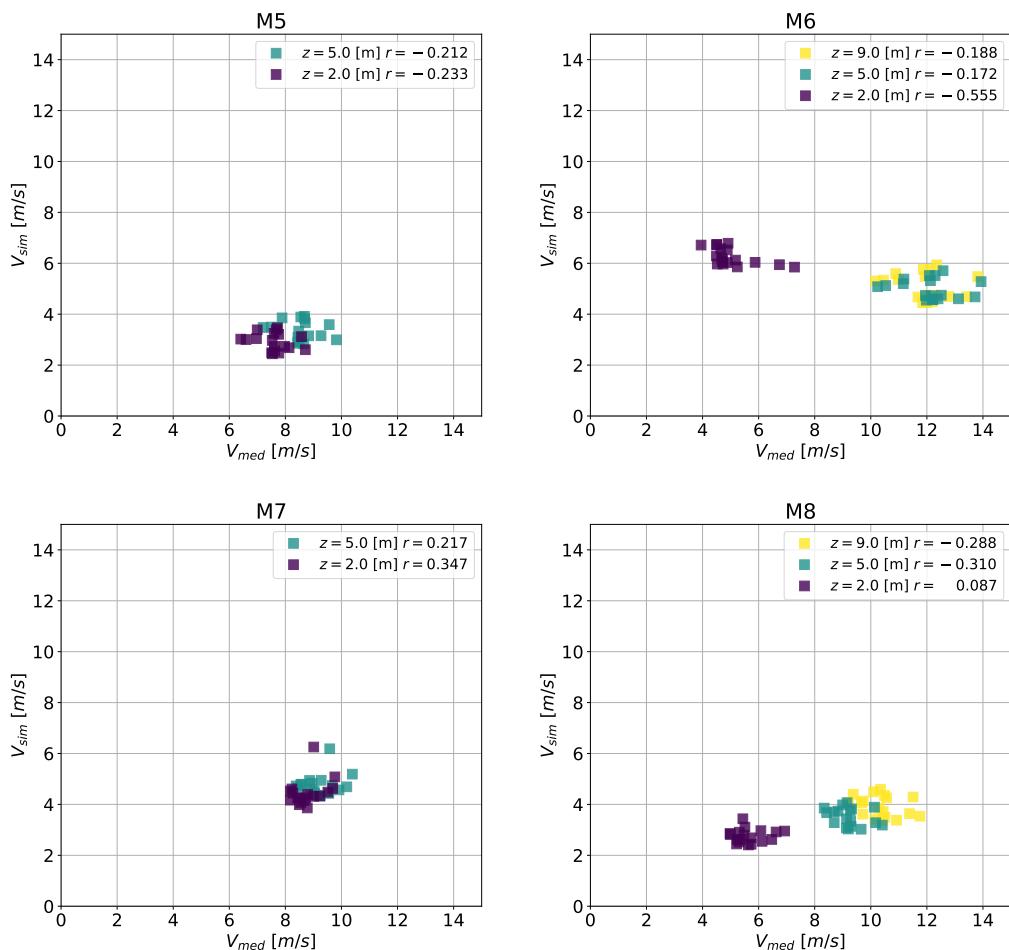
El resumen del resto de los estadísticos se puede ver en la Tabla 6.2. La pérdida de precisión da como resultado una variación de aproximadamente -60 % para las métricas seleccionadas.

**Tabla 6.2:** Comparación de métricas para el caso II Bolund.

	Sin DA	Con DA
MAE	2.6724 m/s	4.3562 m/s
RMSE	2.9538 m/s	4.90071 m/s
ΔRMSE	–	–65,91 %
ΔMAE	–	–63,01 %



**Figura 6.49:** Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en los mástiles M1-M4 en Bolund (con DA).



**Figura 6.50:** Gráfico de dispersión para las velocidades a distintas alturas en los mástiles M5-M8 en Bolund (con DA).

---

# Capítulo 7

## Conclusiones y Trabajo Futuro

De todo el trabajo realizado, y considerando los objetivos planteados al comienzo de este documento, se extraen las siguientes conclusiones:

- El proceso de asimilación de datos 4D multipunto en la capa límite planetaria aplicado a un modelo atmósferico simulando a alta resolución y utilizando LES no demostró una ventaja comparativa con respecto a las técnicas de simulación ya existentes. La justificación de esto está en el empeoramiento de las métricas estadísticas seleccionadas. Las razones para esto incluyen diversos factores, desde la selección de las condiciones de borde, la manera de anidar dominios, los modelos de las físicas, etc. Sin embargo, y considerando la calidad de los resultados obtenidos para el terreno plano, gran parte de la discrepancia posiblemente sea consecuencia de la interacción del flujo con el terreno complejo. Bajo ese criterio entonces, podemos asumir que las variables clave para mejorar los resultados realizados serán la resolución de la malla y el modelo de turbulencia usado.
- Con respecto a la asimilación de datos en si, se demostró que a pesar de tener pocos puntos y a muy baja altura, en comparación a la altura del borde superior del dominio, esta puede provocar diferencias significativas con respecto a los campos no asimilados. Esta diferencia es notoria para el caso multipunto, siendo en el caso puntual una diferencia no tan apreciable. Para terreno plano se demostró que una asimilación puntual significó mejoras al contrastar los resultados con datos reales, sin embargo en terreno complejo una asimilación multipunto ensució fuertemente los resultados.
- Con respecto a la utilización del LES y al acople de la meso con la microescala, esta fue realizada exitosamente. La forma de los espectros en los niveles inferiores y las variables de segundo orden exponen que el LES se desarrollo de buena manera. Llama la atención el buen comportamiento de las variables, considerando que las simulaciones realizadas son reales, no teniendo los beneficios que presentan las simulaciones ideales presentes en la literatura como condiciones de borde periódicas o campos impuestos de energía cinética turbulenta confirmando el por qué el modelo WRF sigue

siendo un modelo ampliamente usado. Para el caso complejo, donde se tiene una malla de resolución de casi 3 [m], las componentes resueltas del campo turbulento se pueden apreciar en la serie de tiempo, sin embargo el modelo aún es incapaz de representar la ráfagas, probablemente debido a la excesiva difusividad de la clausura turbulenta.

- Con respecto al desarrollo de códigos, varias mejoras y utilidades fueron implementadas exitosamente al modelo manualmente para optimizar el output de los resultados y las series de tiempo. La programación del modo cíclico con el cual se ejecuto el modelo con DA también fue en parte exitoso, sin embargo presenta la falencia que reinicia los campos de energía cinética turbulenta perjudicando el periodo de *spinup* del modelo.
- Las bases de datos reales de alta resolución seleccionadas fueron implementadas satisfactoriamente al modelo. Las no linealidades manifestadas en el caso complejo no hubiesen aparecido si fuese de otra forma. De esta manera se destaca la importancia absoluta de tener bases de datos orográficas y de uso de suelo actualizadas y a muy alta resolución. Es necesario impulsar campañas de medición para tener datos de manera libre y así continuar la investigación sobre terreno complejo. La información de uso de suelo también afecta grandemente los resultados de la simulación, encontrándose diferencias de hasta 3 [m/s] en la rapidez media del viento a cambios del valor de  $z_0$ <sup>1</sup>.
- En temas de validación, los resultados en terreno plano demostraron ser precisos para manifestar los comportamientos presentes en la literatura, y por lo tanto se valida la metodología propuesta. Para los valores en terreno complejo es difuso dar una conclusión certera ya que, por un lado, los datos medidos son pocos y, por otro, los resultados para la comparación ciega entregan un espectro amplio de valores. Sin embargo, a grandes rasgos, se rescata la tendencia que debería existir en el dominio, en términos de aceleración y separación, y los valores obtenidos no están lejos de aquellos medidos en terreno.

## 7.1. Trabajo Futuro

El alcance que posee este trabajo es bastante amplio, por lo tanto es posible implementar mejoras y realizar investigaciones en muchos aspectos. A continuación

---

<sup>1</sup>Pequeños análisis de sensibilidad fueron realizados a lo largo de la investigación que demuestran este hecho, pero que se omiten en este documento. Sin embargo este hecho está documentado numerosamente en la literatura.

se listan algunos, los mas relevantes para el autor, para continuar el trabajo y seguir buscando mejoras a este acercamiento:

- La condición de borde superior del modelo está fijada a una presión constante de 30000 [Pa] que corresponderían a una altura aproximada de 9 [km]. Este valor está limitado debido a las condiciones iniciales y de borde que provienen de un modelo global. El área de interés para la industria eólica (y la humanidad en general) está en los primeros 2 [km] de atmósfera aproximadamente, lo que conlleva a que muchos elementos de la malla numérica están siendo resueltos y no aportan a las soluciones que se están buscando. Una manera de sobrellevar esto sería la aplicación de un anidamiento vertical a medida que se anidan los distintos dominios. Esta técnica aún está siendo probada por la comunidad científica y se encuentra en implementación experimental, pero es relevante para los objetivos planteados analizar si su uso presenta beneficios para la metodología propuesta.
- Debido a las limitantes de las campañas de medición con las que se compararon los resultados, fue imposible analizar la sensibilidad de la asimilación puntual y multipunto para el mismo caso. Es necesario hallar o crear nuevas bases de datos que permitan asimilación de datos multipunto en terreno complejo y analizar los resultados. Bajo esta misma observación, también es necesario probar la utilización de otros métodos de asimilación de datos (de ensamble, filtro de Kalman, etc.) o sensibilizar con los parámetros característicos del DA que se encarga de ponderar la matriz **B**.
- Siguiendo con las mejoras al esquema de asimilación, es necesario probar esta con la utilización de una cantidad masiva de puntos en el dominio (tal cual como se hace para escalas sinópticas que presentan buenos resultados). Para esto es necesario la existencia de campañas de medición locales con instrumentación de vanguardia. Se espera que a futuro, los globos meteorológicos descritos en la introducción de esta tesis, estén finalizados y se puedan llevar a cabo experimentos mas concretos y locales.
- Con respecto a la programación y el código del modelo, se debe implementar un algoritmo cíclico que permita la continuidad del campo de energía cinética turbulenta. Una solución a esto podría ser ejecutar el código WRF luego de la asimilación en su modo de reinicio, sin embargo se desconoce el comportamiento del paquete de asimilación de datos con el archivo de outputs de *restart*.
- Considerando las conclusiones emanadas con respecto a que los aspectos críticos para la simulación son aquellos relacionadas a la interacción del

terreno complejo y la turbulencia, es necesario probar el comportamiento del modelo con otras parametrizaciones para las físicas, en específico, para el modelo de suelo y la capa superficial. Se podría considerar el uso de esquemas de mayor orden o aquellos de nueva generación, que quizás, por un lado aumenten el esfuerzo computacional de la simulación, pero que entreguen mejores resultados.

- En la misma línea de lo anterior, se deben probar otros esquemas para la parametrización de la turbulencia, tanto para los dominios de meso, como para aquellos de microescala. En la microescala se podrían implementar esquemas para la clausura turbulenta de orden superior, como un modelo LES dinámico u otro que incluya el *backscatter*.
- Todas las simulaciones realizadas significaron un costo computacional demasiado elevado como para ser utilizado en ambientes operacionales (ver Apéndice C), una manera de disminuir esto sería con la incorporación de un paso de tiempo variable en función de las condiciones de inestabilidad del modelo, sin embargo esto podría ocasionar problemas a la hora de asimilar datos en horas específicas.
- Es sabido que para un correcto LES, las zonas de interés deben estar lejos de los bordes del dominio para evitar la influencia de estos en la generación de TKE. Para esta investigación debido a que se usaron las bases de datos entregadas por los desarrolladores, fue imposible ampliar la malla de forma que la colina de Bolund quedara lejos de los bordes. Se podría evaluar hacer una manipulación a las bases de datos para evitar esto y así analizar la influencia que tuvo este aspecto en los resultados presentados acá.
- Finalmente, sería conveniente probar el modelo utilizando sistemas de coordenadas vanguardistas, como por ejemplo el método de la frontera inmersa o una coordenada híbrida para la vertical. Las últimas investigaciones con respecto a estos esquemas han tenido un relativo éxito y por lo tanto basta su implementación para investigarlos en el contexto de la alta resolución y el LES. A la fecha, el modelo WRF va en su versión 4.1 y en su versión 3.9 ya implementó la coordenada híbrida para la presión.

## 7.2. Palabras Finales

Bajo el espíritu solidario que está en el núcleo del desarrollo de esta tesis, todos los códigos de las figuras, archivos de configuración, códigos de utilidad y algunos resultados se encuentran de manera pública en el Github del autor<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup><https://github.com/aababbbba/4.plots>

---

## Apéndice A

# Cálculo de Resultados para Bolund y Comparación Ciega

A modo de tener resultados comparables para el ejercicio de comparación ciega organizado por los desarrolladores del experimento de Bolund, se introducen ciertas métricas para la velocidad y para la energía cinética turbulenta ([Bechmann et al. 2011](#)).

Para el caso de la velocidad, se adimensionaliza esta de la siguiente forma:

$$\Delta S_s = \frac{\bar{s} - \bar{s}_0}{\bar{s}_0}$$

Donde  $\Delta S_s$  corresponde al *Speedup* simulado, calculado en función de  $\bar{s}_0$  que es un valor de referencia para la velocidad ubicado en un punto no perturbado por el terreno (en el experimento de Bolund se utiliza el valor en el mástil M0). Para los resultados presentados en esta tesis los valores de referencia se toman en las coordenadas (55.70313, 12.0970) que caen dentro del dominio d08 de simulación.

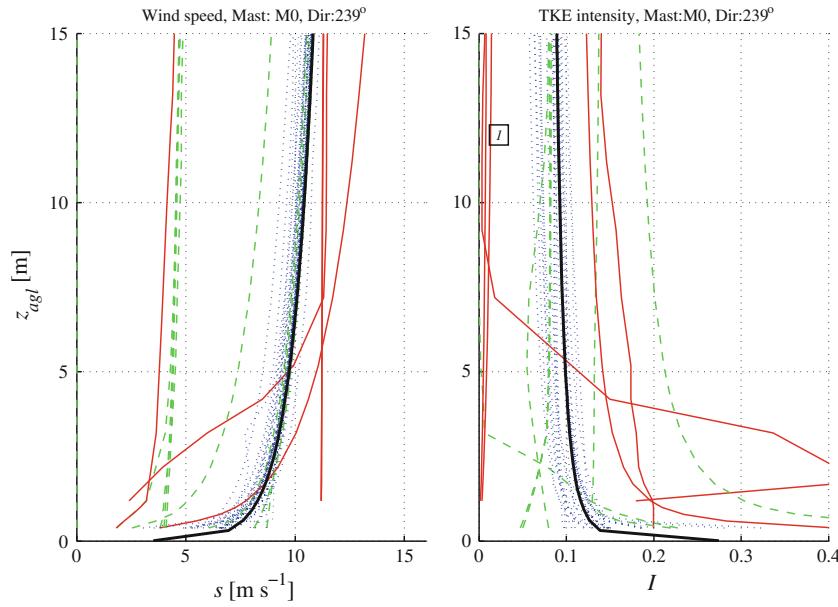
El valor de  $\bar{s}_0$ , operativamente, se toma como el promedio temporal entre las 12:00 y 15:00 horas y se calcula para cada nivel vertical del modelo.

Con respecto a la energía cinética turbulenta, esta se adimensionaliza como:

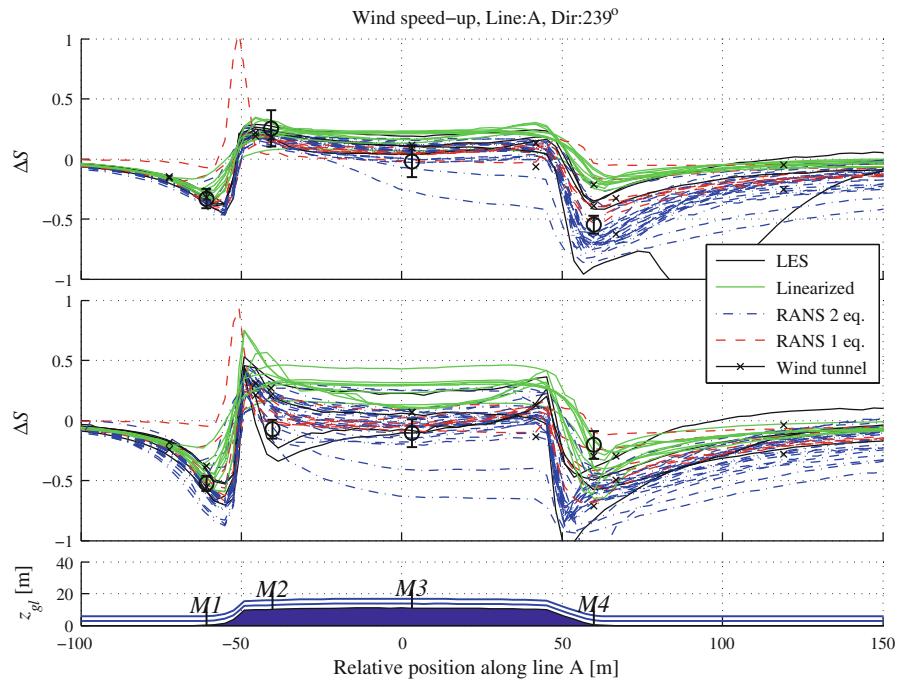
$$\Delta k_s = \frac{\bar{k}}{\bar{s}_0^2} - \frac{\bar{k}_0}{\bar{s}_0^2}$$

Análogamente al caso anterior,  $\bar{k}_0$  es un valor de referencia para la energía cinética turbulenta en el punto del dominio donde hay flujo no perturbado.

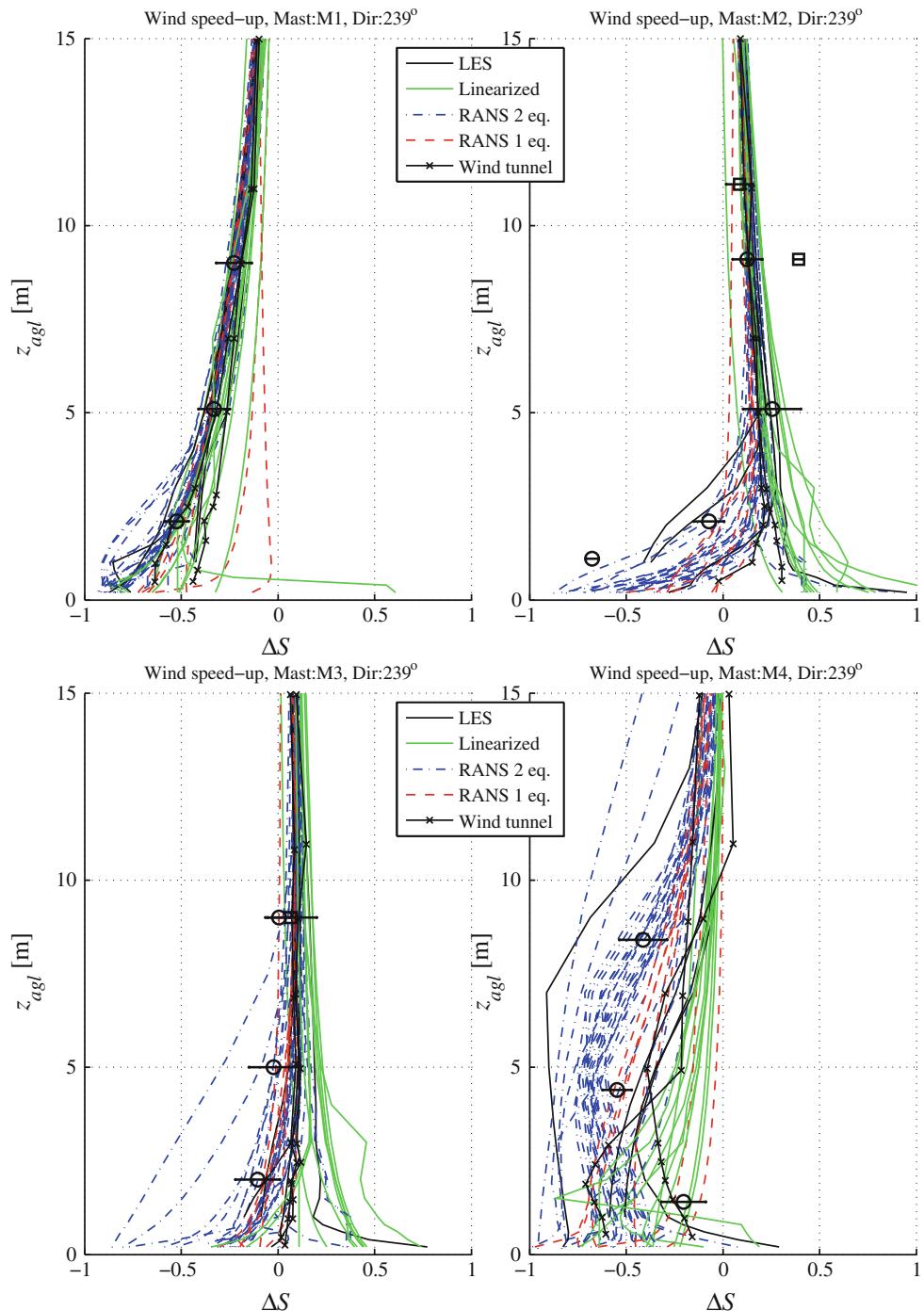
De manera referencial, los desarrolladores presentan los siguientes resultados para su comparación ciega de modelos:



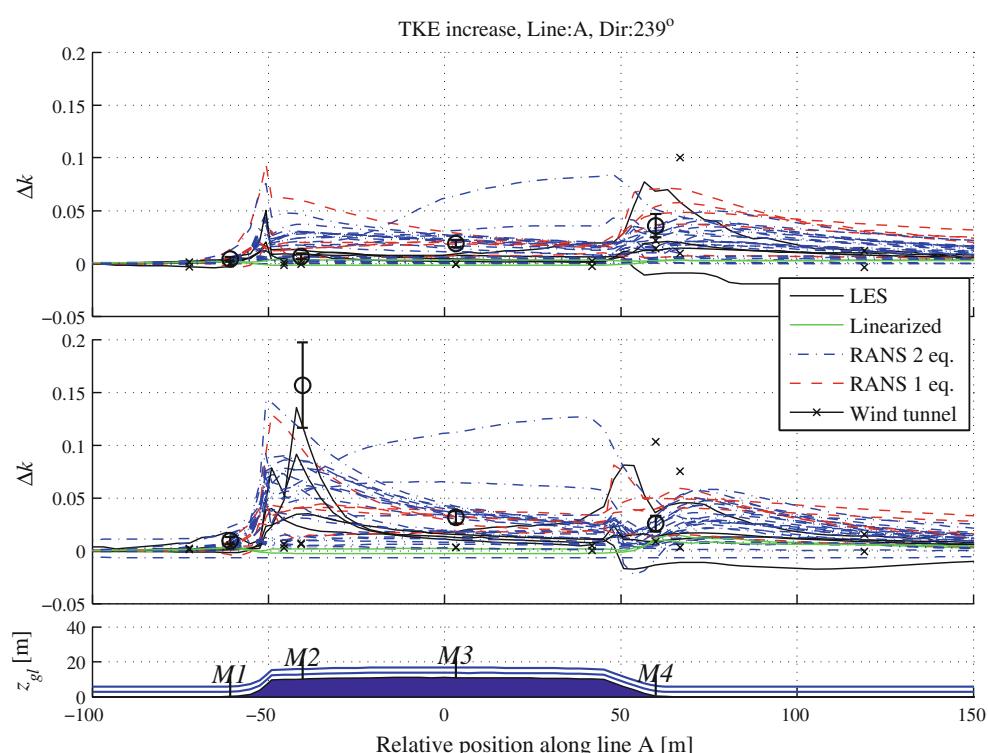
**Figura A.1:** Perfil del viento no perturbado en el punto referencial M0 (ver Figura 5.2). En línea negra está el perfil entregado por los desarrolladores (para utilizar como condición de borde) y el resto corresponde a distintos modelos. La línea sólida roja corresponde a simulaciones LES.



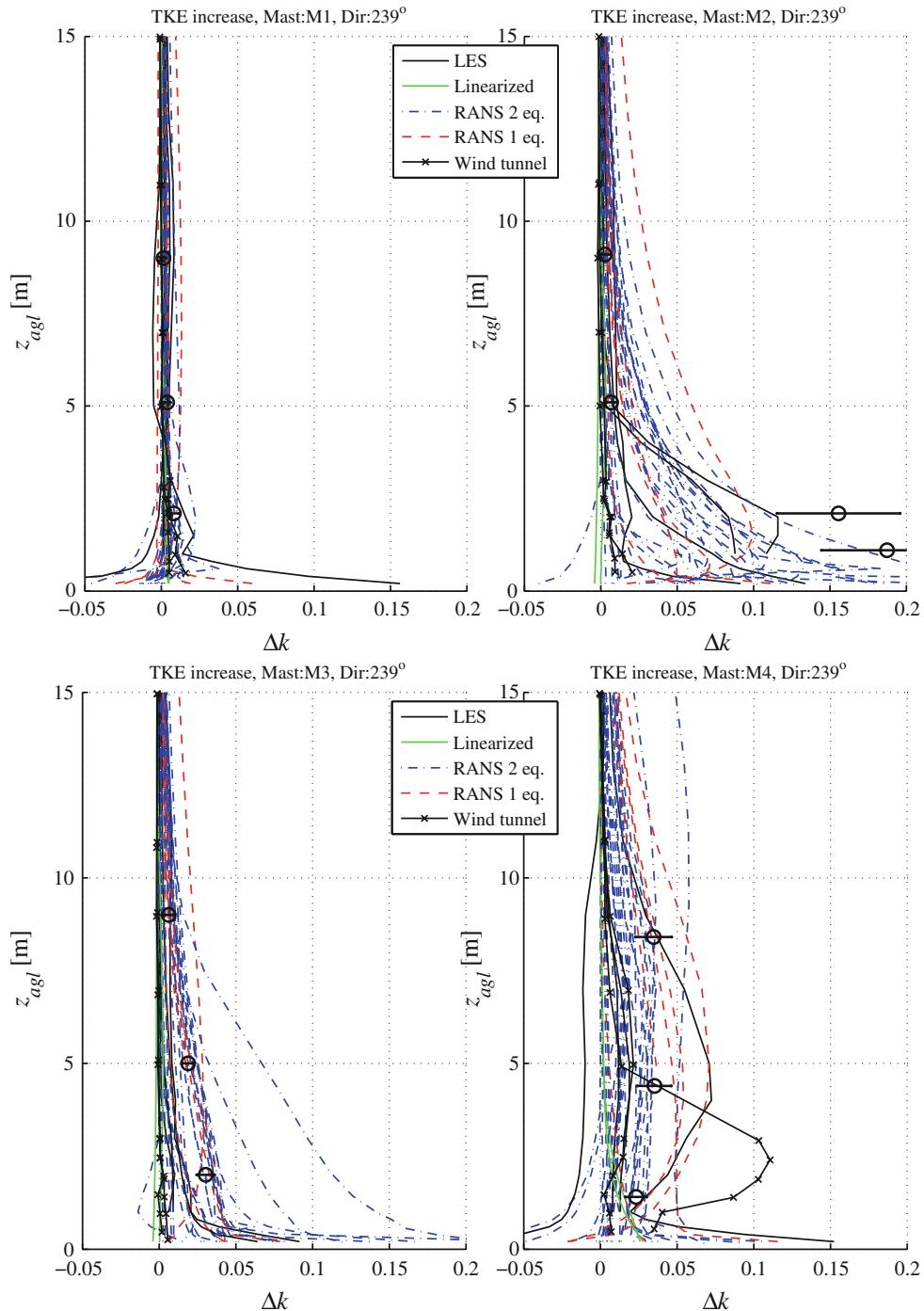
**Figura A.2:** Speedup medido y simulado a través de la sección transversal a 240°. Arriba: valores para  $z = 5$  [m]. Abajo: valores para  $z = 2$  [m].



**Figura A.3:** Perfil de speedup medido y simulado en los distintos mástiles M1-M4.



**Figura A.4:**  $\Delta k$  medido y simulado a través de la sección transversal a  $240^\circ$ . Arriba: valores para  $z = 5$  [m]. Abajo: valores para  $z = 2$  [m].



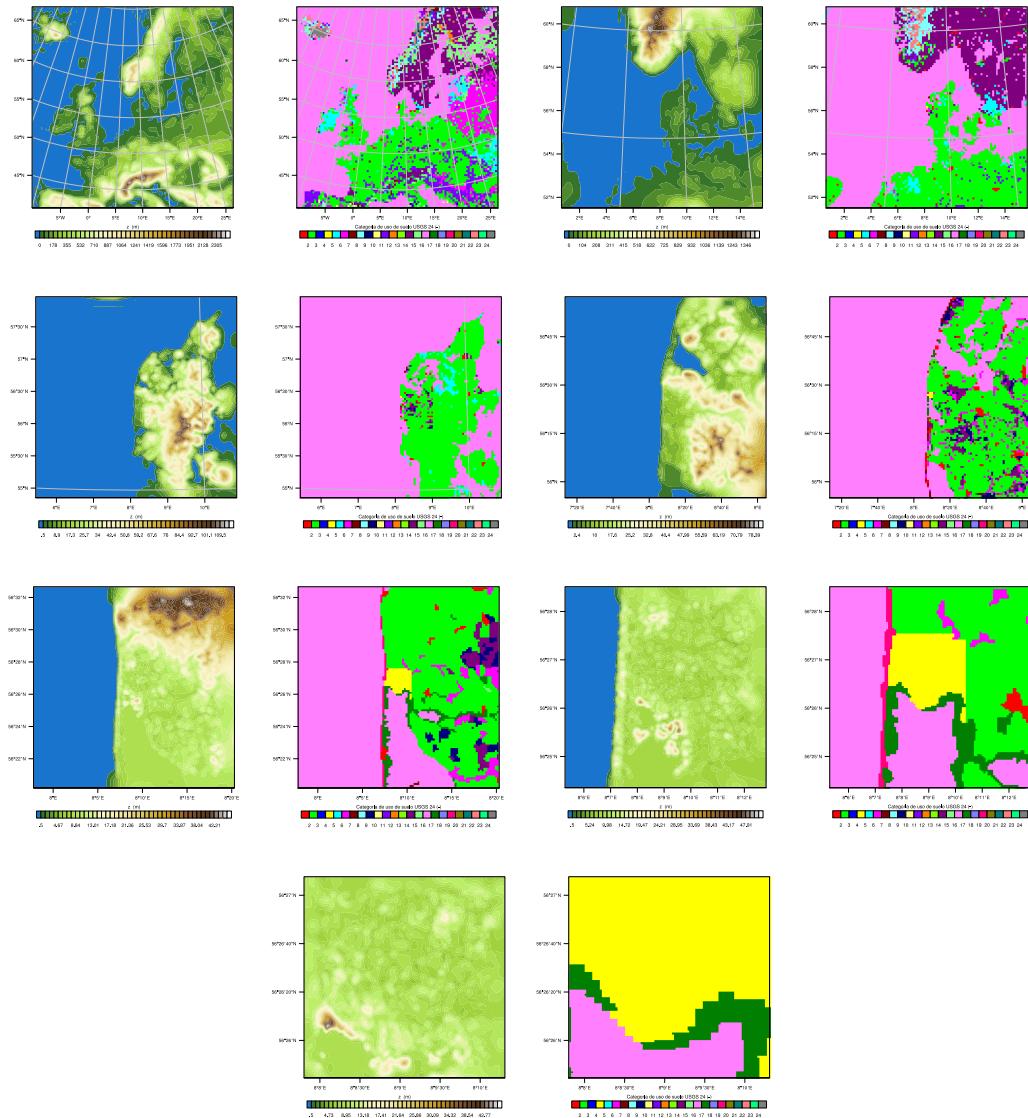
**Figura A.5:** Perfil de  $\Delta k$  medido y simulado en los distintos mástiles M1-M4.

---

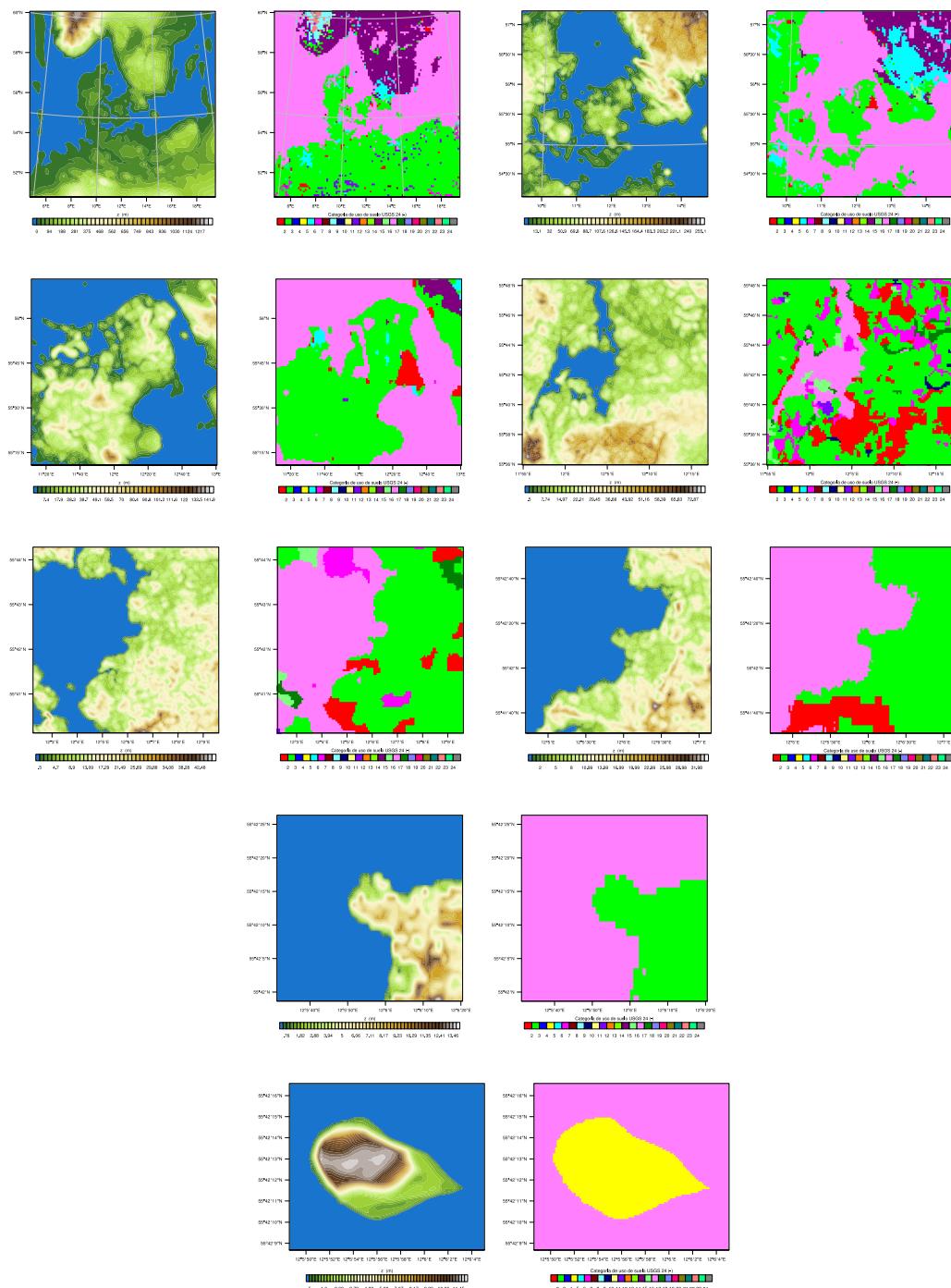
## **Apéndice B**

# **Incorporación de Bases de Datos de Alta Resolución**

Falta redactar



**Figura B.1:** Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d07). Para el dominio d07 se presenta la ubicación del punto de control (rojo) y la distribución de turbinas eólicas en la zona (negro).



**Figura B.2:** Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d08).

---

## Apéndice C

# Tiempos de Cálculo de las Simulaciones

Las simulaciones se llevaron a cabo en servidores configurados especialmente para ejecutar el código WRF de manera paralela haciendo uso de todos los núcleos y recursos disponibles. En específico se utilizaron dos servidores distintos: S1 es el servidor utilizado para correr las simulaciones correspondientes al caso I de terreno plano en Høvsøre y S2 es el servidor utilizado para correr el caso II de terreno complejo en Bolund. Otros recursos computacionales adicionales fueron utilizados también para llevar a cabo distintos análisis de sensibilidad para diversos parámetros y otras pruebas varias las cuales no se detallan en este documento. Las especificaciones técnicas de S1 y S2 se pueden ver en la Tabla C.1.

**Tabla C.1:** Especificaciones técnicas de los recursos computacionales utilizados.

Servidor	S1	S2
CPU	Intel Xeon CPU E5-2609 v2@2.50Ghz	Intel Xeon Silver 4110 CPU @ 2.10GHz
# Cores	8	32
Arquitectura	x86_64	x86_64
RAM	55Gb	126Gb
HDD	1Tb	2Tb
OS	Scientific Linux 7.2	Debian 9

Para cada servidor se registraron los tiempos de pared a través de un bot de *Telegram* el cual registraba de manera automática e inmediata la fecha y hora a la cual cada simulación comenzaba o terminaba. Los registros de estos tiempos se pueden ver en la Tabla C.2.

**Tabla C.2:** Tiempos de cálculo para cada experimento.

Caso	Fecha Inicio	Fecha Término	$T_w$ [h]	$\Delta t$ [h]	Incremento
Høvsøre s/DA	25/02/2019 17:30	04/03/2019 01:28	151,97	–	–
Høvsore c/ DA	13/03/2019 23:13	19/03/2019 00:49	121,60	-30,37	-19.98 %
Bolund s/DA	12/02/2019 22:22	20/03/2019 08:35	850,22	–	–
Bolund c/ DA	25/04/2019 22:58	24/05/2019 09:44 <sup>1</sup>	662,02	-188,20	-22,14 %

Acá  $T_w$  es el tiempo de pared efectivo y  $\Delta t$  corresponde al aumento en este debido a la incorporación del proceso de asimilación de datos. El incremento se calcula como  $\Delta t/T_{w0}$ , donde el subíndice 0 indica la simulación sin asimilación de datos.

Como se puede apreciar en la Tabla C.2, el proceso de asimilación de datos presenta mejoras significativas en términos del tiempo de cálculo.

---

<sup>1</sup>Por motivos externos la simulación estuvo detenida desde el 02/05/2019 14:43 hasta el 03/05/2019 12:28, por lo cual se considera esta detención en el cálculo.

---

# Bibliografía

- Arasa R, Porras I, Domingo-Dalmau A, Picanyol M, Codina B, González MÁ, Piñón J (2016) Defining a standard methodology to obtain optimum WRF configuration for operational forecast: Application over the port of Huelva (southern Spain). *Atmospheric and Climate Sciences* 06(02):329–350
- Arnold D, Schicker I, Seibert P (2010) High-resolution atmospheric modelling in complex terrain for future climate simulations (HiRmod). Tech. rep., Institute of Meteorology (BOKU-Met), University of Natural Resources and Life Sciences
- Arnold D, Morton D, Schicker I, Seibert P, Rotach M, Horvath K, Dudhia J, Satomura T, Müller M, Zängl G, et al. (2012) High resolution modelling in complex terrain: report on the HiRCOT 2012 Workshop, Vienna, 21-23 February 2012. Institut für Meteorologie, Department Wasser-Atmosphäre-Umwelt, Univ. f. Bodenkultur
- Barker D, Huang W, Guo YR, Bourgeois A (2003) A three-dimensional variational (3DVAR) data assimilation system for use with MM5
- Barker D, Huang XY, Liu Z, Auligné T, Zhang X, Rugg S, Ajjaji R, Bourgeois A, Bray J, Chen Y, Demirtas M, Guo YR, Henderson T, Huang W, Lin HC, Michalakes J, Rizvi S, Zhang X (2012) The weather research and forecasting model's community variational/ensemble data assimilation system: WRFDA. *Bulletin of the American Meteorological Society* 93(6):831–843
- Barker DM, Huang W, Guo YR, Bourgeois AJ, Xiao QN (2004) A three-dimensional variational data assimilation system for MM5: Implementation and initial results. *Monthly Weather Review* 132(4):897–914
- Bechmann A, Sørensen NN (2011) Hybrid rans/les applied to complex terrain. *Wind Energy* 14(2):225–237
- Bechmann A, Berg J, Courtney M, Ejsing Jørgensen H, Mann J, Sørensen N (2009) The Bolund Experiment: Overview and Background. Danmarks Tekniske Universitet, Risø Nationallaboratoriet for Bæredygtig Energi, risø-R-1658(EN)

- Bechmann A, Sørensen NN, Berg J, Mann J, Réthoré PE (2011) The bolund experiment, part II: Blind comparison of microscale flow models. *Boundary-Layer Meteorology* 141(2):245–271
- Berg J, Mann J, Bechmann A, Courtney MS, Jørgensen HE (2011) The bolund experiment, part I: Flow over a steep, three-dimensional hill. *Boundary-Layer Meteorology* 141(2):219–243
- Berselli L, Iliescu T, Layton WJ (2005) Mathematics of Large Eddy Simulation of Turbulent Flows (Scientific Computation). Springer
- Brasseur JG, Wei T (2010) Designing large-eddy simulation of the turbulent boundary layer to capture law-of-the-wall scaling. *Physics of Fluids* 22(2):021303
- Brown AR, Hobson J, Wood N (2001) Large-eddy simulation of neutral turbulent flow over rough sinusoidal ridges. *Boundary-Layer Meteorology* 98(3):411–441
- Carati D, Winckelmans GS, Jeanmart H (2001) On the modelling of the subgrid-scale and filtered-scale stress tensors in large-eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics* 441
- Cheng WY, Liu Y, Bourgeois AJ, Wu Y, Haupt SE (2017) Short-term wind forecast of a data assimilation/weather forecasting system with wind turbine anemometer measurement assimilation. *Renewable energy* 107:340–351
- Chow FK, Street RL (2009) Evaluation of turbulence closure models for large-eddy simulation over complex terrain: Flow over askervein hill. *Journal of Applied Meteorology and Climatology* 48(5):1050–1065
- Comisión Nacional de Energía de Chile (2018) Anuario Estadístico de Energía 2018
- Davidson P (2013) Turbulence in Rotating, Stratified and Electrically Conducting Fluids. Cambridge University Press
- Deardorff JW (1974) Three-dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology* 7(1):81–106
- Deardorff JW (1980) Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model. *Boundary-Layer Meteorology* 18(4):495–527

Doubrawa P, Montornès A, Barthelmie RJ, Pryor SC, Casso P (2018) Analysis of different gray zone treatments in WRF-LES real case simulations. *Wind Energy Science Discussions* 2018:1–23

Dumais R, Kirby S, Flanigan R (2013) Implementation of the WRF Four-Dimensional Data Assimilation method of observation nudging for use as an ARL weather running estimate-nowcast. Tech. rep., ARMY RESEARCH LAB WHITE SANDS MISSILE RANGE NM COMPUTATIONAL AND INFORMATION

Enriquez RM, Street RL (2017) An algebraic subgrid-scale model for large-eddy simulations of the atmospheric boundary layer. Tech. rep., Bob and Norma Street Environmental Fluid Mechanics Laboratory, Stanford University

Green BW, Zhang F (2015) Numerical simulations of Hurricane Katrina (2005) in the turbulent gray zone. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems* 7(1):142–161

Grønnegaard Pedersen J, Kelly M, Gryning SE, Brümmer B (2013) The effect of unsteady and baroclinic forcing on predicted wind profiles in large eddy simulations: Two case studies of the daytime atmospheric boundary layer. *Meteorologische Zeitschrift* 22(6):661–674

Hacker J, Draper C, Madaus L (2018) Challenges and opportunities for data assimilation in mountainous environments. *Atmosphere* 9(4):127

Holton J (1992) *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Academic Press

Jacobson M (2005) *Fundamentals of Atmospheric Modeling*. Cambridge University Press

Jiménez-Esteve B, Udina M, Soler M, Pepin N, Miró J (2018) Land use and topography influence in a complex terrain area: A high resolution mesoscale modelling study over the eastern pyrenees using the WRF model. *Atmospheric Research* 202:49–62

Kosović B, Curry JA (2000) A large eddy simulation study of a quasi-steady, stably stratified atmospheric boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences* 57(8):1052–1068

Kundu P, Cohen I, Hu H (2001) *Fluid Mechanics*. Elsevier Science

- Lilly K (1966) The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments
- Liu Y, Warner TT, Astling EG, Bowers JF, Davis CA, Halvorson SF, Rife DL, Sheu RS, Swerdrup SP, Xu M (2008a) The operational mesogamma-scale analysis and forecast system of the u.s. army test and evaluation command. part ii: Interrange comparison of the accuracy of model analyses and forecasts. *Journal of Applied Meteorology and Climatology* 47(4):1093–1104
- Liu Y, Warner TT, Bowers JF, Carson LP, Chen F, Clough CA, Davis CA, Egeland CH, Halvorson SF, Huck TW, Lachapelle L, Malone RE, Rife DL, Sheu RS, Swerdrup SP, Weingarten DS (2008b) The operational mesogamma-scale analysis and forecast system of the u.s. army test and evaluation command. part i: Overview of the modeling system, the forecast products, and how the products are used. *Journal of Applied Meteorology and Climatology* 47(4):1077–1092
- Mathieu J, Scott J (2000) An Introduction to Turbulent Flow. Cambridge University Press
- Meij AD, Vinuesa J (2014) Impact of SRTM and corine land cover data on meteorological parameters using WRF. *Atmospheric Research* 143:351–370
- Meneveau C (2019) Big wind power: Seven questions for turbulence research. *Journal of Turbulence* 20(1):2–20
- Mirocha JD, Lundquist JK, Chow FK, Kosovic B (????) New large eddy simulation subfilter turbulence models implemented into the advanced research WRF version 3.0
- Mirocha JD, Lundquist JK, Kosović B (2010) Implementation of a nonlinear subfilter turbulence stress model for large-eddy simulation in the advanced research WRF model. *Monthly Weather Review* 138(11):4212–4228
- Moeng CH, Dudhia J, Klemp J, Sullivan P (2007) Examining two-way grid nesting for large eddy simulation of the PBL using the WRF model. *Monthly Weather Review* 135(6):2295–2311
- Montornes A, Casso P, Lizcano G, Kosovic B (2017) WRF-LES in 250+ real sites: Learnings and challenges. 18th Annual WRF User's Workshop
- Morton D, Molders N (2007) Tradeoffs in resolution versus computational resources in modelling a tanana valley wind event. En: The Great Alaska Weather Modeling Symposium

- Muñoz-Esparza D, Kosović B, Mirocha J, van Beeck J (2014) Bridging the transition from mesoscale to microscale turbulence in numerical weather prediction models. *Boundary-Layer Meteorology* 153(3):409–440
- Peña A, Floors R, Gryning SE (2013) The Høvsøre tall wind-profile experiment: A description of wind profile observations in the atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology* 150(1):69–89
- Peña A, Floors R, Sathe A, Gryning SE, Wagner R, Courtney MS, Larsén XG, Hahmann AN, Hasager CB (2015) Ten years of boundary-layer and wind-power meteorology at Høvsøre, denmark. *Boundary-Layer Meteorology* 158(1):1–26
- Pineda N, Jorba O, Jorge J, Baldasano JM (2004) Using NOAA AVHRR and SPOT VGT data to estimate surface parameters: application to a mesoscale meteorological model. *International Journal of Remote Sensing* 25(1):129–143
- Pope S (2000) *Turbulent Flows*. Cambridge University Press
- Porte-Agél F, Meneveau C, Parlange MB (2000) A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics* 415:261–284
- Reen BP, Stauffer DR (2010) Data assimilation strategies in the planetary boundary layer. *Boundary-layer meteorology* 137(2):237–269
- Rodrigo JS, Allaerts D, Avila M, Barcons J, Cavar D, Arroyo RC, Churchfield M, Kosovic B, Lundquist J, Meyers J, Esparza DM, Palma J, Tomaszewski J, Troldborg N, van der Laan M, Rodrigues CV (2017) Results of the GABLS3 diurnal-cycle benchmark for wind energy applications. *Journal of Physics: Conference Series* 854:012037
- Schicker I, Arnold Arias D, Seibert P (2016) Influences of updated land-use datasets on WRF simulations for two austrian regions. *Meteorology and Atmospheric Physics* 128(3):279–301
- Skamarock W, Klemp J, Dudhia J, Gill D, Barker D, Wang W, Huang XY, Duda M (2008) A description of the advanced research WRF version 3
- Smagorinsky J (1963) General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review* 91(3):99–164
- Smith DA, Harris M, Coffey AS, Mikkelsen T, Jørgensen HE, Mann J, Danielian R (2006) Wind lidar evaluation at the danish wind test site in Høvsøre. *Wind*

- Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology 9(1-2):87–93
- Stauffer DR, Seaman NL, Binkowski FS (1991) Use of four-dimensional data assimilation in a limited-area mesoscale model part ii: Effects of data assimilation within the planetary boundary layer. *Monthly Weather Review* 119(3):734–754
- Steppeler J, Bitzer HW, Minotte M, Bonaventura L (2002) Nonhydrostatic atmospheric modeling using az-coordinate representation. *Monthly Weather Review* 130(8):2143–2149
- Stevens E, Songster K, Morotn D (2010) Using wrf to simulate the saint lawrence island wind storm of february 27, 2009. En: Alaska Weather Symposium
- Stevens RJAM, Wilczek M, Meneveau C (2014) Large-eddy simulation study of the logarithmic law for second- and higher-order moments in turbulent wall-bounded flow. *Journal of Fluid Mechanics* 757:888–907
- Stocker TF, Qin D, Plattner GK, Tignor M, Allen SK, Boschung J, Nauels A, Xia Y, Bex V, Midgley PM, et al. (2013) Climate change 2013: The physical science basis
- Stull R (1988) An Introduction to Boundary Layer Meteorology. Springer Netherlands
- Talbot C, Bou-Zeid E, Smith J (2012) Nested mesoscale large-eddy simulations with WRF: Performance in real test cases. *Journal of Hydrometeorology* 13(5):1421–1441
- Torrecillas AM, Casso P, Lizcano G, Kosovic B (2016) WRF-LES in the real world: Towards a seamless modeling chain for wind industry applications
- Tran T, Tran H, Mansfield M, Lyman S, Crosman E (2018) Four dimensional data assimilation (FDDA) impacts on WRF performance in simulating inversion layer structure and distributions of CMAQ-simulated winter ozone concentrations in uintah basin. *Atmospheric environment* 177:75–92
- Wan F, Porté-Agel F, Stoll R (2007) Evaluation of dynamic subgrid-scale models in large-eddy simulations of neutral turbulent flow over a two-dimensional sinusoidal hill. *Atmospheric Environment* 41(13):2719–2728
- Warner T (2010) Numerical Weather and Climate Prediction. Cambridge University Press

## *Bibliografía*

---

- Wilks DS (2011) Statistical methods in the atmospheric sciences, vol 100. Academic press
- WRF Community (2000) Weather research and forecasting (WRF) model
- Wyngaard JC (2004) Toward numerical modeling in the “Terra Incognita”. *Journal of the Atmospheric Sciences* 61(14):1816–1826
- Yamaguchi T, Feingold G (2012) Large-eddy simulation of cloudy boundary layer with the advanced research WRF model. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems* 4(3)
- Yamazaki H, Satomura T (2010) Nonhydrostatic atmospheric modeling using a combined cartesian grid. *Monthly Weather Review* 138(10):3932–3945
- Yamazaki H, Satomura T (2012) Non-hydrostatic atmospheric cut cell model on a block-structured mesh. *Atmospheric Science Letters* 13(1):29–35