

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECÁNICA

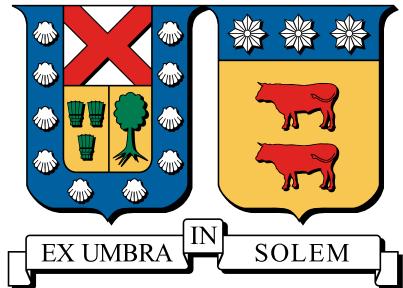
VALPARAISO - CHILE

**SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA
RESOLUCIÓN Y A CORTO PLAZO EN TERRENO
COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO
MESO-MICROESCALA, SIMULACIÓN DE
GRANDES VÓRTICES Y ASIMILACIÓN DE
DATOS 4D**

Pablo Andrés Cárdenas Zamorano

Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica

2019



UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECÁNICA
VALPARAISO - CHILE

**SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA RESOLUCIÓN Y A CORTO
PLAZO EN TERRENO COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO
MESO-MICROESCALA, SIMULACIÓN DE GRANDES VÓRTICES Y
ASIMILACIÓN DE DATOS 4D**

PABLO ANDRÉS CÁRDENAS ZAMORANO

Tesis de grado para optar al grado de:
Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica
y al título de:
Ingeniero Civil Mecánico

Profesor Guia: Dr. Ing. Alex Flores

Profesor Correferente: Dr. Carlos Rosales

Profesor Correferente externo: Dr. XXXXX XXXXXXXXXX

TITULO DE LA TESIS:

**SISTEMA DE PREDICCIÓN EÓLICA DE ALTA RESOLUCIÓN Y A CORTO PLAZO
EN TERRENO COMPLEJO MEDIANTE ACOPLAMIENTO MESO-MICROESCALA,
SIMULACIÓN DE GRANDES VÓRTICES Y ASIMILACIÓN DE DATOS 4D**

AUTOR:

Pablo Andrés Cárdenas Zamorano

TRABAJO DE TESIS, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos para el Grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Ing. Alex Flores
.....

Dr. Carlos Rosales
.....

Dr. XXXXX XXXXXXXXXX
.....

VALPARAISO, CHILE - 2019

The more we learn about the world, and the deeper our learning, the more conscious, specific, and articulate will be our knowledge of what we do not know, our knowledge of our ignorance. For this, indeed, is the main source of our ignorance — the fact that our knowledge can be only finite, while our ignorance must necessarily be infinite

Karl Popper

Agradecimientos

Quiero agradecer enormemente a todas las personas que fueron parte de este largo proceso de tesis y en general a todas aquellas que me influenciaron directa e indirectamente a lo largo de mi vida. Sus influencias se manifiestan en mayor o menor medida en cada una de las líneas de este trabajo.

Especialmente quiero agradecer a mis grandes amigos Laura, Sebastián y Pablo por todos los buenos momentos compartidos dentro de la universidad. Por hacer de esta, una etapa inolvidable dentro de mi vida y por permitirnos el cuestionamiento constante de nuestras conductas, logrando así la mejora continua de nosotros mismos como persona con el fin de alcanzar en el futuro una sociedad mas igualitaria, solidaria y libre.

También agradecer a mi madre, a mi padre, por fomentarme desde niño una curiosidad permanente a los fenómenos que me rodean, a mis hermanos Iván y Rául, y a Fabián los cuales fueron testigos y soportaron mis excentricidades viviendo bajo el mismo techo y fueron también conejillos de india de mis innumerables experimentos culinarios.

Agradezco a todas las personas que tuve el privilegio de conocer y compartir dentro de la universidad y que fomentaron mi desarrollo como profesional integral. A mis compañeros y compañeras de carrera, a mis amigos y amigas con las que participé dentro de la política universitaria, a mis compañeros de banda, al Club de Música UTFSM, al taller de robótica y a todas aquellas personas que hacían que el día a día dentro de esta universidad fuera menos monótono y mas liberador.

Del mismo modo, quiero dar agradecimientos especiales a mis profesores de mecánica de fluidos y turbulencia, al profesor Alex Flores, Carlos Rosales, Romain Gers y Christopher Cooper, por la paciencia y por permitirme recibir el conjunto de conocimientos que, por una parte forman el núcleo en el que se sustenta esta tesis y que, por otra, me permitieron descubrir la belleza, los desafíos y los misterios de esta área.

Finalmente agradecer a la universidad y a la Dirección de Posgrado y Programas por la preocupación constante y el financiamiento que permitieron mi mantención a través de este trabajo y en el programa.

Abstract

Con el fin de lograr una correcta predicción del recurso viento en terreno complejo en zonas muy localizadas, se llevaron cabo una serie de simulaciones numéricas multiescala con datos reales utilizando WRF-LES a través de la técnica de dominios anidados hasta una resolución máxima de aproximadamente 2 [m]. Para corregir las desviaciones propias de una simulación numérica, se propuso mejorar los resultados utilizando un esquema de asimilación de datos en el dominio mas interior.

Se presentan resultados para 4 casos. Los primeros dos casos corresponden a una simulación real en el sitio de pruebas de turbinas en Høvsøre, Dinamarca, el cual es un terreno cuasi-plano ampliamente estudiado. La primera simulación valida el acercamiento numérico y la segunda muestra la influencia de la asimilación de datos en la capa límite considerando 6 niveles de un mástil meteorológico ubicado en el centro del dominio.

Las siguientes dos simulaciones corresponden a la aplicación de la misma metodología pero en terreno complejo. En este caso se simula la colina de Bolund ubicada también en Dinamarca. Estas dos simulaciones ahora nos exponen el comportamiento del modelo para este caso, y la influencia de la asimilación de datos multipunto utilizando la información de 8 mástiles y en 3 niveles cercanos a la superficie.

Los resultados obtenidos muestran que es posible obtener predicciones certeras y que rescaten el comportamiento turbulento del viento a las escalas simuladas y que además, la asimilación de datos mejora considerablemente esta predicción, dando pie a un uso operativo de los códigos utilizados.

Keywords *Multiscale Simulation, LES, Data Assimilation, WRF, Atmospheric Boundary Layer, NWP, Atmospheric Turbulence, Wind Energy*

Resumen

Con el fin de proponer una nueva metodología para la correcta predicción del recurso viento en terreno complejo para zonas muy localizadas, se llevaron cabo una serie de simulaciones numéricas meteorológicas multiescala con datos reales utilizando el software WRF y una clausura LES para la turbulencia. El acoplamiento de las meso y microescala se logra a través de la técnica de dominios anidados hasta llegar a una resolución de aproximadamente 2 [m]. Para corregir las desviaciones propias de una simulación numérica, se propuso mejorar los resultados utilizando un esquema de asimilación de datos cuatridimensional en el dominio mas fino.

Se presentan resultados para 4 casos. Los primeros dos casos corresponden a una simulación real en el sitio de pruebas de turbinas en Høvsøre, Dinamarca, el cual es un terreno quasi-plano ampliamente estudiado. La primera simulación valida el acercamiento numérico y la segunda muestra la influencia de la asimilación de datos en la capa límite considerando 6 niveles de un mástil meteorológico ubicado en el centro del dominio.

Las siguientes dos simulaciones corresponden a la aplicación de la misma metodología en terreno complejo. En este caso se simula la colina de Bolund ubicada también en Dinamarca. Estas dos simulaciones ahora nos exponen el comportamiento del modelo para este caso, y la influencia de la asimilación de datos multipunto utilizando la información de 8 mástiles y en 3 niveles cercanos a la superficie.

Los resultados obtenidos muestran que es posible obtener predicciones certeras y que rescaten el comportamiento turbulento del viento a las escalas simuladas y que además, la asimilación de datos mejora considerablemente esta predicción, dando pie a un uso operativo de los códigos utilizados.

Palabras Clave *Simulación Multiescala, LES, Asimilación de Datos, WRF, Capa Límite Atmosférica, NWP, Turbulencia Atmosférica, Energía Eólica*

Índice general

Agradecimientos	7
Abstract	9
Resumen	11
Nomenclatura	21
1. Introducción	24
1.1. Caracterización de la Tesis	30
1.1.1. Hipótesis	30
1.1.2. Objetivos	30
1.2. Estructura del Documento	31
2. Estado del Arte	32
2.1. Simulación Multiescala y Zona Gris	32
2.2. Turbulencia Atmosférica y LES	37
2.3. Alta Resolución y Terreno Complejo	38
2.3.1. Importancia de la Estimación del Viento	38
2.3.2. Problemáticas de la Simulación de Alta Resolución	39
2.4. Uso Operativo de Asimilación de Datos	49
3. Marco Teórico	50
3.1. Leyes Fundamentales de un Fluido	51
3.1.1. Conservación de la Masa	51
3.1.2. Conservación de Momentum	51
3.1.3. Conservación de la Energía	53
3.1.4. Ecuación de Estado: Gas Ideal	54
3.2. Dinámica Atmosférica	55

3.2.1. Temperatura Potencial	55
3.2.2. Gradiente de Temperatura	56
3.2.3. Condiciones de Estabilidad	56
3.2.4. Ecuaciones Primitivas	58
3.3. Turbulencia Hidrodinámica	59
3.3.1. Aspectos Generales	59
3.3.2. Aleatoriedad y Descomposición de Reynolds	60
3.3.3. Escalas de la Turbulencia	61
3.4. Fundamentos de Capa Límite Atmosférica	65
3.4.1. Estructuras de Capa Límite	66
3.4.2. Esfuerzos Turbulentos	68
3.4.3. Ecuación de Energía Cinética Turbulenta	73
3.5. Large Eddy Simulation	77
3.5.1. Filtrado	77
3.5.2. Ecuaciones de Conservación Filtradas	79
3.5.3. Modelación de los Esfuerzos Residuales	79
3.6. Asimilación de Datos	80
3.6.1. Análisis Variacional Tridimensional	81
3.6.2. Matrices de Covarianzas B y R	82
4. Weather Research and Forecast (WRF)	84
4.1. Aspectos Generales	84
4.2. Ecuaciones Resueltas	87
4.3. Aspectos Numéricos Relevantes	90
4.3.1. Difusión	90
4.3.2. Parametrizaciones Físicas	92
4.4. Sistema de Asimilación de Datos WRFDA	94
4.4.1. Modelación de B	95
5. Metodología de la Investigación	97
5.1. Aspectos Generales	97
5.1.1. Filosofía y Alcance de la Investigación	97
5.1.2. Alcance	99
5.2. Datos de Entrada al Modelo	99
5.2.1. Condiciones de Borde de Suelo	99
5.2.2. Condiciones de Borde Laterales	101

5.2.3. Condiciones Iniciales	101
5.3. Proceso de Asimilación de Datos	101
5.4. Caso I - Terreno Plano: Høvsøre	101
5.4.1. Aspectos Generales del Experimento	101
5.4.2. Configuración de las Simulaciones	101
5.4.3. Configuración de la Asimilación de Datos	103
5.5. Caso II - Terreno Complejo: Bolund	104
5.5.1. Aspectos Generales del Experimento	104
5.5.2. Configuración de las Simulaciones	104
5.5.3. Configuración de la Asimilación de Datos	108
5.6. Posproceso de los datos	108
5.6.1. Interpolación de alturas	108
5.6.2. Cálculo de Errores	108
6. Resultados Obtenidos y Análisis	110
6.1. Caso I: Høvsøre s/DA	110
6.2. Caso I: Høvsøre c/DA	116
6.3. Caso II: Bolund s/DA	119
6.4. Caso II: Bolund c/DA	130
7. Conclusiones y Trabajo Futuro	131
A. Cálculo de Resultados para Bolund y Comparación Ciega	132
B. Incorporación de Bases de Datos de Alta Resolución	137
C. Tiempos de Cálculo de las Simulaciones	140
Bibliografía	142

Índice de figuras

1.1.	Interfaz online del explorador eólico de la Universidad de Chile.	26
1.2.	Detalle del proyecto FONDEF ID16I10105. (a) Célula del sistema experimental de medición. (b) Prototipo en el laboratorio.	28
1.3.	Esquema de la sonda FONDEF ID16I10105.	29
2.1.	Separación de escalas para la dinámica atmosférica.	33
2.2.	Idealización de los distintos tamaños de vórtices dentro de un dominio en la zona gris de la turbulencia. Los vórtices mas grandes pueden ser resueltos por la malla, mientras que los más pequeños son filtrados numéricamente y por lo tanto deben ser parametrizados para que su efecto se considere en las ecuaciones de movimiento.	35
2.3.	Espectro de energía turbulenta multiescala.	36
2.4.	Comparación entre las coordenadas usuales sigma (arriba) y el método de frontera inmersa (abajo).	43
3.1.	Serie de tiempo para una componente de la velocidad en un flujo turbulento.	59
3.2.	Gráfico típico log-log de distribución de energía cinética turbulenta con respecto al número de onda κ para un flujo con un número de Reynolds elevado.	63
3.3.	Evolución diurna de la estructura de la capa límite.	65
3.4.	Evolución del perfil de θ_v en el ciclo diurno.	69
3.5.	Variación espacial y temporal de TKE modelada.	74
3.6.	Términos normalizados en la ecuación de TKE para el día. Las áreas sombreadas corresponden a un rango de valores. Todos los términos son adimensionalizados por w_*^3/δ	75
3.7.	Términos normalizados en la ecuación de TKE para la noche (18:00 y 02:00).	75

3.8. Curva superior: una muestra de un campo de velocidad u y su correspondiente campo filtrado \bar{u} (negrita). Curva inferior: campo residual u' y campo residual filtrado \bar{u}' (en negrita)	78
4.1. Estructura de la coordenada vertical.	85
5.1. Información de los dominios de simulación. (a) Dominios 1-4. (b) Dominios 5-7. (c) Dominio 7 con el punto de control. (d) Distribución de la malla vertical en escala 4:1.	102
5.2. Distribución telescopica de los 8 mallas anidadas en el dominio numérico. 106	
5.3. Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m. 107	
5.4. (a) Distribución de la malla vertical en la mitad del dominio. (b) Detalle en el ángulo abrupto. Todo en escala 1:1.	107
6.1. (a) Componente u de la velocidad en el primer nivel de la coordenada vertical ($z_1 = 5,25$ [m]) para las 15:00. (b) Idéntico al anterior pero para la componente v . (c) Magnitud del campo de velocidad.	111
6.2. Serie de tiempo para la rapidez instantánea del viento V y su dirección en la ubicación del mástil meteorológico. La línea continua corresponde a los datos simulados interpolados a las alturas de medición (solo para V) y la línea punteada a los datos medidos en el mástil.	112
6.3. Ciclo diurno-nocturno del perfil de temperatura potencial en el mástil meteorológico. (a) Resultados cada 20 minutos del perfil de θ . (b) Corresponde al detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica ($\delta \approx 750$ [m]).	113
6.4. Comparación de la simulación (línea continua) con la simulación de Peña et. al. en el 2013 (línea punteada) y valores medidos para (a) componente u de la velocidad del viento, (b) componente v y (c) magnitud de la velocidad del viento. Los datos corresponden a promedios temporales entre las 12:00 y 14:00, y han sido rotados de tal forma que su dirección sea 0° a los 10m.	114
6.5. Variables adimensionalizadas ($u_* = 0,552$ [m/s]) de segundo orden para el caso de Bolund promediados entre las 12:00 y las 15:00 (atmósfera neutra). (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento.	115

6.6. Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d07 caso Høvsøre.	115
6.7. Serie de tiempo para la rapidez instantánea del viento V y su dirección en la ubicación del mástil meteorológico para el caso con asimilación de datos. La línea continua corresponde a los datos simulados interpolados a las alturas de medición (solo para V) y la línea punteada a los datos medidos en el mástil.	116
6.8. Comparación de la simulación con DA (línea continua) con la simulación de Peña et. al. en el 2013 (línea punteada) y valores medidos para (a) componente u de la velocidad del viento, (b) componente v y (c) magnitud de la velocidad del viento. Los datos corresponden a promedios temporales entre las 12:00 y 14:00, y han sido rotados de tal forma que su dirección sea 0° a los 10m.	117
6.9. Variables adimensionadas ($u_* = 0,527$ [m/s]) de segundo orden para el caso de Bolund con DA promediados entre las 12:00 y las 15:00 (atmósfera neutra). (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento.	118
6.10. Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d07 caso Høvsøre con DA.	118
6.11. Ciclo horario del perfil de temperatura potencial promedio de los 8 mástiles. (a) Resultados cada 10 minutos del perfil de θ . (b) Corresponde al detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica con resultados cada 15 minutos ($\delta \approx 300$ [m]).	119
6.12. Líneas de flujo para la solución numérica en Bolund en el primer nivel ($z_1 = 1,12$ [m]) en las horas (a) 12:00, (b) 13:00, (c) 14:00, (d) 15:00. . .	120
6.13. Contornos de rapidez del viento para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. . .	121
6.14. Perfiles promedio referenciales en el flujo no perturbado para: (a) Rapidez del viento (en línea punteada se presenta la condición de contorno presentada por Bechmann et. al. en el 2011) (b) Intensidad de energía cinética turbulenta (sgs).	122
6.15. Speedup en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas. . . .	123

6.16. Incremento adimensional de energía cinética turbulenta (sgs) en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas.	124
6.17. Perfil vertical de (a) <i>speedup</i> y (b) variación adimensional de energía cinética turbulenta para M1 (púrpura), M2 (azul), M3 (turquesa) y M4 (verde).	125
6.18. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M1.	126
6.19. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M2.	126
6.20. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M3.	127
6.21. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M4.	127
6.22. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M5.	128
6.23. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M6.	128
6.24. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M7.	129
6.25. Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M8.	129
6.26. Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d08 caso Bolund.	130
A.1. Perfil del viento en el punto referencial M0. En línea negra está el perfil entregado por los desarrolladores (para utilizar como condición de borde) y el resto corresponde a distintos modelos. La línea sólida roja corresponde a simulaciones LES.	133
A.2. Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.133	
A.3. Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.134	
A.4. Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.135	
A.5. Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.136	
B.1. Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d07). Para el dominio d07 se presenta la ubicación del punto de control (rojo) y la distribución de turbinas eólicas en la zona (negro).	138
B.2. Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d08).	139

Índice de cuadros

5.1.	Dominio numerico espacial y temporal para simulación del caso Høvsøre.	102
5.2.	Valores característicos de cada dominio.	102
5.3.	Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.	102
5.4.	Características del proceso de DA.	103
5.5.	Dominio numerico espacial y temporal para simulación del caso Bolund.	104
5.6.	Valores característicos de cada dominio.	104
5.7.	Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.	105
5.8.	Características del proceso de DA.	108
5.9.	Detalle de la asimilación en cada mástil en Bolund.	108
6.1.	Comparación de métricas para el caso I Høvsøre.	119
C.1.	Especificaciones técnicas de los recursos computacionales utilizados.	140
C.2.	Especificaciones técnicas de los recursos computacionales utilizados.	141

Nomenclatura

Símbolo	Descripción
	Falta agregar y ordenar
Δ	Tamaño de filtro espacial
ϕ	Espectro de energía turbulenta
λ	Número de onda
l	Escala característica de la <i>Terra Incognita</i>
E	Energía cinética
m	Masa
V	Rapidez
A	Área
t	Tiempo
x	Coordenada espacial
y	Coordenada espacial
ρ	Densidad
P	Potencia
u_i	Componentes del vector velocidad
g_i	Componentes del vector de fuerzas de cuerpo
σ_{ij}	Componentes del tensor de esfuerzos
p	Presión
τ_{ij}	Componentes del tensor de esfuerzos viscosos
μ	Viscosidad dinámica
S_{ij}	Componentes del tensor tasa de deformación
δ	Delta de Kronecker, Perturbación
K	Energía Cinética
\vec{v}	Velocidad
u	Componente horizontal de la velocidad en dirección x o latitudinal
v	Componente horizontal de la velocidad en dirección y o longitudinal
w	Componente de la velocidad en dirección z o vertical
\vec{e}_i	Vector unitario en dirección i

Símbolo	Descripción
Φ	Disipación Viscosa
q_i	Vector flujo de calor
e	Energía interna
$C_{v,p}$	Capacidad calorífica a volumen (presión) constante
T	Temperatura
k	Conductividad térmica
α	Difusividad térmica
R	Constante de gases ideales
θ	Temperatura potencial
θ_v	Temperatura potencial virtual
q_v	Fracción de mezcla de vapor de agua
γ	Gradiente de temperatura
N	Frecuencia de Brunt–Väisälä
τ_N	Periodo de oscilación de flotación
ϕ	Latitud
Ω	Frecuencia de rotación de la tierra
F_r	Fuerzas de fricción
H	Fuentes de calor
Q_v	Fuentes de vapor de agua
a	Radio de la Tierra
τ_R	Esfuerzo de Reynolds
H_f	Flujo de calor turbulento
Q_f	Flujo de humedad turbulento
u_*	Velocidad de fricción
C_D	Coeficiente de arrastre
V_h	Rapidez horizontal
z	Coordenada espacial
K	Coeficiente de difusión turbulento
z_0	Largo de rugosidad
κ	Constante de Von Karman
θ_*	Escala de temperatura potencial
L	Largo de Monin-Obukhov

Subíndice Descripción

s	Superficie
m	Momentum
h	Energía
r	Referencia
i	Índice mudo para notación indicial
j	Índice mudo para notación indicial
d	Aire seco

Superíndice Descripción

-	Componente media o filtrada
'	Componente fluctuante o de submalla
a	
a	
a	

Capítulo 1

Introducción

En el transcurso de los últimos años, es decir, desde la década de los 2000 en adelante, ha habido un aumento considerable en el uso de tecnologías renovables para la obtención de energía eléctrica a lo largo de todo el planeta. El consenso internacional de avanzar en pos de un desarrollo sustentable para la humanidad y que esta, a la vez, sea amigable con el resto de las especies y los recursos naturales, da la intuición de que es la manera correcta para progresar y por lo tanto se debe desplegar la mayor cantidad de capital humano para que estas tecnologías continúen en un proceso de mejora continua y se asegure el bienestar de toda la sociedad.

De manera mas concreta, esto se está llevando a cabo a través del uso e implementación de las Energías Renovables No Convencionales (en adelante ERNC) y que corresponden a la energía solar, a la energía hidráulica, la mareomotriz, undimotriz, geotérmica, biomasa y eólica. Para el alcance de este trabajo de tesis, se está interesado en la energía eólica, que es aquella energía que se extrae del viento en movimiento.

El recurso viento posee la particularidad de ser extremadamente variable en todo su espectro de escalas temporales y espaciales, es decir, presenta fenómenos cíclicos distinguibles en cada una de estas escalas. Desde los cambios que tiene en la escala climática (ciclos planetarios, cambio climático) hasta la microescala (turbulencia, interacción con el terreno) y por ende la generación de energía a partir de este es indistintamente variable.

En la práctica existe un conflicto permanente en que las zonas con mayor potencial eólico (i.e. aquellos lugares donde estadísticamente se tienen velocidades del viento lo suficientemente altas para que sea conveniente generar energía de estos), son aquellas que tienen terreno complejo, o sea, terreno con topografía no regular como las costas o montañas, esto debido a la aceleración que toma el viento al ajustarse a los contornos

del suelo. Existe entonces una dicotomía o conflicto entre que los lugares mas aptos para poner parques eólicos, son al mismo tiempo los mas turbulentos y los más difíciles de predecir.

De este modo, surge la necesidad de buscar maneras teóricas y prácticas para tener completamente determinado el comportamiento y la rapidez del viento en su interacción con terreno complejo y así tener también determinada la potencia eléctrica que se puede generar de esta.

Históricamente se ha dependido de técnicas estadísticas (describiendo el viento a través de distribuciones de probabilidad) basadas en bases de datos que contienen mediciones del viento a lo largo de varios años. El problema con este acercamiento es que para el terreno complejo, en donde el comportamiento del viento es en gran parte no homogéneo, este no refleja el movimiento real ni los fenómenos no lineales (como el desprendimiento de la capa límite o la mezcla turbulenta) dentro de la zona de interés. Aún así, si se quisiera aplicar estos métodos estadísticos, el volumen de instrumentación necesaria sería inmenso para aplicarlo en zonas localizadas y por lo tanto, los costos asociados serían demasiado altos como para que se pudieran llevar a cabo en todos los lugares en donde se quisieran instalar turbinas.

Se busca entonces aplicar un método indirecto, y aquí es donde se ve atractivo el predecir el comportamiento del viento a través de simulaciones numéricas.

Evidentemente, las simulaciones se encargarán de resolver las ecuaciones que rigen el comportamiento de la atmósfera. Estas ecuaciones son las llamadas ecuaciones primitivas y dan origen a una rama de la meteorología llamada predicción numérica del clima (Numerical Weather Prediction o NWP).

La predicción numérica del clima no es algo que se viene realizando desde hace poco. Las primeras simulaciones atmosféricas datan desde los años 20, en donde Lewis Fry Richardson logró hacer un pronóstico para 6 horas en dos puntos de Europa central. Este cálculo tardó cerca de dos semanas debido a que fueron realizados a mano. No fue hasta la década del 50, con la llegada de los computadores, que este campo pudo desarrollarse más intensivamente, principalmente gracias al trabajo desarrollado por el grupo de investigación de Carl-Gustav Rosby que logró un pronóstico de 6 horas operativo. Desde aquí en adelante, el avance exponencial de la computación y la sofisticación de las ecuaciones que modelan la atmósfera han permitido tener pronósticos cada día más precisos y para ventanas de tiempo cada vez mayores.

Si bien, las ecuaciones que permiten modelar la circulación planetaria de la atmósfera se conocen desde hace décadas, nuestra vida como seres humanos (o por lo menos la mayoría de nosotros) y la vida en general, se confina a una pequeña parte de esta. A esta

parte se le denomina capa límite, y es aquella zona que está influenciada directamente por las condiciones del suelo y que en promedio tiene una altura de 1[km]. Los fenómenos que afectan a la capa límite, como por ejemplo la turbulencia originada por los obstáculos, la trasferencia de calor a la superficie terrestre o el intercambio de humedad con la vegetación, son características únicas de esta pequeña parte de la atmósfera. Por lo tanto la precisión que se tiene para estimar el comportamiento global del viento no es directamente útil para estimar el viento dentro de la capa límite, que es donde, como especie, estamos interesados.

Entonces, frente a esta latente necesidad de conocer el comportamiento del viento dentro de la capa límite para terreno complejo y aprovechando los avances en capacidad computacional que existen actualmente, es que se plantea el uso de simulaciones multiescala que permitan resolver desde las escalas planetarias hasta las escalas mas pequeñas relevantes para el caso de estudio y así obtener pronósticos fiables para zonas muy localizadas. Estos resultados no solamente serán útiles en términos de generación por energía eólica, si no que también sientan las bases de una manera vanguardista para predecir dispersión de contaminantes, zonas de recirculación, evolución de incendios, entre otros.

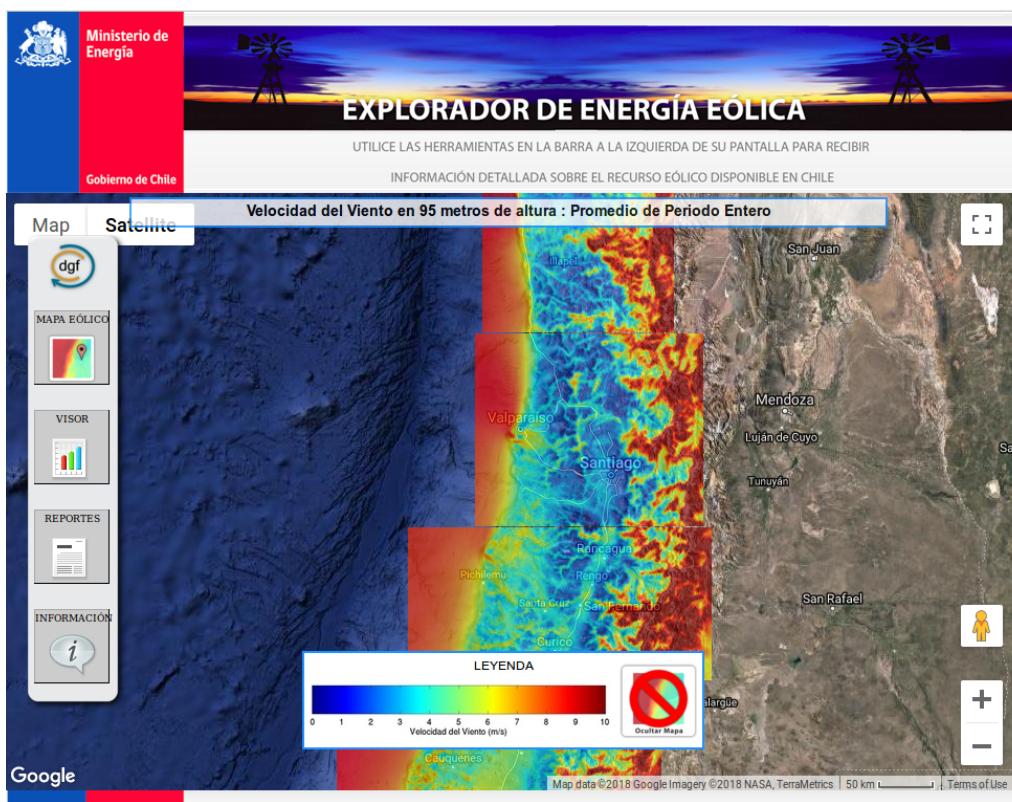


Figura 1.1: Interfaz online del explorador eólico de la Universidad de Chile.

Aterrizando el tema a una escala mas local, Chile cada año está inaugurando nuevos parques eólicos debido al buen factor de planta que se poseen en ciertas zonas del país (según estudios del Ministerio de Energía en el 2014). Hasta la fecha ya se han instalado mas de 600 turbinas eólicas y la tendencia es a que este número siga aumentando. De la mano de la instalación de nuevas plantas, está la simulación numérica realizada para tener una estimación de la cantidad de energía que se puede llegar a generar. En el 2010, la Universidad de Chile entregó a la comunidad la herramienta online llamada Explorador Eólico, en esta se muestra el potencial que tiene gran parte de Chile el cual fue simulado a través del software libre WRF. Algunos resultados de esta herramienta se pueden ver en la Figura 1.1.

Si bien esta herramienta ha entregado a Chile información certera y que antes no existía, las simulaciones realizadas para el Explorador Eólico contemplaban mallas numéricas con una resolución horizontal máxima de 1 [km], resolución que no es suficiente para resolver el comportamiento turbulento de microescala, ni para captar efectivamente las variaciones orográficas. El comportamiento del viento a lo largo de una superficie de 1 [km²] puede cambiar mucho, en especial si existe terreno complejo, y por lo tanto la ubicación o no de una turbina eólica requiere un análisis mas detallado del dominio.

El objetivo es entonces buscar una buena aproximación para el campo de viento en la capa límite en terrenos complejos y a alta resolución, a modo de tener un insumo mas realista para efectuar la toma de decisiones en situaciones en donde el viento sea una variable crítica.

Debido a que en la capa límite es donde predominan los fenómenos de mezcla y turbulencia, es acá en donde los modelos presentan la mayoría de sus problemas y desviaciones, y de hecho, el buen comportamiento del un modelo va a depender en gran manera de la habilidad del modelador para ajustar ciertos parámetros arbitrarios del código. Como la filosofía de este trabajo es utilizar la información de la manera menos manipulada posible y evitar el ajuste de parámetros, es que se va a buscar la manera de corregir los resultados numéricos a través de un proceso de asimilación de datos.

La asimilación de datos es el proceso matemático mediante el cual se combina información de observaciones y de simulación numérica para obtener el mejor estimador del estado real de la atmósfera en un instante dado. Este proceso se utiliza cotidianamente en modelos globales o sinópticos para entregar la información sobre el clima que se ve día a día en los noticieros.

Para los modelos meteorológicos operativos, el realizar asimilación de datos en la microescala no presenta beneficios, debido a que generalmente la resolución de estos

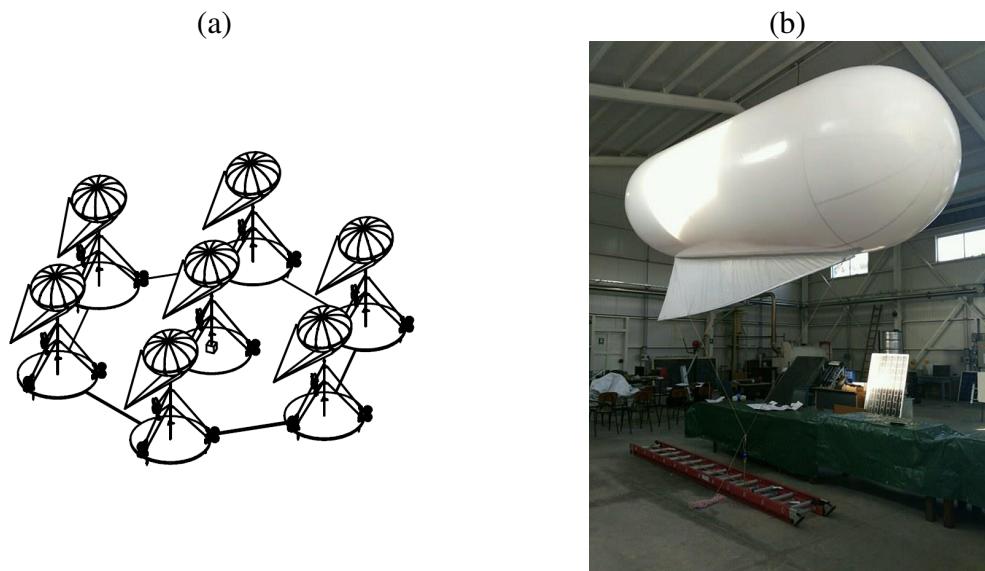


Figura 1.2: Detalle del proyecto FONDEF ID16I10105. (a) Célula del sistema experimental de medición. (b) Prototipo en el laboratorio.

modelos es gruesa en las cercanías de la superficie (la capa límite está pobemente resuelta), lo que se traduce en que la combinación entre observaciones superficiales y resultados numéricos no es fiable.

Sin embargo, y considerando esto como motivación para esta investigación, si se trabaja a resoluciones lo suficientemente altas como para tener información confiable en las cercanías de la superficie, si es posible realizar asimilación de datos en la microescala y por lo tanto mejorar los pronósticos del viento en esta.

El trabajo realizado en esta tesis se enmarca dentro del proyecto FONDEF ID16I10105: “Red multisensorial distribuida para la evaluación del recurso eólico con sondas aerotransportadas y georeferenciadas” cuyo objetivo práctico es diseñar un sistema de monitoreo en terreno para el viento a través de globos situados de forma estratégica en un terreno complejo. En las Figuras 1.2 y 1.3 se pueden apreciar algunos detalles técnicos del trabajo que hasta el día de hoy se está realizando por parte del laboratorio de energías renovables de la universidad. Las simulaciones numéricas, las cuales son el núcleo de esta tesis, tienen cabida dentro de este proyecto en la parte donde es necesario predecir a corto plazo y en una zona muy localizada, el comportamiento futuro del viento en función de los valores medidos por las sondas (asimilación de datos).

El objetivo final de esta investigación será lograr un sistema robusto que obtenga una buena aproximación del campo de viento futuro en función de datos medidos que se estarán obteniendo en tiempo real, mediante simulaciones numéricas multiescala que se harán, para este caso, con el software WRF. La filosofía de simulación, será realizarlas

de la manera menos manipulada posible, utilizando bases de datos públicas y evitando la asignación arbitraria de parámetros. La sumatoria de esto tiene como resultado un acercamiento mucho mas vanguardista, y poco investigado, a la predicción eólica en terreno real a alta resolución.

AEROTRANSPORTADA AUTONOMA (EMA2)

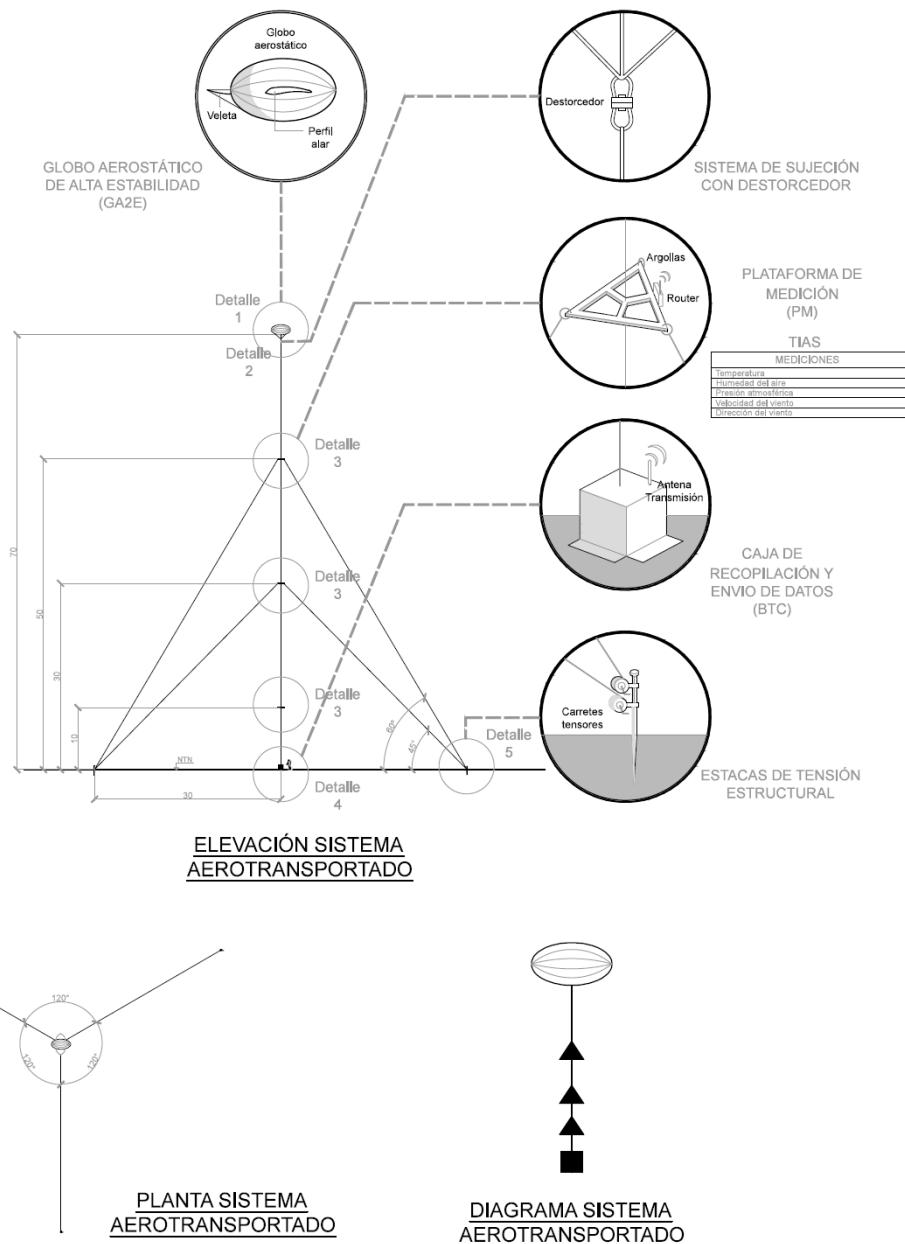


Figura 1.3: Esquema de la sonda FONDEF ID16I10105.

Finalmente, a través de esta tesis se espera una descripción acabada de los fenómenos y problemáticas que abarca la tarea descrita anteriormente, además de un resumen de la bibliografía necesaria para que cualquier persona que quiera involucrarse en el campo de la simulación atmosférica pueda hacerlo de una manera sencilla. Como beneficio para la comunidad científica, los resultados obtenidos acá podrán ser utilizados como línea de base o benchmark para cualquier otra simulación futura a alta resolución, pudiendo dar pie a ser una nueva prueba para modelos multiescala.

1.1. Caracterización de la Tesis

1.1.1. Hipótesis

Mejorar la precisión de los pronósticos actuales para el viento a través de simulaciones atmosféricas de alta resolución en terreno complejo y la incorporación de un esquema de asimilación de datos 4D que vaya alimentando datos al sistema en tiempo real.

1.1.2. Objetivos

Objetivo Principal

- Desarrollar un sistema de predicción de viento en terreno complejo de alta resolución en base al código WRF que proponga una mejora comparativa con respecto a los modelos existentes a través del uso de la asimilación de datos en la capa límite atmosférica.

Objetivos Secundarios

- Acoplar dominios de microescala y mesoescala en las simulaciones numéricas mediante una clausura de turbulencia a través del modelo LES.
- Estudiar el uso e incorporación de bases de datos reales de alta resolución para orografía y tipo de uso de suelo en el modelo WRF.
- Desarrollar y optimizar códigos relacionados con simulación atmosférica multiescala y asimilación de datos.
- Estudiar la influencia de la asimilación de datos en la capa límite considerando un solo punto y multipunto.
- Verificar y validar resultados obtenidos con aquellos presentes en el estado del arte y campañas de medición en terrenos reales.

1.2. Estructura del Documento

La estructura de la tesis es la siguiente:

- Cap. 2: Se exponen los últimos avances, problemáticas y consensos en torno a la simulación atmosférica multiescala y asimilación de datos, que son el núcleo del trabajo realizado.
- Cap. 3: Sienta las bases conceptuales, matemáticas y físicas sobre las cuales se desarrolla la investigación. Acá se abordan: las leyes fundamentales de los fluidos, la dinámica atmosférica, la turbulencia, la capa límite planetaria, el método de simulación de grandes vórtices (LES) y la asimilación de datos.
- Cap. 4: Sienta las bases numéricas, es decir, se explica el funcionamiento del software WRF.
- Cap. 5: Muestra la filosofía y configuración de los 4 experimentos realizados: 2 casos para terreno plano (donde uno sirve como validación) y dos casos para terreno complejo. Además, se detalla la metodología para la obtención de resultados.
- Cap. 6: Se presentan los resultados.
- Cap. 7: Conclusiones, trabajo futuro y aspectos que quedan abiertos a la mejora

Capítulo 2

Estado del Arte

Tomando en consideración lo amplio, en el sentido de las disciplinas a abarcar, de este trabajo de tesis, el resumen del estado del arte para este se llevará a cabo en cuatro secciones distintas.

Primero se expondrá la problemática que nace debido a la turbulencia en las simulaciones multiescala. Luego se revisará la historia y la creciente utilización de la técnica de Simulación de Grandes Vórtices (de aquí en adelante *Large Eddy Simulation* o LES) en la solución numérica de los modelos meteorológicos. Tercero, se verán las complicaciones y los desafíos que conlleva el realizar simulaciones de alta resolución en terreno complejo y los consensos internacionales tomados al respecto. Finalmente se mostrará el estado actual de la utilización de los métodos de asimilación de datos para el uso operacional en el contexto de las simulaciones atmosféricas y en la capa límite.

2.1. Simulación Multiescala y Zona Gris

Como ya se justificó en la introducción, la predicción atmosférica en zonas localizadas, en especial en aquellas con terreno irregular, es un tema de especial relevancia en las áreas del cambio climático, la contaminación ambiental y la industria energética. Actualmente las simulaciones climáticas regionales se realizan con una resolución de malla del orden de los kilómetros. Esto es, evidentemente, insuficiente para poder representar fehacientemente cualquier topografía compleja, y por lo tanto, insuficiente también para resolver los fenómenos meteorológicos asociados a esta.

Una manera de solucionar esto puede ser el uso de un escalamiento estadístico para llevar las soluciones a una malla más fina, sin embargo, este acercamiento no contempla ni la física fundamental ni las no-linealidades, que son la característica más importante del

comportamiento de la atmósfera en su interacción con el terreno complejo. Su contraparte, el escalamiento dinámico, permite anidar mallas y resolver las leyes de conservación para resoluciones cada vez mas altas hasta lo que se desee resolver, teniendo como limitantes: el costo computacional, la precisión de las condiciones de borde y las parametrizaciones físicas que se incorporarán a las ecuaciones. Para este trabajo, es claro el beneficio que trae el utilizar el escalamiento dinámico como metodología para alcanzar simulaciones de alta resolución y por lo tanto ese es el acercamiento que se utilizará.

A modo de formar una explicación un poco mas formal y clara sobre lo que conlleva el realizar una simulación atmosférica multiescala, tomemos en consideración la Figura 2.1 para identificar las distintas escalas temporales y espaciales.

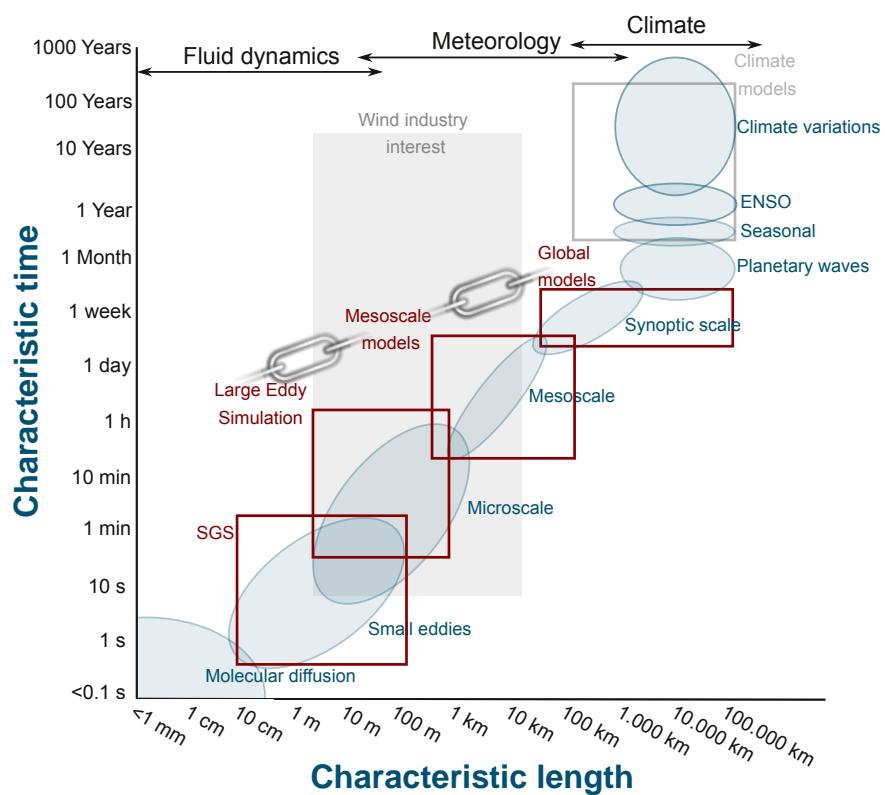


Figura 2.1: Separación de escalas para la dinámica atmosférica.

La figura en cuestión muestra tres aspectos clave de las simulaciones atmosféricas que se desean realizar: las áreas del conocimiento involucradas, los fenómenos que resuelve cada área y las escalas asociadas a cada uno de estas.

Nos referimos a simulación multiescala cuando, a través de algún proceso de escalamiento y simulación numérica se resuelven simultáneamente distintas escalas espaciales y se representan correctamente sus fenómenos asociados.

Nos referimos, por otra parte, a escalamiento dinámico, cuando se resuelven escalas mas pequeñas usando como base una escala mas grande, la cual es usada como condición inicial y de contorno en un subdominio de un dominio general. De esta forma es posible tener resultados numéricos para la microescala partiendo desde una escala, por ejemplo, global.

En el contexto del trabajo a realizar, las escalas temporales pertenecientes a las simulaciones serán del orden de los días, por lo tanto, los fenómenos que se engloban dentro de estas son una combinación entre fenómenos de microescala, mesoescala y escala sinóptica. El buen comportamiento del resultado de una simulación estará directamente relacionado con lo bien representado que estén cada uno de estos fenómenos dentro del modelo.

De manera general, el escalamiento dinámico funciona bien y solo incorpora al modelo un error de interpolación debido al traspaso de una malla mas gruesa a otra mas fina. Sin embargo, la presencia de la turbulencia a lo largo de todo el espectro de escalas complica el escalamiento desde la mesoescala hasta la microescala.

Para entender la complejidad asociada a la presencia de la turbulencia debido al escalamiento dinámico, hay que entender primero la manera en la que actúan las distintas fuerzas que controlan el movimiento atmosférico. Si se considera, por ejemplo, la fuerza de Coriolis que es el motor principal de los ciclones y anticiclones en los hemisferios, esta fuerza es relevante en escalas sinópticas y globales y si se quisiera resolver ecuaciones a un nivel de mesoescala, podrían ser válidamente despreciadas. Por otra parte, si se considera ahora, la disipación viscosa generada por el roce entre los distintos elementos diferenciales de aire, esta podría ser válidamente despreciada también en todas las escalas debido a que la viscosidad del aire es muy baja, sin embargo si se desea analizar la parte viscosa de la capa límite atmosférica, este término es fundamental y no podría despreciarse¹.

Se concluye entonces que las distintas fuerzas que aparecen en las ecuaciones tienen un cierto rango de escalas propias donde contribuyen fuertemente al movimiento atmosférico.

La turbulencia sin embargo², no funciona de la misma forma. Los vórtices de distintos tamaños que habitan en la atmósfera son igualmente importantes en términos de órdenes

¹Un análisis mas detallado de las distintas fuerzas existentes dentro de las ecuaciones que modelan el comportamiento atmosférico y su correspondiente análisis en órdenes de magnitud se dará en el próximo capítulo.

²Probablemente le haga ruido al lector el hecho que hasta ahora no se ha presentado una definición formal de la turbulencia. Como esta requiere una descripción matemática extensa se prefirió dejarla para el próximo capítulo.

de magnitud para las ecuaciones que se resuelven.

Cuando se modelan las grandes escalas (sinóptica, mesoscala), generalmente la resolución de malla horizontal es demasiado grande como para captar los vórtices y por lo tanto el efecto de estos en las ecuaciones queda filtrado numéricamente. Operacionalmente, esta operación de filtrado se revierte con la utilización de un esquema adecuado para parametrizar la turbulencia. En los modelos meteorológicos actuales este efecto generalmente queda confinado en la llamada *parametrización de capa límite*, ya que el principal rol que cumple la turbulencia en estas escalas es la de transmitir la información que se genera a nivel de superficie terrestre a la atmósfera libre.

Cuando se modelan las pequeñas escalas, idealmente la resolución de malla horizontal va a bastar para captar de manera adecuada cierto espectro de los vórtices generados por el efecto de la turbulencia y por lo tanto se puede omitir la parametrización de capa límite. Es importante notar que si bien ahora se resuelven los vórtices grandes que provocan la mezcla dentro de la capa límite, otra parte de los vórtices sigue sin ser resuelta³ y por lo tanto se deberá utilizar otro modelo turbulento para modelarla. Esta modelación será la encargada de representar la cascada de energía y la disipación de energía turbulenta.

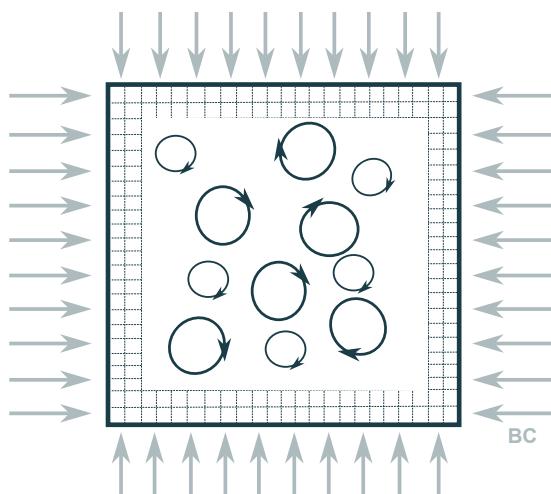


Figura 2.2: Idealización de los distintos tamaños de vórtices dentro de un dominio en la zona gris de la turbulencia. Los vórtices más grandes pueden ser resueltos por la malla, mientras que los más pequeños son filtrados numéricamente y por lo tanto deben ser parametrizados para que su efecto se considere en las ecuaciones de movimiento.

Reflexionando un poco con respecto al rol que toma la turbulencia tanto en las escalas grandes como en las pequeñas, no es difícil llegar a la conclusión que a través del proceso de escalamiento dinámico se llegará eventualmente a una zona de traslape en

³Esto debido a que la cascada de energía turbulenta existe hasta el orden de los milímetros.

donde algunos de los vórtices asociados a la capa límite son indistintamente resueltos y modelados. La Figura 2.2 representa este hecho.

A esta zona de traslape se le denomina zona gris o *Terra Incognita*.

Utilizando la terminología de Wyngaard (2004), sea Δ la escala (o tamaño) del filtro espacial asociado a la solución numérica (o malla) de las ecuaciones de movimiento y l la escala característica de los vórtices en el rango inercial, el espectro de energía turbulenta $\phi(\lambda)$ se ve como se muestra en la Figura 2.3.

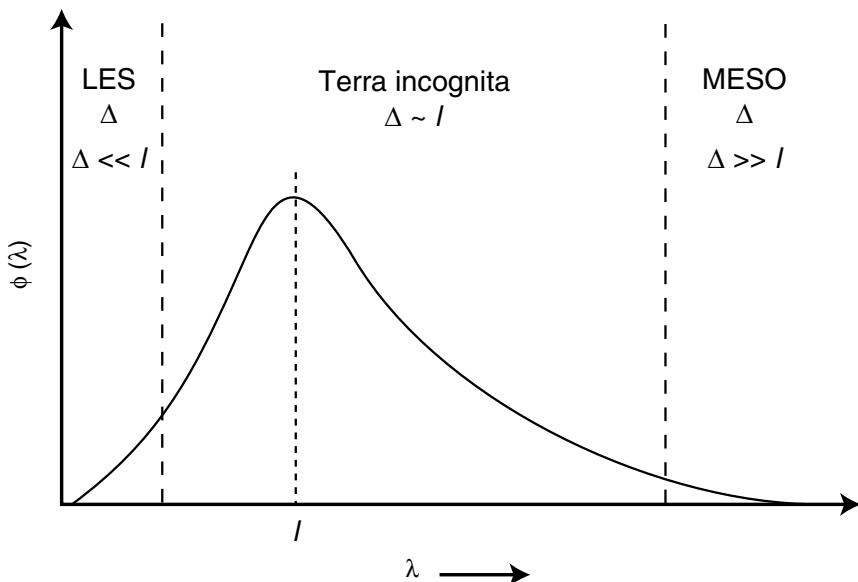


Figura 2.3: Espectro de energía turbulenta multiescala.

Para valores de $\Delta \gg l$ asociados a la mesoscalas, la producción de energía turbulenta queda por debajo del filtro y por lo tanto, tiene sentido que se modele a través de un esquema de submalla. Por otro lado, para valores de $\Delta \ll l$ los vórtices que contienen la energía pueden ser completamente modelado por las ecuaciones y entonces no debe usarse un SGS (microescala).

Queda entonces el rango en donde $\Delta \sim l$. Dentro de este intervalo se desconoce cual es el comportamiento de los modelos atmosféricos ya que existe una doble representación de tanto los vórtices que se resuelven como los que se modelan.

En la práctica, el acercamiento para compensar este problema es definir los dominios de modo que se evite usar el modelo en el rango de la *Terra Incognita*.

2.2. Turbulencia Atmosférica y LES

Tomando como antecedente la problemática que induce la turbulencia al intentar solucionar numéricamente las ecuaciones que rigen el comportamiento atmosférico utilizando un enfoque multiescala, en esta sección se describirá brevemente la historia del tratamiento especial que tiene la turbulencia, se introducirá el modelo LES para representar los esfuerzos de submalla y los principales avances en los últimos años.

Los primeros modelos desarrollados para poder estimar el potencial eólico parten en el año 1975, donde Jackson y Hunt presentan su análisis bidimensional para flujo turbulento en terreno complejo, el cual en 1979 fue ampliado a 3D por Mason y Stykes. Estos modelos tienen la particularidad de ser lineales y el beneficio de presentar resultados computacionalmente rápidos para pendientes no mayores a 17° . Estos mismos modelos lineales, mejorados, actualmente se utilizan en códigos comerciales como MS3DJH, MSFD y WAsP.

En forma paralela a los modelos lineales, se fueron desarrollando métodos numéricos para resolver las ecuaciones no lineales. En 1977 Taylor desarrollo un modelo 2D no lineal de diferencias finitas para el flujo sobre una colina pequeña. Entre el 1970 y 1980 el desarrollo de algoritmos para solucionar las ecuaciones RANS fue intensivo y esto resultó en el origen de una gama de modelos de clausura para la turbulencia. El modelo clásico $k - \epsilon$ fue originalmente propuesto en 1974 por Launder y Spalding y entre los años 80s y 90s se formularon varias modificaciones para flujos atmosféricos. En este punto, los modelos RANS presentaban una mejor solución en términos de la aceleración en la cima de las colinas y el comportamiento aguas abajo de estas.

Luego, desde los años 90s, la técnica de simulación de grandes vórtices (LES) se ha estado aplicando a la capa límite planetaria sobre terreno plano homogéneo. El argumento a favor de la utilización del LES es que con el incremento de la potencia computacional y el refinamiento de las mallas, eventualmente se debería llegar a soluciones que sean independientes del modelo de clausura para la turbulencia. Si bien esto es teóricamente correcto, el terreno real posee rugosidad y por lo tanto se requieren modelos de pared avanzados. Estos modelos aún son dependientes del tipo de parametrización que se escoja en el método numérico.

Las simulaciones LES en terreno real entonces, se ven enfrentadas a, por lo menos, dos grandes problemas: el elevado costo computacional asociado a los tamaños de malla y el acoplamiento entre la cercanía de la pared, altamente parametrizada, con la región exterior resuelta.

A pesar de los desafíos que debe superar el LES, su potencial para modelar flujos

a través de colinas ha sido altamente reconocido. Diversos autores han modelado correctamente el campo de viento en la colina Askeverin (Chow y Street, 2009; Bechmann y Sørensen 2010b) y cerros sinusoidales (Brown et al. 2001; Wan et. al. 2007), sin embargo pocos estudios en terreno complejo real existen.

2.3. Alta Resolución y Terreno Complejo

Como motivación, se comienza esta sección haciendo una pequeña derivación de la importancia de una correcta estimación de la velocidad del viento. Luego se expondrán los consensos tomados el año 2012 por el *HiRCoT Workshop* (High Resolution Modelling in Complex Terrain), los cuales resumen de muy buena forma las bases y desafíos actuales sobre este tema particular y que tienen especial importancia en el trabajo a desarrollar.

2.3.1. Importancia de la Estimación del Viento

Para tener un acercamiento a la importancia de la correcta estimación del viento, consideremos la energía cinética del viento. Para un área arbitraria de magnitud A en un tiempo t se tiene:

$$E_k = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}(AVt\rho)V^2 = \frac{1}{2}At\rho V^3 \quad (2.3.1)$$

Donde ρ es la densidad del aire y V es la rapidez del viento. AVt es entonces el volumen de aire pasando por el área A que se define como normal a la dirección de la velocidad del viento V . La potencia del viento (energía por unidad de tiempo) para el caso de una turbina eólica queda definida entonces como:

$$P = \frac{E_k}{t} = \frac{1}{2}A\rho V^3 \quad (2.3.2)$$

Donde A pasa a ser ahora el área del rotor de la turbina. La potencia del viento, es entonces, proporcional al cubo de la velocidad del viento.

Se puede derivar la ecuación anterior para hallar una relación entre los errores relativos de las dos variables de interés. Derivando la ecuación anterior se obtiene:

$$dP = \frac{1}{2}A\rho \cdot d(V^3) = \frac{3}{2}A\rho V^2 dV \quad (2.3.3)$$

Y dividiendo ahora por la potencia eólica:

$$\frac{dP}{P} = 3 \frac{dV}{V} \quad (2.3.4)$$

Lo que significa que un error relativo (o porcentual) en una estimación de la velocidad del viento, conlleva a un error el triple mas grande para la potencia que se podría generar.

Anteriormente ya se había hablado de la relación que existe entre la complejidad del terreno y la velocidad del viento. Los fenómenos asociados a la orografía y las no linealidades provocan que la predicción del viento en estas zonas sea especialmente difícil.

Como consecuencia, es de especial interés analizar las problemáticas que induce el terreno complejo y definir las maneras de como abordarlas.

2.3.2. Problemáticas de la Simulación de Alta Resolución

El año 2012 se llevo a cabo en Viena, el primer *HiRCOT Workshop*, instancia que reunió a académicos y personas de la industria a debatir activamente sobre las problemáticas y avances existentes con respecto a la modelación atmosférica a alta resolución (Arnold et al., 2010).

El concepto de alta resolución, se debe entender en el sentido de una resolución que está por sobre aquella definida por los desarrolladores para utilizar los modelos. A priori se podría decir que un modelo atmosférico con una resolución de malla menor a 1 [km] entra en esta categoría.

Dentro de los objetivos específicos definidos en este workshop se incluyen: la identificación de problemas asociados a la simulación numérica en terreno complejo y el mapeo de las posibilidades de como manejar estos, por lo tanto las conclusiones emanadas de ese taller sirven como buenos cimientos para este trabajo de tesis.

A continuación se presenta un resumen de los cuatro aspectos estudiados en el workshop y que se deben tener en consideración a la hora de realizar una simulación atmosférica a alta resolución y para la lectura de esta tesis.

Aspecto 1: Problemas Computacionales

Tomando en consideración que existen casos demostrados en donde la alta resolución es una necesidad para simular realísticamente fenómenos meteorológicos asociados a las escalas sinópticas y mesoscala, queda claro que, para desarrollar simulaciones a alta resolución en terreno complejo, se debe asumir un cierto compromiso computacional. El

wokrshop identifica 2 temas principales: los relacionados a los tiempos de simulación y aquellos relacionados al rendimiento I/O del código.

Con respecto al tiempo de simulación, se abordó el tema de como impacta en este el hecho de llevar una simulación con resolución de 9 [km] a 1 [km]. Si se mantienen los límites de los dominios numéricos constantes, el aumento en la resolución de la malla traerá consigo un aumento de la cantidad de puntos necesarios para simular. Por otro lado, este refinamiento también exigirá un paso de tiempo menor para evitar la violación de la condición CFL. En el mejor de los casos entonces, pasar de una resolución de 9 [km] a 1 [km] en la cual la primera se demore, por ejemplo, 1 hora, implicará que la simulación a alta resolución se va a demorar aproximadamente 1 mes. Actualmente no existen maneras de reducir este aumento considerable en los tiempos de cálculo y por lo tanto pasa mas a ser un limitante en el diseño experimental. Pequeñas mejoras se pueden obtener si se adopta el uso de un paso de tiempo adaptativo, pero esto puede crear incongruencias en los tiempos de obtención de resultados del modelo, en especial para la aplicación de asimilación de datos. La paralelización de procesos también puede ayudar bastante, sin embargo para el análisis de este caso, ambas simulaciones estuvieron masivamente paralelizadas.

Con respecto al rendimiento en I/O, y que tiene especial relación con lo descrito en el párrafo anterior, el aumento en la cantidad de puntos de malla, y la disminución en el paso de tiempo, significa un aumento considerable en término de memoria para cada uno de los procesos con los que se ejecuta el código. En la arquitectura del WRF (y en la mayoría de los modelos atmosféricos) el cálculo se paraleliza en tantos procesos como procesadores se disponga utilizando un paradigma de maestro/esclavo en donde un único proceso maestro es el encargado de ejecutar las funciones de entrada/salida del modelo. A grandes rasgos el aumento de los puntos de malla no afecta tanto a los procesos que son esclavos, pero el proceso maestro si sufre de un cuello de botella al ser el encargado de leer y ubicar todas las variables globales a cada proceso. Como ejemplo académico, consideremos un dominio de 448 millones de puntos ($4000 \times 4000 \times 28$) en un servidor con 75 nodos de 4 núcleos cada uno. En este ejemplo cada proceso usará un total de 1.9GBytes, sin embargo el proceso maestro requerirá un extra de 1.8GBytes para las funciones de I/O, pudiendo ser un potencial punto de falla. En la actualidad se están desarrollando nuevos formatos y paradigmas para facilitar la paralelización de este tipo de tareas, sin embargo una implementación de estos no se ve en el corto plazo.

Aspecto 2: Problemas Numéricos

Corresponden a las problemáticas asociadas a la discretización por la implementación de los esquemas numéricos para resolver las ecuaciones que rigen el comportamiento atmosférico. Se identificaron 5 grandes grupos:

- Precisión
- Estabilidad
- Difusión numérica (explícita e implícita)
- Coordenadas
- Necesidad de Benchmark

El éxito de una simulación a alta resolución dependerá fuertemente del conocimiento de los aspectos técnicos relacionados a uso de los esquemas numéricos en el modelo a usar. Como base, la gran mayoría de los modelos atmosféricos utiliza un esquema de diferencias finitas y la integración temporal se hace de manera explícita. Esta selección en el modo de integrar numéricamente limita en gran medida la estabilidad del esquema ya que no se debe violar la condición CFL. La implementación de un esquema implícito permite ganar estabilidad, en el sentido de la condición CFL, sin embargo las numéricas se complejizan y la resolución implica ahora solucionar una ecuación elíptica la cual es difícil de paralelizar en super computadores.

La presencia de terreno complejo por otra parte, incentiva la aparición de ruido numérico debido al desarrollo de perturbaciones de alta frecuencia las cuales desafían la precisión del esquema de advección, los gradientes de presión y la consistencia de los términos métricos. Para evitar esto se suele suavizar el terreno, aunque para el caso de una simulación a alta resolución esto no es deseable ya que se pierde una parte sustancial de la fineza del terreno, que es lo que se quería ganar en primer lugar.

Precisión Se entiende como precisión, el orden con el cual se reducen los errores de truncación debido a un refinamiento temporal o espacial. Mejores esquemas numéricos implican una mejor precisión, sin embargo son mas costosos computacionalmente. Para simulaciones a alta resolución en terreno complejo, los datos utilizados para inicializar el modelo ya vienen con una resolución propia de los instrumentos de medición usados. Estos datos pueden ensuciar la precisión formal que tenga un cierto esquema numérico debido a que los errores inducidos por los datos predominaran por sobre aquellos del modelo. De ahí que para este tipo de simulaciones, la utilización de esquemas de alto orden no se presenta como un beneficio tan tangible.

Estabilidad Como se habló anteriormente, debido a la predominancia de los esquemas explícitos, los modelos de NWP están sujetos a criterios de estabilidad numérica. El primer criterio es el CFL, asociado a la advección, donde se debe cumplir que:

$$\frac{c\Delta t}{\Delta x} < \beta_a \quad (2.3.5)$$

Donde c es la rapidez de propagación física de una señal y β_a es un coeficiente que depende de la discretización. El otro criterio importante es el asociado a la difusión, el cual se escribe como:

$$\frac{M\Delta t}{\Delta x^2} < \beta_d \quad (2.3.6)$$

Acá M es un coeficiente de difusión y β_d es otro coeficiente que depende de la discretización. Notar que en este segundo criterio, el valor escala de manera cuadrática con Δx , lo que implica que Δt deberá disminuir proporcionalmente a Δx^2 para mantener estable la integración de los términos difusivos. En simulaciones estándar, es común usar un coeficiente de difusión que escala según Δx^2 (Smagorinsky por ejemplo), luego este criterio es más vulnerable a ser violado a muy alta resolución.

Algunas técnicas prácticas que se utilizan para evitar las inestabilidades incluyen el uso de pasos de tiempo adaptativos que impidan el no cumplimiento de los criterios antes mencionados o el uso de amortiguamiento para la componente w de la velocidad, que es la más crítica en la simulación de terreno complejo. El uso de amortiguamiento genera soluciones no físicas y por lo tanto no está bien visto por la comunidad científica.

Difusión Numérica La difusión artificial (o numérica) o disipación artificial es la amortiguación sucesiva de perturbaciones como consecuencia de las propiedades del método numérico. De la misma manera en la que actúa la difusión física, las variaciones de las escalas pequeñas se tienden a suavizar. Esto puede ser provocado implícitamente debido a la diferenciación espacial o explícitamente como un término en las ecuaciones resueltas. Este es un fenómeno complejo y generalmente el manejo de este se encarga a los diseñadores de los núcleos dinámicos de los modelos. A nivel de usuario, una regla práctica es saber que aquellos esquemas espaciales que son de orden par poseen una mayor difusión que aquellos de orden impar, por ende se prefiere el uso de estos últimos.

La difusión artificial posee algunos aspectos positivos, puede mantener bajo control el ruido numérico que se provoca a pequeñas escalas, sin embargo, si existe mucha difusión numérica toda una simulación realizada a alta resolución puede verse suavizada debido al efecto de esta y podría no rescatarse el comportamiento debido al terreno complejo.

Para ámbitos operativos, se prefiere no utilizar difusión horizontal explícita o realizarla

solo en coordenadas reales. La difusión implícita es más difícil de controlar, pero esta no afecta de gran manera al comportamiento sobre terreno complejo a no ser para grandes magnitudes del viento.

Coordenadas Para solucionar las ecuaciones que gobiernan el comportamiento atmosférico, los modelos NWP utilizan sistemas coordinados no necesariamente Cartesianos. La mayoría de los modelos utiliza sistemas que persiguen la forma del terreno, entre los que se pueden nombrar:

- Coordenadas “sigma” de presión o coordenadas de altura.
- Coordenadas curvilíneas adaptadas al borde.
- Coordenadas Cartesianas con el método de frontera inmersa.

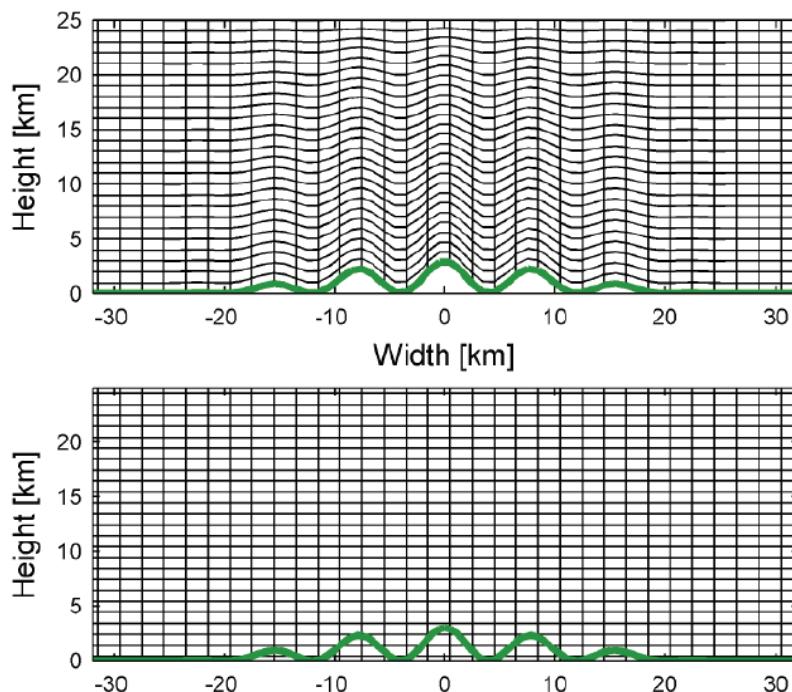


Figura 2.4: Comparación entre las coordenadas usuales sigma (arriba) y el método de frontera inmersa (abajo).

La transformación de coordenadas naturales a curvilíneas provoca en las ecuaciones gobernantes la aparición de términos métricos, los cuales son difíciles de manejar en pendientes abruptas, pero permite captar bien la forma del terreno. Por otra parte el uso del método de la frontera inmersa no incluye cambio en las ecuaciones pero en manejo de las celdas que están parcialmente ocupadas por orografía no es una tarea computacional sencilla.

Si bien, para cualquiera de estos dos casos existen problemáticas computacionales que no son fáciles de solucionar, la más limitante en la actualidad es el manejo de las pendientes abruptas y la exigencia que esto significa en la resolución de malla vertical y la aritmética de grandes diferencias de presión. Por lo tanto, el pronóstico de la comunidad, es a migrar a un sistema coordenado cartesiano utilizando el método de frontera inmersa u otros métodos similares en la cercanía del terreno, como la aproximación de pared delgada (Steppeler et. al., 2002) o el método de unión de celdas (Yamazaki y Satomura 2010,2012).

Benchmarking La existencia de benchmarks (casos de comparación) es clave para este tipo de simulaciones. Lo que se posee actualmente son casos ideales de colinas gausianas para el estudio de ondas de montañas, casos en donde se poseen soluciones analíticas para comparar. Este tipo de casos se justifica actualmente solo en contextos muy simples y por lo tanto se está llevando a cabo el esfuerzo de generar una mayor cantidad de casos y datos para comparar que tengan relación con el terreno complejo a alta resolución. Lo que se espera en el futuro incluye:

- Casos reales donde se posean una gran cantidad de observaciones tridimensionales a alta resolución.
- Integración temporal a largo plazo para casos reales que puedan ser usados para revisiones estadísticas.
- Además del flujo medio, tener información sobre las variables de segundo orden tales como los flujos de momentum y radiación.

Aspecto 3: Parametrizaciones de Capa Límite

Los fenómenos asociados a la capa límite y a la mezcla a nivel de superficie son generalmente parametrizados en base al conocimiento de la turbulencia homogénea en terreno plano (por ejemplo, la teoría de similaridad) y bajo condiciones óptimas (estratificación cuasi-estable). Estas condiciones no son las que se encuentran en terreno complejo. Las parametrizaciones clásicas de capa límite funcionan bien hasta mallas del orden de los kilómetros, bajo este rango su aplicación se torna cuestionable.

Con respecto a la alta resolución de la malla, los modelos numéricos actuales utilizan dos acercamientos para resolver la turbulencia:

- a. *Promedio de Ensamble*: Las ecuaciones de Navier-Stokes son descompuestas en una componente media y una componente fluctuante (descomposición de Reynolds). La turbulencia queda completamente parametrizada en función de las

variables del flujo medio (en la llamada parametrización de capa límite). Por definición, todas las variables del modelo son valores promedios.

- b. *Simulación de Grandes Vórtices*: Mas conocido por sus siglas en inglés LES (*Large Eddy Simulation*). En esta, las ecuaciones de Navier-Stokes son filtradas con un largo del filtro ubicado dentro del rango inercial del espectro turbulento. De esta manera, el modelo resuelve solamente los grandes vórtices y solo la turbulencia de pequeña escala, considerada isotrópica, es parametrizada. Las variables de salida de un modelo LES son, en principio, instantáneas, pertenecientes a una realización específica de un proceso aleatorio.

Convenientemente, las ecuaciones pronósticas del flujo medio atmosférico para estos dos acercamientos son, idénticos. La diferencia radica en el detalle en como se obtiene la clausura del término turbulento.

Uno de los problemas relevantes, es que la parametrización usual para el promedio de Reynolds es unidimensional, en el sentido que solamente considera los flujos turbulentos verticales, calculados en función de las condiciones de una sola columna en la malla; mientras que para terreno complejo, las estructuras turbulentas son completamente tridimensionales. A medida que la malla se va volviendo mas pequeña, los flujos turbulentos horizontales y la advección de energía cinética turbulenta (en adelante TKE) se va volviendo mas importante y además se vuelve cuestionable el conocimiento de las estructuras turbulentas que son efectivamente parametrizadas y las que son efectivamente resueltas.

En los dominios del LES (mallas bajo el kilómetro), los flujos turbulentos relacionados a los grandes vórtices y la producción de TKE comienzan a ser explícitamente resueltos. En esta zona, el LES ha sido raramente probado en terreno complejo y además aún presenta varios problemas abiertos. Considerando el acercamiento usual de utilizar dominios anidados para obtener condiciones de borde realistas, un dominio pequeño LES debe estar anidado a otro mas grande sin LES. La unificación de estos dos dominios no es una tarea sencilla ya que presenta una serie de problemas, entre ellos: (a) el ruido generado en los bordes del dominio anidado, (b) el *spin-up* necesario para que el dominio LES represente adecuadamente la turbulencia, y (c) el tamaño de los dominios de tal forma que los efectos de borde queden fuera de la región de interés.

Junto con esto, se debe tener en cuenta también que, el conocimiento actual sobre la turbulencia en terreno complejo (i.e. las características que el modelo numérico debiese reproducir) es bien limitado y por lo tanto todos los desarrollos en aspectos numéricos deben ir de la mano con esfuerzos experimentales para obtener mejores observaciones.

Todo lo antes expuesto demuestra que, la utilización de LES en terreno complejo es un tema popular y de interés para la comunidad de modelación atmosférica.

Con respecto a la interacción entre las parametrizaciones de capa límite y los procesos de superficie, se han identificado las siguientes problemáticas:

- a. Radiación: Es necesario modificar los modelos para considerar los efectos de las pendientes y de las sombras en topología compleja, en especial para las simulaciones a alta resolución. Si bien, la implementación de estos algoritmos son simples, la utilización en sistemas en paralelo se complica debido a que se necesita el cálculo de efectos de sombra no locales que en mallas muy finas pueden significar una gran cantidad de puntos.
- b. Validez de la teoría de Monin-Obukhov: La teoría de similaridad se genera en base a información en terreno plano y homogéneo, y, a priori, no se conoce hasta que punto puede ser aplicada a terreno complejo. Se discuten dos problemáticas de esto: (i) la suposición de homogeneidad horizontal (la cual, para simulación a muy alta resolución no debiese ser el problema dominante) y (ii) el intercambio de momemtum: la mayoría de los modelos parametrizan el intercambio de momemtum solamente en función del esfuerzo de corte. De manera general, un buen modelo de superficie debiese tomar en consideración la tridimensionalidad y la heterogeneidad espacial de la turbulencia en terreno complejo.
- c. Albedo, Nieve, Humedad del Suelo: Estos parámetros son muy importantes para flujos inducidos térmicamente, energía y balance de agua. Los modelos de suelo generalmente son unidimensionales, pero en terrenos montañosos es necesario que sean bi o tridimensionales. También, debe ser necesario un acoplamiento entre el modelo atmosférico y modelos hidrográficos o de nieve para tener resultados correctos.
- d. Desviación de Viento Superficial: Los modelos generan magnitudes para el viento en la superficie demasiado elevadas para terreno plano y valles, debido a que la topografía de submalla no resuelta causan esfuerzos superficiales que no son representados. Varios modelos solucionan esto agregando un término de esfuerzo o aumentando el largo de rugosidad, dependiendo de la varianza de la elevación de submalla. El primero de estos métodos es recomendado debido a que cambiar la longitud de rugosidad tiene efectos colaterales en los flujos de calor y humedad.
- e. Arrastre por Ondas de Gravedad: En terrenos montañosos, el arrastre por ondas de gravedad, representan una componente importante del flujo de momemtum de submalla para las corrientes jet. En los modelos, para que esto se considere, deben ser tomados en cuenta los efectos direccionales de submalla.

Finalmente, los esfuerzos para los futuros avances en las parametrizaciones de capa límite, que serán aquellos que se utilizarán en los modelos de la próxima generación, irán enfocados en las siguientes líneas:

- a. Modificaciones a los Esquemas Existentes: Básicamente incorporar variables que hasta ahora no han sido consideradas, como por ejemplo la velocidad vertical para los modelos de microfísicas y considerar una dependencia explícita de la altura, entre otros.
- b. Esquemas Nuevos: Aún se necesita el desarrollo de esquemas nuevos, por ejemplo: parametrizaciones de submalla para efectos de microescala en circulaciones locales, turbulencia y pulsaciones en rotores y tormentas cuesta abajo.
- c. Efecto de la Orografía de Submalla: Para reducir las desviaciones de los perfiles de viento.
- d. Parametrizaciones de Submalla para Modelos de Escala Gruesa.

Aspecto 4: Inicialización y Datos de Entrada

Todos los modelos atmosféricos requieren condiciones iniciales superficiales y atmosféricas, además de condiciones de borde laterales e información estática para los dominios de simulación. Las condiciones iniciales y de borde generalmente vienen dadas por un modelo global. La información estática caracteriza las propiedades y el estado de la superficie, como es: la topografía, el albedo, la categoría de uso de suelo, la fracción de vegetación y la textura del suelo.

La información estática nativa de los modelos estándar tiene a lo más una resolución de 1 [km], por ende, para lograr una correcta simulación a alta resolución y en terreno complejo, es necesario alimentar al modelo con bases de datos de alta resolución.

Para las bases de datos orográficas, debido al peso de las bases de datos, los modelos vienen por defecto con información de a lo más 1 [km] de resolución, como lo es por ejemplo el GTOPO30 USGS (información a 30" de resolución). Para alcanzar la alta resolución se deben incorporar nuevas bases de datos. Existe información disponible desde la *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) con 3" (100 [m]) de resolución y también de ASTER (*Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer*) con 1" (30[m]) de resolución. El problema en ambos es el terreno complejo donde algunas veces hay errores (sombras, cálculo de topografía). Algunas veces, existe información nacional obtenida con escáner láser, pero generalmente no están abiertas libremente. Finalmente, la incorporación de las bases de datos de alta resolución a los modelos atmosféricos no es directa ni sencilla y la instalación de estas puede generar

nuevos problemas.

Con respecto a la información de la superficie del suelo, las bases de datos usuales, por ejemplo la data de USGS (1 [km]), es de los 90s y por lo tanto está desactualizada al no considerar el cambio en la vegetación y la deforestación. Nuevas bases de información, por ejemplo MODIS o CORINE (3'') usan 20 clases para clasificar el suelo, la cual es un límite bajo para caracterizar el terreno, además estas son locales y no globales. La información de la superficie del suelo se utiliza para calcular, entre otros, el albedo, el largo de rugosidad y la vegetación en cada punto de malla. Esta información se puede obtener también de estudios regionales o modelos agro-meteorológicos, sin embargo estos no se adecuan a algún estándar en específico y su incorporación es tediosa.

Para las condiciones iniciales del modelo, tener información adecuada es una precondición para generar simulaciones mesoescala de alta calidad. Generalmente, estas condiciones las provee un modelo operativo global (sinóptico) el cual, por definición, no posee condiciones de borde. Luego, la información de ese modelo debe ser escalada a la malla del modelo mesoescala. Además, dentro de la misma simulación de mesoescala, los campos de los dominios exteriores deben ser escalados en los bordes de los dominios interiores (*nesting*). El escalamiento (o interpolación) se requiere tanto espacial como temporalmente. Los modelos globales utilizan pasos de tiempo típicos de 15 [min], sin embargo el estándar es entregar los resultados en intervalos horarios, por ejemplo 3 [h]. Los modelos mesoescala utilizan pasos de tiempo del orden de los 5 [min] y mucho menor para simulaciones de alta resolución. Las condiciones de borde laterales son creadas entonces por interpolación de los outputs del modelo global (cada 3 horas) a cada 5 minutos generando una serie de tiempo. Debido a la naturaleza de las condiciones, es claro que estas no contienen información física relevante en escalas de tiempo menor a las 3 horas, por lo tanto se deben aplicar un par de medidas cuando se trabaja para dominios donde son relevantes las pequeñas escalas: (i) utilizar una zona de buffer de manera que los bordes laterales estén lejos de la zona de interés meteorológico y (ii) evitar grandes forzamientos orográficos en los bordes, por lo tanto se deben posicionar los bordes de los dominios en zonas alejadas de terreno complejo.

A continuación se listan algunas fuentes de información libres que proveen bases de datos como las descritas anteriormente:

- ASTER GDEM
- STRM data
- GlobCover 2009
- GlobCarbon 2007
- MODIS

- FAO
- HWSD 2009
- ESDB
- ECOCLIMAP-2
- LSA SAF

2.4. Uso Operativo de Asimilación de Datos

falta

Como se verá mas adelante en detalle, el proceso de asimilación de datos corresponde a buscar la mejor estimación del estado de la atmósfera a través de una combinación lineal entre un conjunto de observaciones y el resultado de un modelo. A esta estimación se le llama análisis.

Actualmente la asimilación de datos es ampliamente utilizada para corregir las desviaciones propias de las simulaciones de la dinámica atmosférica para los casos de las escalas globales y sinópticas, ya que para ese rango existen una gran cantidad de datos de acceso libre que se pueden utilizar.

Para este caso, como se busca mejorar la aproximación atmosférica de una zona a muy alta resolución, y en la capa límite, la colección de observaciones que uno pueda poseer siempre va a ser escasa y generalmente va a ser responsabilidad del equipo de modeladores implementar equipos de medición específicos para la zona. Es por esto la investigación acerca de la influencia de la asimilación de datos para estas escalas es limitada e incluso confidencial ya que su aplicación está relacionada con las empresas militares.

Capítulo 3

Marco Teórico

Las bases de esta investigación se encuentran distribuidas en las áreas de la mecánica de fluidos, meteorología, computación científica y matemáticas. En este capítulo se presenta el conjunto de conocimientos mínimos necesarios para comprender la manera en la que el código WRF ejecuta la integración numérica para predecir el comportamiento del viento.

En primer lugar, se introducen las ecuaciones que describen el comportamiento de un fluido a modo de ganar cierta intuición sobre los términos existentes en cada ecuación. Luego se describen aspectos relevantes de estas ecuaciones aplicadas a la atmósfera, para finalmente escribir las ecuaciones primitivas, piedra angular de la modelación atmosférica. Seguido, se presentan los temas de turbulencia, teoría de la capa límite, los fundamentos matemáticos del LES y finalmente el proceso de asimilación de datos.

A lo largo de esta sección, y por simplicidad, se aplicará la notación indicial cada vez que exista un índice repetido en un término, es decir:

$$\sum_{i=1}^3 x_i y_i = x_i y_i \quad (3.0.1)$$

De la misma manera, se utiliza la siguiente notación para las derivadas:

$$\partial_x a = \frac{\partial a}{\partial x} \quad (3.0.2)$$

Utilizando estas dos notaciones, notar que es posible por ejemplo, escribir el operador divergencia como:

$$\nabla \cdot \vec{u} = \partial_i u_i \quad (3.0.3)$$

3.1. Leyes Fundamentales de un Fluido

Sea un medio fluido cualquiera de densidad ρ y campo de velocidad $\vec{v} = (u, v, w) = u_i \vec{e}_i$. Se define la derivada material como el cambio total de una variable a en un elemento diferencial fluido a lo largo de su trayectoria como

$$d_t a = \partial_t a + u_i \partial_i a \quad (3.1.1)$$

La definición de esta derivada permite unificar los enfoques lagrangianos y eulerianos de las leyes de conservación. Al primer sumando de la ecuación se le denomina componente local (como cambia la variable en un punto específico del espacio a lo largo del tiempo) y al segundo se le llama componente advectiva (lo que cambia debido al movimiento de sus vecinos).

3.1.1. Conservación de la Masa

La conservación de la masa queda descrita en el sentido euleriano de la forma:

$$\partial_t \rho + \partial_i (\rho u_i) = 0 \quad (3.1.2)$$

donde el primer término corresponde a la acumulación de masa dentro de un elemento diferencial de fluido, y el segundo, a los flujos de masa por las fronteras.

Cuando las fluctuaciones en la densidad no son elevadas, i.e. no violan la condición de incompresibilidad para el número de Mach ($M < 0,3$), el término de acumulación es de un orden inferior al término asociado a los flujos y por lo tanto puede despreciarse.

La conservación de masa en su forma incompresible se escribe entonces como:

$$\partial_i u_i = 0 \quad (3.1.3)$$

Implicando que el volumen de un elemento diferencial de fluido se mantiene constante en toda su trayectoria material.

3.1.2. Conservación de Momentum

La forma general de la ecuación de conservación de momemtum lineal es de la forma:

$$\rho d_t u_i = \rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i + \partial_j \sigma_{ij} \quad (3.1.4)$$

El lado izquierdo de la ecuación 3.1.4 representa la derivada material de la cantidad de movimiento y por lo tanto su transformación. En el lado derecho están las fuerzas de cuerpo ρg_i (asociadas a las aceleraciones de gravedad, Coriolis o campos electromagnéticos), y los esfuerzos asociados a las fuerzas de superficie $\partial_j \sigma_{ij}$.

Esta ecuación es válida para cualquier medio continuo siempre y cuando existan maneras de determinar el tensor de esfuerzos σ_{ij} .

En específico para un fluido, las fuerzas de superficie vendrán dadas únicamente por la acción de la presión y de la viscosidad de la forma:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.1.5)$$

La conservación de momentum para un fluido queda entonces:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p + \partial_j \tau_{ij} \quad (3.1.6)$$

En el caso de un fluido incompresible, isotrópico, newtoniano y de viscosidad constante, el tensor de esfuerzos viscosos se define a través de su ecuación constitutiva:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu S_{kk}\delta_{ij} \quad (3.1.7)$$

Donde μ es la viscosidad dinámica y S_{ij} es el tensor tasa de deformación,

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i + \partial_i u_j) \quad (3.1.8)$$

Nuevamente, cuando las variaciones de densidad son despreciables ($M < 0,3$) la traza del tensor S_{ij} vale cero. Entonces, la conservación de cantidad de movimiento puede expresarse de la siguiente forma:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p + \mu \partial_{jj} u_i \quad (3.1.9)$$

La ecuación 3.1.9 corresponde a la conocida ecuación de Navier-Stokes.

Para un fluido ideal, es decir $\mu = 0$ se obtiene la ecuación de Euler, que es de la forma:

$$\rho(\partial_t u_i + u_j \partial_j u_i) = \rho g_i - \partial_i p \quad (3.1.10)$$

3.1.3. Conservación de la Energía

En primer lugar, se extrae una ecuación para la energía cinética haciendo una contracción simple de la ecuación 3.1.6 con u_i .

$$\rho \left[\partial_t \left(\frac{u_i u_i}{2} \right) + u_j \partial_j \left(\frac{u_i u_i}{2} \right) \right] = \rho u_i g_i + u_i \partial_j \sigma_{ij} \quad (3.1.11)$$

Se define la energía cinética K como:

$$K = \frac{1}{2} u_i u_i \quad (3.1.12)$$

A través de la regla de la cadena podemos expresar la ecuación 3.1.11 como:

$$\rho d_t K = \rho (\partial_t K + u_j \partial_j K) = \rho u_i g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) - \sigma_{ij} \partial_j u_i \quad (3.1.13)$$

Notar que ahora el segundo término del lado derecho representa el trabajo realizado por las fuerzas de superficie. El primer término corresponde al trabajo realizado por las fuerzas de cuerpo. Reemplazando con la ecuación constitutiva se obtiene:

$$\rho (\partial_t K + u_j \partial_j K) = \rho u_i g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) + p \partial_i u_i - \Phi \quad (3.1.14)$$

El tercer término representa ahora el trabajo por expansión o compresión de un elemento de fluido. Φ es la pérdida de energía cinética por disipación viscosa y es un valor siempre positivo. Se puede demostrar que se puede escribir como:

$$\Phi = \tau_{ij} S_{ij} \quad (3.1.15)$$

La ley general de la conservación de energía se deriva del Teorema de Transporte de Reynolds y en su forma diferencial queda expresada como:

$$\rho d_t (e + K) = u_i \rho g_i + \partial_j (u_i \sigma_{ij}) - \partial_j q_i \quad (3.1.16)$$

Acá e es energía interna y q_i es el flujo de calor. Combinando la ecuación anterior con la ecuación 3.1.14 se obtiene una ecuación de transporte para la energía interna (ecuación de calor) en su forma mas general.

$$\rho (\partial_t e + u_j \partial_j e) = -\partial_i q_i - p \partial_i u_i + \Phi \quad (3.1.17)$$

Para el caso de un gas ideal, la magnitud de Φ es despreciable con respecto al resto

de los términos en la ecuación¹. Se introduce la definición de energía interna.

$$e = C_v T \quad (3.1.18)$$

Se puede demostrar que la ecuación de energía térmica para un gas ideal queda de la forma:

$$\rho C_p d_t T = -\partial_i q_i \quad (3.1.19)$$

El flujo de calor y la temperatura están relacionados a través de la ley de Fourier.

$$q_i = -k \partial_i T \quad (3.1.20)$$

Finalmente, la ecuación de calor para un gas ideal queda de la forma:

$$d_t T = \alpha \partial_{jj} T \quad (3.1.21)$$

Notar la naturaleza difusiva de la temperatura. $\alpha = k / \rho C_p$ es la difusividad térmica.

3.1.4. Ecuación de Estado: Gas Ideal

El acoplamiento de las leyes de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía introducen como incógnitas las variables u_i , ρ , p y T , por lo tanto solo se poseen 5 ecuaciones para 6 variables.

De manera general, la manera en la que se logra la clausura del sistema es a través de la inclusión de una relación de la forma:

$$p = f(\rho, T) \quad (3.1.22)$$

A esta relación de la forma de la Ecuación 3.1.22 se le denomina ecuación de estado.

Para un gas, la clausura del sistema se lleva a cabo incorporando la ecuación de gas ideal:

$$p = \rho R T \quad (3.1.23)$$

De esta forma, el sistema de ecuaciones que generan en conjunto las ecuaciones 3.1.2, 3.1.6, 3.1.17, 3.1.22 forman un sistema cerrado para 6 incógnitas.

¹Si bien los órdenes de magnitud pueden ser muy distintos en las escalas grandes, en la escala molecular la importancia de Φ es indiscutida, ya que es la encargada de “agotar” la energía cinética y transformarla efectivamente en calor, permitiendo la creación de una cascada de energía a través de las escalas espaciales. Este concepto se abordará mas adelante.

3.2. Dinámica Atmosférica

Tomando en consideración las ecuaciones de conservación presentadas en la sección anterior, es fácil deducir el conjunto de ecuaciones que modelan el comportamiento de la atmósfera.

La derivación de estas se puede encontrar en las referencias (Holton, 1992), sin embargo si ya se tiene un instinto físico con respecto a las fuerzas fundamentales explicadas anteriormente no debería ser sorpresiva la forma que toman estas ecuaciones.

Las diferencias entre las leyes deducidas en la sección anterior y la dinámica atmosférica son:

1. Se agregan las aceleraciones de Coriolis y centrífugas debido al marco de referencia no inercial que presenta la rotación de la Tierra.
2. Se incorporan los efectos debido a la curvatura de la Tierra.
3. Se anexa una ecuación de conservación de masa para la humedad en el aire.

Antes de escribir las ecuaciones en su forma final es necesario definir primero algunas variables auxiliares.

3.2.1. Temperatura Potencial

Generalmente en dinámica atmosférica es conveniente escribir la ecuación de conservación de energía en función de una nueva variable para la temperatura que permite entregar mas información acerca del estado térmico del ambiente.

Se introduce entonces la temperatura potencial θ . Corresponde la temperatura de un elemento diferencial de fluido si se expande adiabáticamente hasta una presión de referencia p_s (generalmente la presión atmosférica). Este valor permanece constante para procesos secos y adiabáticos.

$$\theta = T \left(\frac{p_s}{p} \right)^{R/C_p} \quad (3.2.1)$$

La ecuación 3.2.1 es conocida como la relación de Poisson.

Temperatura Potencial Virtual

Siguiendo con la misma lógica del párrafo anterior, es conveniente para estos estudios definir una nueva variable que incluya los efectos de la humedad, debido a que esta altera el comportamiento térmico de la atmósfera. Se define la temperatura potencial virtual θ_v como la temperatura que el aire seco debería tener para igualar la densidad del aire

húmedo a una misma presión. Para aire no saturado la temperatura potencial virtual se calcula como:

$$\theta_v = \theta(1 + 0,61q_v) \quad (3.2.2)$$

Donde q_v es la razón de mezcla del vapor de agua en la atmósfera.

3.2.2. Gradiente de Temperatura

Corresponde a la variación de temperatura con respecto a la altura. Es un parámetro muy importante en meteorología ya que permite clasificar la estabilidad de la atmósfera (la cual se define mas adelante). Se puede desprender una relación entre el gradiente de temperatura y la temperatura potencial tomando el logaritmo de la ecuación 3.2.1, derivando con respecto a z y utilizando la ecuación de gas ideal. Esta relación queda como:

$$\frac{T}{\theta} \partial_z \theta = \partial_z T + \frac{g}{C_p} \quad (3.2.3)$$

Para el caso de una atmósfera en donde θ es constante con respecto a su altura (estabilidad neutra), se obtiene el valor para el gradiente adiabático:

$$-\partial_z T = \frac{g}{C_p} = \gamma_d \quad (3.2.4)$$

El valor de γ_d es de 9,8 [°C/km] y es aproximadamente constante en la parte baja de la atmósfera.

3.2.3. Condiciones de Estabilidad

Se desprende de lo anterior que si la temperatura potencial varía con respecto a la altura, existe una desviación del gradiente de temperatura con respecto a su contraparte adiabática. Se escribe esta desviación como:

$$\frac{T}{\theta} \partial_z \theta = \gamma_d - \gamma \quad (3.2.5)$$

Si $\gamma < \gamma_d$, significa que $\partial_z \theta > 0$ entonces un elemento diferencial de aire que se somete a un desplazamiento adiabático desde su posición de equilibrio va a tender a flotar hacia arriba cuando es desplazado hacia abajo y, de la misma manera, va a tender a flotar hacia abajo si es desplazado hacia arriba, de tal forma que independiente de su perturbación, este va a tender al equilibrio. Para este caso se habla de *atmósfera estable o establemente estratificada*.

Naturalmente, un elemento de fluido sometido a una perturbación en una atmósfera estable va a tener un movimiento oscilatorio hasta su equilibrio. A este movimiento se le denomina oscilación de flotabilidad.

Se puede hallar un valor para la frecuencia característica de estas oscilaciones si se considera la ecuación de conservación de cantidad de movimiento y una aproximación hidrostática frente a un pequeño desplazamiento δz .

La ecuación que modela la oscilación es:

$$d_z^2(\delta z) = -N^2 \delta z \quad (3.2.6)$$

Donde:

$$N^2 = g \partial_z \ln \theta \quad (3.2.7)$$

N es una medida de la estabilidad de la atmósfera.

Notar que la ecuación 3.2.6 tiene como solución general la forma $\delta z = A \exp(iNt)$, por lo tanto si $N^2 > 0$, un elemento de fluido va a oscilar torno al equilibrio con periodo $\tau_N = 2\pi/N$. N es entonces la frecuencia de flotación o frecuencia de Brunt–Väisälä.

Para el caso donde $N = 0$, no existen fuerzas que aceleren un movimiento perturbado y un elemento de fluido estará en equilibrio neutro con un nuevo nivel. Para $N^2 < 0$ (θ disminuye con respecto a la altura), el desplazamiento incrementará exponencialmente en el tiempo.

Como resumen, se puede clasificar la estabilidad atmósferica según los siguientes criterios:

$$d_z \theta > 0 ; \text{ Estable} \quad (3.2.8)$$

$$d_z \theta = 0 ; \text{ Neutra} \quad (3.2.9)$$

$$d_z \theta < 0 ; \text{ Inestable} \quad (3.2.10)$$

Finalmente, para contabilizar el efecto de la humedad, se puede indistintamente reemplazar θ con θ_v en las ecuaciones 3.2.8-3.2.10 para hallar criterios de estabilidad para atmósfera húmeda.

3.2.4. Ecuaciones Primitivas

Considerando todo lo expuesto anteriormente, las ecuaciones que gobiernan el movimiento global de la atmósfera en coordenadas esféricas se escriben como (Warner, 2010):

$$d_t u = \frac{uv \tan \phi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_x p - 2\Omega(w \cos \phi - v \sin \phi) + F_{rx} \quad (3.2.11)$$

$$d_t v = -\frac{u^2 \tan \phi}{a} - \frac{uw}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_y p - 2\Omega u \sin \phi + F_{ry} \quad (3.2.12)$$

$$d_t w = \frac{u^2 + v^2}{a} - \frac{1}{\rho} \partial_z p + 2\Omega u \cos \phi - g + F_{rz} \quad (3.2.13)$$

$$\partial_t T = -u \partial_x T - v \partial_y T + (\gamma - \gamma_d) w + \frac{1}{C_p} d_t H \quad (3.2.14)$$

$$d_t \rho = -\rho (\partial_i u_i) \quad (3.2.15)$$

$$d_t q_v = Q_v \quad (3.2.16)$$

$$p = \rho R T \quad (3.2.17)$$

Donde ϕ es la latitud, a es el radio de la tierra, Ω es la frecuencia de rotación de la tierra, F_r es una fuerza de fricción generalizada, H son las fuentes de calor y Q_v son las fuentes o sumideros de vapor de agua en el dominio.

La ecuación 3.2.16 representa la conservación de masa para el vapor de agua dentro de la atmósfera. Este sistema de ecuaciones es la base y precursor de todos los modelos globales de la atmósfera, los cuales se vienen desarrollando desde los años 50.

3.3. Turbulencia Hidrodinámica

En esta sección se presentará un introducción a las bases teóricas del problema de la turbulencia. No se pretende hacer una definición detallada de todo el problema, es más, hay ciertos aspectos que se omitirán en esta parte, pero que en secciones futuras se presentan por motivo de la cohesión de este documento. Lo que se presenta acá es, mas que nada, un retrato cualitativo de la turbulencia, necesario para poder entender ciertos aspectos de la dinámica del atmósfera. Para mas información se pueden revisar las referencias clásicas (Pope, 2000) (Davidson, 2013) (Mathieu y Scott, 2000).

3.3.1. Aspectos Generales

La gran mayoría de los fluidos en la naturaleza y en aplicaciones industriales se dicen que son turbulentos. En nuestra vida cotidiana estamos tan expuestos a estos que, en general, se tiene una buena intuición de lo que son y por lo tanto este concepto es, a grandes rasgos, aceptado sin mayor discusión. La principal característica de un flujo turbulento es que es aleatorio y que posee distintas escalas. Por ejemplo: un gráfico para la velocidad en función del tiempo se verá bien ruidoso y si se pudiese amplificar una sección de este gráfico, la velocidad se seguirá viendo ruidosa tal como se puede apreciar en la Figura 3.1. Sin embargo, se puede seguir amplificando hasta llegar a una escala en donde la velocidad se comporte de manera suave. Esto mismo se cumple si en vez de considerar el tiempo, se graficara en función de alguna coordenada espacial.

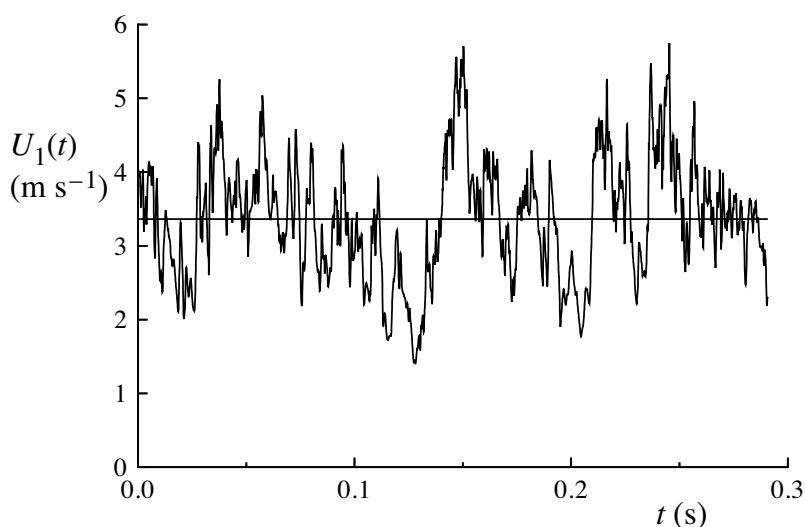


Figura 3.1: Serie de tiempo para una componente de la velocidad en un flujo turbulento.

Para entender el origen de la turbulencia, consideremos el número de Reynolds:

$$Re = \frac{LD}{\nu} \quad (3.3.1)$$

el cual se puede interpretar como el cuociente entre las fuerzas inerciales y viscosas en un fluido. Para un fluido que no es turbulento, o sea, laminar, el número de Reynolds es relativamente bajo y eso significa que la viscosidad predomina en su comportamiento. El rol que tiene la viscosidad acá es relevante, ya que es la encargada de atenuar perturbaciones que se puedan dar en las condiciones iniciales o de contorno. A medida que el número de Reynolds crece, la viscosidad irá perdiendo esta capacidad de atenuar las fluctuaciones y se llegará a un punto en donde estas fluctuaciones comenzarán a amplificarse localmente (se alcanza un número de Reynolds crítico y se entra en la zona de transición). A mayor número de Reynolds aún, es inevitable la presencia de inestabilidades en todo el flujo y es acá en donde se alcanza la turbulencia.

Actualmente no existe una definición formal de turbulencia. Luego, en ausencia de esta, se pueden presentar las principales características asociadas a los flujos turbulentos:

- La turbulencia es un proceso aleatorio
- La turbulencia contiene un amplio rango de diferentes escalas.
- La turbulencia presenta vorticidad aleatoria en pequeñas escalas.
- La turbulencia aparece a altos números de Reynolds.
- La turbulencia disipa energía.
- La turbulencia es un fenómeno del continuo.
- La turbulencia es un fenómeno tridimensional.
- Las grandes escalas de la turbulencia son insensibles a la viscosidad a altos número de Reynolds.

A continuación se presentan dos de los resultados mas relevantes para el trabajo de tesis, con respecto a la teoría de la turbulencia homogénea e isotrópica.

3.3.2. Aleatoriedad y Descomposición de Reynolds

Reynolds en el año 1894 fue el primero en derivar un conjunto de ecuaciones para flujos turbulentos a través de la reconocida descomposición de Reynolds:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.3.2)$$

Es decir, se descompone el campo de velocidad en una componente media y una componente fluctuante, de esta manera las ecuaciones que se solucionan serán aquellas para el flujo medio evitándose el problema de la aleatoriedad².

Aplicando esta descomposición junto con propiedades estadísticas del promedio y la conservación de masa, es posible escribir la ecuación de momentum (despreciando las fuerzas de cuerpo) de Navier-Stokes como:

$$(\partial_t \bar{u}_i + \bar{u}_j \partial_j \bar{u}_i) = \nu \partial_{jj} \bar{u}_i - \frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \partial_i (\bar{u}'_i \bar{u}'_j) \quad (3.3.3)$$

Notar que esta estructura es la misma que en la ecuación 3.1.9 salvo que aparece un nuevo término $\bar{u}'_i \bar{u}'_j$, el cual se le llama **esfuerzo de Reynolds** y corresponde a la covarianza de las velocidades.

El esfuerzo de Reynolds es el que acarrea la información sobre la turbulencia del flujo y tiene la característica de estar no cerrado, en el sentido que debe modelarse en función de las variables conocidas del problema o resolverla escribiendo una nueva ecuación de transporte para esta (introduciendo nuevas variables no cerradas). En dinámica atmosférica, generalmente la clausura se lleva a cabo utilizando esquemas sencillos que se verán en el próximo capítulo.

Con la introducción del tensor de esfuerzos de Reynolds, se puede definir ahora la energía cinética turbulenta k (en adelante TKE) como:

$$k = \frac{1}{2} \bar{u}'_i \bar{u}'_i \quad (3.3.4)$$

3.3.3. Escalas de la Turbulencia

Para entender la manera en la que interactúan las distintas escalas presentes en la turbulencia, primero es necesario comprender el concepto de *cascada de energía*. La idea de la cascada de energía fue introducida por Richardson en 1922, expone que la energía cinética entra a la turbulencia en las escalas mas grandes del movimiento. Esta energía es transferida (por un proceso no viscoso) a escalas cada vez mas pequeñas hasta que, en la escala mas pequeña posible, la energía es disipada por los efectos viscosos.

El mecanismo con el cual se lleva a cabo la cascada es la ruptura continua de vórtices. Los vórtices mas grandes son inestables (poseen un Re elevado) y tienden a romperse en vórtices mas pequeños, estos vórtices continúan rompiéndose hasta que el número de

²El promedio acá se entiende como tanto espacial, temporal o de ensamble; haciendo uso de la teoría ergódica para turbulencia isotrópica homogénea desarrollada.

Reynolds asociado a los vórtices se hace tan pequeño como para que la viscosidad pueda estabilizar sus estructuras.

La importancia de esta idea radica en que la disipación viscosa ocurre solamente al final de todo el proceso. Esta tasa de disipación ϵ debe ser determinada entonces en el inicio de la cascada a través de la transferencia de energía de los vórtices más grandes.

La descripción analítica de las distintas escalas de la turbulencia se hizo por primera vez en 1941 por Kolmogorov a través de la postulación de tres hipótesis:

Hipótesis de Isotropía Local A un número de Reynolds lo suficientemente elevado, los movimientos turbulentos de las pequeñas escalas son estadísticamente isotrópicos.

Primera Hipótesis de Similaridad Para cualquier flujo turbulento a un número de Reynolds lo suficientemente elevado, las estadísticas de los movimientos de las pequeñas escalas tienen una forma universal y dependen solamente de ν y ϵ .

Bajo esta hipótesis, es sencillo demostrar por análisis dimensional que las pequeñas escalas η serán del orden de:

$$\eta \sim \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (3.3.5)$$

Y su relación con las grandes escalas l_0 :

$$\frac{\eta}{l_0} \sim Re^{-3/4} \quad (3.3.6)$$

Segunda Hipótesis de Similaridad Para cualquier flujo turbulento a un número de Reynolds lo suficientemente elevado, las estadísticas de los movimientos de las escalas ubicadas entre $l_0 > l > \eta$ tienen una forma universal y dependen únicamente de ϵ , independiente de ν .

De esta manera, un bosquejo típico log-log de la cascada de energía, se puede ver en la Figura 3.2. Acá se grafica el espectro de energía E en función del número de onda κ , es decir, cómo se distribuye la energía cinética a través de las distintas escalas espaciales ($\kappa \sim 1/l$).

Tal como se explica anteriormente, existen tres zonas dentro de la cascada de energía. La primera, es la zona de producción de energía cinética asociada a los grandes vórtices l_0 . Luego, se ubica el rango inercial, el cual es solo función de la tasa de transferencia de energía y se comporta como una recta. Finalmente, está la microescala o escala de Kolmogorov η donde ocurre la disipación.

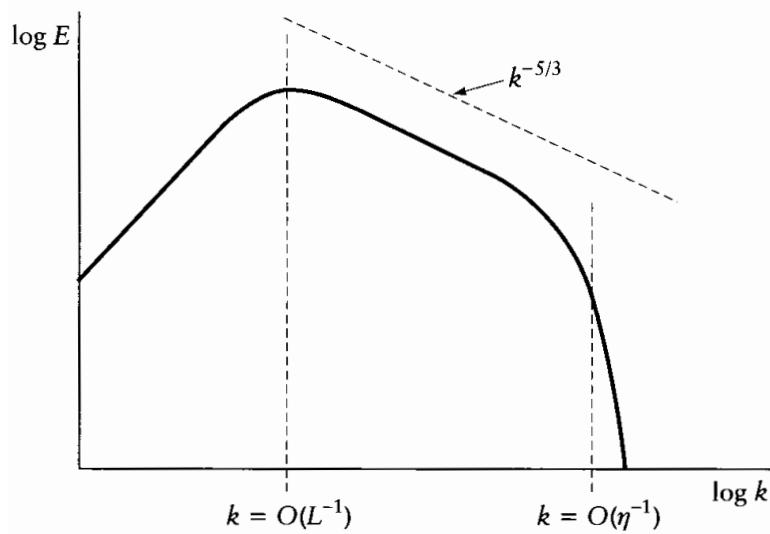


Figura 3.2: Gráfico típico log-log de distribución de energía cinética turbulenta con respecto al número de onda κ para un flujo con un número de Reynolds elevado.

Con respecto a la escala inercial, se puede demostrar por análisis dimensional que:

$$E(\kappa) = C \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (3.3.7)$$

Este resultado nace de las consideraciones en las hipótesis de Kolmogorov. Se tiene entonces que para turbulencia homogénea e isotrópica, la pendiente (logarítmica) de la energía con respecto al número de onda en la escala inercial es universal y constante, y tiene un valor de $-5/3$.

De manera operacional, se puede encontrar el espectro de energía turbulenta haciendo una transformada de Fourier del campo de velocidades³. El par que define esta transformada será:

$$\tilde{u}'_i(\vec{\kappa}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int u'_i(\vec{x}, t) e^{-i\vec{\kappa} \cdot \vec{x}} d^3 \vec{x} \quad (3.3.8)$$

$$u'_i(\vec{x}, t) = \int \tilde{u}'_i(\vec{\kappa}, t) e^{i\vec{\kappa} \cdot \vec{x}} d^3 \vec{\kappa} \quad (3.3.9)$$

El espectro de energía cinética turbulenta se puede expresar en función del número de onda $\vec{\kappa}$ como:

$$\kappa = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \int_0^\infty E(\kappa, t) d\kappa \quad (3.3.10)$$

³Una definición más formal del espectro, a través de las funciones de correlación, se puede ver en (Mathieu y Scott, 2000).

$$E(\kappa, t) = 2\pi\kappa^2 \phi_{ii}(\kappa, t) \quad (3.3.11)$$

$$\phi_{ii} \approx \overline{\tilde{u}'_i \tilde{u}'_i^*} \quad (3.3.12)$$

Acá E es el espectro de energía, ϕ_{ii} es la transformada de Fourier de la llamada función de correlación (que en esta formulación funciona como variable auxiliar) y el superíndice * denota el conjugado.

3.4. Fundamentos de Capa Límite Atmosférica

Se define la capa límite atmosférica (ABL *Atmospheric Boundary Layer* o PBL *Planetary Boundary Layer*) como la parte de la troposfera que está influenciada directamente por la presencia de la superficie terrestre y que responde a las fuerzas superficiales en una escala de tiempo del orden de las horas o menor.

La ABL es altamente variable y se caracteriza por ser turbulenta en la gran mayoría de los casos. Su turbulencia es generada debido al roce con la superficie, la presencia de obstáculos y/o por flotación debido a la temperatura del suelo.

Existe una estructura bien definida para las capas límites atmosféricas que se desarrollan sobre superficies a alta presión, esta estructura es variable en el tiempo, siendo influenciada principalmente por los ciclos diarios de enfriamiento y calentamiento de la superficie por la radiación solar. En la Figura 3.3 se puede ver la evolución de la estructura de la capa límite en las distintas horas del día (para un día estándar) y sus principales componentes.

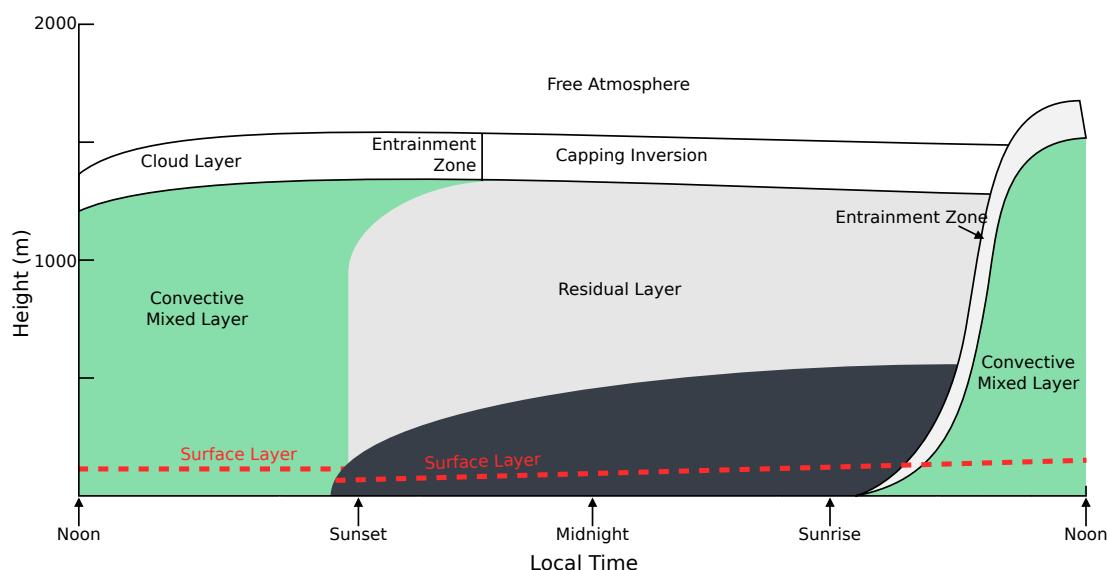


Figura 3.3: Evolución diurna de la estructura de la capa límite.

Como se puede ver, la ABL posee 3 grandes componentes: (a) la capa de mezcla o *mixed layer* (b) la capa residual o *residual layer* y (c) la capa límite estable o *stable boundary layer* (en negro). Además de estas, se reconoce la capa de superficie o *surface layer* que es la región al fondo de la capa límite donde los esfuerzos turbulentos no varían más de un 10 % de su magnitud y que es dominada principalmente por el roce con el terreno. Así, sea cual sea la estructura de la capa límite, el 10 % más cercano a la superficie

va a corresponder siempre a la capa superficial. Finalmente, una capa delgada llamada microcapa o capa de interfaz se ubica en los primeros centímetros de la capa de aire. En esta, el transporte molecular (viscosidad) predomina sobre el transporte turbulento.

Algunas características esenciales de la ABL se mencionan a continuación:

- La humanidad gasta la mayoría de su vida dentro de la ABL.
- Los pronósticos del clima son en verdad pronósticos de la capa límite.
- La polución queda atrapada en la ABL.
- La neblina es creada en la ABL.
- La fuente principal de energía para toda la atmósfera es la radiación solar, la cual, en su mayoría es absorbida por el suelo y transmitida al resto de la atmósfera por los procesos de capa límite.
- Cerca de un 50 % de la energía cinética de la atmósfera es disipada en la capa límite.
- El transporte turbulento de momemtum desde la capa límite a la superficie es el sumidero mas grande de momemtum de la atmósfera.
- Las turbinas eólicas extraen energía de los vientos de la ABL.

3.4.1. Estructuras de Capa Límite

Capa de Mezcla

Se caracteriza por poseer una turbulencia que usualmente es provocada por la convección, aunque es posible que se forme una especie de capa de mezcla en zonas con vientos fuertes. Las fuentes de convección incluyen la transferencia de calor desde la superficie caliente y el enfriamiento por radiación desde la parte superior de una capa de nubes. La primera de estas, crea movimientos de aire caliente ascendentes desde la superficie de la tierra, mientras que la segunda, genera movimientos descendentes de aire frío desde las nubes. Ambos puedes ocurrir simultáneamente.

En días despejados, el crecimiento de la capa de mezcla está unido al calentamiento solar de la superficie. Comenzando aproximadamente media hora después del amanecer, la altura de la capa de mezcla turbulenta empieza a crecer. La característica fundamental de la capa de mezcla es la mezcla intensa de las variable atmosféricas dentro de esta debido a su condición de ser estáticamente inestable a causa del ascenso de aire caliente. La capa de mezcla alcanza su máxima altura después del mediodía.

Los perfiles de temperatura potencial virtual para esta capa suelen ser generalmente adiabáticos debido a la mezcla, mientras que en la capa superficial es normal hallar perfiles superadiabáticos debido a la superficie caliente.

Sobre la capa de mezcla, una capa estable actúa como cubierta de los movimientos ascendentes de aire caliente restringiendo el dominio de la turbulencia. Es la llamada capa de arrastre o *entrainment zone*. Generalmente esta capa es lo suficientemente estable como para que ocurra una inversión térmica y por lo tanto, también se le denomina como capa de inversión.

La rapidez de los vientos dentro de esta capa son subgeostróficos. La parte media de la capa de mezcla presenta un perfil de velocidad que es casi constante (debido a la alta mezcla de momemtum) y un perfil logarítmico en los dominios de la capa de superficie.

Capa Residual

En ausencia de advección de aire frío, aproximadamente media hora antes del atardecer, las corrientes ascendentes calientes dejan de existir y la turbulencia en la capa de mezcla decae. La capa de aire que queda se le llama capa residual. Esta capa es de estratificación neutra, lo que implica que la turbulencia es casi de la misma magnitud en todas las direcciones y su perfil de θ_v es casi adiabático.

Los escalares pasivos que flotaron gracias a la radiación del día se mantendrán en el aire en la capa residual y en el amanecer, cuando la capa de mezcla comienza a arrastrarse con la capa residual, la radiación solar puede provocar reacciones fotoquímicas sobre estos escalares. Esto tiene especial importancia para el caso de la humedad (que se puede considerar a grandes rasgos como un escalar pasivo). En la capa de mezcla la humedad se evapora y quedará retenida dentro de la capa residual, con el pasar de los días, la unificación de la capa residual con la capa de mezcla puede generar formación de nubes en zonas donde, de otra manera, no se podría.

La capa residual no tiene contacto directo con la superficie. Durante la noche, la capa estable aumenta su espesor modificando el fondo de la capa residual. Luego, la capa residual no es afectada por el transporte turbulento de propiedades relacionadas a la superficie y por lo tanto no cae dentro de la definición de lo que se define como capa límite, sin embargo es una estructura dominante de la atmósfera.

Capa Límite Estable

A medida que la noche progresá, la parte inferior de la capa residual se transforma debido al contacto con la superficie en una capa límite estable. Esta se caracteriza por ser estáticamente estable y poseer de manera esporádica turbulencia de baja intensidad. Si bien los vientos a nivel de superficie se vuelven mas tranquilos, por sobre esto, el viento puede acelerar a velocidades supergeostróficas en un fenómeno llamado jet nocturno o

corriente en chorro de bajo nivel.

Mientras que el aire estáticamente estable tiende a suprimir la producción de turbulencia a nivel de superficie, el desarrollo del jet nocturno fomenta el cortante en el viento, lo cual incita la turbulencia lejos de la superficie. Como resultado, existe turbulencia que se manifiesta en ráfagas cortas que generan mezcla a lo largo de la capa límite estable. Durante los periodos no turbulentos, el movimiento del viento se desacopla de la superficie.

El límite superior de la capa límite estable no es fácilmente identificable como lo es en la capa de mezcla, ya que esta se une suavemente a la capa residual. El largo de la capa estable será la altura en donde la turbulencia es solo una pequeña fracción de su valor superficial.

La velocidad del viento en la noche tiene un comportamiento complejo. En las cercanías de la superficie generalmente se tiene un viento leve o incluso calmado. Sobre los 200 [m] el aire puede alcanzar velocidades de entre 10 a 30 [m/s] en el jet nocturno. Unos cuantos cientos de metros mas arriba y la velocidad del viento disminuye, recuperando su valor geostrófico.

Esta capa estable también es posible que se forme en el día siempre y cuando la superficie sea mas fría que el aire que lo rodea, como puede ser el caso de frentes cálidos o zonas cercanas a la costa.

Evolución de la Temperatura Potencial

En la Figura 3.4 se muestra la evolución para la temperatura potencial virtual θ_v a lo largo de un día estándar. Se puede observar que el perfil de θ_v da la información suficiente para reconocer perfectamente la estructura de la capa límite.

En esta figura se usan los siguientes acrónimos:

- FA: *Free Atmosphere*, atmósfera libre.
- ML: *Mixed Layer*, capa de mezcla.
- RL: *Residual Layer*, capa residual.
- SBL: *Stable Boundary Layer*, capa límite estable.
- CL: *Cloud Layer*, capa de nubes.
- SCL: *Subcloud Layer*, capa de subnubes.

3.4.2. Esfuerzos Turbulentos

La turbulencia mezcla momemtum, energía, humedad y contaminantes vertical y horizontalmente. El grado de turbulencia puede ser cuantificado en un término de flujo

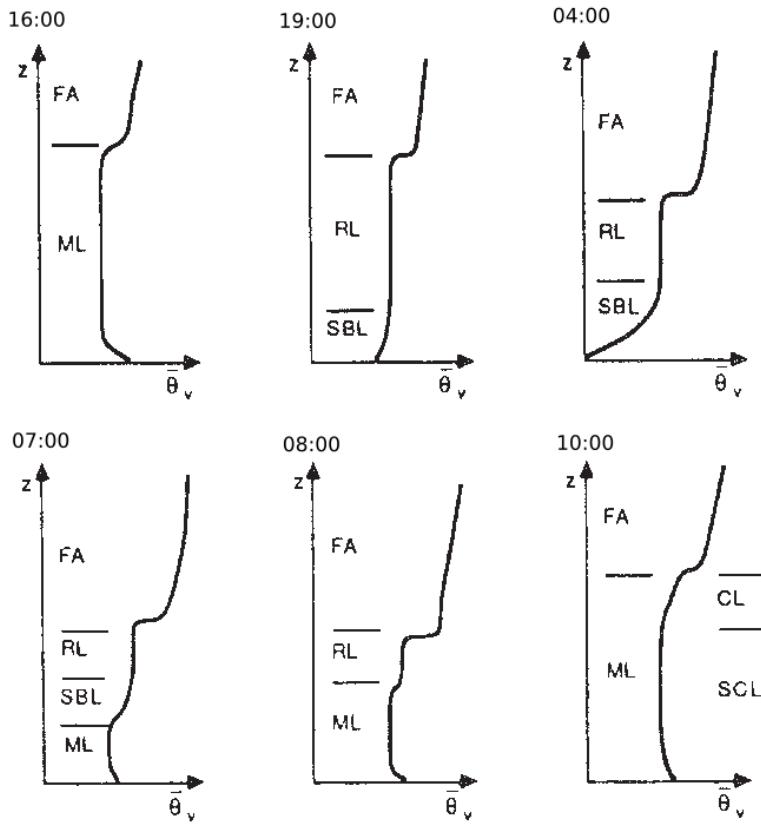


Figura 3.4: Evolución del perfil de θ_v en el ciclo diurno.

turbulento (tal como se detalló en la sección anterior). Para el caso del momemtum horizontal, el flujo turbulento vertical será una función de $\overline{w'u'}$ y $\overline{w'v'}$, que son los flujos turbulentos cinemáticos verticales medios.

Los flujos turbulentos cinemáticos medios son negativamente proporcional a los esfuerzos de Reynolds. Este esfuerzo hará que una parcela de aire sufra una deformación. Consideremos el caso vertical en dirección x : la velocidad w' generará mezcla de la velocidad u' . La mezcla vertical de u' producirá un esfuerzo en la dirección x y normal a z . Este esfuerzo se calcula como:

$$\tau_{R,xz} = -\rho \overline{w'u'} \quad (3.4.1)$$

Ahora, generalmente se quiere saber el esfuerzo total generado por el movimiento horizontal, el cual es relevante a bajas alturas. Se puede demostrar que se puede escribir el flujo turbulento vertical de momemtum horizontal como:

$$|\tau_{R,z}| = \rho [(\overline{w'u'})^2 + (\overline{w'v'})^2]^{1/2} \quad (3.4.2)$$

Coloquialmente a $\tau_{R,z}$ se le conoce también τ_{13} en la literatura, referenciando a 1 como la dirección horizontal del viento y 3 la dirección vertical.

De la misma manera, los flujos turbulentos verticales causan mezcla turbulenta de calor y de humedad desde la superficie. Se pueden anotar estos como:

$$H_f = \rho C_{p,d} (\overline{w'\theta'_v})_s \quad (3.4.3)$$

$$Q_f = \rho (\overline{w'q'_v})_s \quad (3.4.4)$$

Velocidad de Fricción

En el contexto de la parametrización de los esfuerzos turbulentos de la superficie, es conveniente introducir una nueva variable de escalamiento para la velocidad que permita reducir el problema. Esta es la llamada velocidad de fricción. Se calcula como:

$$u_* = \sqrt{\frac{|\tau_{R,z}|}{\rho}} \quad (3.4.5)$$

u_* es una métrica de la turbulencia producida mecánicamente debido al roce, al cortante y a la presencia de protuberancias en el terreno.

Clausura de la Difusión Turbulenta

La formulación de ecuaciones de transporte para los flujos turbulentos introduce mas incógnitas que ecuaciones. Es necesario entonces, buscar una manera de lograr la clausura del problema introduciendo alguna relación adecuada. Para los flujos en la capa superficial, sea de momemtum, calor, humedad, etc., estos suelen ser estimados mediante la aplicación de: (a) fórmulas para el arrastre aerodinámico (orden 0), (b) teoría de similaridad de Monin-Obukhov (orden 0), (c) teoría del transporte gradiente (orden 1) o (d) teorías con formulaciones de orden superior.

En la formulación de arrastre se tiene:

$$(\overline{w'u'})_s = -C_D |\bar{V}_h(z_r)| [\bar{u}(z_r) - \bar{u}(z_{0,m})] \quad (3.4.6)$$

$z_{0,m}$ es el largo de rugosidad para la similaridad de momemtum. Notar que $\bar{u}(z_{0,m}) = 0$ por definición. z_r es una altura de referencia (generalmente 10 [m]) y C_D es el coeficiente de arrastre a la altura de referencia.

En la formulación de transporte gradiente se tiene un coeficiente de difusión turbulento

de la forma:

$$K_{m,zx} = -\frac{(\overline{w'u'})_s}{\partial \bar{u}/\partial z} = C_D |\bar{V}_h(z_r)| (z_r - z_{0,m}) \quad (3.4.7)$$

Las teorías de arrastre aerodinámico y de transporte gradiente son bien conocidas en el área de la mecánica de fluidos y por lo tanto no trae mayor beneficio el detallarlas acá. Por otro lado, la teoría de similaridad de Monin-Obukhov presenta una mayor intuición acerca del comportamiento de la capa límite y es relevante presentar sus fundamentos, ya que en base a esta se desarrollan la mayoría de los solvers atmosféricos.

Teoría de Similaridad de Monin-Obukhov

Se habla de teoría de Monin-Obukhov al referirse a la aplicación de la teoría de similaridad (grupos adimensionales) a la capa límite atmosférica considerando tantos los efectos de roce, como los efectos de flotación.

Una primera relación adimensional que nace de este acercamiento es el gradiente de viento adimensional:

$$\frac{\phi_m}{\kappa} = \frac{z}{u_*} \frac{\partial |V_h|}{\partial z} \quad (3.4.8)$$

Donde ϕ_m es un valor que se calcula en función de z/L , siendo L es el largo de Monin-Obukhov. κ es la constante de Von Karman (usualmente 0,4). Businger et al. (1971) presenta la función de ϕ_m de la forma:

$$\phi_m = \begin{cases} 1 + \beta_m \frac{z}{L} & \frac{z}{L} > 0 \text{ estable} \\ (1 - \gamma_m \frac{z}{L})^{-1/4} & \frac{z}{L} < 0 \text{ inestable} \\ 1 & \frac{z}{L} = 0 \text{ neutral} \end{cases} \quad (3.4.9)$$

Acá β_m y γ_m son constantes en función del valor de κ que se use (Jacobson, 2005).

El largo de Monin-Obukhov L es una altura proporcional a la altura a la cual la producción de turbulencia debido a la flotación comienza a dominar por sobre la producción debido a efectos mecánicos. Matemáticamente,

$$L = \frac{u_*^3 \bar{\theta}_v}{\kappa g (\overline{w'\theta'_v})_s} = \frac{u_*^2 \bar{\theta}_v}{\kappa g \theta_*} \quad (3.4.10)$$

La segunda igualdad es obtenida sustituyendo por la siguiente relación de similaridad,

$$(\overline{w'\theta'_v})_s \approx -u_* \theta_* \quad (3.4.11)$$

Acá se introduce θ_* que es una variable de escalamiento para la temperatura potencial⁴. θ_* es proporcional a la diferencia vertical de temperatura potencial. A mayor valor de $\bar{\theta}$ en la cercanía de la superficie, más negativo será el cambio de temperatura potencial con respecto a la altura y por ende mas inestable será la atmósfera. Para este caso L será negativo pero de un valor pequeño (es inversamente proporcional a θ_*). Si L es pequeño y negativo, z/L es negativo y grande. Estos valores de z/L corresponden a atmósferas inestables debido a la flotación. Análogamente, valores positivos de z/L corresponden a atmósferas estables.

Evidentemente, la introducción de θ_* permite escribir relaciones de similaridad para el perfil de θ de la forma:

$$\frac{\phi_h}{\kappa} = \frac{z}{\theta_*} \frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial z} \quad (3.4.12)$$

$$\phi_h = \begin{cases} Pr_t + \beta_h \frac{z}{L} & \frac{z}{L} > 0 \text{ estable} \\ Pr_t(1 - \gamma_h \frac{z}{L})^{-1/2} & \frac{z}{L} < 0 \text{ inestable} \\ Pr_t & \frac{z}{L} = 0 \text{ neutral} \end{cases} \quad (3.4.13)$$

Pr_t es el número de Prandtl turbulento, calculado como la razón entre los coeficientes de difusión turbulentos de momemtum K_m y de energía K_h . Para $\kappa = 0,4$ se estima un valor de $Pr_t \approx 0,95$.

Todo este desarrollo permite escribir los coeficientes de difusión turbulenta en función de la teoría de similaridad como,

$$K_{m,zx} = \frac{\kappa z u_*}{\phi_m} \quad (3.4.14)$$

$$K_{h,zx} = \frac{\kappa z u_*}{\phi_h} \quad (3.4.15)$$

Finalmente, utilizando la teoría de similaridad es posible derivar los perfiles verticales de viento y temperatura potencial virtual (humedad también, pero se ha omitido en este desarrollo). Integrando las ecuaciones 3.4.8 y 3.4.12 se tiene que:

$$|\bar{V}_h(z)| = \frac{u_*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{0,m}} - \psi_m \right) \right] \quad (3.4.16)$$

$$\bar{\theta}_v(z) = \bar{\theta}_v(z_{0,h}) + Pr_t \frac{\theta_*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{0,h}} - \psi_h \right) \right] \quad (3.4.17)$$

⁴Se omitirá la manera de aproximar θ_* en este documento, sin embargo se motiva al lector a leer la referencia (Jacobson, 2005) si desea conocer mas al respecto.

Donde:

$$\psi_m = \int_{z_{0,m}}^z (1 - \phi_m) \frac{dz}{z} ; \quad \psi_h = \int_{z_{0,m}}^z (1 - \phi_h) \frac{dz}{z} \quad (3.4.18)$$

Son las funciones de influencia para momemtum y energía que permiten adecuar el perfil logarítmico según la estratificación.

Para condiciones neutras se tiene que $\phi_m = 1$ y el perfil de viento horizontal se reduce a su forma:

$$|\bar{V}_h(z)| = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_{0,m}} \quad (3.4.19)$$

la cual es una fórmula clásica para estimar la velocidad del viento dentro de la capa límite.

3.4.3. Ecuación de Energía Cinética Turbulenta

La ecuación de transporte que rige el comportamiento del TKE se puede escribir de la siguiente forma (Stull, 1988):

$$\partial_t k + \bar{u}_j \partial_j k = \delta_{ij} \frac{g}{\theta_v} \bar{u}'_i \bar{\theta}'_v - \bar{u}'_i \bar{u}'_j \partial_j \bar{u}_i - \partial_j \bar{u}'_j k - \frac{1}{\rho} \partial_i \bar{u}'_i p' - \varepsilon \quad (3.4.20)$$

Donde ε es la disipación viscosa de energía cinética turbulenta:

$$\varepsilon = \nu (\bar{\partial}_j u'_i \bar{\partial}_j u'_i) \quad (3.4.21)$$

Para ganar intuición acerca de los distintos términos presentes en la ecuación, es conveniente tomar un sistema coordenado alineado con la dirección del viento medio y asumir homogeneidad horizontal, además se desprecia la advección relacionada a la componente vertical. De esta manera una forma especial del balance de TKE se puede escribir como:

$$\partial_t k = \frac{g}{\theta_v} \bar{w}' \bar{\theta}'_v - \bar{u}' \bar{w}' \partial_z \bar{u} - \partial_z \bar{w}' k - \frac{1}{\rho} \partial_z \bar{w}' p' - \varepsilon \quad (3.4.22)$$

I II III IV V VI

El significado físico de cada término es:

- I. Acumulación local o tendencia de TKE.
- II. Producción o consumo debido a flotación.
- III. Producción mecánica por cortante.
- IV. Transporte turbulento de TKE.

V. Correlación de presión, describe la distribución de TKE debido a perturbaciones de presión (por flotación o ondas de gravedad).

VI. Disipación de TKE.

Como síntesis, la turbulencia es disipativa. El término VI existe siempre que el TKE no sea cero. Físicamente, esto significa que la turbulencia tiende a decaer y desaparecer a través del tiempo, a no ser que sea creada localmente o transportada por el flujo medio o procesos turbulentos o de presión. Luego, el TKE no es una cantidad que se conserva. La capa límite puede ser turbulenta solo si existen ciertos procesos físicos generando esta turbulencia.

Las Figuras 3.5, 3.6 y 3.7 (Stull, 1988) representan la distribución de TKE y el balance de los términos de la ecuación de TKE⁵ para distintas horas de un día según simulaciones de varios autores. Estos gráficos y valores servirán de referencia a los valores obtenidos en los resultados de los experimentos de esta tesis.

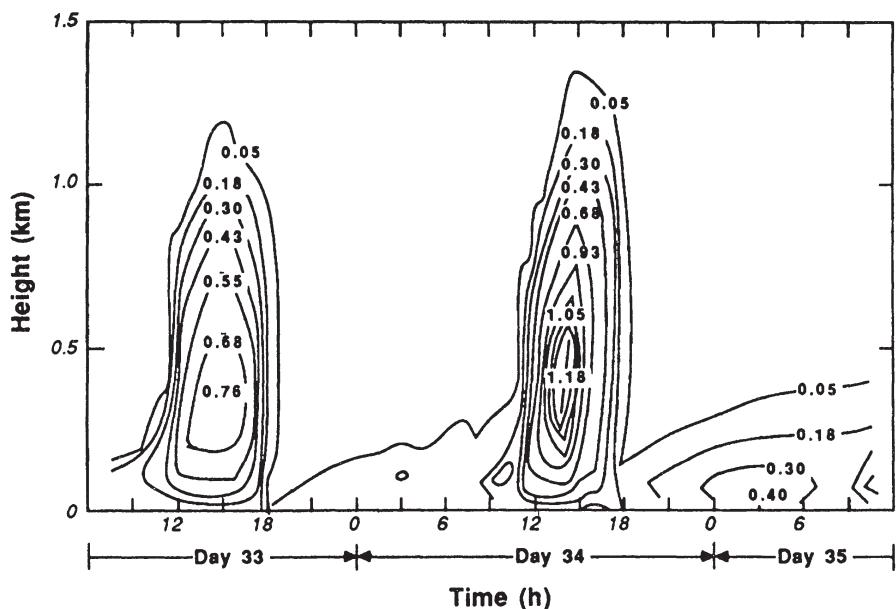


Figura 3.5: Variación espacial y temporal de TKE modelada.

La Figura 3.5 muestra como el valor del TKE es alto a nivel de superficie y tiende a decaer con la altura. En atmósferas inestables, como lo es a mitad del día, el perfil crece y se obtienen grandes valores para el TKE. Las Figuras 3.6 y 3.7 muestran como en el día la generación de TKE está dominada por los efectos de flotación y de corte en las zonas muy cercanas a la superficie, y en la noche, estos mecanismos se calman dando espacio a

⁵Acá se utiliza una nueva variable de escalamiento w_* . Corresponde a una velocidad de escalamiento convectiva. Se calcula como: $[(g\delta/\bar{\theta}_v)(\bar{w}'\bar{\theta}'_v)_s]^{1/3}$.

que la disipación actue como sumidero de TKE. Notar el cortante que se genera lejos de la superficie debido al jet nocturno.

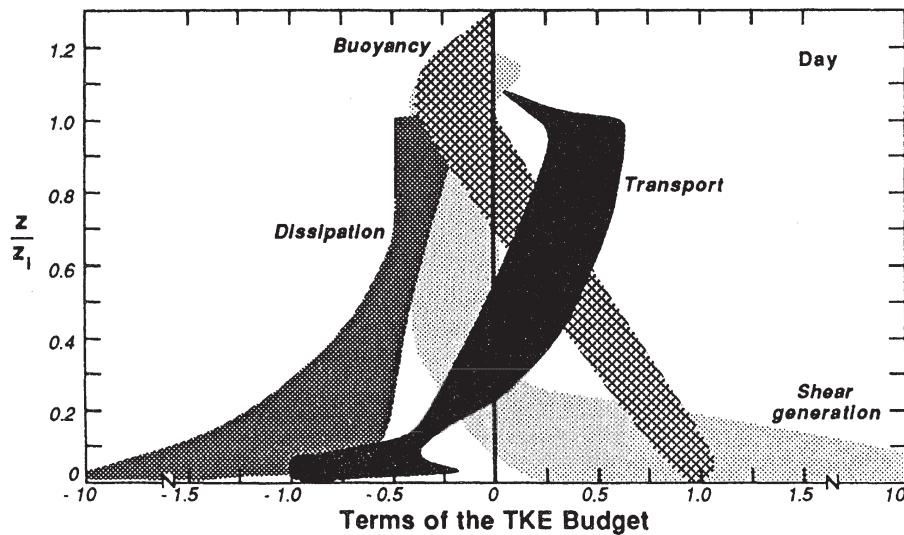


Figura 3.6: Términos normalizados en la ecuación de TKE para el día. Las áreas sombreadas corresponden a un rango de valores. Todos los términos son adimensionalizados por w_*^3/δ .

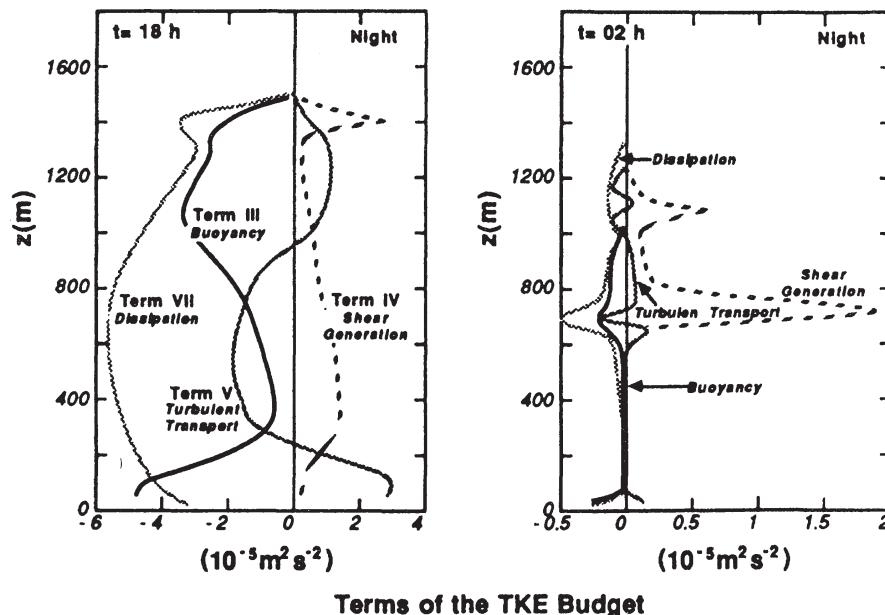


Figura 3.7: Términos normalizados en la ecuación de TKE para la noche (18:00 y 02:00).

Continuando con el análisis de la ecuación de balance de TKE, se introduce ahora un nuevo número adimensional, el **número de Richardson**, el cual permite revelar la estabilidad del flujo. Se tienen tres formulaciones para este número:

Número de Richardson de Flujo Corresponde al cuociente entre la producción de TKE por flotación y por efectos mecánicos. Se escribe como:

$$R_f = \frac{(g/\bar{\theta}_v)(\bar{w}'\bar{\theta}'_v)}{(\bar{u}'\bar{u}')\partial_j \bar{u}_i} \quad (3.4.23)$$

Es habitual también utilizarlo en su forma simplificada asumiendo homogeneidad horizontal y despreciando la advección vertical como:

$$R_f = \frac{(g/\bar{\theta}_v)(\bar{w}'\bar{\theta}'_v)}{(\bar{u}'\bar{w}')\partial_z \bar{u} + (\bar{v}'\bar{w}')\partial_z \bar{v}} \quad (3.4.24)$$

Para flujos estables R_f es positivo. Es más, si $R_f < 1$ el flujo es turbulento, mientras que, para $R_f > 1$ el flujo se vuelve laminar.

Número de Richardson Gradiente El R_f permite saber cuando un flujo turbulento puede volverse laminar, pero impide calcular cuando un flujo laminar puede volverse turbulento (debido a que necesita en su cálculo los flujos turbulentos). Usando un razonamiento análogo a la teoría del transporte gradiente se puede escribir el R_f en términos de gradientes del flujo medio como:

$$R_i = \frac{(g/\bar{\theta}_v)\partial_z \bar{\theta}_v}{(\partial_z \bar{u})^2 + (\partial_z \bar{v})^2} \quad (3.4.25)$$

De esta manera se fija un número de Richardson critico R_c ($0,21 \sim 0,25$) y de término de turbulencia R_T ($\approx 1,0$) y así se puede estimar cuando un flujo laminar se vuelve turbulento o cuando un flujo turbulento se vuelve laminar.

Número de Richardson Global Debido a que en terreno es difícil conocer los gradientes locales necesarios para la ecuación 3.4.25, estos se pueden aproximar haciendo uso de mediciones discretas como:

$$R_b = \frac{g \Delta \bar{\theta}_v \Delta z}{\bar{\theta}_v [(\Delta u)^2 + (\Delta v)^2]} \quad (3.4.26)$$

Acá el subíndice b es de *bulk*. Este es el número mas usado por los meteorólogos y si bien, no sirve para tener un aproximado de la intensidad turbulenta, si funciona para tener una prueba si/no con respecto a la existencia de esta.

3.5. Large Eddy Simulation

falta

Hasta ahora, el problema de la turbulencia se ha acotado a separar el flujo en su componente media y sus fluctuaciones, y luego modelar los esfuerzos turbulentos. En esta sección se introducirá una manera alternativa de escribir un campo turbulento como suma de una componente filtrada y otra residual. Como se mencionó en el capítulo 2, estos dos acercamientos van a generar las mismas ecuaciones, sin embargo la diferencia radica en la manera en la que se lleva a cabo la clausura.

Si se considera la naturaleza multiescala de la turbulencia, resulta natural querer resolver los campos de flujo separando las escalas de producción (relacionadas con los grandes vórtices y el ingreso de energía) de las escalas pequeñas (relacionadas a los vórtices en la escala de Kolmogorov y a la disipación de energía). La manera de realizar esto es aplicando un operador de filtro a las variables, de modo que actúe a nivel del espectro de energía, separando las escalas grandes de las pequeñas.

El desarrollo del LES fue motivado principalmente por aplicaciones meteorológicas (Smagorinsky (1963), Lilly (1967), Deardorff (1974)) y la ABL sigue siendo un foco de investigación activo para el LES.

Formalmente, se pueden considerar cuatro pasos conceptuales para la aplicación del LES:

- i. La operación de filtrado descompone las variables (por ejemplo, la velocidad $u_i(x_i, t)$) en la suma de una componente filtrada (o resulta) $\bar{u}_i(x_i, t)$, y una componente residual (o de submalla) $u'_i(x_i, t)$. El campo filtrado va a representar el movimiento de los grandes vórtices.
- ii. Se derivan la ecuaciones de transporte para el campo filtrado a través de las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas ecuaciones mantienen su forma estándar con la excepción de la incorporación del tensor de esfuerzos residuales (o de submalla).
- iii. Se logra la clausura mediante la modelación del tensor de esfuerzo residuales. La manera más sencilla es a través de un modelo de viscosidad turbulenta.
- iv. Las ecuaciones filtradas son solucionadas numéricamente.

3.5.1. Filtrado

El operador de filtrado es definido como:

$$\bar{u}(x_i, t) = \int G(r_i, x_j) u(x_j - r_i, t) dr_i \quad (3.5.1)$$

Donde la integración se realiza en todo el dominio del flujo. Notar que el filtro corresponde a una operación de convolución en el sentido del análisis de Fourier. El kernel G del filtro satisface una condición de normalización:

$$\int G(r_j, x_i) dr_j = 1 \quad (3.5.2)$$

Se define entonces una magnitud residual basada en la operación de filtrado como:

$$u' = u - \bar{u} \quad (3.5.3)$$

Es decir, se separa la variable de interés en una parte filtrada y su residuo. Esta descomposición es, a priori, análoga a una descomposición de Reynolds. Sin embargo, hay dos diferencias importantes: (a) $\bar{u}(x_i, t)$ sigue siendo una variable aleatoria y (b) que, en general, el residuo filtrado no es cero:

$$\bar{u}'(x_i, t) \neq 0 \quad (3.5.4)$$

Estas diferencias se pueden apreciar en la Figura 3.8.

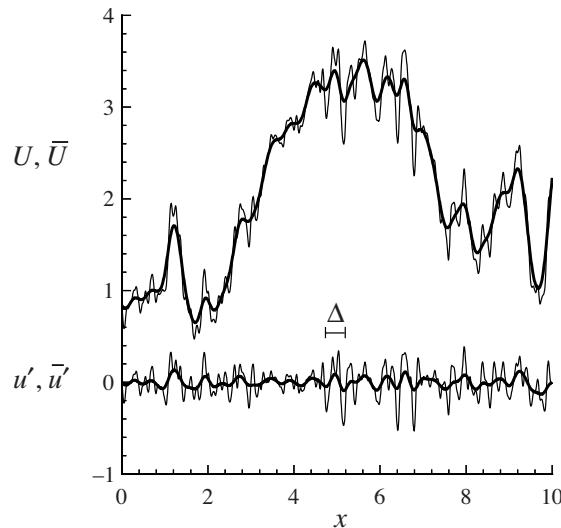


Figura 3.8: Curva superior: una muestra de un campo de velocidad u y su correspondiente campo filtrado \bar{u} (negrita). Curva inferior: campo residual u' y campo residual filtrado \bar{u}' (en negrita).

Se debe tener en cuenta que el filtro es en el fondo un nuevo operador matemático que cumple sus propias propiedades y que permite separar las escalas grandes de las pequeñas. Para una mejor descripción teórica de lo que implica un operador de filtrado se

puede recurrir a (Berselli et al., 2005).

3.5.2. Ecuaciones de Conservación Filtradas

La aplicación del filtro a la ecuación de conservación de masa para flujo incompresible, da como resultado el hecho de que tanto el campo filtrado \bar{u} como el campo residual u' son solenoidales,

$$\partial_i \bar{u}_i = \partial_i u'_i = 0 \quad (3.5.5)$$

Utilizando esto, se escribe la ecuación de momemtum filtrada como:

$$\partial_t \bar{u}_i + \partial_j (\bar{u}_j \bar{u}_i) = \frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \nu \partial_{jj} \bar{u}_i \quad (3.5.6)$$

Se define el tensor de esfuerzos residuales como:

$$\tau_{ij}^R \equiv \bar{u}_j \bar{u}_i - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3.5.7)$$

El cual es análogo al tensor de esfuerzos de Reynolds⁶:

$$\langle u_i^* u_j^* \rangle = \langle u_i u_j \rangle - \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \quad (3.5.8)$$

La energía cinética residual es:

$$k_r \equiv \frac{1}{2} \tau_{ii}^R \quad (3.5.9)$$

Y el tensor de esfuerzos residuales anisotrópicos se define como:

$$\tau_{ij}^r \equiv \tau_{ij}^R - \frac{2}{3} k_r \delta_{ij} \quad (3.5.10)$$

El segundo término de la ecuación anterior corresponde al esfuerzo residual isotrópico. Este se puede incluir dentro de la presión para reescribir la ecuación de momemtum como:

$$\partial_t \bar{u}_i + \bar{u}_j \partial_j (\bar{u}_i) = \frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \nu \partial_{jj} \bar{u}_i - \partial_j \tau_{ij}^r \quad (3.5.11)$$

3.5.3. Modelación de los Esfuerzos Residuales

a

⁶Para diferenciar la notación, se utilizan corchetes para indicar promedio y * para indicar fluctuaciones. De esta forma la descomposición de Reynolds se escribe $u_i = \langle u_i \rangle + u_i^*$

3.6. Asimilación de Datos

La asimilación de datos es un método de análisis con el cual información proveniente de observaciones es incorporado dentro de un modelo de estado. El modelo impone la consistencia dinámica sobre las variables y se encarga de esparcir la información espacialmente y sobre las variables.

Existen tres componentes en un proceso de asimilación de datos: las observaciones; el *background*, que es la información sobre el estado de la atmósfera proveniente de algún modelo u otro análisis; y las restricciones dinámicas, que las impone el modelo.

Sea \mathbf{x}^7 el vector de estado de tamaño n que define el estado de la atmósfera basado en algún modelo o análisis⁸ y sea \mathbf{x}_t el vector que representa la mejor aproximación posible del estado de la atmósfera en la malla numérica⁹. El vector de *background* \mathbf{x}_b , será la primera aproximación para \mathbf{x}_t . Si se denomina \mathbf{x}_a al resultado del análisis, el problema se reduce entonces a hallar la corrección $\delta\mathbf{x}$ tal que,

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \delta\mathbf{x}$$

sea lo mas cercano posible a \mathbf{x}_t .

Las observaciones utilizadas en el análisis se almacenan en el vector de observación \mathbf{y} . En el proceso de análisis este vector de observación debe ser comparado con un vector de estado. Como cada grado de libertad del vector de estado evidentemente no tendrá su correspondiente observación, es necesario llevar a cabo una transformación desde el espacio del modelo hacia el espacio de observación. Esta transformación se realiza a través del operador de observación $H(\mathbf{x})^{10}$. Básicamente este operador interpola las variables de estado desde los puntos de la malla numérica a los puntos de observación a través de una interpolación adecuada (por ejemplo: lineal o cuadrática). La diferencia

$$\mathbf{y} - H(\mathbf{x}_b)$$

se llama vector de innovación, y la diferencia

$$\mathbf{y} - H(\mathbf{x}_a)$$

⁷Para esta sección se utilizará la negrita para indicar vectores y matrices.

⁸La dimensión de \mathbf{x} será igual a la cantidad de elementos en la malla multiplicado por la cantidad de variables de estado del modelo.

⁹Notar que \mathbf{x}_t no es el estado real instantáneo de la atmósfera debido a los errores de representación del modelo.

¹⁰ $H(\mathbf{x})$ es una matriz también, sin embargo, y solo para este caso, no se utiliza la negrita para diferenciarla del operador linealizado H que se verá mas adelante

es el residual del análisis.

Usando esta notación, el problema se puede escribir como:

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{K}(\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)) \quad (3.6.1)$$

donde \mathbf{K} es la matriz peso de la innovación que se debe encontrar.

3.6.1. Análisis Variacional Tridimensional

Si bien es posible hallar una solución teórica al problema multidimensional expresado en la ecuación 3.6.1, generalmente es ineficiente y por lo tanto se adopta una metodología de minimización de función de costo o, análisis variacional.

Se puede demostrar (Warner, 2010) que el problema variacional multidimensional busca minimizar una función de costo $J(\mathbf{x})$, que pondera los errores provenientes del modelo J_b (*background*) y de las observaciones J_o de la forma:

$$J(\mathbf{x}) = J_b + J_o = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + \frac{1}{2}(\mathbf{H}(\mathbf{x}) - \mathbf{y})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{H}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}) \quad (3.6.2)$$

Acá \mathbf{B} es la matriz de covarianzas de los errores del *background* y \mathbf{R} es la matriz de covarianzas de los errores de las observaciones. La importancia y desarrollo de estas se explicarán mas adelante.

Teóricamente el problema variacional se soluciona hallando el gradiente de la función de costo e igualando a cero, es decir:

$$\nabla J(\mathbf{x}) = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) - \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x})) = 0 \quad (3.6.3)$$

Despejando se puede tener una solución analítica de la forma:

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{B} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)) \quad (3.6.4)$$

La ecuación anterior es fácil de entender si se identifican las matrices $\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T$ que es la proyección del error del *background* en el espacio de observación y $\mathbf{B} \mathbf{H}^T$ que es la proyección del error del *background* en espacio de *background-observación*. De esta manera el análisis no es mas que una combinación de la ponderación de los errores aplicado al vector de innovación.

Utilizando la terminología de la sección anterior, se deriva que:

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (3.6.5)$$

Esta matriz \mathbf{K} de peso de la innovación, nuevamente, es computacionalmente intensiva calcularla para un gran número de observaciones, es por esto que en la práctica el problema variacional se resuelve usando algún método de minimización o algoritmo descendiente como el gradiente conjugado o métodos de quasi-Newton.

3.6.2. Matrices de Covarianzas \mathbf{B} y \mathbf{R}

Las matrices de covarianzas cumplen un rol fundamental en el proceso de análisis, ya que son ellas las que se encargan de ponderar correctamente los valores del *background* y de las observaciones de manera realista.

La matriz \mathbf{B} es la matriz de covarianzas de los errores del *background*, sus dimensiones son de $n \times n$. La correcta estimación de esta matriz es muy importante para el proceso de análisis ya que controla la influencia para el incremento del análisis en términos de la magnitud y de su forma. Con respecto a la forma, define el esparcimiento de la información desde una observación hasta la malla de análisis, y con respecto a la magnitud, si los errores del *background* son grandes se le da un mayor peso a la observación.

Para un caso multi-dimensional:

$$\mathbf{B} = \overline{(\epsilon_b - \bar{\epsilon}_b)(\epsilon_b - \bar{\epsilon}_b)^T} \quad (3.6.6)$$

Donde ϵ es el vector de errores. La matrix \mathbf{B} corresponde a una matriz cuadrada y simétrica con variazas a los largo de su diagonal. Por ejemplo, para un caso simple tridimensional:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \text{var}(e_1) & \text{cov}(e_1, e_2) & \text{cov}(e_1, e_3) \\ \text{cov}(e_1, e_2) & \text{var}(e_2) & \text{cov}(e_2, e_3) \\ \text{cov}(e_1, e_3) & \text{cov}(e_2, e_3) & \text{var}(e_3) \end{pmatrix} \quad (3.6.7)$$

Los términos fuera de la diagonal son las covarianzas cruzadas entre cada par de variables¹¹ en el modelo. Hay tres maneras para estimar esta matriz:

- Covarianzas del error precalculadas:** Algunos métodos de asimilación de datos usan covarianzas precalculadas que pueden estar basadas en (a) un promedio

¹¹Acá variable se usa en el sentido de cada variable dependiente en cada punto de malla

de muchos estados distintos de la atmósfera, (b) consideraciones teóricas, o (c) simulaciones numéricas. Este último método es el que aplica el software WRF para hallar **B**.

2. **Ponderación espacial anisotrópica no óptima:** Un ejemplo de esta metodología, por ejemplo, utiliza la información de la orografía para controlar la dispersión del vector de innovación a baja altura. La justificación de esto es que las covarianzas entre puntos que están en lados opuestos a una montaña deben ser pequeñas. De esta manera, la distribución del incremento de análisis es anisotrópica.
3. **Covarianzas del error completamente régimen-dependiente:** Los métodos anteriores no toman en consideración los eventos diarios meteorológicos que se llevan a cabo en la atmósfera y que influyen fuertemente en la manera en la que las observaciones se analizan. Algunos métodos de asimilación de datos sofisticados, calculan las covarianzas del error del *background* en función del flujo que evolucionan a través del proceso de asimilación.

Con respecto a la matriz **R**, esta es la matriz de covarianzas de los errores de las observaciones, sus dimensiones son de $p \times p$, donde p es la cantidad de observaciones a analizar. Generalmente los errores de las observaciones son considerados independientes, especialmente cuando son realizadas por distintos instrumentos. Las varianzas generalmente son estimadas basadas en el conocimiento de las características de los instrumentos, los cuales pueden ser estudiados en el laboratorio. La mayoría de los modelos de **R** son diagonales o casi diagonales.

Capítulo 4

Weather Research and Forecast (WRF)

4.1. Aspectos Generales

El software ARW-WRF (Advanced Research WRF) es un modelo atmosférico no hidrostático que resuelve las ecuaciones de Euler para flujo compresible en su forma conservativa y utilizando una coordenada vertical de masa (o de presión hidrostática). Su coordenada vertical se define como:

$$\eta = \frac{p_{dh} - p_{dht}}{\mu_d} \quad (4.1.1)$$

Donde p_{dh} corresponde a la componente hidrostática de la presión del aire seco, y:

$$\mu_d = p_{dhs} - p_{dht} \quad (4.1.2)$$

es el peso de la columna del aire seco en la superficie. En estas ecuaciones los subíndices t y s corresponden a los límites superior (top) e inferior (surface) del dominio. Un esquema de como se distribuye esta coordenada verticalmente y como sigue al terreno se puede ver en la Figura 4.1.

Las variables principales que resuelve WRF son las velocidades covariantes (u, v, w), la masa de aire seco μ_d , el geopotencial $\phi = gz$, la temperatura potencial θ , la presión p , el inverso de la densidad $\alpha = 1/\rho$ y la energía cinética turbulenta k .

El cambio de coordenadas que introduce la ecuación 4.1.1 en las ecuaciones de Euler hace que aparezcan términos métricos y que la forma de escribir las ecuaciones sea diferente a lo acostumbrado a ver en mecánica de fluidos. El detalle de la transformación y el uso de μ_d en las ecuaciones se puede ver en la nota técnica del código ([Skamarock et al., 2008](#)).

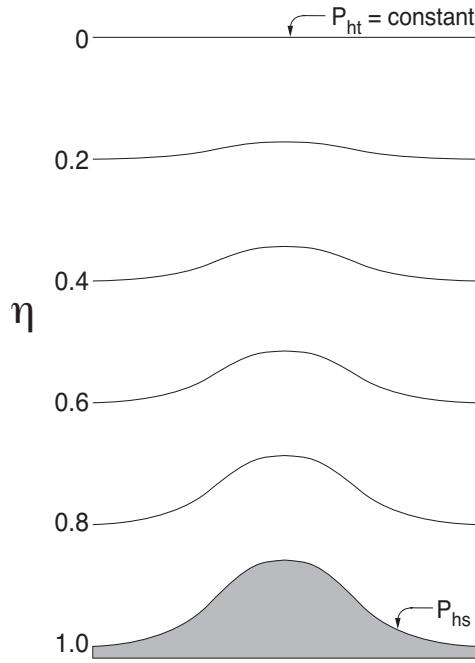


Figura 4.1: Estructura de la coordenada vertical.

A priori, las ecuaciones de momentum, temperatura potencial, energía cinética turbulenta y otros escalares relevantes tienen una forma acoplada con la masa de aire seco, de la forma:

$$\partial_t(\mu_d\theta) + \partial_x(\mu_d u\theta) + \partial_y(\mu_d v\theta) + \partial_\eta(\mu_d \omega\theta) = F \quad (4.1.3)$$

Si bien θ es la temperatura potencial, esta ecuación es válida para cualquier otro escalar mencionado anteriormente. F es la suma de los forzamientos externos (es una ecuación de Euler), como puede ser la mezcla turbulenta o fuerzas de Coriolis. Además:

$$\omega = d_t \eta = \dot{\eta} \quad (4.1.4)$$

es la velocidad en la coordenada vertical. Notar que la ecuación 4.1.3 corresponde a una ecuación de conservación de un escalar pasivo.

Para la discretización espacial del modelo se utiliza una malla de Arakawa tipo C con un tamaño de malla constante en las direcciones horizontales, pero variable en la vertical. Para la discretización temporal se utiliza un método explícito RK3 y un filtro que permite separar las ondas de alta frecuencia (ondas de presión y gravedad) de las ondas del espacio físico (o meteorológicamente relevantes). Las ondas de alta frecuencia son integradas en

un paso de tiempo intermedio para asegurar estabilidad.

A continuación se presenta una lista con las principales características del modelo ARW-WRF en su versión 3:

- Ecuaciones no hidrostáticas completamente compresibles (con opción hidrostática)
- Aplicaciones globales y regionales
- Términos de curvatura y Coriolis completos
- Código portátil capaz de correr altamente en paralelo y en una gran variedad de sistemas operativos.
- Anidamiento de dos vías con múltiples nidos y niveles
- Anidamiento de una vía con refinamiento vertical
- Coordenada vertical basada en masa que sigue al terreno
- Espaciamiento vertical variable y ajustable
- Factores de escala para proyecciones cartográficas: Conformal, Lambert, Mercator, Lat-Lon
- Malla escalonada tipo Arakawa C
- Integración temporal con métodos RK de 2do o 3er orden
- Forma conservativa para las variables pronosticas
- Opciones de advección (horizontal y vertical) de 2do hasta 6to orden
- Opciones de transporte monótono y advección positiva para escalares
- Formulación para la turbulencia de submalla en el espacio coordenado y físico.
- Filtro de amortiguamiento para la divergencia
- Amortiguamiento de Rayleigh y absorción en el borde superior
- Condiciones de borde laterales reales o ideales
- Opciones para físicas de: capa superficial, capa límite planetaria, radiación superficial y atmosférica, microfísicas y convección de cúmulos.
- Modelos oceánicos
- Anudamiento de datos a través asimilación de datos
- Inicialización con filtro digital
- Paso de tiempo adaptativo
- Ejemplos para casos idealizados

El desarrollo del modelo WRF ha sido un esfuerzo colaborativo entre NCAR (*National Center for Atmospheric Research*), NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*), NCEP (*National Centers for Environmental Prediction*), ESRL (*Earth System Research Laboratory*), NRL (*Naval Research Laboratory*), AFWA (*Department of Defense's Air Force Weather Agency*), CAPS (*Center for Analysis and Prediction of*

Storms), la universidad de Oklahoma y el FAA (*Federal Aviation Administration*) con el objetivo de crear un modelo de predicción mesoescala de última generación para avanzar en la comprensión y predicción del clima, junto con entregar una herramienta de acceso libre a toda la comunidad.

Junto con el núcleo dinámico (ARW), el software WRF viene con un sistema de preproceso (WPS) que se encarga de formar los dominios, asignar las bases de datos de orografía y uso de suelo e interpolar horizontalmente las condiciones iniciales y de borde que se utilizaran. También, WRF viene con un código de asimilación des dato nativo (WRFDA) el cual es el encargado de manipular los datos de observaciones en terreno, filtrarlos y efectuar la asimilación de datos.

4.2. Ecuaciones Resueltas

Tal como se mencionó en la sección anterior, las ecuaciones a resolver serán las ecuaciones de Euler, las cuales, a priori, tienen una forma como la de la ecuación demostrativa 4.1.3 en el sentido de que la suma de las aceleración local y la aceleración advectiva se va a balancear con distintos forzamientos externos.

Para construir el sistema de ecuaciones que utiliza el solver, se deben considerar las siguientes modificaciones:

Coordinada Vertical La descripción del sistema en función de la masa de aire seco μ_d introduce las siguientes variables acopladas:

$$\vec{V} = \mu_d \vec{v} = (U, V, W) \quad ; \quad \Omega = \mu_d \omega \quad ; \quad \Theta = \mu_d \theta \quad (4.2.1)$$

De esta manera los operadores con los cuales es posible escribir las ecuaciones en forma conservativa quedan:

$$\nabla \cdot \vec{V} a = \partial_x(Ua) + \partial_y(Va) + \partial_\eta(\Omega a) \quad (4.2.2)$$

$$\vec{V} \cdot \nabla a = U\partial_x a + V\partial_y a + \Omega\partial_\eta a \quad (4.2.3)$$

Inclusión de la Humedad En vez de agregar términos fuentes a la ecuación de Euler, se trabaja considerando la conservación de masa del aire seco. Se agregan ecuaciones de conservación para las razones de mezcla $q_m = q_v, q_c, q_i, \dots$ que corresponden al vapor de agua, nubes, lluvia, hielo, etc. El valor de α para un elemento diferencial de aire se

computa entonces como:

$$\alpha = \alpha_d (1 + q_v + q_c + q_r + q_i + \dots) \quad (4.2.4)$$

La ecuación de estado ahora contempla la humedad de la forma:

$$p = p_0 \left(\frac{R_d \theta_m}{p_0 \alpha_d} \right)^\gamma \quad (4.2.5)$$

Donde R_d es la constante de gas ideal para el aire seco y $\gamma = c_p/c_v = 1,4$. Además,

$$\theta_m = \theta (1 + (R_v/R_d)q_v) \approx \theta (1 + 0,61q_v) \quad (4.2.6)$$

Es la temperatura potencial virtual.

Proyecciones Cartográficas Para implementar las proyecciones cartográficas, el ARW utiliza factores de mapa m_x, m_y . Estos corresponden a la razón entre una distancia en el espacio computacional y la misma distancia en la superficie de la tierra:

$$(m_x, m_y) = \frac{(\Delta x, \Delta y)}{\text{distancia en la tierra}} \quad (4.2.7)$$

De esta manera las variables de momentum quedan como:

$$U = \frac{\mu_d}{m_x} u ; \quad V = \frac{\mu_d}{m_y} v ; \quad W = \frac{\mu_d}{m_y} w ; \quad \Omega = \frac{\mu_d}{m_y} \dot{\eta} \quad (4.2.8)$$

Si se utiliza una proyección isotrópica (Lambert conformal, Estereográfica polar, Mercator), los factores de mapa son idénticos: $m_x = m_y = m$.

Fuerza de Coriolis y Términos de Curvatura Estos se agregan como forzamientos al lado derecho de la ecuación, tal como se muestra en la ecuación demostrativa 4.1.3. Para el solver, estos toman la siguiente forma:

$$F_{U_{cor}} = \frac{m_x}{m_y} \left[fV + \frac{uV}{r_e} \tan \psi \right] - \frac{uW}{r_e} - eW \cos \alpha_r \quad (4.2.9)$$

$$F_{V_{cor}} = \frac{m_y}{m_x} \left[-fU + \frac{uU}{r_e} \tan \psi - \frac{vW}{r_e} - eW \sin \alpha_r \right] \quad (4.2.10)$$

$$F_{W_{cor}} = e (U \cos \alpha_r - (m_x/m_y)V \sin \alpha_r) + \left(\frac{uU + (m_x/m_y)vV}{r_e} \right) \quad (4.2.11)$$

Donde α_r es el ángulo de rotación local entre el eje y y los meridianos, ψ es la latitud, $f = 2\Omega_e \sin \psi$, $e = 2\Omega_e \cos \psi$, Ω_e es la velocidad angular de la tierra y r_e es el radio de la tierra.

Forma de Perturbación de las Ecuaciones Governantes Finalmente, para disminuir los errores de truncatura, redondeo y otros problemas computacionales, se separan las variables de estado como la suma de una componente hidrostática (denotado por una barra) y una perturbación.

$$p = \bar{p}(\bar{z}) + p'; \quad \phi = \bar{\phi}(\bar{z}) + \phi'; \quad \alpha = \bar{\alpha}_d(\bar{z}) + \alpha'_d; \quad \mu_d = \bar{\mu}_d(x, y) + \mu'_d$$

De esta manera las ecuaciones 4.2.12 – 4.2.17 son las que se utilizan en el solver.

$$\begin{aligned} \partial_t U + m_x [\partial_x(Uu) + \partial_y(Vu)] + \partial_\eta(\Omega u) \\ + (m_x/m_y)(\alpha/\alpha_d)[\mu_d(\partial_x\phi' + \alpha_d\partial_x p' + \alpha'_d\partial_x \bar{p}) + \partial_x\phi(\partial_\eta p' - \mu'_d)] = F_U \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

$$\begin{aligned} \partial_t V + m_y [\partial_x(Uv) + \partial_y(Vv)] + (m_y/m_x)\partial_\eta(\Omega v) \\ + (m_y/m_x)(\alpha/\alpha_d)[\mu_d(\partial_y\phi' + \alpha_d\partial_y p' + \alpha'_d\partial_y \bar{p}) + \partial_y\phi(\partial_\eta p' - \mu'_d)] = F_V \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

$$\begin{aligned} \partial_t W + m_x [\partial_x(Uw) + \partial_y(Vw)] + \partial_\eta(\Omega w) \\ - m_y^{-1}g(\alpha/\alpha_d)[\partial_\eta p' - \bar{\mu}_d(q_v + q_c + q_r)] + m_y^{-1}\mu'_d g = F_W \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

$$\partial_t \mu'_d + m_x m_y [\partial_x U + \partial_y V] + m_y \partial_\eta \Omega = 0 \quad (4.2.15)$$

$$\partial_t \phi' + \mu_d^{-1}[m_x m_y (U \partial_x \phi + V \partial_y \phi) + m_y \Omega \partial_\eta \phi - m_y g W] = 0 \quad (4.2.16)$$

$$\partial_t \Theta + m_x m_y [\partial_x(U\theta) + \partial_y(V\theta)] + m_y \partial_\eta(\Omega\theta) = F_\Theta \quad (4.2.17)$$

Donde las primeras tres ecuaciones corresponden a la conservación de momentum, la cuarta a la conservación de masa, la quinta es la derivada material de la definción del geopotencial y la sexta es la ecuación de transporte para la temperatura potencial (o cualquier otro escalar relevante como las fracciones de mezcla de las fases del agua).

El sistema se cierra incorporando las ecuaciones diagnósticas para el geopotencial (en

su forma de perturbación) y para la presión (gas ideal, ecuación 4.2.5):

$$\partial_\eta \phi' = -\bar{\mu}_d \alpha'_d - \alpha_d \mu'_d \quad (4.2.18)$$

4.3. Aspectos Numéricicos Relevantes

A continuación se presentan en detalle aquellos aspectos del código que son fundamentales para el entendimiento y el desarrollo de los experimentos realizados. Algunos temas, como por ejemplo el tratamiento de la advección, la aplicación de ciertos filtros para amortiguar ondas o el detalle de la integración temporal para los modos físicos y acústicos, fueron dejados voluntariamente de lado en beneficio de la extensión de este trabajo. Se recomienda al lector revisar la nota técnica del código (Skamarock et al., 2008) si desea tener un conocimiento extensivo con respecto al funcionamiento total del WRF.

4.3.1. Difusión

La difusión y los flujos turbulentos en el espacio físico (x, y, z) se calculan haciendo uso de la métrica del espacio a partir de la ecuación para el geopotencial ϕ :

$$z_x = g^{-1} \delta_x \phi \quad (4.3.1)$$

$$z_y = g^{-1} \delta_y \phi \quad (4.3.2)$$

Donde $\delta_{x,y}$ es el operador discreto para la derivada, es decir:

$$\delta_x a = \frac{a_{i+1/2} - a_{i-1/2}}{\Delta x} \quad (4.3.3)$$

El término difusivo se agrega al lado derecho de las ecuaciones de Euler, junto al resto de las fuerzas externas. Estas se ven:

$$\partial_t U = \dots - m_x [\partial_x \tau_{11} + \partial_y \tau_{12} - \partial_z (z_x \tau_{11} + z_y \tau_{12})] - \partial_z \tau_{13} \quad (4.3.4)$$

$$\partial_t V = \dots - m_y [\partial_x \tau_{12} + \partial_y \tau_{22} - \partial_z (z_x \tau_{12} + z_y \tau_{22})] - \partial_z \tau_{23} \quad (4.3.5)$$

$$\partial_t W = \dots - m_y [\partial_x \tau_{13} + \partial_y \tau_{23} - \partial_z (z_x \tau_{13} + z_y \tau_{23})] - \partial_z \tau_{33} \quad (4.3.6)$$

Y el tensor de esfuerzos viscosos es:

$$\tau_{ij} = -\mu_d K_{h,v} S_{ij} \quad (4.3.7)$$

donde $K_{h,v}$ es la viscosidad turbulenta en dirección horizontal o vertical según corresponda y S_{ij} es el tensor tasa de deformación que bajo esta formulación toma la siguiente forma:

$$S_{11} = 2m_x m_y [\partial_x(m_y^{-1}u) - z_x \partial_z(m_y^{-1}u)] \quad (4.3.8)$$

$$S_{22} = 2m_x m_y [\partial_y(m_x^{-1}v) - z_y \partial_z(m_x^{-1}v)] \quad (4.3.9)$$

$$S_{33} = 2\partial_z w \quad (4.3.10)$$

$$S_{12} = m_x m_y [\partial_y(m_y^{-1}u) - z_y \partial_z(m_y^{-1}u) + \partial_x(m_x^{-1}v) - z_x \partial_z(m_x^{-1}v)] \quad (4.3.11)$$

$$S_{13} = m_x m_y [\partial_x(m_y^{-1}w) - z_x \partial_z(m_y^{-1}w)] + \partial_z u \quad (4.3.12)$$

$$S_{23} = m_x m_y [\partial_y(m_y^{-1}w) - z_y \partial_z(m_y^{-1}w)] + \partial_z v \quad (4.3.13)$$

$$(4.3.14)$$

Por otro lado, la difusión de un escalar cualquiera α es:

$$\begin{aligned} \partial_t(\mu_d \alpha) = & \dots + [m_x(\partial_x - \partial_z z_x)(\mu_d m_x K_h(\partial_x - z_x \partial_z)) \\ & + m_y(\partial_y - \partial_z z_y)(\mu_d m_y K_h(\partial_y - z_y \partial_z)) + \partial_z \mu_d K_v \partial_z] \alpha \end{aligned} \quad (4.3.15)$$

Cálculo de la Viscosidad Turbulenta

La opción por defecto para el modelo (simulaciones de mesoscala sin LES), es computar la viscosidad turbulenta horizontal K_h por medio de la deformación horizontal usando un esquema de Smagorinsky de primer orden,

$$K_h = C_s^2 l^2 [0,25(D_{11} - D_{22})^2 + D_{12}]^{0.5} \quad (4.3.16)$$

Con $C_s = 0,25$ y $l = \sqrt{\Delta x \Delta y}$. La viscosidad turbulenta vertical K_v queda definida según el esquema de parametrización utilizado para la capa límite planetaria.

Para las simulaciones de microescala utilizando LES la viscosidad turbulenta se calcula en función de la energía cinética turbulenta k de la forma:

$$K_{h,v} = C_k l_{h,v} \sqrt{k} \quad (4.3.17)$$

donde C_k es una constante (normalmente $0,15 < C_k < 0,25$) y l es un largo característico que se calcula en función de la isotropía de la malla, la resolución, k y la estratificación

de la forma:

$$l_v = \min[\Delta z, 0,76\sqrt{k}/N] ; \quad N^2 > 0 \quad (4.3.18)$$

$$l_h = \Delta z ; \quad N^2 \leq 0 \quad (4.3.19)$$

N es la frecuencia de Brunt-Väisälä calculada para aire húmedo.

La clausura del modelo de turbulencia se hace considerando la ecuación de transporte para k como:

$$\partial_t(\mu_d k) + (\nabla \cdot \vec{V}k)_\eta = \mu_d(\mathcal{P} + \mathcal{F} + \mathcal{D}) \quad (4.3.20)$$

Los términos al lado derecho corresponden a la producción de energía cinética turbulenta, a la flotación y a la disipación respectivamente. Estos se calculan como:

$$\mathcal{P} = K_h(S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{12}^2) + K_v(S_{33}^2 + S_{13}^2 + S_{23}^2) \quad (4.3.21)$$

$$\mathcal{F} = -K_v N^2 \quad (4.3.22)$$

$$\mathcal{D} = -\frac{Ck^{3/2}}{l_k} \quad (4.3.23)$$

Con las siguientes constantes:

$$C = 1,9C_k + \frac{(0,93 - 1,9C_k)l_k}{(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}} \quad (4.3.24)$$

$$l_k = \min[(\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}, 0,76\sqrt{e}/N] \quad (4.3.25)$$

Queda entonces cerrado el problema de la turbulencia.

4.3.2. Parametrizaciones Físicas

Junto con el esquema para la difusión, el modelo ARW presenta otros esquemas disponibles para representar diversas físicas que ocurren dentro de la atmósfera. Estos esquemas generalmente se presentan como *drivers* independientes del código principal y por lo tanto son usados como librerías para actualizar las tendencias de las variables de estado que modelan las ecuaciones de Euler. Las categorías de las físicas parametrizadas son: (1) Microfísicas, (2) Capa Límite Atmosférica, (3) Modelo de suelo-superficie, (4) Cúmulos y (5) Radiación.

A continuación se explicará brevemente la importancia dentro de la simulación de cada una, sin recurrir a desarrollos matemáticos extensos, debido a que WRF ofrece una gran variedad de opciones para cada una de las físicas.

Microfísicas

Se encarga de resolver explícitamente el vapor de agua, nubosidad y procesos de precipitación. También incluye procesos de sedimentación y el ajuste a la saturación. La diferencia entre los distintos modelos recae en la cantidad de variables a solucionar y el tipo de variables. Los modelos mas sofisticados pueden modelar 10 variables, incluyendo procesos de formación de hielo y variables con mezcla de fases.

Parametrización de Cúmulos

Son responsables de modelar el efecto de submalla de las nubes convectivas. En específico busca representar los flujos verticales debido a las escalas no resueltas y compensar el movimiento fuera de las nubes. Opera sobre toda una columna de aire y entrega el calentamiento vertical y perfiles de humedad. Los modelos mas avanzados pueden entregar los campos de tendencias para nubes y precipitacion.

Teóricamente, esta parametrización debe usarse solo para malla gruesas (>10 [km]) cuando es necesario representar el movimiento que no pudo ser resuelto. Mallas mas finas pueden resolver explícitamente los vórtices verticales y por lo tanto no debe usarse.

Capa Superficial

Los esquemas de capa superficial se encargan de calcular la velocidad de fricción u^* y los coeficientes de mezcla que permiten el cálculo de los flujos de calor y humedad desde la superficie por el esquema de modelo de suelo y los esfuerzos de pared por el esquema de capa límite. Generalmente cada modelo de capa superficial tiene su modelo de capa límite asociado, sin embargo, se espera que en el futuro estos puedan independizarse. La manera de hallar los coeficientes se hace a través del uso de funciones de estabilidad o por teorías de similaridad como aquella propuesta por Monin-Obukhov.

Modelo de Suelo

A través de los resultados obtenidos por los modelos de capa superficial, microfísicas, cúmulos y radiación, junto con los datos sobre el uso de suelo del terreno, el modelo de suelo se encarga de calcular los flujos de calor y humedad desde el suelo hacia la atmósfera. Estos flujos proveen las condiciones de borde inferior para el transporte vertical hecho por el modelo de capa límite. Los modelos de suelo poseen un amplio espectro de sofisticación, pudiendo manejar flujos térmicos y de humedad en numerosas capas de la tierra, junto con vegetación, raíces, cobertura de nieve, etc. Este modelo no

modifica las tendencias de las variables de estado, sino que actualiza las condiciones del suelo.

Capa Límite Planetaria

Se encarga de entregar los flujos verticales de submalla (K_v) debido al transporte turbulento para toda la columna de aire, no solo la capa límite y de esta manera actualiza las tendencias de temperatura, humedad y momentum horizontal para el modelo. La mayoría de los modelos considera mezcla seca para la capa límite, pero existen modelos mas avanzados que pueden manejar efectos de saturación para la estabilidad vertical. Este esquema es unidimensional y asume que existe una clara separación entre los vórtices de submalla y los vórtices resueltos (i.e. fuera de la zona gris de la turbulencia). A medida que la resolución de la malla va aumentando hasta el tamaño de los metros, es mejor no utilizar un modelo de capa límite y calcular explícitamente la mezcla vertical a través de un modelo 3D para la turbulencia (modo LES).

Radiación Atmosférica

Se encarga de calcular el calentamiento de la atmósfera debido a la divergencia del flujo radiativo y a la radiación de onda corta y onda larga desde la superficie. La radiación de onda larga incluye la radiación infrarroja o térmica absorbida y emitida por los gases y superficies, además del flujo radiativo emitido por la superficie. La radiación de onda corta incluye la radiación emitida por el sol dentro del espectro visible, si bien la única fuente de onda corta es el sol, estos procesos incluyen la absorción, reflexión, y dispersión de las ondas en la atmósfera y superficies.

4.4. Sistema de Asimilación de Datos WRFDA

Tal como se explicó en el marco teórico, la función que se busca minimizar es la siguiente:

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + \frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x})) \quad (4.4.1)$$

WRF efectua esto a través de una formulación incremental del problema. Linealizando, sea $\delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_g$ y $\delta\mathbf{x}_g = \mathbf{x}_b - \mathbf{x}_g$ se tiene:

$$J(\delta\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\delta\mathbf{x} - \delta\mathbf{x}_g)^T \mathbf{B}^{-1} (\delta\mathbf{x} - \delta\mathbf{x}_g) + \frac{1}{2}[\mathbf{H}(\delta\mathbf{x} + \mathbf{x}_g) - \mathbf{y}]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{H}(\delta\mathbf{x} + \mathbf{x}_g) - \mathbf{y}] \quad (4.4.2)$$

Luego, se hace una serie de Taylor para el término de las observaciones:

$$J(\delta \mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\delta \mathbf{x} - \delta \mathbf{x}_g)^T \mathbf{B}^{-1}(\delta \mathbf{x} - \delta \mathbf{x}_g) + \frac{1}{2}(\mathbf{H}\delta \mathbf{x} - \mathbf{d})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{H}\delta \mathbf{x} - \mathbf{d}) \quad (4.4.3)$$

Donde $\mathbf{d} = \mathbf{y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_g)$ y \mathbf{H} es la versión linealizada de \mathbf{H} en las cercanías de \mathbf{x}_g .

En esta formulación \mathbf{x}_g es el primer estimador de la solución. Para la primera iteración $\mathbf{x}_b = \mathbf{x}_g$, pero en las iteraciones siguientes \mathbf{x}_g será el análisis del ciclo anterior \mathbf{x}_a .

Para evitar el cálculo de la inversa de la matriz \mathbf{B} (que es grande), se hace el siguiente cambio de variable a la variable de control \mathbf{v} :

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{U} \mathbf{v} ; \quad \delta \mathbf{x}_g = \mathbf{U} \mathbf{v}_g \quad (4.4.4)$$

Donde \mathbf{U} es la raíz cuadrada de \mathbf{B} (en el sentido matricial), es decir:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^{1/2} \mathbf{B}^{T/2} = \mathbf{U} \mathbf{U}^T \quad (4.4.5)$$

o,

$$\mathbf{U} = \mathbf{B}^{1/2} \quad (4.4.6)$$

De la misma forma,

$$\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{U}^{-T} \mathbf{U}^{-1} \quad (4.4.7)$$

La función de costo con respecto a la variable de control \mathbf{v} se vuelve:

$$J(\mathbf{v}) = \frac{1}{2}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_g)^T (\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) + \frac{1}{2}(\mathbf{H}\mathbf{U}\mathbf{v} - \mathbf{d})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{H}\mathbf{U}\mathbf{v} - \mathbf{d}) \quad (4.4.8)$$

4.4.1. Modelación de \mathbf{B}

Tal como se habló en el capítulo del marco teórico, la matriz de covarianzas del error del *background* \mathbf{B} es la encargada de (a) ponderar correctamente el valor del *background* al análisis, y (b) espaciar la información espacialmente y a través de todas las variables. WRF posee su propio mecanismo de generación de la matriz \mathbf{B} utilizando el llamado método NMC (Skamarock et al., 2008).

Algunas propiedades relevantes de la matriz son:

- \mathbf{B} es cuadrada y simétrica.
- \mathbf{B} es una matriz semidefinida positiva, sus valores propios son positivos.

En WRF esta matriz se forma a través de tres transformaciones secuenciales de la

forma:

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}_p \mathbf{U}_v \mathbf{U}_h \mathbf{U}_p^T \mathbf{U}_v^T \mathbf{U}_h^T \quad (4.4.9)$$

Donde \mathbf{U}_h es la transformación horizontal a través de filtros recursivos para modelar la correlación horizontal de las variables de control, \mathbf{U}_v es la transformación vertical a través de una descomposición en funciones ortogonales de la varianza vertical y \mathbf{U}_p es la transformación de balance/física a través de regresiones lineales con la función de corriente.

Capítulo 5

Metodología de la Investigación

En este capítulo se presenta detalladamente la definición de los experimentos numéricos a desarrollar, de modo que puedan ser replicables por cualquier persona o grupo de estudio que desee hacerlo. Específicamente se muestra:

- Obtención, incorporación y aplicación de las bases de datos de alta resolución al modelo WRF.
- Definición de las condiciones de borde del modelo.
- Detalle de la configuración espacial y temporal de los 4 experimentos realizados y la justificación académica de estos presentando la información que existe actualmente en la literatura.
- Configuración del proceso de asimilación de datos utilizado.
- Presentación de las métricas estadísticas a utilizar para la medición de la mejora.

5.1. Aspectos Generales

5.1.1. Filosofía y Alcance de la Investigación

El objetivo final esta investigación es poder obtener una buena predicción del potencial eólico para zonas complejas exigiendo al límite el modelo meteorológico de mesoescala WRF. A continuación se presentan algunos lineamientos generales acerca de la filosofía que se adopta para la metodología con el fin de lograr este objetivo y que tienen gran influencia en la manera en la que se configuraron ciertos aspectos numéricos de los experimentos o se tomaron ciertas decisiones en la programación, por lo tanto se encuentra importante explicitarlos.

Lineamiento de Simulaciones Reales

Se busca realizar las simulaciones de la manera mas real y operativa posible. O sea, antes de utilizar información idealizada o conveniente con respecto al resultado final, se prefiere utilizar datos medidos en terreno. La mayor influencia de esto recae en tres aspectos:

1. Las condiciones de borde laterales del modelo provienen de un modelo global altamente probado (GFS) y a las cuales se le realiza un análisis (asimilación de datos) con gran cantidad de mediciones ubicadas a lo largo de todo el planeta.
2. Las bases de datos para la orografía del suelo no se generan computacionalmente, sino que solo se utilizan aquellas que son el resultados de campañas de medición o información proveniente de satélites.
3. De la misma manera de lo anterior, la información para el uso de suelo solo provendrá de satélites, campañas de medición o investigaciones previas que hayan dado datos concluyentes para asignar, por ejemplo, el u^* .

Esta filosofía tiene como consecuencia que la calidad de los resultados obtenidos estará directamente relacionada con la calidad de la instrumentación usada para medir los datos de entrada. Esto contrasta con algunas simulaciones presentes en la bibliografía en donde muchas veces se utilizan condiciones de borde periódicas, suposiciones de atmósfera neutra, se fija un cierto perfil de velocidad, etc. En esta investigación se busca ser lo mas correcto con respecto a la tecnología existente y por lo tanto la operatividad del sistema. De la misma forma, se evita el ajuste de parámetros arbitrarios del modelo, siendo c_k (clausura turbulenta) la única constante que se asigna.

Lineamiento de Libertad de Información

Siguiendo con la misma linea del software WRF, toda la investigación fue realizada utilizando solo código libre e información pública que se puede acceder a través de internet. El posproceso de los datos fue realizado en parte a través del lenguaje de gráficos *NCL* y en parte en *Python*, los scripts desarrollados para la automatización del proceso de asimilación de datos fue hecho en *bash*. La información de las mediciones medidas en terreno para los dos casos a analizar se obtuvieron a través de la página web <http://rodeo.dtu.dk/>.

5.1.2. Alcance

Con alcance se refiere a que es lo que específicamente se realizó en este trabajo. Para esta tesis, se llevaron a cabo 4 simulaciones atmosféricas multiescala las cuales son separadas en dos casos de dos experimentos cada uno.

Caso Høvsøre

5.2. Datos de Entrada al Modelo

Las condiciones de borde y de entrada al modelo son las encargadas de definir temporalmente y espacialmente el dominio. Una mala elección de una de ellas puede perjudicar enormemente las soluciones y arruinar toda una simulación, debido a que las ecuaciones a resolver son especialmente sensibles a sus condiciones de borde.

5.2.1. Condiciones de Borde de Suelo

La información estática que sirve como condición de borde inferior al modelo debe extraerse de datos satelitales u otros similares con el objetivo que sea uniforme y confiable. Esta información debe ser siempre georeferenciada (protocolo GIS).

WRF utiliza una base de datos estática lo suficientemente amplia como para poder satisfacer un uso normal del modelo, sin embargo, si se desea utilizar WRF en condiciones extremas, es decir, a escalas lo suficientemente pequeñas como para que las bases de datos no satisfagan la resolución, es necesario actualizar algunas bases de datos. La información a actualizar debe ser:

- Altura del Terreno: Para una obtención precisa de los niveles η en cada punto del dominio y por lo tanto una correcta representación del terreno complejo que va a ser el principal motivador de la turbulencia.
- Uso de Suelo: Posee la información acerca del % de vegetación, coeficiente térmico superficial y, lo más importante, el coeficiente de rugosidad (z_0), que es el parámetro a utilizar para estimar los flujos superficiales.

Las bases de datos a utilizar en las simulaciones serán:

- GMTED2010: Dataset por defecto del WRF para la altura del terreno. Obtenida el año 2010 por la USGS y la NGA con una resolución de 30'.

- ASTER: Es el único instrumento de alta resolución de la NASA ubicado en la plataforma Terra. Esta base de datos se hizo pública el año 2011 y entrega información de la altura del terreno con una resolución de $1' (\approx 30 \text{ [m]})$.
- MODIS: Información obtenida por los satélites de la NASA. Entregan información en 20 categorías a una resolución de $15' \text{ de arco}$.
- Corine: Obtenida el año 2012 (proyecto CLC12) a través de imágenes satelitales con 100m de resolución para toda Europa. Posee 44 categorías y es la base de datos de uso de suelo abierta de más alta resolución existente hasta ahora. Para este trabajo se usa la versión 18.5 modificada del año 2016.
- Bolund: Los autores del experimento de Bolund entregan bases de datos de la orografía del terreno y el coeficiente de rugosidad para este con una resolución de 25 [cm]

Incorporación a WRF

La manera en la que los datos descritos anteriormente son entregados, muchas veces no están en el formato en el que el preprocesador del modelo WRF (WPS) puede asimilarlo. Sin embargo, debido a los estándares exigidos para información georeferenciada, es posible manipularla de tal manera que puedan incorporarse al modelo. A continuación se describen algunos trabajos que debieron hacerse con las bases de datos.

1. ASTER: Cambio de formato de GeoTiff a binario.
2. Bolund Oro.: La información entregada por el experimento Bolund viene dada en un datúm UTM Z32, por lo cual se debe transformar a WSG84, además, debido a la lectura de la información, los autores trasladaron las coordenadas, por lo cual hubo que invertir esta traslación. Se debió transformar la altura del agua entregada (los autores por motivos de interpolación de mareas declaran un $z = 0,75$ para agua) a un nivel de $z = 0$, para un correcto uso del modelo.
3. Corine: Se debió transformar su datúm nativo de ETRS89 a WSG84. Debido a que la clasificación de suelo por Corine no está implementada en WRF, se debe hacer un remapeo de los índices al formato USGS. Este procedimiento está descrito en Pineta et. al. (2004). Por otra parte, la resolución de los datos CLC12 son bastante gruesos en comparación con los entregados por ASTER 1s, luego el WPS presentó algunos errores en reconocer las masas de tierra y para solucionar esto se procedió a hacer una afinación manual de los datos CLC12 en las zonas relevantes para la simulación. Esta afinación puede verse en las figuras anexas a este informe.
4. Bolund LU: Los autores del experimento entregan información acerca del z_0 en el

dominio de Bolund y en el mismo formato en el que entregan la orografía, por lo tanto se debieron hacer las mismas trasformaciones detalladas anteriormente y luego hacer calzar la información entregada con un índice de tipo de suelo y que además fuera consistente con las bases de datos de uso de suelo usadas en los dominios mas grandes.

5.2.2. Condiciones de Borde Laterales

aaa

5.2.3. Condiciones Iniciales

Para inicializar el modelo y para proveer de información en los contornos cada 6 horas, se utilizan los datos de los análisis operacionales provenientes del modelo global GFS con resolución de $0,5^\circ$ ($\approx 55,6$ [km])

Por otra parte, como el dominio mas grande a simular cae dentro de lo que es una simulación de mesoescala y tomando en consideración las proyecciones debido a la curvatura de la tierra para esta zona en particular, se decide fijar la condición de borde superior para la coordenada vertical de presión a $p_{dht} = 5000$ [kPa] siguiendo la recomendación del manual del programa.

La condición de borde inferior queda determinada por la información obtenida en los datos de uso de suelo para cada punto de la malla.

5.3. Proceso de Asimilación de Datos

hacer diagrama, cada 10 min, ventana de tiempo, etc.

5.4. Caso I - Terreno Plano: Høvsøre

5.4.1. Aspectos Generales del Experimento

para validar, resultados terreno plano en la literatura, experimentos de peña, validación.

5.4.2. Configuración de las Simulaciones

¹Modelo de difusión térmica de 5 capas.

Cuadro 5.1: Dominio numérico espacial y temporal para simulación del caso Høvsøre.

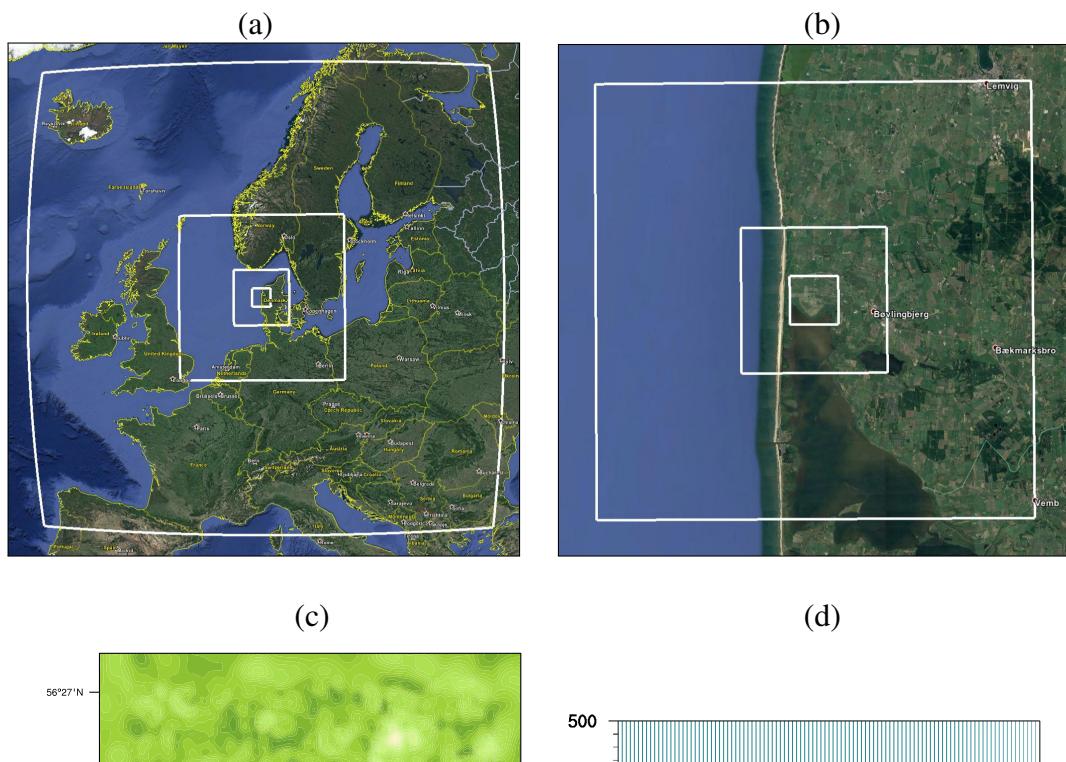
Parámetro	Selección
Fecha	2010-09-08
Hora Inicio	06:00:00 UTC
Hora Término	20:00:00 UTC
Puntos Malla Vert.	37
P_{top}	30000 kPa
# Dominios	7
Lat. Centro	56.440588
Lon. Centro	8.150896

Cuadro 5.2: Valores característicos de cada dominio.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07
N_x	107	107	107	107	107	107	107
N_y	107	107	107	107	107	107	107
$\Delta x, y$ [m]	30000	10000	3333.3	1111.1	222.22	74.074	24.691
Δt [s]	75	25	8.333	2.778	0.556	0.185	0.062
Orografía	GMTED	GMTED	GMTED	ASTER	ASTER	ASTER	ASTER
Uso de Suelo	USGS	USGS	USGS	CLC12	CLC12	CLC12	CLC12

Cuadro 5.3: Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07
Micro-físicas	WSM5	WSM5	WSM5	WSM5	WSM5	WSM5	WSM5
Cúmulos	Grell	Grell	—	—	—	—	—
Capa Superficial	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN
PBL	MYNN	MYNN	MYNN	MYNN	—	—	—
Modelo LES	—	—	—	—	1.5TKE	1.5TKE	1.5TKE
c_k	—	—	—	—	0.3	0.3	0.3
Modelo de Suelo	Difus. ¹	Difus.	Difus.	Difus.	Difus.	Difus.	Difus.
Rad. Onda Larga	RRTM	RRTM	RRTM	RRTM	RRTM	RRTM	RRTM
Rad. Onda Corta	Dudhia	Dudhia	Dudhia	Dudhia	Dudhia	Dudhia	Dudhia



5.4.3. Configuración de la Asimilación de Datos

A modo de implementar una mejora para la simulación multiescala a alta resolución que se está realizando, es que se plantea la utilización de un método de asimilación de datos para poder anclar ciertos valores conocidos dentro de la simulación y así obtener resultados mas acordes a la realidad.

La base teórica de la asimilación de datos en WRF ya se mencionó en informes anteriores. A continuación se presentan la información relevante para la correcta ejecución del sistema de asimilación y su replicabilidad.

Cuadro 5.4: Características del proceso de DA.

Parámetro	Selección
Hora Inicio DA	06:00:00
Hora Término DA	12:00:00
Intervalo de DA	10 [min]
Puntos a Anidar	1
Alturas	10m, 40m, 60m, 80m, 100m
Variables	u, v
Lat. Mástil	56.440582
Lon. Mástil	8.150896

Los valores a asimilar son los valores tomados experimentalmente en el mástil meteorológico de Høvsøre y que se pueden ver en la Figura ??.

5.5. Caso II - Terreno Complejo: Bolund

5.5.1. Aspectos Generales del Experimento

5.5.2. Configuración de las Simulaciones

Tomando en cuenta que la campaña de medición para el caso Bolund se llevó a cabo durante los meses de Enero y Febrero del 2008, fue necesario hallar un día en donde hubiera una estratificación atmosférica lo mas neutra posible, con el modo de tener resultados comparables con aquellos obtenidos en la literatura y simulados de manera ideal.

Convenientemente, en el informe técnico que detalla la campaña de medición, los autores presentan un gráfico para la longitud de Monin-Obukhov que permite identificar que los días 3-4 de Enero presentan una estratificación muy cercana a la neutra y por lo tanto se decide simular para esas horas.

Cuadro 5.5: Dominio numerico espacial y temporal para simulación del caso Bolund.

Parámetro	Selección
Fecha	29-12-2007
Hora Inicio	06:00 UTM
Hora Término	15:00 UTM
Puntos Malla Vert.	41
P_{top}	30000 kPa
# Dominios	8
Lat. Centro	55.703474
Lon. Centro	12.098854

Cuadro 5.6: Valores característicos de cada dominio.

Dominio	d01	d02	d03	d04	d05	d06	d07	d08
N_x	106	106	106	106	106	106	106	106
N_y	106	106	106	106	106	106	106	91
$\Delta x, y$ [m]	10000	3333.3	1111.1	222.22	74.074	24.691	8.23045	2.74348
Δt [s]	12	4	1.3333	0.4444	0.0889	0.0296	0.0099	0.0033
Orografía	GMTED	GMTED	GMTED	ASTER	ASTER	ASTER	ASTER	Bolund
Uso de Suelo	USGS	USGS	USGS	CLC12	CLC12	CLC12	CLC12	Bolund

Cuadro 5.7: Parametrizaciones físicas utilizadas en el modelo.



Figura 5.2: Distribución telescópica de los 8 mallas anidadas en el dominio numérico.

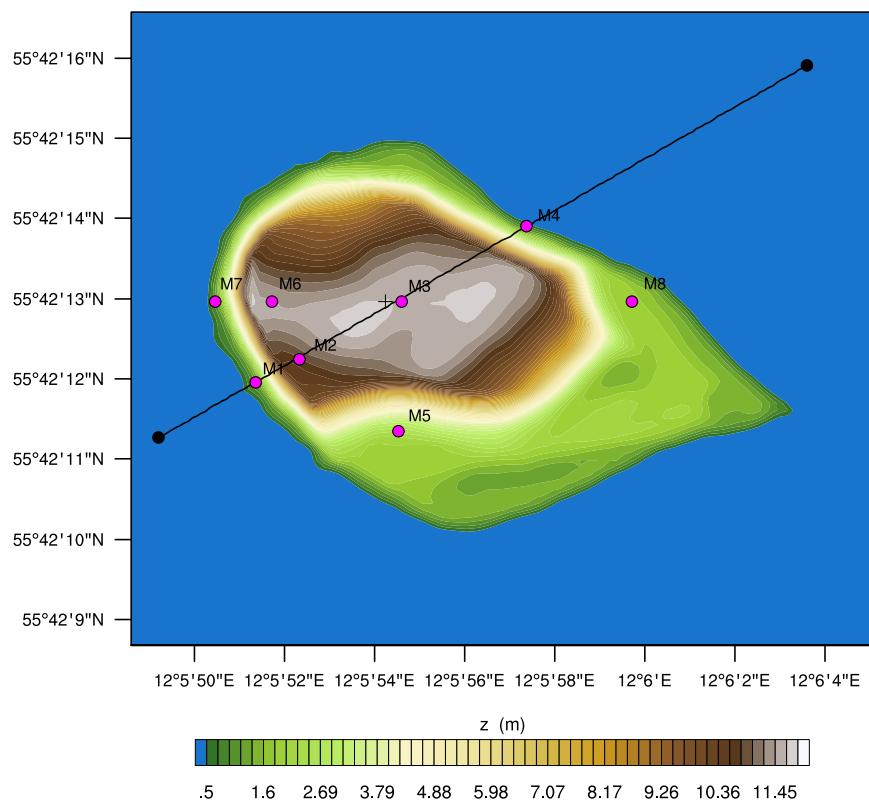


Figura 5.3: Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.

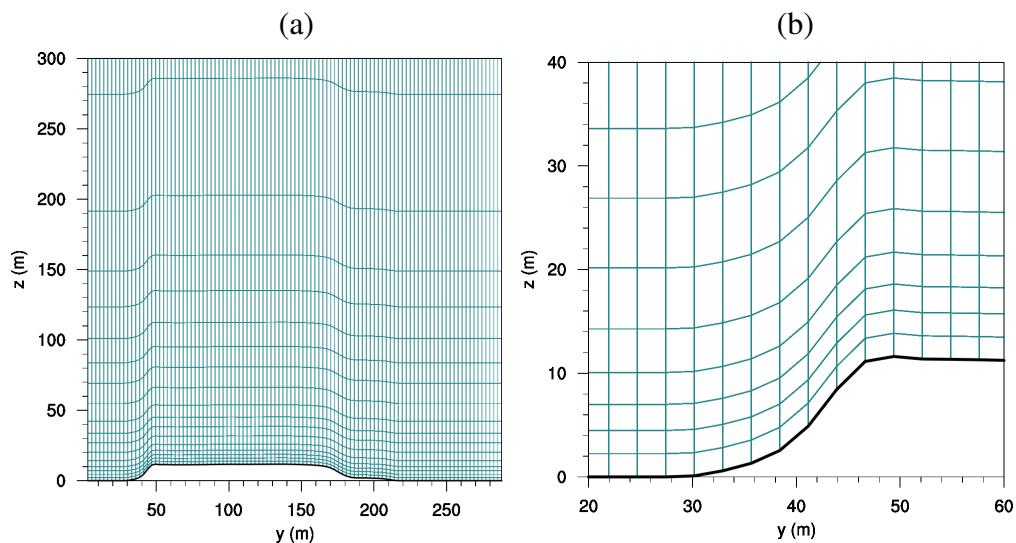


Figura 5.4: (a) Distribución de la malla vertical en la mitad del dominio. (b) Detalle en el ángulo abrupto. Todo en escala 1:1.

5.5.3. Configuración de la Asimilación de Datos

Cuadro 5.8: Características del proceso de DA.

Parámetro	Selección
Hora Inicio DA	06:00:00
Hora Término DA	12:00:00
Intervalo de DA	10 [min]
Puntos a Anidar	8
VARIABLES	u, v

Cuadro 5.9: Detalle de la asimilación en cada mástil en Bolund.

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
Latitud	55.70332	55.70340	55.70360	55.70386	55.70315	55.70360	55.70360	55.70360
Longitud	12.09760	12.09787	12.09850	12.09927	12.09848	12.09770	12.09735	12.09992
Alturas	2, 5, 9m	2, 5m	2, 5m	2, 5, 9m	2, 5m	2, 5m	2, 5m	2, 5m

5.6. Posproceso de los datos

5.6.1. Interpolación de alturas

ley logarítmica.

5.6.2. Cálculo de Errores

Considerando que el resultado final de las simulaciones realizadas es un archivo de texto con la serie de tiempo para los valores de u, v y w para cada punto de interés en el dominio, es necesario definir una estimación del error entre la simulación realizada y la serie de tiempo medida en el mástil.

Se decide utilizar dos indicadores para llevar a cabo esta tarea: el MAE y el RMSE.

El MAE (*Mean Absolute Error*) entre dos variables continuas se calcula de la siguiente forma:

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - x_i| \quad (5.6.1)$$

Es un promedio del valor absoluto de los errores.

Si graficáramos la correspondencia de los datos en un gráfico de x vs y , el MAE correspondería al valor medio de la distancia horizontal entre cada punto y la línea $x = y$.

El RMSE (*Root Mean Squared Error*) por otro lado se calcula como:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2} \quad (5.6.2)$$

Y corresponde a la raíz de los momentos muestrales de segundo orden de la diferencia entre los valores a comparar, en otras palabras, es un análogo al MAE pero pondera con mayor importancia los errores mas grandes. Es un promedio de los errores al cuadrado.

Capítulo 6

Resultados Obtenidos y Análisis

6.1. Caso I: Høvsøre s/DA

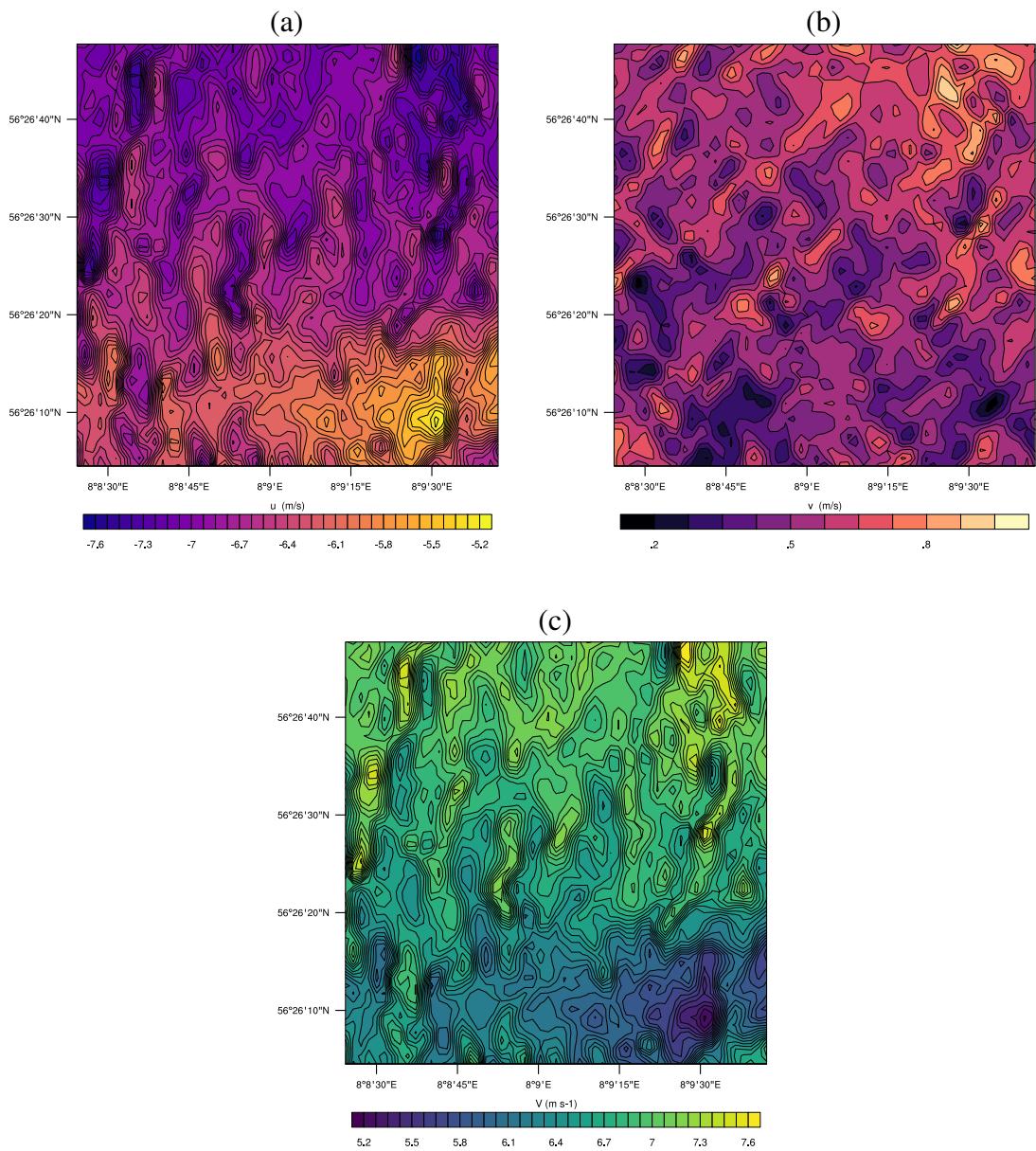


Figura 6.1: (a) Componente u de la velocidad en el primer nivel de la coordenada vertical ($z_1 = 5,25$ [m]) para las 15:00. (b) Idéntico al anterior pero para la componente v . (c) Magnitud del campo de velocidad.

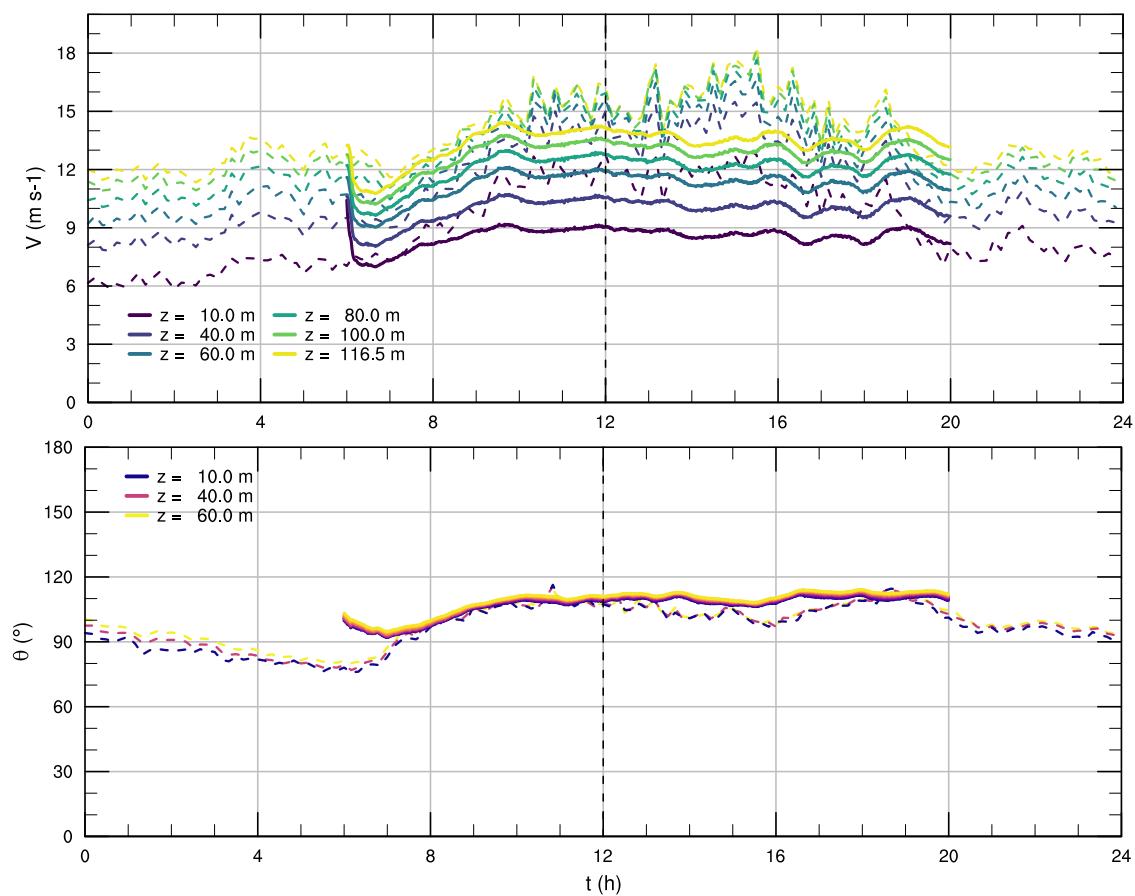


Figura 6.2: Serie de tiempo para la rapidez instantánea del viento V y su dirección en la ubicación del mástil meteorológico. La línea continua corresponde a los datos simulados interpolados a las alturas de medición (solo para V) y la línea punteada a los datos medidas en el mástil.

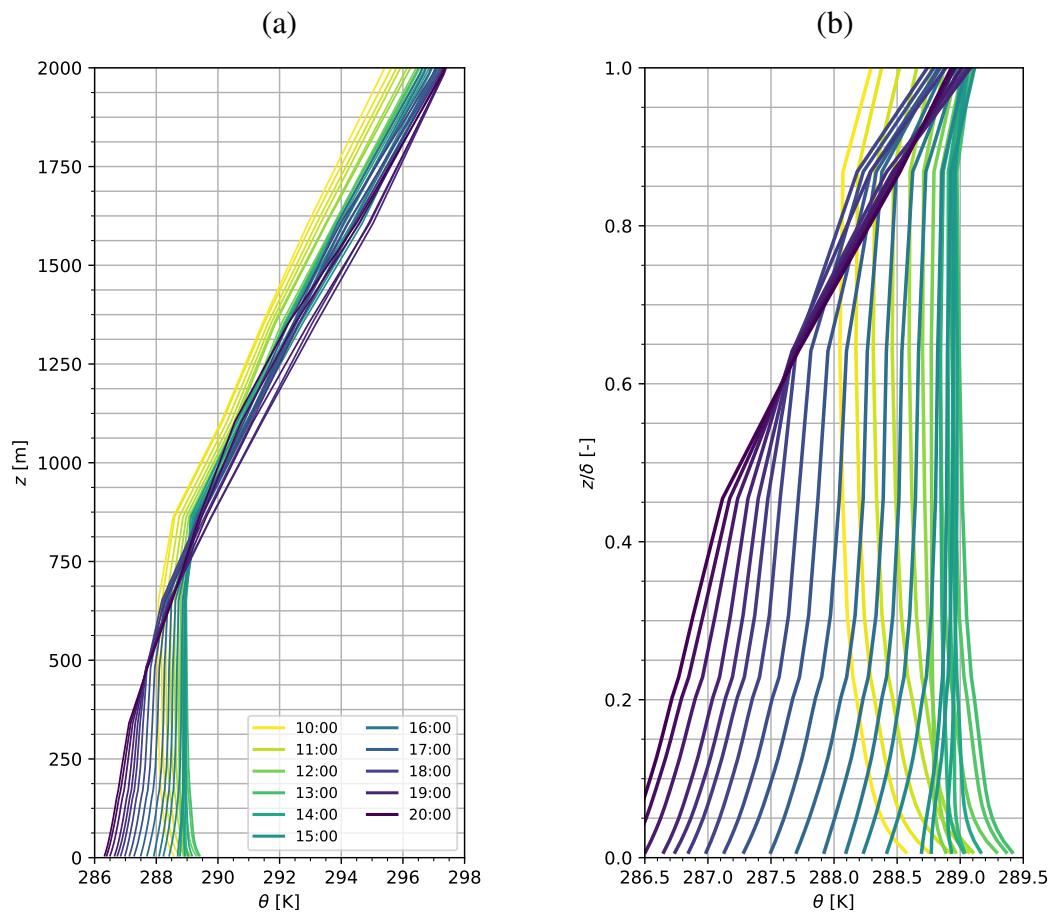


Figura 6.3: Ciclo diurno-nocturno del perfil de temperatura potencial en el mástil meteorológico. (a) Resultados cada 20 minutos del perfil de θ . (b) Corresponde al detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica ($\delta \approx 750$ [m]).

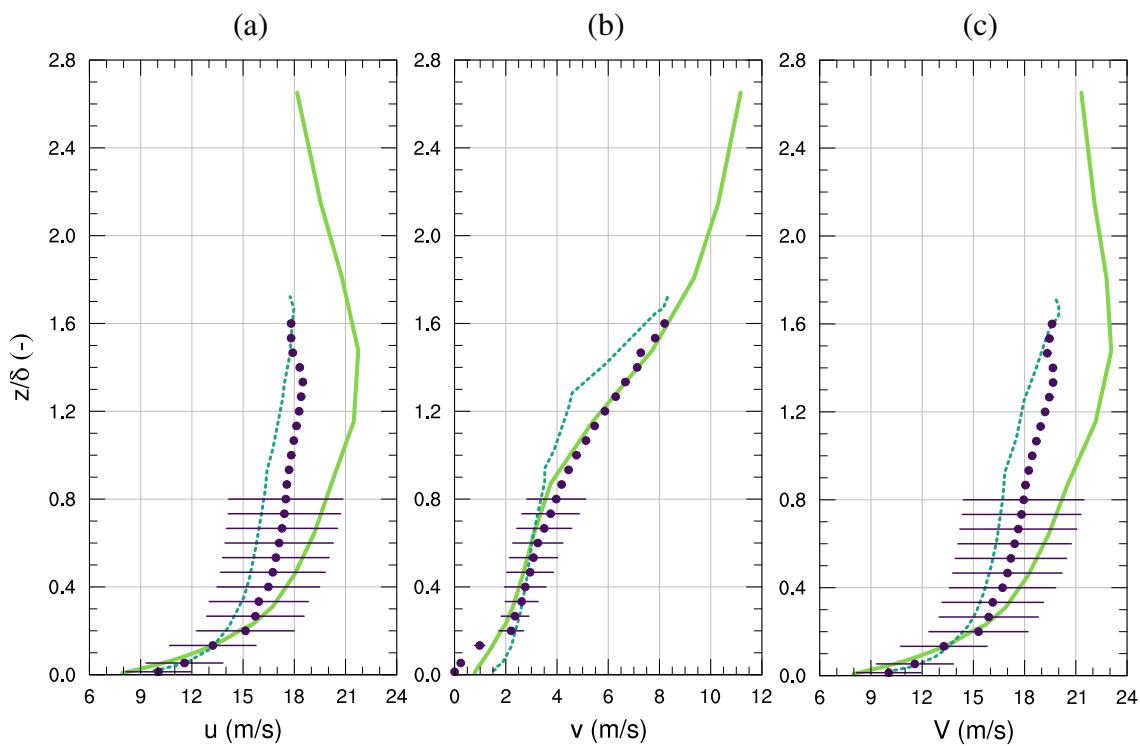


Figura 6.4: Comparación de la simulación (línea continua) con la simulación de Peña et. al. en el 2013 (línea punteada) y valores medidos para (a) componente u de la velocidad del viento, (b) componente v y (c) magnitud de la velocidad del viento. Los datos corresponden a promedios temporales entre las 12:00 y 14:00, y han sido rotados de tal forma que su dirección sea 0° a los 10m.

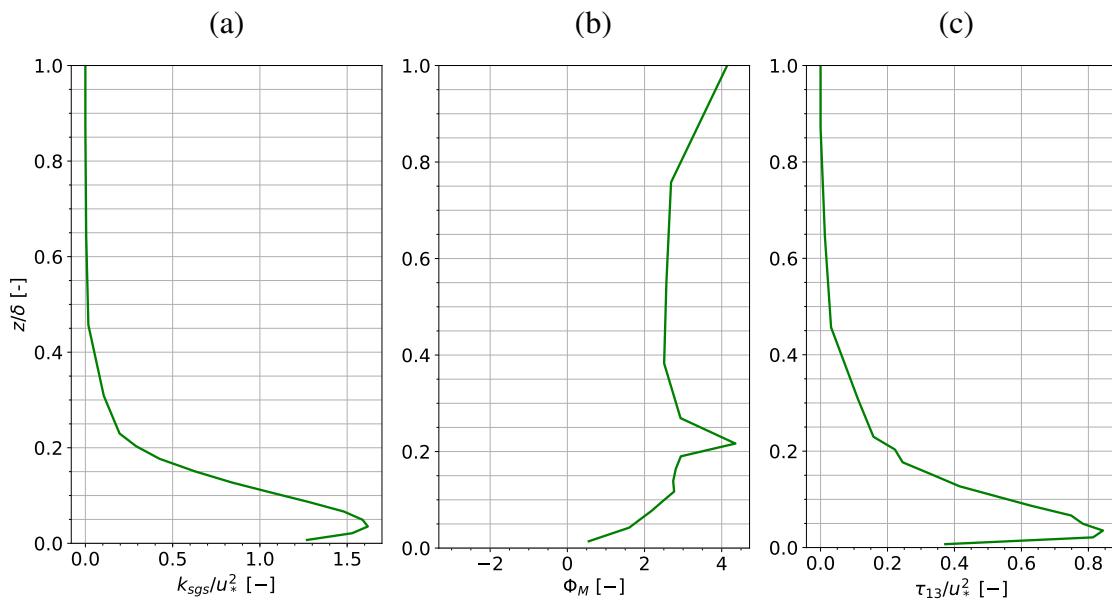


Figura 6.5: Variables adimensionalizadas ($u_* = 0,552$ [m/s]) de segundo orden para el caso de Bolund promediados entre las 12:00 y las 15:00 (atmósfera neutra). (a) Energía cinética turbulenta de submalla, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento.

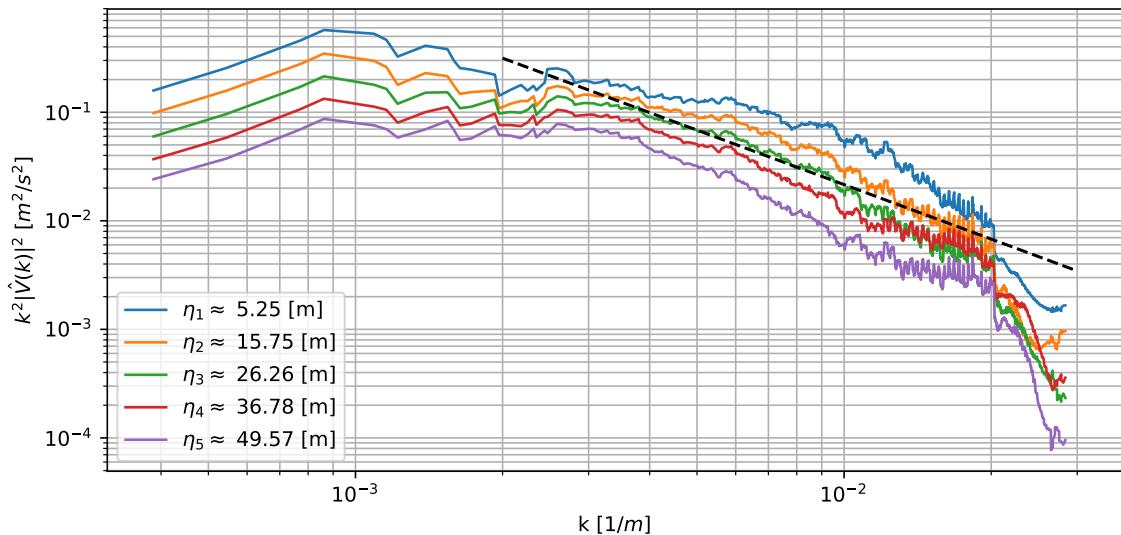


Figura 6.6: Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d07 caso Høvsøre.

6.2. Caso I: Høvsøre c/DA

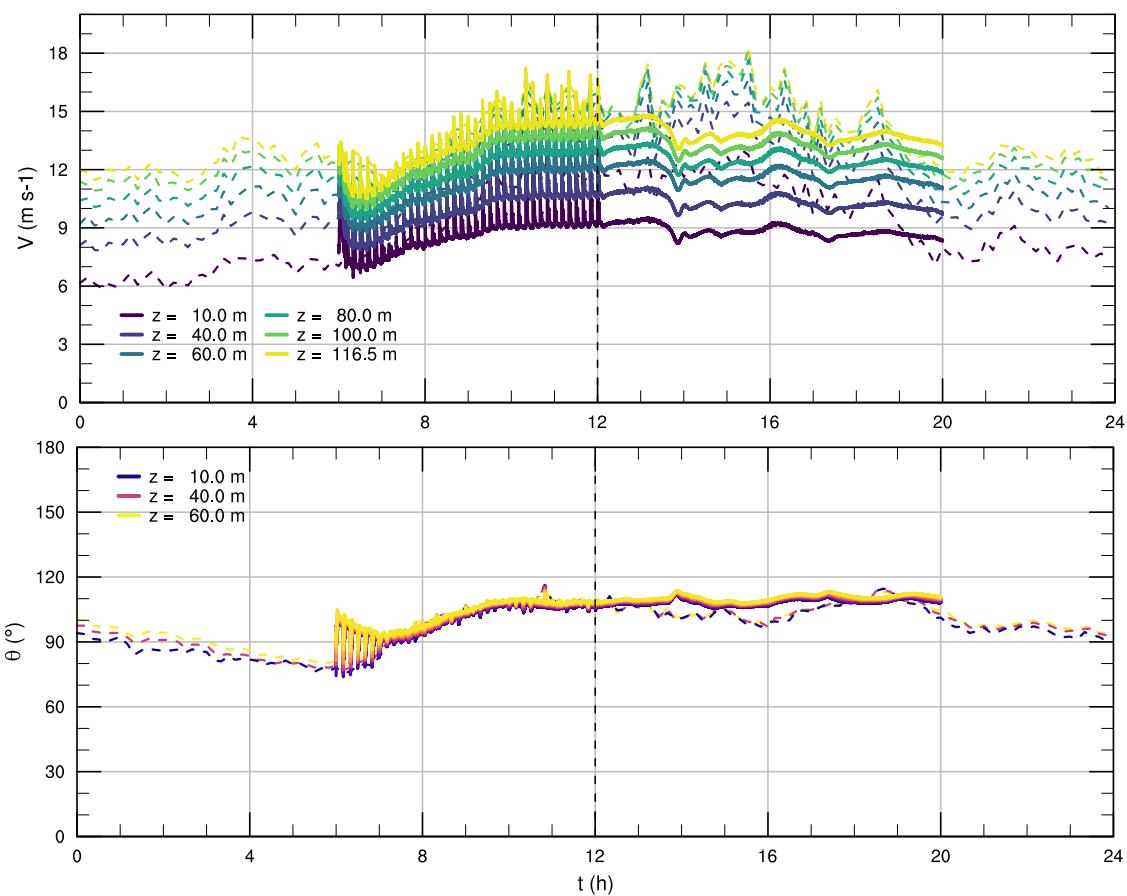


Figura 6.7: Serie de tiempo para la rapidez instantánea del viento V y su dirección en la ubicación del mástil meteorológico para el caso con asimilación de datos. La línea continua corresponde a los datos simulados interpolados a las alturas de medición (solo para V) y la línea punteada a los datos medidos en el mástil.

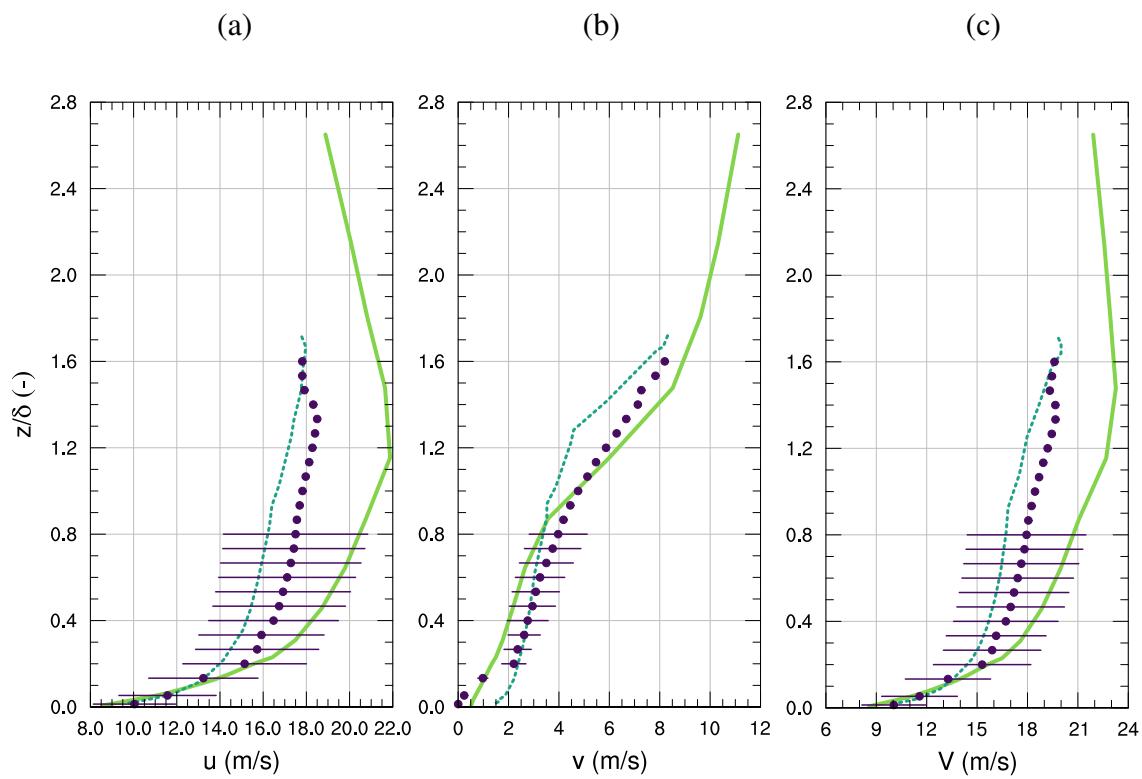


Figura 6.8: Comparación de la simulación con DA (línea continua) con la simulación de Peña et. al. en el 2013 (línea punteada) y valores medidos para (a) componente u de la velocidad del viento, (b) componente v y (c) magnitud de la velocidad del viento. Los datos corresponden a promedios temporales entre las 12:00 y 14:00, y han sido rotados de tal forma que su dirección sea 0° a los 10m.

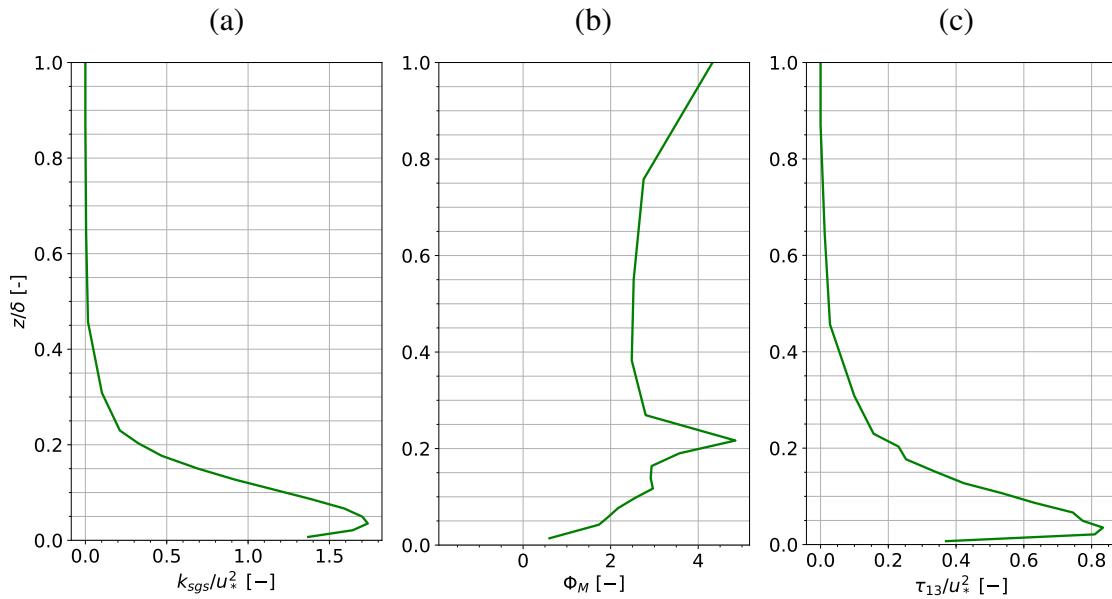


Figura 6.9: Variables adimensionadas ($u_* = 0,527$ [m/s]) de segundo orden para el caso de Bolund con DA promediados entre las 12:00 y las 15:00 (atmósfera neutra). (a) Energía cinética turbulenta de submall, (b) Gradiente de velocidad, (c) Esfuerzo turbulento.

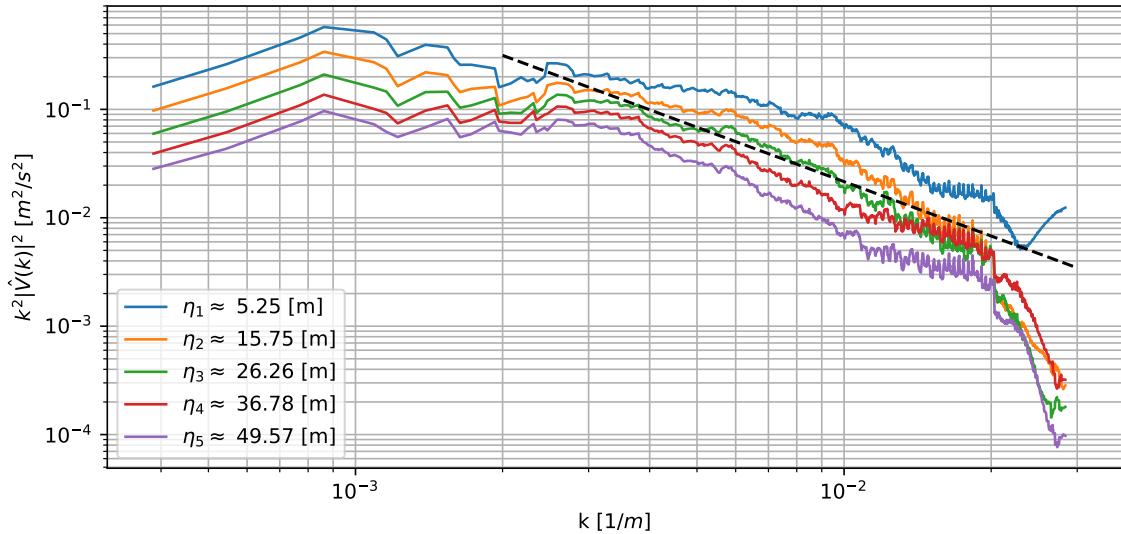
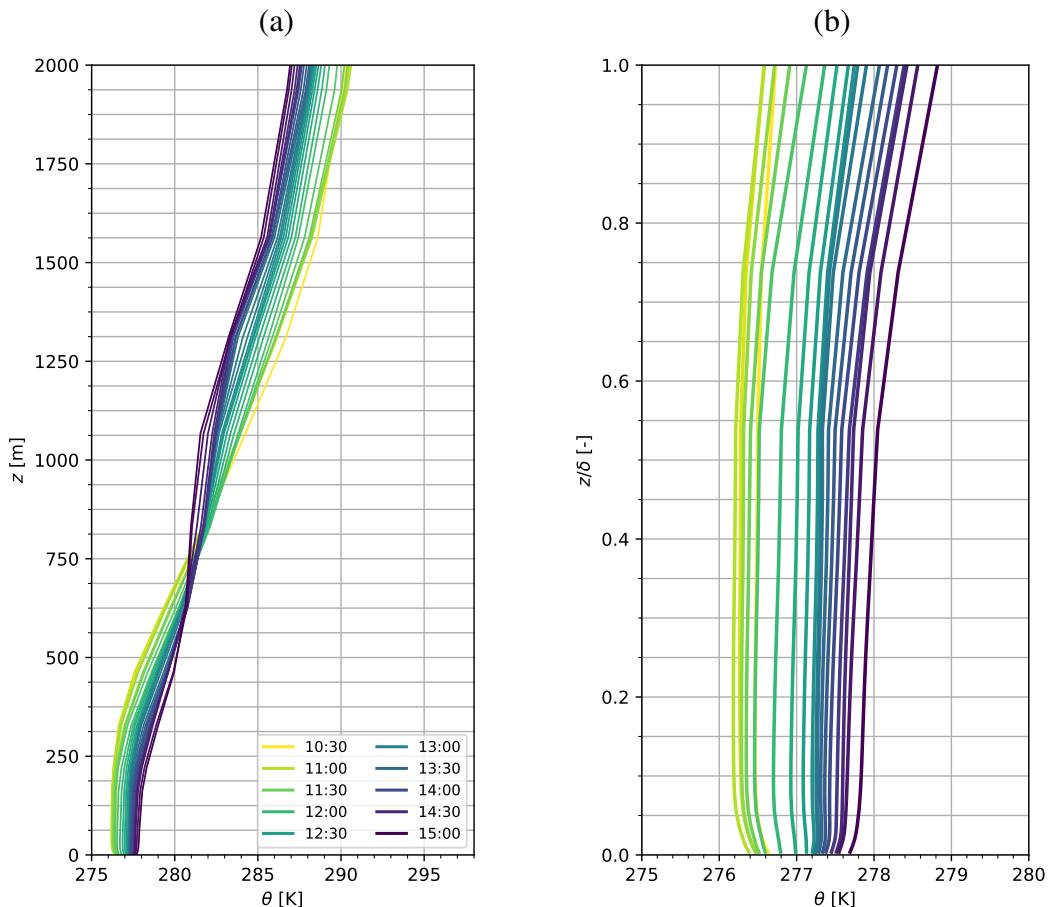


Figura 6.10: Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d07 caso Høvsøre con DA.

Cuadro 6.1: Comparación de métricas para el caso I Høvsøre.

	Sin DA	Con DA
MAE	2.41091 m/s	2.16742 m/s
RMSE	2.80142 m/s	2.55778 m/s

6.3. Caso II: Bolund s/DA

**Figura 6.11:** Ciclo horario del perfil de temperatura potencial promedio de los 8 mástiles. (a) Resultados cada 10 minutos del perfil de θ . (b) Corresponde al detalle del perfil dentro de la capa límite atmosférica con resultados cada 15 minutos ($\delta \approx 300$ [m]).

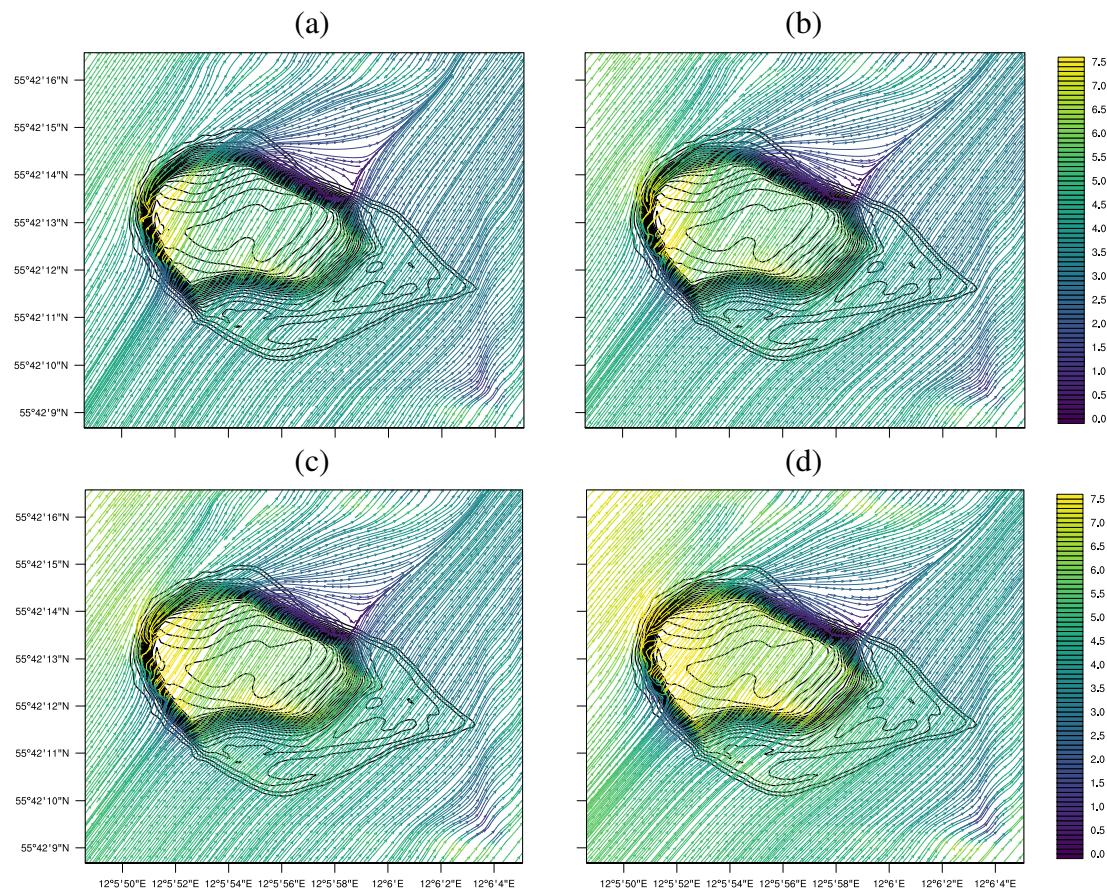


Figura 6.12: Lineas de flujo para la solución numérica en Bolund en el primer nivel ($z_1 = 1,12$ [m]) en las horas (a) 12:00, (b) 13:00, (c) 14:00, (d) 15:00.

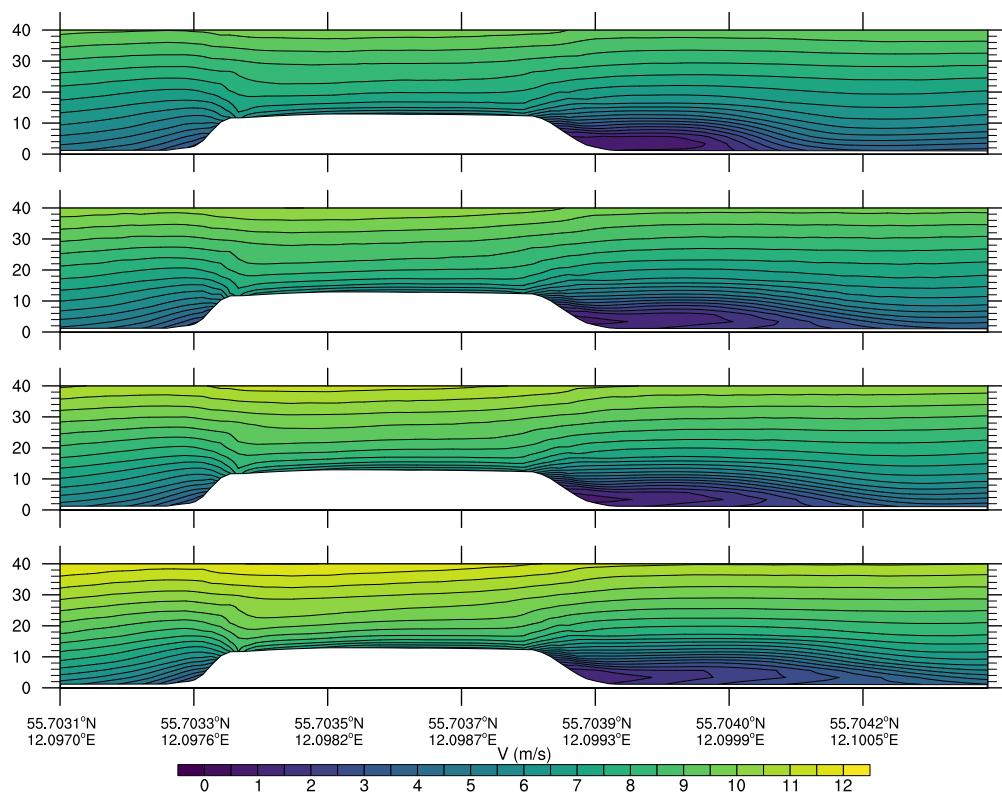


Figura 6.13: Contornos de rapidez del viento para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas.

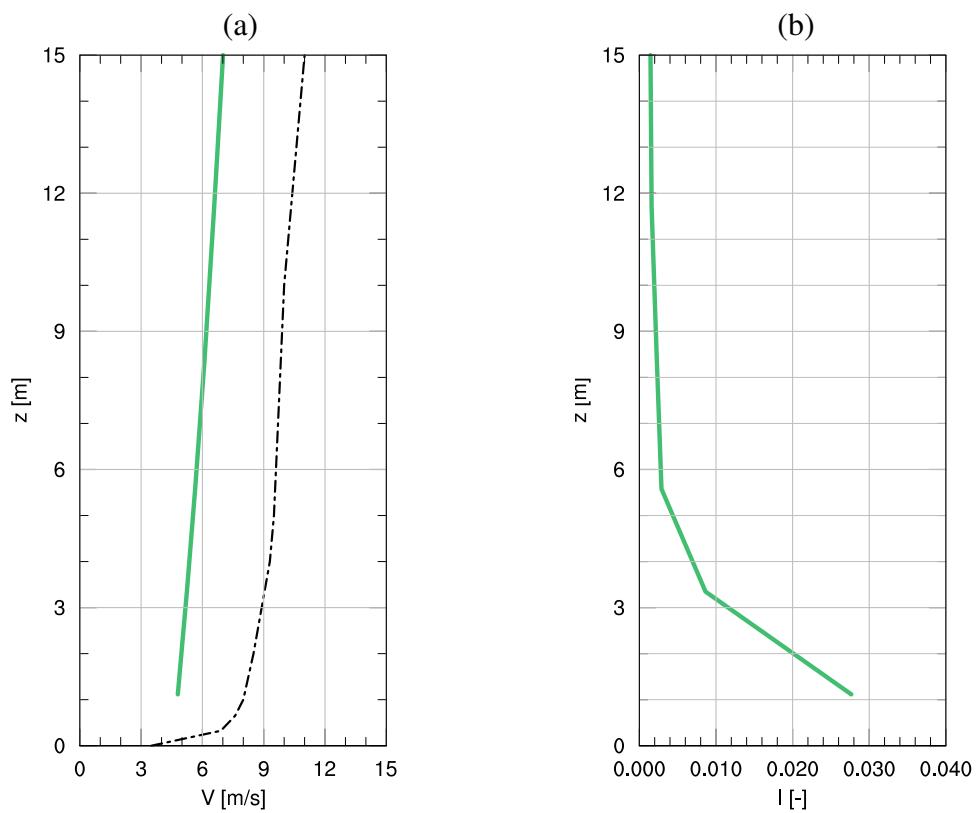


Figura 6.14: Perfiles promedio referenciales en el flujo no perturbado para: (a) Rapidez del viento (en línea punteada se presenta la condición de contorno presentada por Bechmann et. al. en el 2011) (b) Intensidad de energía cinética turbulenta (sgs).

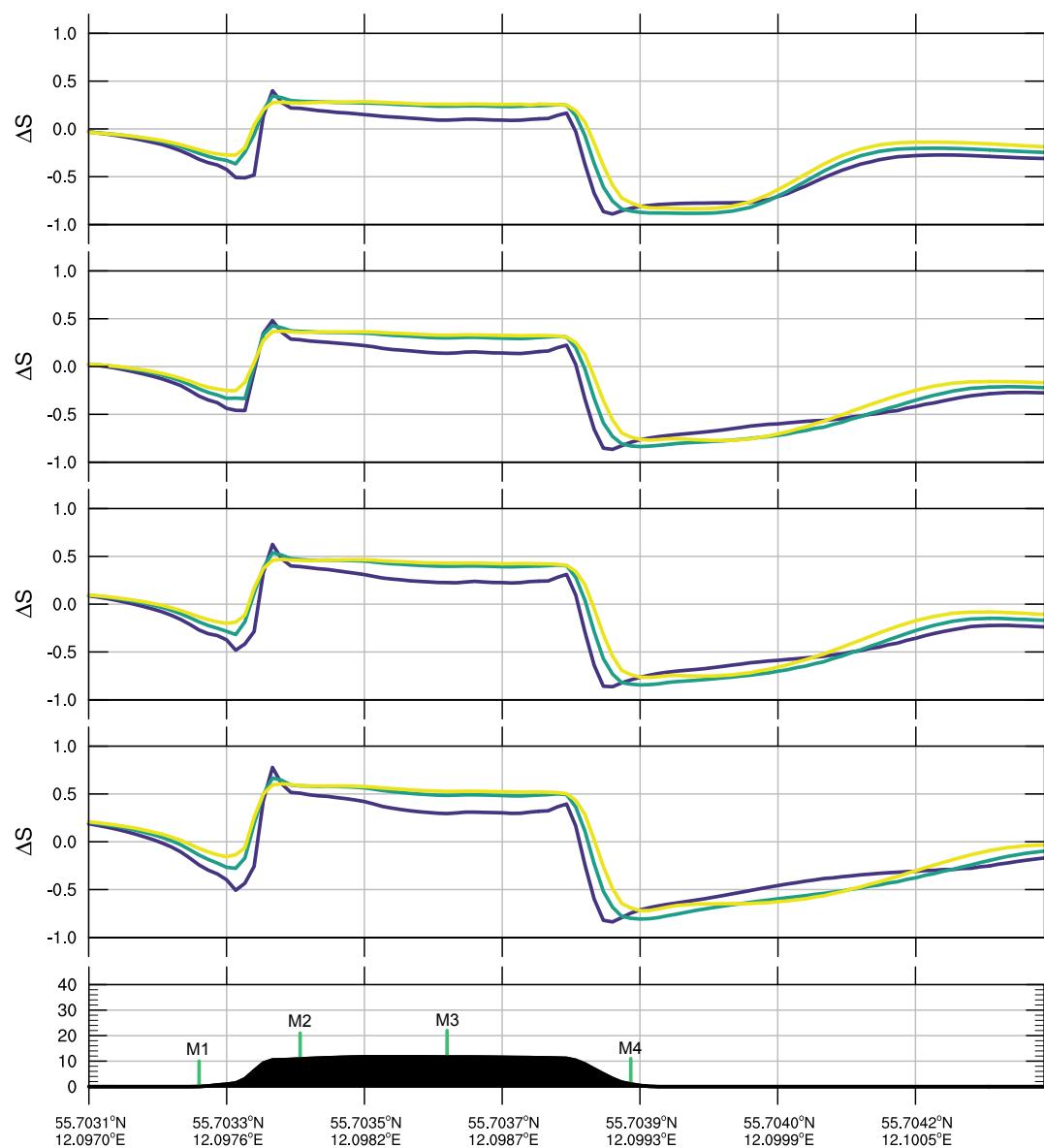


Figura 6.15: Speedup en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas.

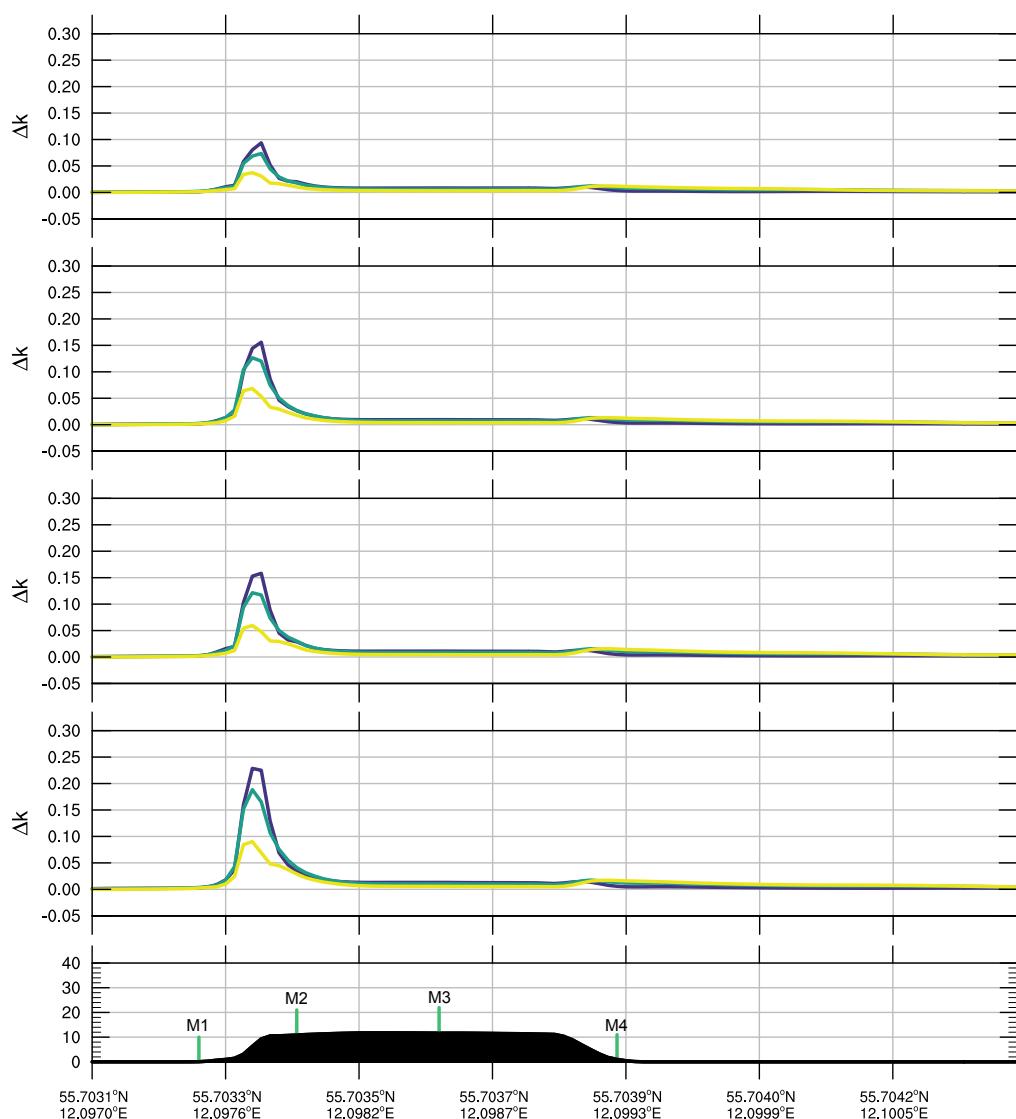


Figura 6.16: Incremento adimensional de energía cinética turbulenta (sgs) en los primeros 3 niveles del modelo (1,1 [m] azul; 3,4 [m] verde; 5,6 [m] amarillo) para la sección de corte a 240° en Bolund. Se muestran los resultados para las 12:00, 13:00, 14:00 y 15:00 horas.

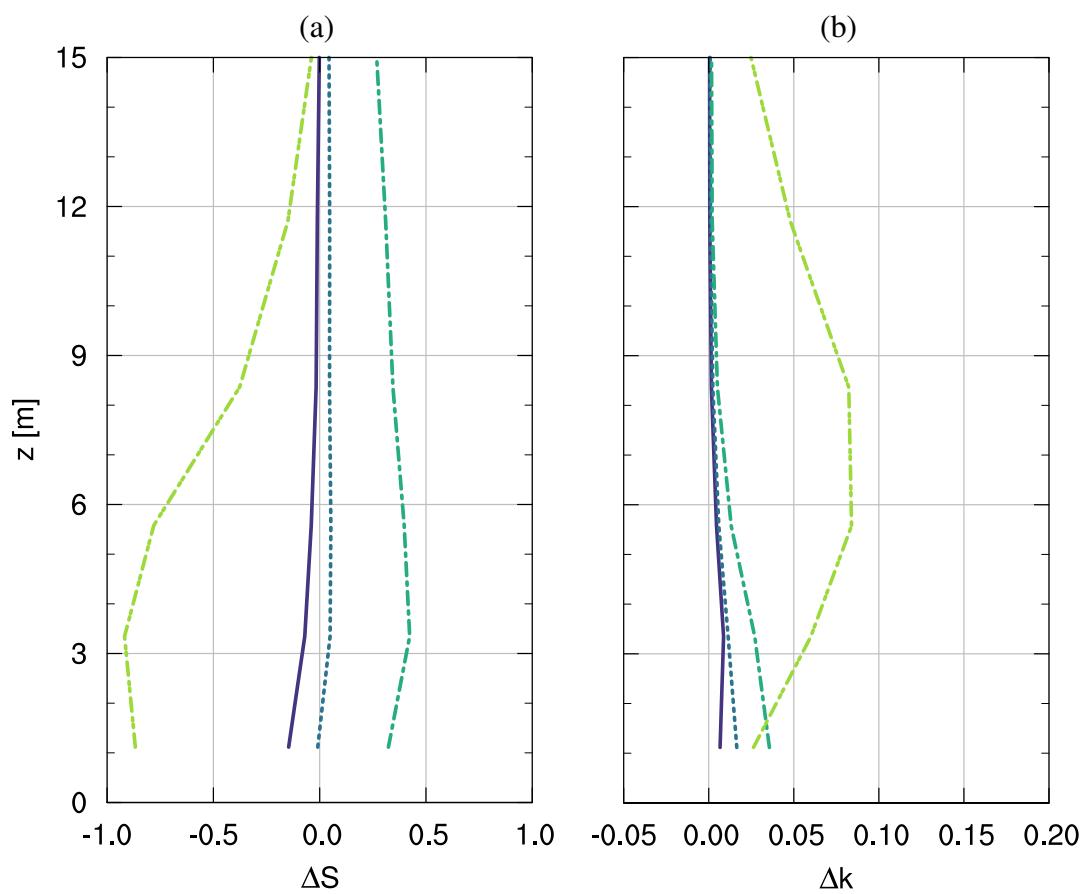


Figura 6.17: Perfil vertical de (a) *speedup* y (b) variación adimensional de energía cinética turbulenta para M1 (púrpura), M2 (azul), M3 (turquesa) y M4 (verde).

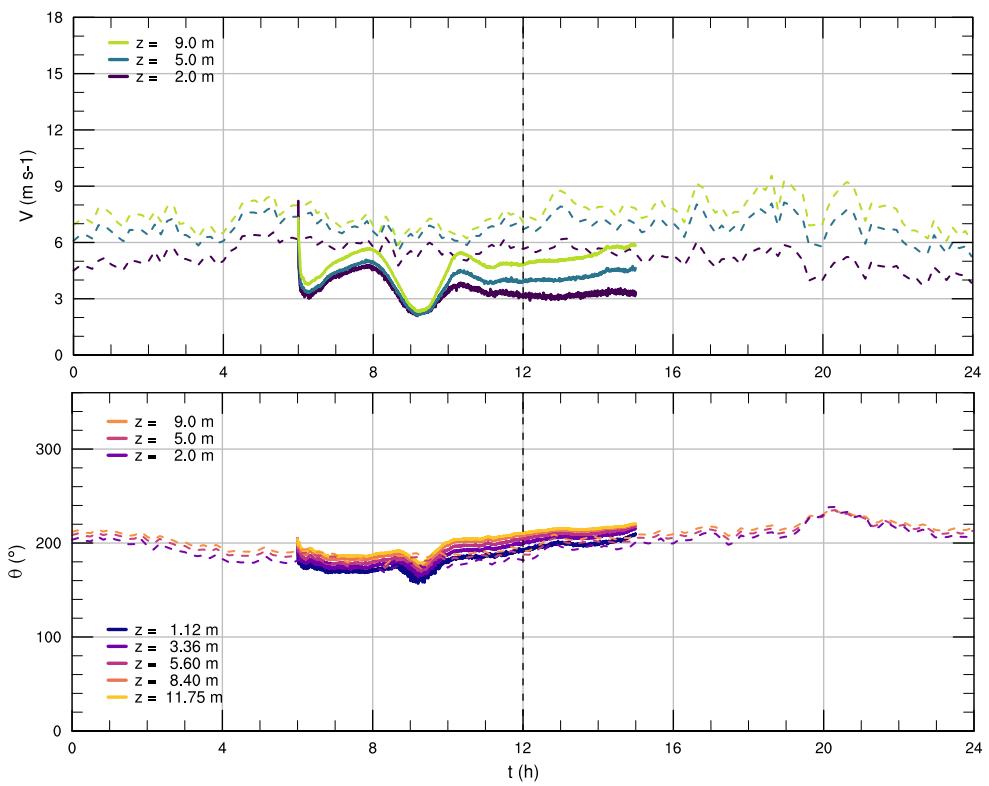


Figura 6.18: Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M1.

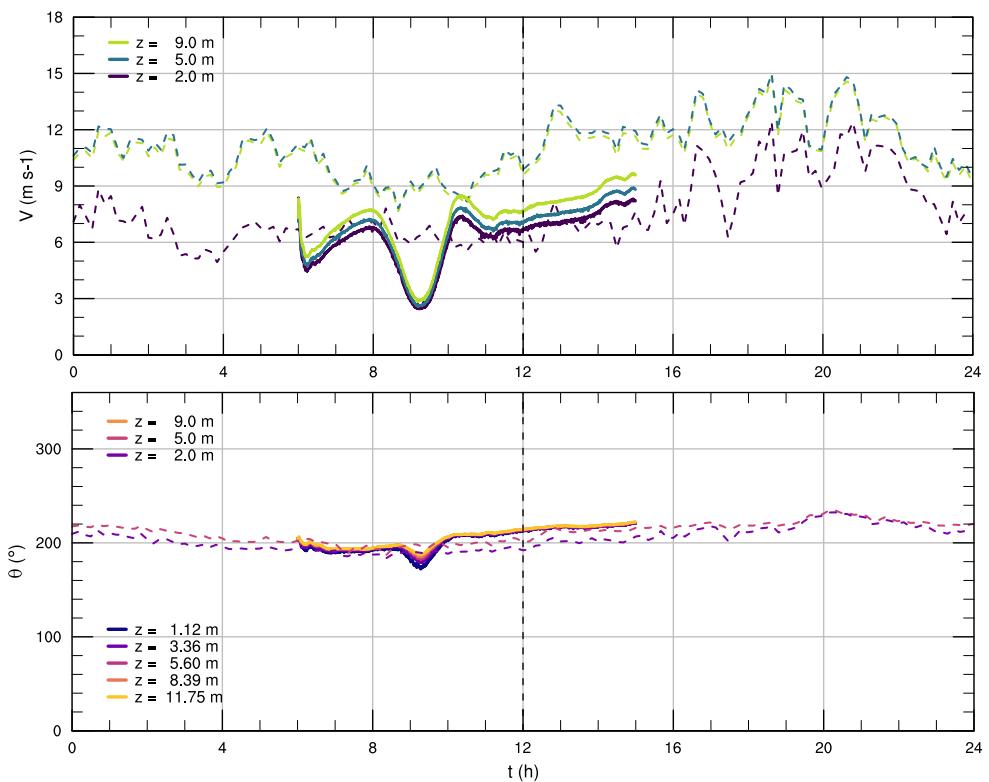


Figura 6.19: Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M2.

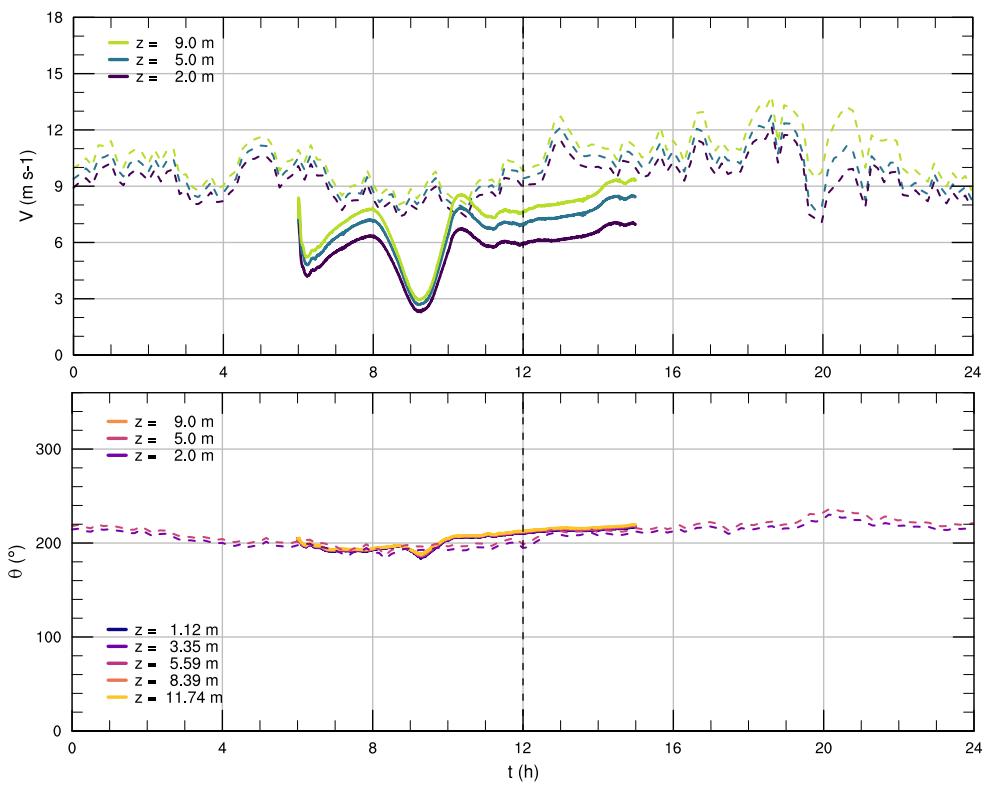


Figura 6.20: Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M3.

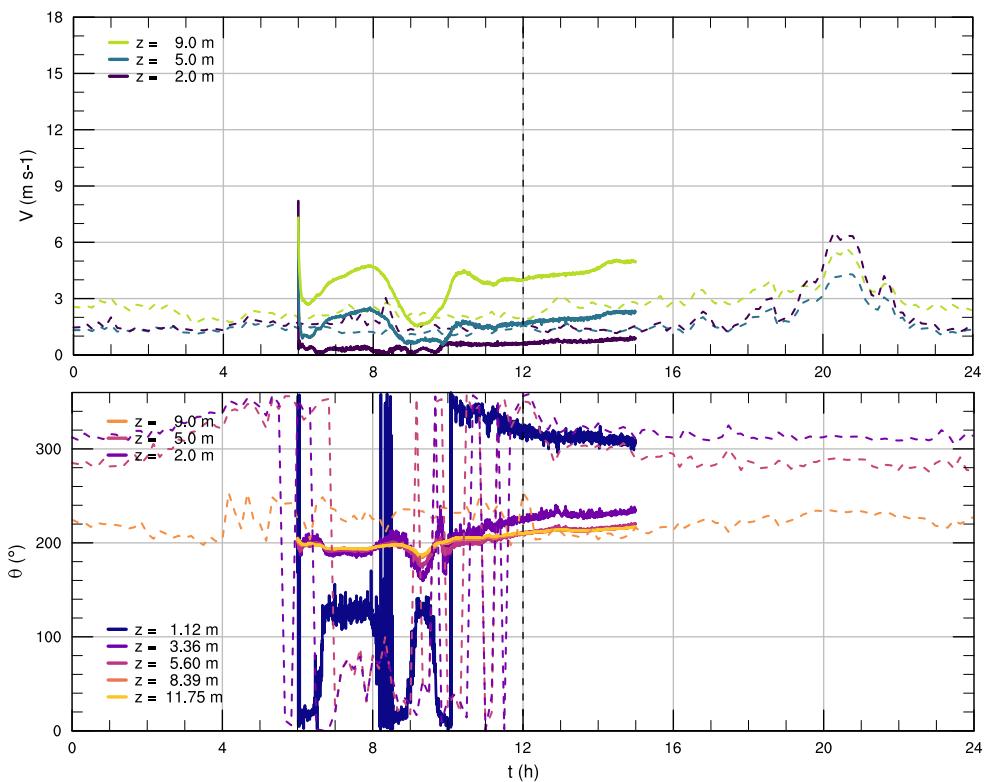


Figura 6.21: Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M4.

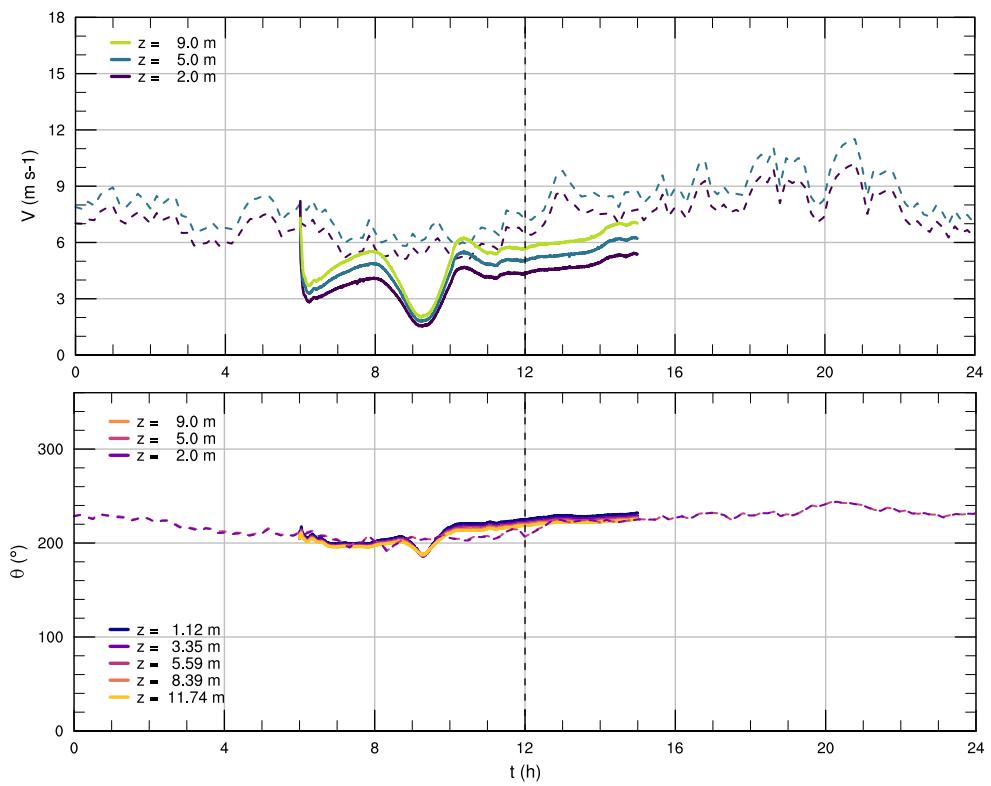


Figura 6.22: Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M5.

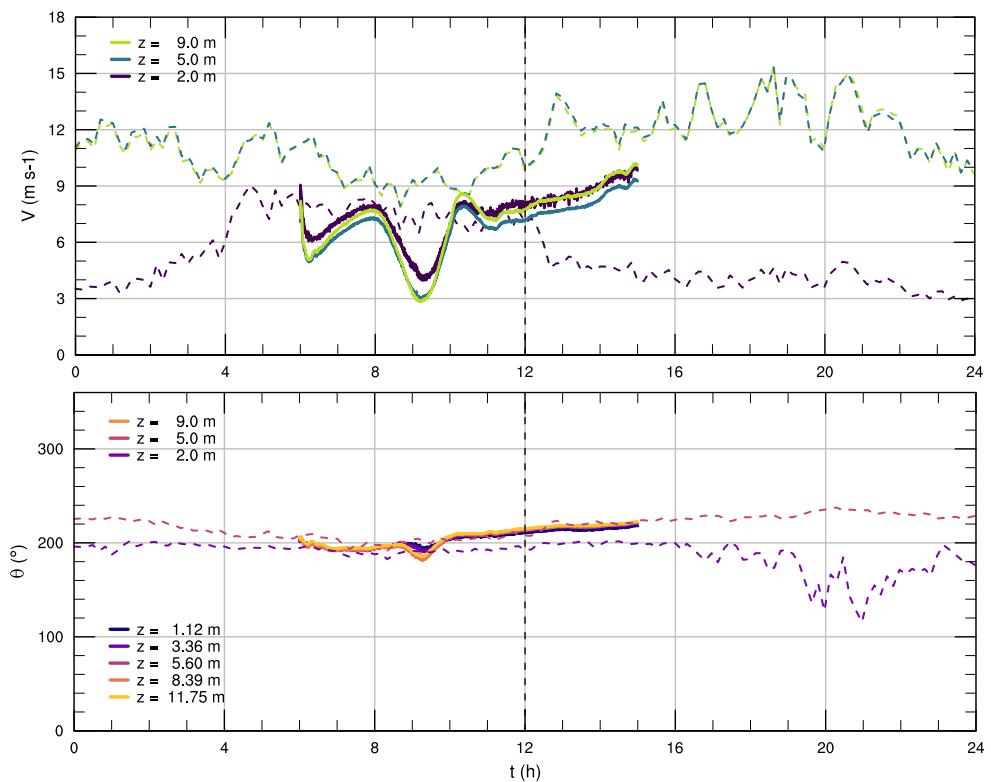


Figura 6.23: Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M6.

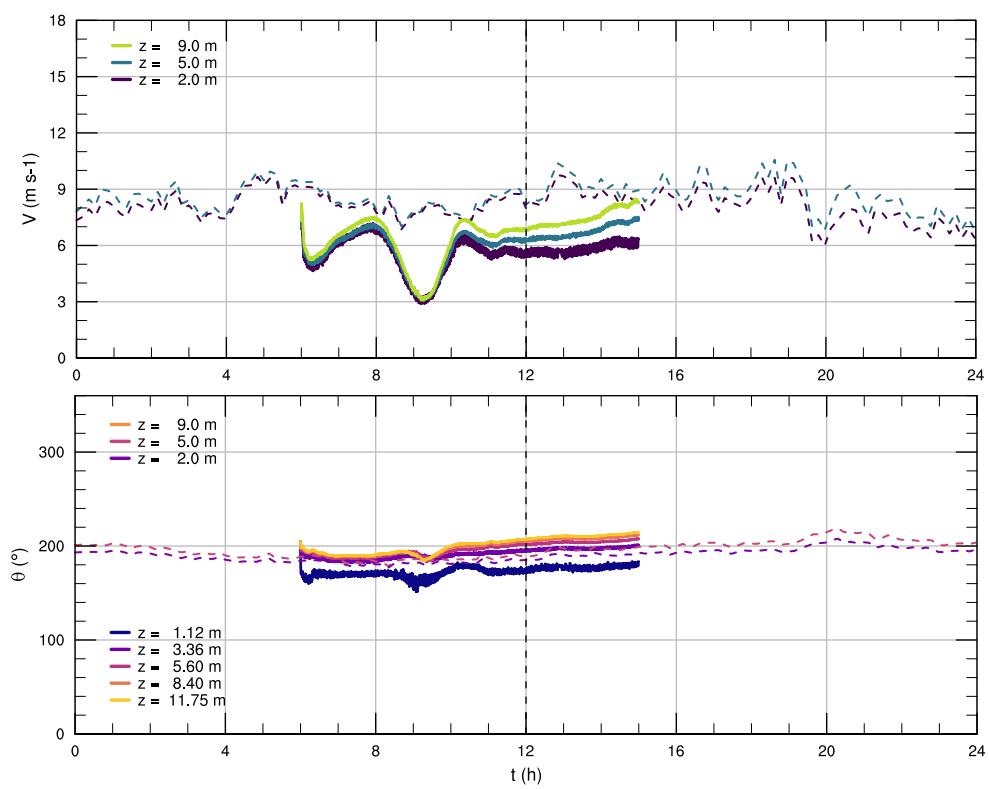


Figura 6.24: Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M7.

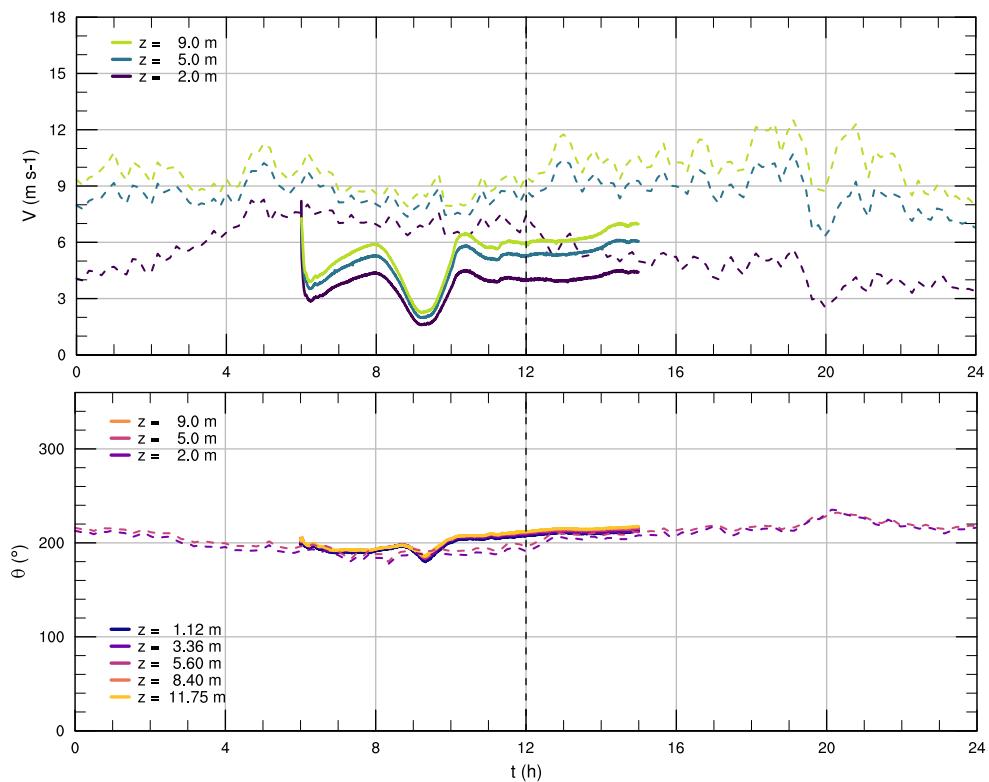


Figura 6.25: Series de tiempo para la rapidez V y dirección θ del viento en M8.

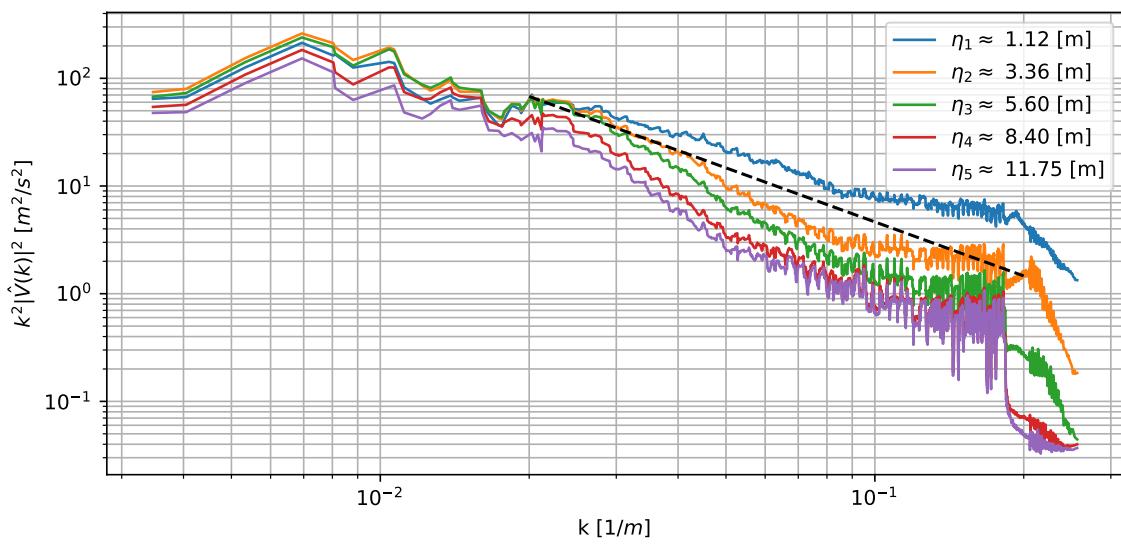


Figura 6.26: Espectros de energía para la componente horizontal del viento a distintos niveles verticales en el dominio d08 caso Bolund.

MAE= 2.67240, RMSE=2.95385

6.4. Caso II: Bolund c/DA

Capítulo 7

Conclusiones y Trabajo Futuro

Apéndice A

Cálculo de Resultados para Bolund y Comparación Ciega

A modo de tener resultados comparables para el ejercicio de comparación ciega organizado por los desarrolladores del experimento de Bolund, se introducen ciertas métricas para la velocidad y para la energía cinética turbulenta.

Para el caso de la velocidad, se adimensionaliza esta de la siguiente forma:

$$\Delta S_s = \frac{\bar{s} - \bar{s}_0}{\bar{s}_0}$$

Donde ΔS_s corresponde al *Speedup* simulado, calculado en función de \bar{s}_0 que es un valor de referencia para la velocidad ubicado en un punto no perturbado por el terreno (en el experimento de Bolund se utiliza el valor en el mástil M0). Para los resultados presentados en esta tesis los valores de referencia se toman en las coordenadas (55.70313, 12.0970) que caen dentro del dominio d08 de simulación.

El valor de \bar{s}_0 , operativamente, se toma como el promedio temporal entre las 12:00 y 15:00 horas y se calcula para cada nivel vertical del modelo.

Con respecto a la energía cinética turbulenta, esta se adimensionaliza como:

$$\Delta k_s = \frac{\bar{k}}{\bar{s}_0^2} - \frac{\bar{k}_0}{\bar{s}_0^2}$$

Análogamente al caso anterior, \bar{k}_0 es un valor de referencia para la energía cinética turbulenta en el punto del dominio donde hay flujo no perturbado.

De manera referencial, los desarrolladores presentan los siguientes resultados para su comparación ciega de modelos:

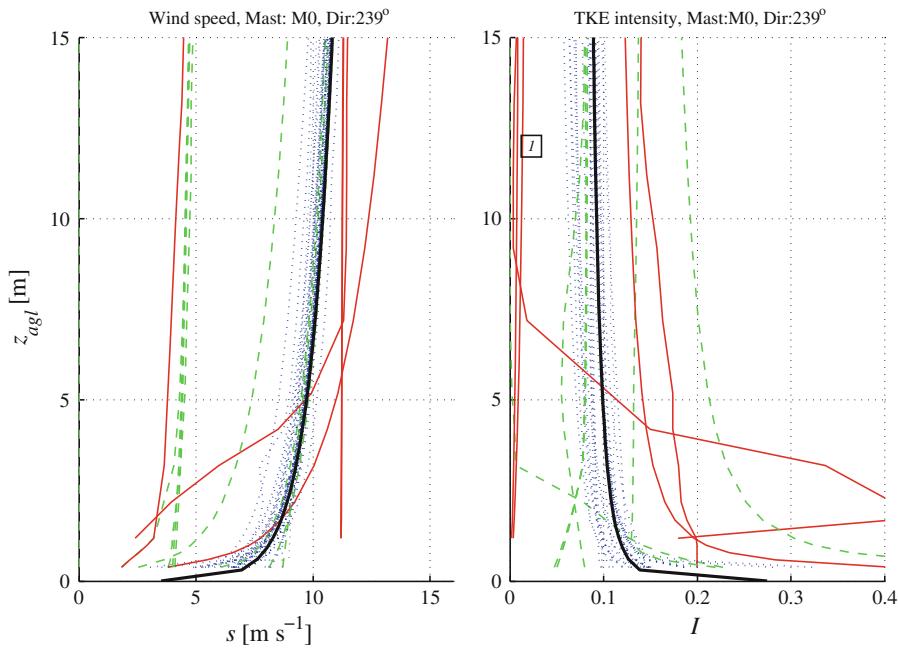


Figura A.1: Perfil del viento en el punto referencial M0. En línea negra está el perfil entregado por los desarrolladores (para utilizar como condición de borde) y el resto corresponde a distintos modelos. La línea sólida roja corresponde a simulaciones LES.

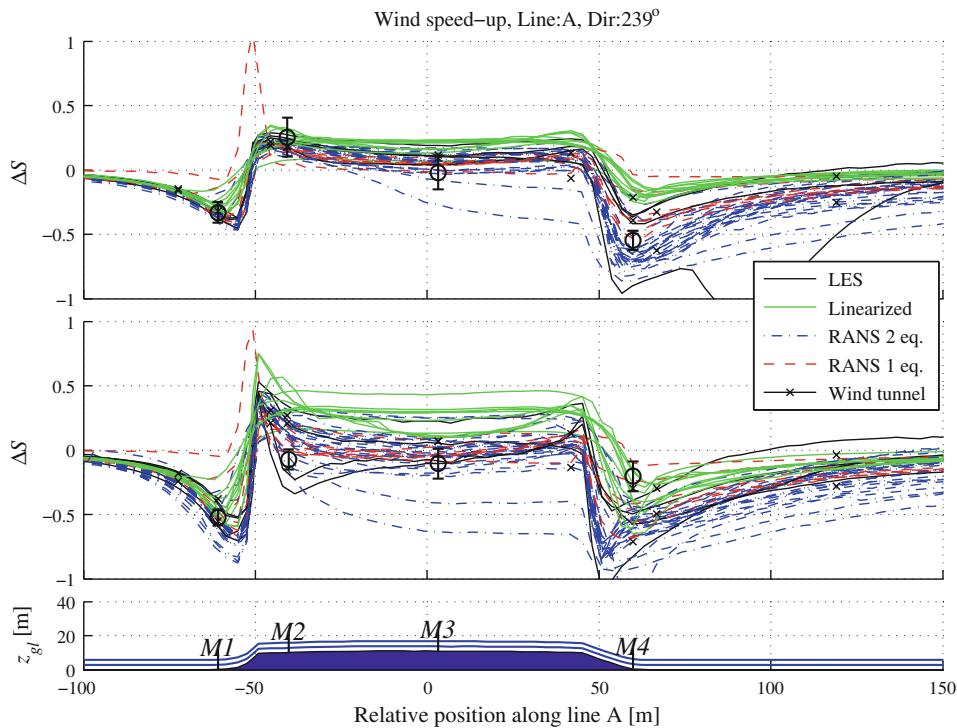


Figura A.2: Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.

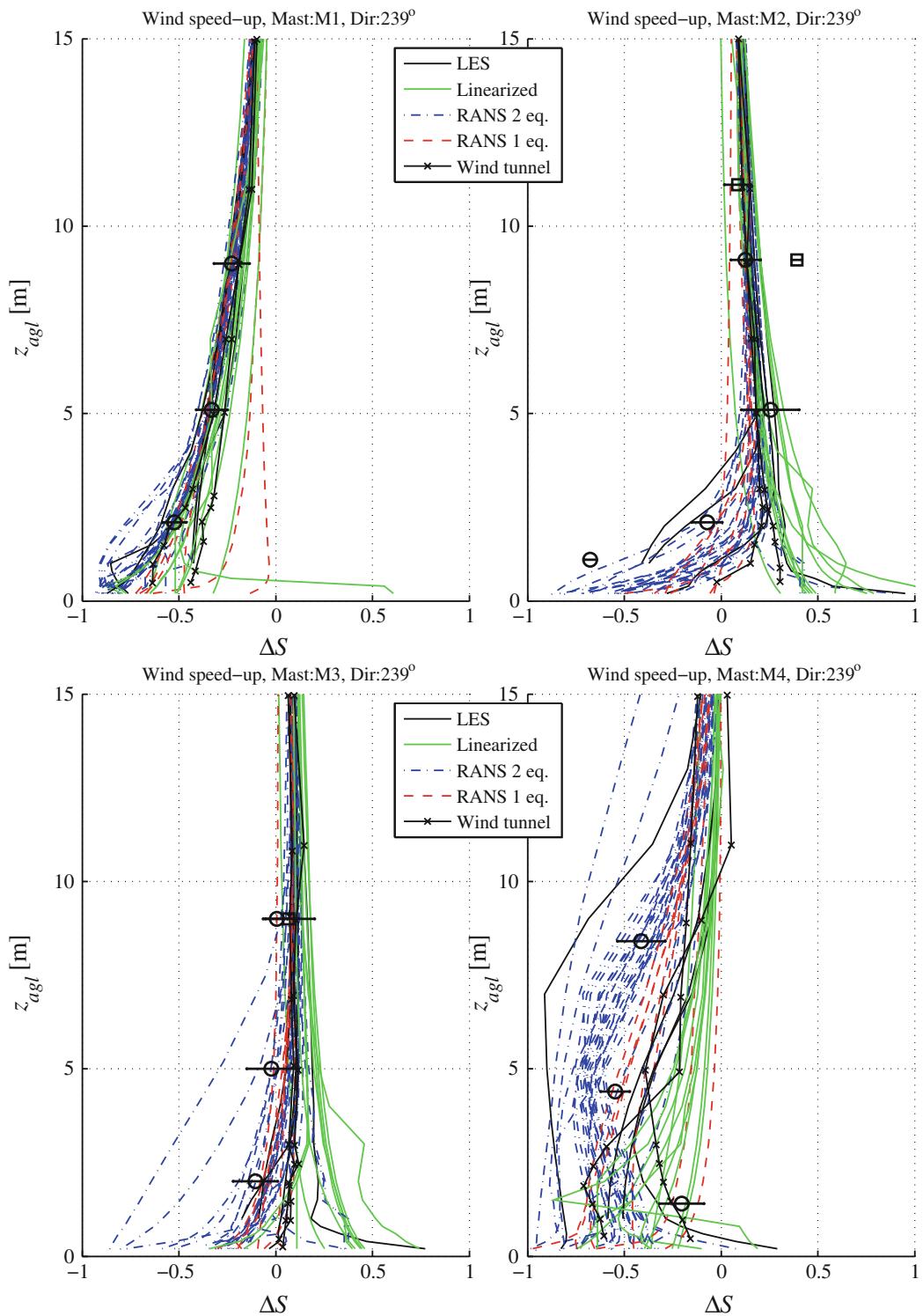


Figura A.3: Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.

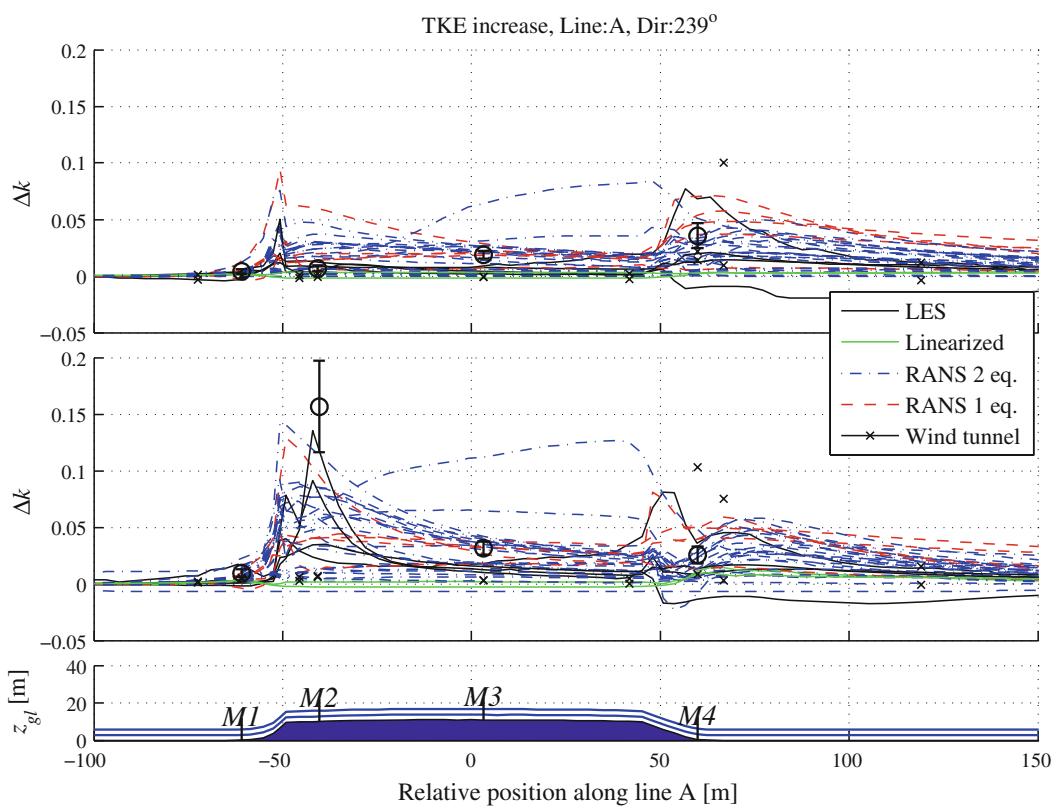


Figura A.4: Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.

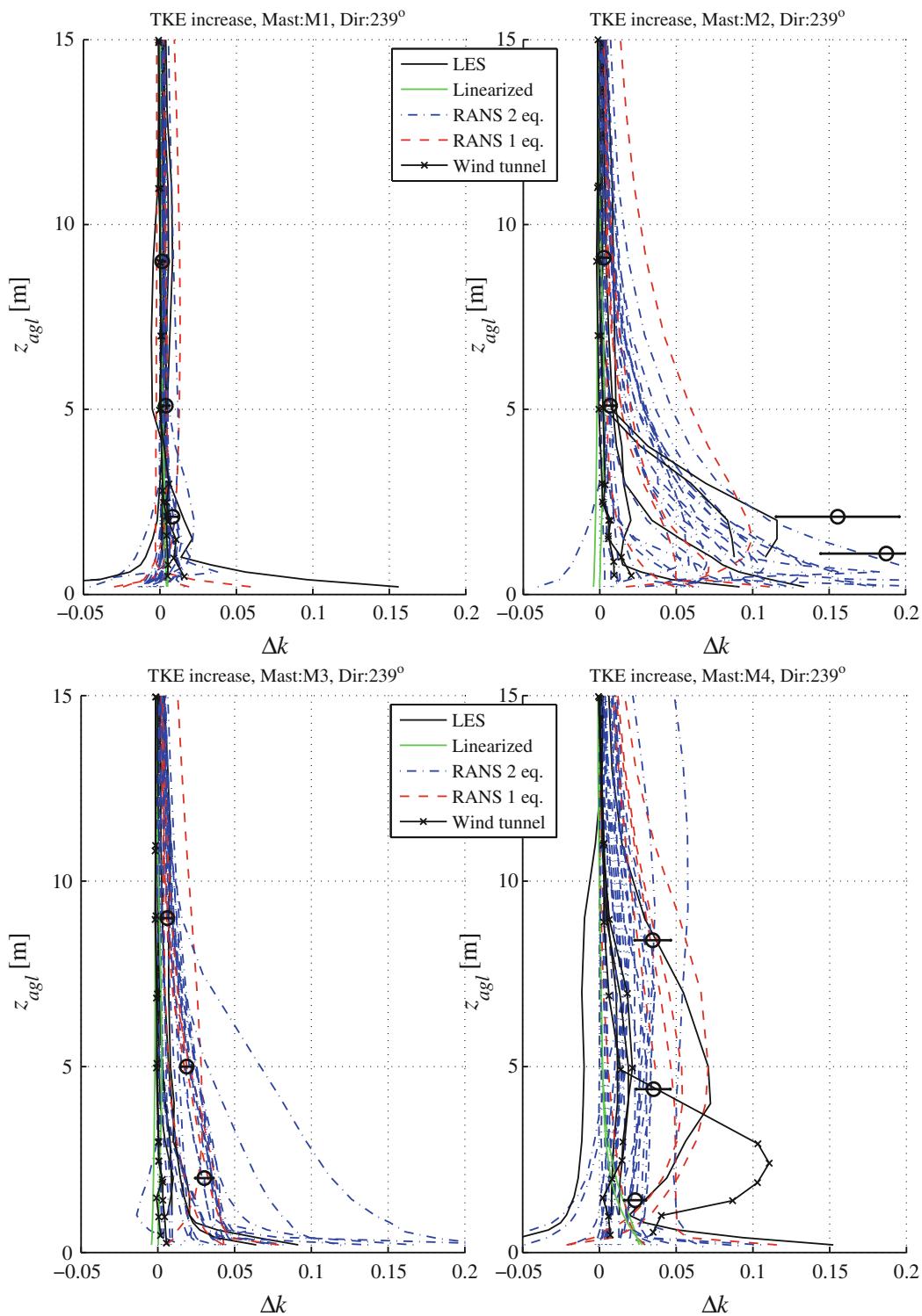


Figura A.5: Ubicación espacial de los puntos de control en el dominio. En cada punto de control se ubican anemómetros que miden a las alturas de 2m, 5m, y 9m.

Apéndice B

Incorporación de Bases de Datos de Alta Resolución

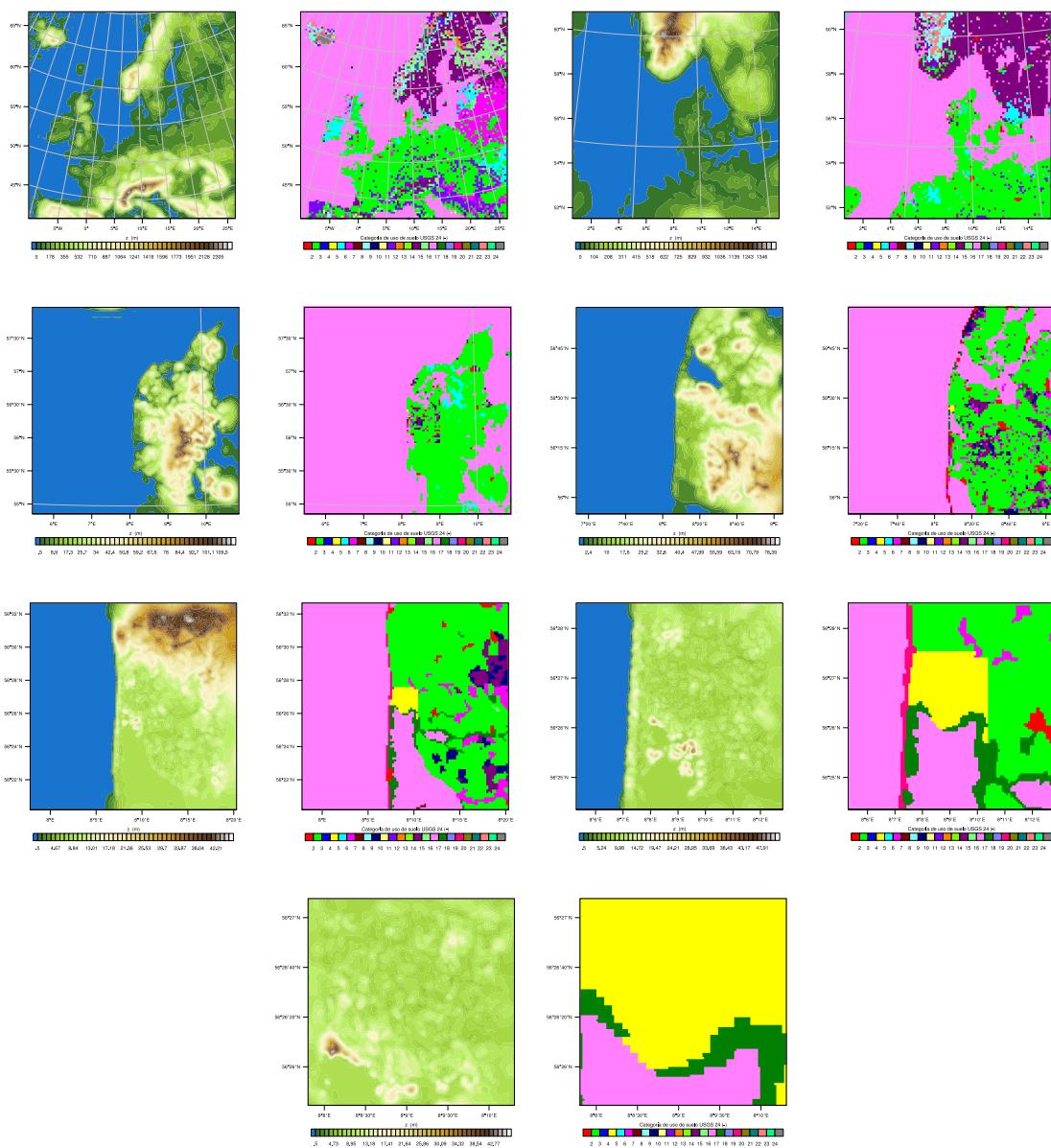


Figura B.1: Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d07). Para el dominio d07 se presenta la ubicación del punto de control (rojo) y la distribución de turbinas eólicas en la zona (negro).

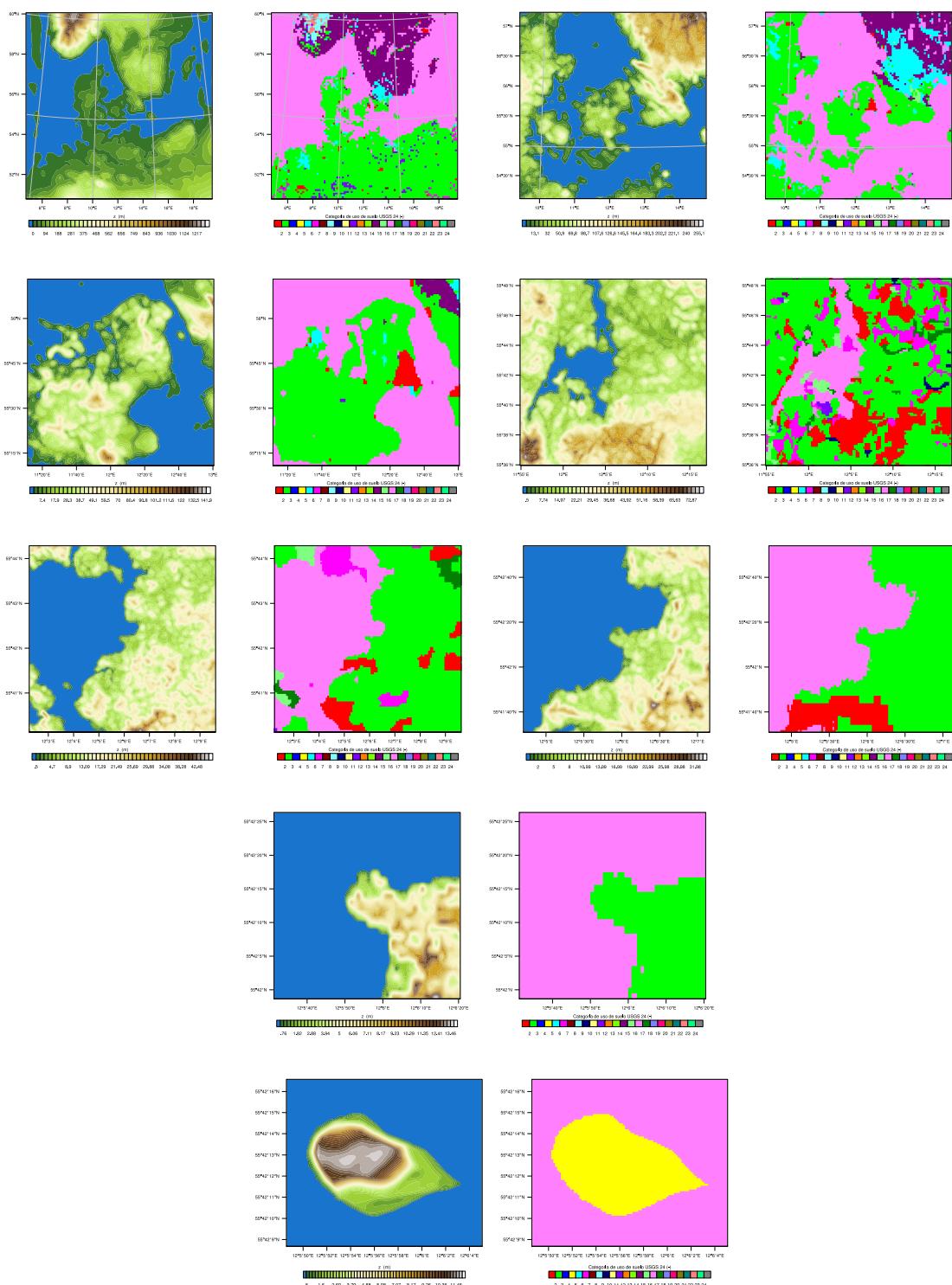


Figura B.2: Orografía (MSNM) y uso de suelo (categoría USGS24) de alta definición para cada uno de las mallas anidadas (d01-d08).

Apéndice C

Tiempos de Cálculo de las Simulaciones

Las simulaciones se llevaron a cabo en servidores configurados especialmente para ejecutar el código WRF de manera paralela haciendo uso de todos los núcleos y recursos disponibles. En específico se utilizaron dos servidores distintos: S1 es el servidor utilizado para correr las simulaciones correspondientes al caso I de terreno plano en Høvsøre y S2 es el servidor utilizado para correr el caso II de terreno complejo en Bolund. Otros recursos computacionales adicionales fueron utilizados también para llevar a cabo distintos análisis de sensibilidad para diversos parámetros y otras pruebas varias las cuales no se detallan en este documento. Las especificaciones técnicas de S1 y S2 se pueden ver en la Tabla C.1.

Cuadro C.1: Especificaciones técnicas de los recursos computacionales utilizados.

Servidor	S1	S2
CPU	Intel Xeon CPU E5-2609 v2@2.50Ghz	Intel Xeon Silver 4110 CPU @ 2.10GHz
# Cores	8	32
Arquitectura	x86_64	x86_64
RAM	55Gb	126Gb
HDD	1Tb	2Tb
OS	Scientific Linux 7.2	Debian 9

Para cada servidor se registraron los tiempos de pared a través de un bot de *Telegram* el cual registraba de manera automática e inmediata la fecha y hora a la cual cada simulación comenzaba o terminaba. Los registros de estos tiempos se pueden ver en la Tabla C.2.

Cuadro C.2: Especificaciones técnicas de los recursos computacionales utilizados.

Caso	Fecha Inicio	Fecha Término	T_w [h]	Δt [h]	Incremento
Høvsøre s/DA	25/02/2019 17:30	04/03/2019 01:28	151,97	–	–
Høvsore c/ DA	13/03/2019 23:13	19/03/2019 00:49	121,60	-30,37	-19.98 % ¹
Bolund s/DA	12/02/2019 22:22	20/03/2019 8:35	850.22	–	–
Bolund c/ DA	aaa	bbb	aaa	bbb	bbb

Acá T_w es el tiempo de pared efectivo y Δt corresponde al aumento en este debido a la incorporación del proceso de asimilación de datos. El incremento se calcula como $\Delta t/T_{w0}$, donde el subíndice 0 indica la simulación sin asimilación de datos.

¹La justificación con respecto a la disminución del tiempo de cálculo para el caso de Høvsøre se explica debido a que durante la primera simulación, otras personas pertenecientes al grupo de trabajo con el servidor ejecutaron tareas intensivas durante ese tiempo, lo cual hizo imposible el aislamiento del tiempo de pared efectivo

Bibliografía

- Raúl Arasa, Ignasi Porras, Anna Domingo-Dalmau, Miquel Picanyol, Bernat Codina, M^a Ángeles González, y Jésica Piñón. Defining a standard methodology to obtain optimum WRF configuration for operational forecast: Application over the port of huelva (southern spain). *Atmospheric and Climate Sciences*, 06(02):329–350, 2016.
- D. Arnold, I. Schicker, y P. Seibert. High-resolution atmospheric modelling in complex terrain for future climate simulations (hirmod). Inf. t_ec., Institute of Meteorology (BOKU-Met), University of Natural Resources and Life Sciences, 2010.
- Delia Arnold, D Morton, I Schicker, P Seibert, MW Rotach, K Horvath, J Dudhia, T Satomura, M Müller, G Zängl, et al. *High resolution modelling in complex terrain: report on the HiRCOT 2012 Workshop, Vienna, 21-23 February 2012*. Institut für Meteorologie, Department Wasser-Atmosphäre-Umwelt, Univ. f. Bodenkultur, 2012.
- D. M. Barker, W. Huang, Y-R. Guo, A. J. Bourgeois, y Q. N. Xiao. A three-dimensional variational data assimilation system for MM5: Implementation and initial results. *Monthly Weather Review*, 132(4):897–914, 2004.
- Dale Barker, Wei Huang, Yong-Run Guo, y Al Bourgeois. A three-demiensional variational (3dvar) data assimilation system for use with mm5. 2003.
- Dale Barker, Xiang-Yu Huang, Zhiqian Liu, Tom Auligné, Xin Zhang, Steven Rugg, Raji Ajjaji, Al Bourgeois, John Bray, Yongsheng Chen, Meral Demirtas, Yong-Run Guo, Tom Henderson, Wei Huang, Hui-Chuan Lin, John Michalakes, Syed Rizvi, y Xiaoyan Zhang. The weather research and forecasting model's community variational/ensemble data assimilation system: WRFDA. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 93(6):831–843, 2012.
- A. Bechmann, N. N. Sørensen, J. Berg, J. Mann, y P.-E. Réthoré. The bolund experiment, part II: Blind comparison of microscale flow models. *Boundary-Layer Meteorology*, 141(2):245–271, 2011.

- Andreas Bechmann, Jacob Berg, Michael Courtney, Hans Ejsing Jørgensen, Jakob Mann, y Niels N. Sørensen. *The Bolund Experiment: Overview and Background*. Danmarks Tekniske Universitet, Risø Nationallaboratoriet for Bæredygtig Energi, 2009. ISBN 978-87-550-3703-8. Risø-R-1658(EN).
- J. Berg, J. Mann, A. Bechmann, M. S. Courtney, y H. E. Jørgensen. The bolund experiment, part I: Flow over a steep, three-dimensional hill. *Boundary-Layer Meteorology*, 141(2):219–243, 2011.
- Luigi Berselli, Traian Iliescu, y William J. Layton. *Mathematics of Large Eddy Simulation of Turbulent Flows (Scientific Computation)*. Springer, 2005. ISBN 3540263173.
- James G. Brasseur y Tie Wei. Designing large-eddy simulation of the turbulent boundary layer to capture law-of-the-wall scaling. *Physics of Fluids*, 22(2):021303, 2010.
- Daniele Carati, Grégoire S. Winckelmans, y Hervé Jeanmart. On the modelling of the subgrid-scale and filtered-scale stress tensors in large-eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 441, 2001.
- P.A. Davidson. *Turbulence in Rotating, Stratified and Electrically Conducting Fluids*. Cambridge University Press, 2013. ISBN 9781107026865.
- P. Doubrava, A. Montornès, R. J. Barthelmie, S. C. Pryor, y P. Casso. Analysis of different gray zone treatments in wrf-les real case simulations. *Wind Energy Science Discussions*, 2018:1–23, 2018.
- Rica Mae Enriquez y Robert L. Street. An algebraic subgrid-scale model for large-eddy simulations of the atmospheric boundary layer. Inf. téc., Bob and Norma Street Environmental Fluid Mechanics Laboratory, Stanford University, 2017.
- Benjamin W. Green y Fuqing Zhang. Numerical simulations of hurricane katrina (2005) in the turbulent gray zone. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 7(1):142–161, 2015.
- Jesper Grønnegaard Pedersen, Mark Kelly, Sven-Erik Gryning, y Burghard Brümmer. The effect of unsteady and baroclinic forcing on predicted wind profiles in large eddy simulations: Two case studies of the daytime atmospheric boundary layer. *Meteorologische Zeitschrift*, 22(6):661–674, 2013.
- J.R. Holton. *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Academic Press, 1992. ISBN 9780123543554.

- M.Z. Jacobson. *Fundamentals of Atmospheric Modeling*. Cambridge University Press, 2005. ISBN 9780521548656. URL <https://books.google.cl/books?id=96wWzoyKRMoC>.
- B. Jiménez-Esteve, M. Udina, M.R. Soler, N. Pepin, y J.R. Miró. Land use and topography influence in a complex terrain area: A high resolution mesoscale modelling study over the eastern pyrenees using the WRF model. *Atmospheric Research*, 202:49–62, 2018.
- Branko Kosović y Judith A. Curry. A large eddy simulation study of a quasi-steady, stably stratified atmospheric boundary layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 57(8):1052–1068, 2000.
- P.K. Kundu, I.M. Cohen, y H. Hu. *Fluid Mechanics*. Elsevier Science, 2001. ISBN 9780080545585.
- Jean Mathieu y Julian Scott. *An Introduction to Turbulent Flow*. Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521775388.
- A. De Meij y J.F. Vinuesa. Impact of SRTM and corine land cover data on meteorological parameters using WRF. *Atmospheric Research*, 143:351–370, 2014.
- J. D. Mirocha, J. K. Lundquist, y B. Kosović. Implementation of a nonlinear subfilter turbulence stress model for large-eddy simulation in the advanced research WRF model. *Monthly Weather Review*, 138(11):4212–4228, 2010.
- J. D. Mirocha, Julie K. Lundquist, Fotini Katopodes Chow, y B. Kosovi. New large eddy simulation subfilter turbulence models implemented into the advanced research wrf version 3 . 0.
- C-H. Moeng, Jimy Dudhia, Joe Klemp, y Peter Sullivan. Examining two-way grid nesting for large eddy simulation of the PBL using the WRF model. *Monthly Weather Review*, 135(6):2295–2311, 2007.
- Domingo Muñoz-Esparza, Branko Kosović, Jeff Mirocha, y Jeroen van Beeck. Bridging the transition from mesoscale to microscale turbulence in numerical weather prediction models. *Boundary-Layer Meteorology*, 153(3):409–440, 2014.
- Alfredo Peña, Rogier Floors, y Sven-Erik Gryning. The høvsøre tall wind-profile experiment: A description of wind profile observations in the atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 150(1):69–89, 2013.

- Alfredo Peña, Rogier Floors, Ameya Sathe, Sven-Erik Gryning, Rozenn Wagner, Michael S. Courtney, Xiaoli. G. Larsén, Andrea N. Hahmann, y Charlotte B. Hasager. Ten years of boundary-layer and wind-power meteorology at høvsøre, denmark. *Boundary-Layer Meteorology*, 158(1):1–26, 2015.
- N. Pineda, O. Jorba, J. Jorge, y J. M. Baldasano. Using NOAA AVHRR and SPOT VGT data to estimate surface parameters: application to a mesoscale meteorological model. *International Journal of Remote Sensing*, 25(1):129–143, 2004.
- S.B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000. ISBN 9780521598866.
- Fernando Porte-Agél, Charles Meneveau, y Marc B. Parlange. A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation: application to a neutral atmospheric boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 415:261–284, 2000.
- J Sanz Rodrigo, D Allaerts, M Avila, J Barcons, D Cavar, RA Chávez Arroyo, M Churchfield, B Kosovic, JK Lundquist, J Meyers, D Muñoz Esparza, JMLM Palma, JM Tomaszewski, N Troldborg, MP van der Laan, y C Veiga Rodrigues. Results of the GABLS3 diurnal-cycle benchmark for wind energy applications. *Journal of Physics: Conference Series*, 854:012037, 2017.
- Irene Schicker, Dèlia Arnold Arias, y Petra Seibert. Influences of updated land-use datasets on wrf simulations for two austrian regions. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 128(3):279–301, 2016. ISSN 1436-5065.
- William Skamarock, Joseph Klemp, Jimy Dudhia, David Gill, Dale Barker, Wei Wang, Xiang-Yu Huang, y Michael Duda. A description of the advanced research wrf version 3. 2008.
- J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3):99–164, 1963.
- Richard J. A. M. Stevens, Michael Wilczek, y Charles Meneveau. Large-eddy simulation study of the logarithmic law for second- and higher-order moments in turbulent wall-bounded flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 757:888–907, 2014.
- R.B. Stull. *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Springer Netherlands, 1988. ISBN 9789027727695.

Charles Talbot, Elie Bou-Zeid, y Jim Smith. Nested mesoscale large-eddy simulations with WRF: Performance in real test cases. *Journal of Hydrometeorology*, 13(5):1421–1441, 2012.

Alex Montornès Torrecillas, Pau Casso, Gil Lizcano, y Branko Kosovic. Wrf-les in the real world: Towards a seamless modeling chain for wind industry applications. 2016.

T.T. Warner. *Numerical Weather and Climate Prediction*. Cambridge University Press, 2010. ISBN 9781139494311.

WRF Community. Weather research and forecasting (wrf) model. 2000.

John C. Wyngaard. Toward numerical modeling in the “terra incognita”. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 61(14):1816–1826, 2004.

Takanobu Yamaguchi y Graham Feingold. Technical note: Large-eddy simulation of cloudy boundary layer with the advanced research WRF model. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 4(3):n/a–n/a, 2012.