# parcial-07-AL

**Álgebra lineal – 1er. Parcial – 30 de Septiembre de 2025** JUSTIFICAR DEBIDAMENTE TODAS SUS RESPUESTAS

---

### 1. Dados los puntos $P = (2, 1, 0)$ y $Q = (1, 0, 2)$, y la recta $L$ :

$$\begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ x - z = -1 \end{cases}$$

**a)** Hallar, si es posible, una ecuación de un plano $\Pi_1$ perpendicular a $L$ que contenga a $P$.

**b)** Dar, si es posible, una ecuación de un plano $\Pi_2$ paralelo a $L$ que contenga a $P$ y a $Q$.

---

### 2. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} k & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 3k+3 \end{pmatrix}$$

y siendo $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ t+4 \end{pmatrix}$, considerar el sistema $Ax = b$:

**a)** Clasificarlo para todos los valores de $k, t \in \mathbb{R}$.

**b)** Resolver el sistema para $k = -1$ y $t = -4$.

---

### 3. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & -a^2 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & a & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**a)** Determinar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales $A$ es invertible.

**b)** Hallar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que $\det\left(\frac{1}{2}A^{-1}B^2\right) = 1$.

---

### 4. Sean $S$ y $T$ los subespacios de $\mathbb{R}^4$ definidos por:

$$S = \text{gen}\,(-2, -1, 0, 2), (2, -1, -2, -3)$$

$$T = x \in \mathbb{R}^4 : -x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0.$$

**a)** Hallar una base de $S \cap T$ y decidir si los subespacios se encuentran en suma directa.

**b)** Dar una base de $S + T$.