Nombre y apellido:	
D.N.I.:	
Docente de la práctica:	

Tema 1

Álgebra lineal – Segundo Parcial – 10 de junio de 2025

[JUSTIFICAR DEBIDAMENTE TODAS SUS RESPUESTAS]

1. Dados los subespacios de $\mathbb{R}^4$ definidos por

$$S = \left\{x \in \mathbb{R}^4 : \ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0\right\} \quad \text{y} \quad T =< (1,1,2,3);(0,1,0,4) > .$$

   a) Calcular $S+T$ y hallar la dimensión de $S \cap T$.

   b) Determinar si el vector $(2,-1,4,-6) \in T$.

2. Sean $B = \{(1,0,1);(0,1,1);(0,0,1)\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que

$$\begin{cases} T(1,0,1) = (1,2,-1) \\ T(0,1,1) = (0,3,2) \\ T(0,0,1) = (2,2,1) \end{cases} .$$

   a) Hallar $M_{EE}(T)$ y calcular $T(0,3,1)$.

   b) Encontrar bases de $Nu(T)$ e $Im(T)$, y clasificar la transformación lineal.

3. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal tal que $M_{EB}(T) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, con E la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y $B = \{(1,1);(2,1)\}$ base de $\mathbb{R}^2$.

   a) Determinar la fórmula de T.

   b) Si $L \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $L(x,y) = (2x+y, x-y)$ es una transformación lineal, hallar $M_{EE'}(L \circ T)$ donde E' es la base canónica de $\mathbb{R}^2$.

4. Dada la matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times3}$, $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

   a) Calcular los autovalores y autoespacios de A.

   b) Escribir A^4 como combinación lineal de A^2, A e I.