

parcial-06-AL

Álgebra Lineal - 1er. Parcial - 30 de Septiembre de 2025

JUSTIFICAR DEBIDAMENTE TODAS SUS RESPUESTAS

1. Geometría Analítica y Rectas

Sean el plano $\pi : 2x - 2y + z = 6$ y la recta $L : (x, y, z) = \lambda(-1, 1, 2) + (2, 1, 0)$ con $\lambda \in \mathbb{R}$.

- (a) Hallar el punto $P = \pi \cap L$.
- (b) Hallar, si es posible, una recta L_1 que esté incluida en π , sea perpendicular a L y pase por $(4, -1, -4)$.

2. Sistema de Ecuaciones Lineales (SEL) Parametrizado

Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$S : \begin{cases} x + y & = 0 \\ -2x + 4y + (k-3)z & = 3 \\ -2y + z & = \alpha \end{cases}$$

- (a) Clasificar el sistema S para todos los valores de k y α reales.
- (b) Resolver el sistema para $k = 0$ y $\alpha = -1$. Expresar claramente el conjunto solución.

3. Matrices y Sistemas Homogéneos

Sean $A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} k+1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2k+1 & -1 & 1 \\ 0 & k-2 & 2 \\ 0 & 0 & k+1 \end{pmatrix}$$

- (a) Hallar los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que A sea **invertible**.
- (b) Determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que el sistema $(3A^t B - 3A^t)X = 0$ tenga **infinitas soluciones**.

4. Subespacios Vectoriales

Dados los subespacios de \mathbb{R}^4 :

$$H = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_2 - x_4 = 0 \text{ y } x_1 - x_3 = 0\}$$
$$\text{y } T = \text{gen}\{(1, 3, 2, -1), (1, -2, -1, 2)\}$$

- (a) Determinar si $H + T$ está en **suma directa**.
- (b) Hallar $H \cap T$.