Universidad de Concepción

CFM FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS

Midiento experimentalmente la aceleración de gravedad y la constante elastica de un resorte

Ignacio Villagrán Melgarejo

Resumen

El presente informe tiene como objetivo mostrar los resultados de dos experimentos. En el primero medimos la aceleración de gravedad "g" utilizando un modelo que consiste en un cuerpo que cae con cierta inclinación y mediremos el tiempo que tarda en recorrer una distancia determinada. En el segundo experimento, medimos la constante elastica de un resorte usando el valor de g obtenido en el experimento anterior. A partir de los datos obtenidos, aplicaremos las leyes de movimiento, la Ley de Hooke y la segunda Ley de Newton, ademas de codigos en Python, para facilitar y automatizar el proceso de cálculo.

Palabras clave: aceleración de gravedad, constante elástica, segunda Ley de Newton, Ley de Hooke, resorte, Python.

Introducción

¿Que es la aceleración de gravedad? Para responder esta pregunta, debemos primero definir que es la gravedad. La gravedad es una fuerza de atracción que existe entre dos cuerpos con masa. Esta fuerza es responsable de que los objetos caigan hacia la Tierra cuando se sueltan. La aceleración de gravedad, denotada comúnmente como g, se define como el incremento constante de la velocidad por unidad de tiempo percibido por un cuerpo en caida libre, es directamente proporcional a la fuerza F en newtons (N) e inversamente proporcional a la masa m del cuerpo en kilogramos (kg) [1]. Matematicamente, se expresa:

$$g = \frac{F}{m} \tag{1}$$

Nosotros vamos a medir la aceleración de gravedad utilizando un método experimental basado en la caída libre de objetos. Para ello, trabajaremos con un modelo que consiste en un cuerpo que cae con cierta inclinación y mediremos el tiempo que tarda en recorrer una distancia determinada variando el angulo de inclinación. A partir de los datos obtenidos, aplicaremos la segunda Ley de Newton y leyes de movimiento uniformemente acelerado para obtener un modelo que relacione el tiempo de caida con el angulo de inclinación, de esta forma haremos un ajuste de recta a los datos usando progamas en python para asi obtener finalmente un valor para la aceleración de gravedad. Una vez que tengamos g, pasaremos al segundo experimento en el que mediremos la constante elastica k de un resorte. ¿Como lo haremos? Mediremos la deformación que sufre el resorte al colgar sobre el distintas masas. Con las mediciones obtenidas y haciendo uso de la Ley de Hooke y la segunda Ley de Newton, obtendremos una expresión que relacione nuestras variables. Finalmente haremos un promedio de los valores obtenidos de k teniendo cuidado con ciertos valores atípicos que puedan afectar el resultado.

Marco teorico

Segunda Ley de Newton: La segunda ley de Newton o principio fundamental establece que las aceleraciones que experimenta un cuerpo son proporcionales a las fuerzas que recibe. Matematicamente se escribe como:

$$F = ma \tag{2}$$

donde F es la fuerza neta aplicada al objeto, m es la masa del objeto y a es la aceleración del objeto [2].

Ley de Hooke: Establece que, dentro de ciertos límites, la fuerza requerida para estirar un objeto elástico, como un resorte de metal, es directamente proporcional a la extensión del resorte. Comúnmente la escribimos así:

$$F = -kx \tag{3}$$

donde F es la fuerza aplicada al resorte, k es la constante de resorte y x es la distancia que el resorte se estira o comprime desde su posición de equilibrio [3].

Ecuación general de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA): El MRUA es un tipo de movimiento en el cual un objeto se desplaza en línea recta con una aceleración constante. La ecuación que describe este tipo de movimiento es:

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \tag{4}$$

donde d es la distancia recorrida por el objeto, v_i es la velocidad inicial del objeto, a es la aceleración constante y t es el tiempo. Como veremos mas adelante nuestro objeto a estudio parte del reposo, osea que la velocidad inicial es cero asi que nuestra expresion queda reducida a:

$$d = \frac{1}{2} a t^2 \tag{5}$$

Aceleración de un objeto que se desliza por un plano inclinado de ángulo (θ) respecto a la horizontal, sin fricción:

$$a = g \sin(\theta) \tag{6}$$

donde g es la aceleración de gravedad y θ es el ángulo de inclinación del plano [4].

Procedimiento experimental

Partiremos armando el experimento, bastante simple por cierto. Tenemos un barra inclinada con cierto angulo que cambiaremos segun queramos y un movil que haremos caer desde el punto mas alto de la barra. Mediremos el tiempo que tarda en caer con un cronometro, tomaremos 5 medidas de tiempo por cada angulo de inclinación. Nosotros tomamos medidas para 13 angulos. Luego que tengamos todas las mediciones tomaremos el promedio de tiempo para cada angulo, usando un programa en python automatizamos esta tarea. En la siguiente tabla mostramos estos promedios:

θ (°)	$\bar{t} \pm 0.005$ (s)	θ (°)	$\bar{t} \pm 0.005$ (s)
1	8.70	8	0.97
2	2.97	9	0.94
3	2.34	10	1.05
4	1.90	11	0.80
5	1.58	14	0.82
6	1.25	20	0.79
7	1.10		

Tabla 1: Promedios de los tiempos

Si graficamos tanto los datos crudos como los promedios obtenemos el siguiente grafico donde los puntos rojos representan los promedios de los datos:

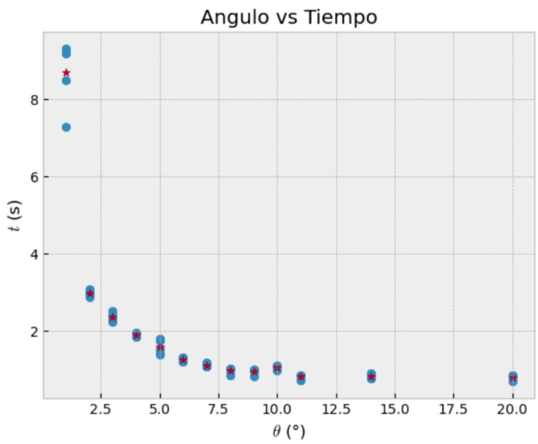

Figura 1: Ángulo vs tiempo

Ahora quisieramos hacer un ajuste lineal, para ello despejamos t en la ecuación (5), reemplazamos $a = g\sin(\theta)$ y consideramos $d = 0{,}95$ m, debemos llegar a la siguiente expresión:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}} \frac{1}{\sqrt{\sin(\theta)}} \tag{7}$$

Inmediatamente notamos que el modelo no es lineal asi que para linealizarlo definimos $x = 1/\sqrt{\sin(\theta)}$, de esta manera nuestro modelo queda como $t = mx$, con $m = \sqrt{2d/g}$. Procedemos a graficar x vs t:

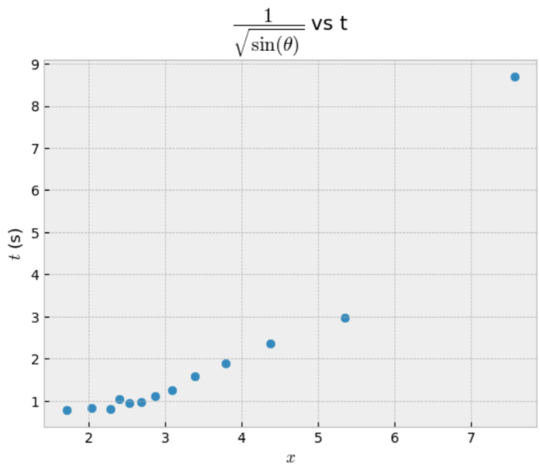

Figura 2: Gráfico $\frac{1}{\sqrt{\sin(\theta)}}$ vs tiempo

Haciendo un ajuste lineal en python con polyfit obtenemos que la pendiente de la recta que mas se ajusta al modelo es $m = 0{,}516$. No graficamos la recta ya que solo nos interesa el valor de la pendiente. Luego usando la ecuación (7) y sabiendo que $\sqrt{\frac{2d}{g}} = m$ podemos despejar g:

$$g = \frac{2d}{m^2} \tag{8}$$

Que nos da un valor de $g = 7{,}18\,\mathrm{m/s^2}$.

Para estimar el error en g, tenemos que

$$g = g(t, \theta) = \frac{2d}{t}\frac{1}{\sin(\theta)} \tag{9}$$

Entonces δg está dado por:

$$\delta g = \left|\frac{\partial g}{\partial t}\right| \Delta t + \left|\frac{\partial g}{\partial \theta}\right| \Delta\theta \tag{10}$$

Calculando las derivadas parciales tenemos:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{4d}{t^3 \sin(\theta)} \tag{11}$$

y

$$\frac{\partial g}{\partial \theta} = -\frac{2d\cos(\theta)}{t^2 \sin^2(\theta)} \tag{12}$$

Considerando que Δt nos da 0.3 s y $\Delta\theta$ nos da 0.6 rad, evaluamos t y θ con sus respectivos promedios $\bar{t} = 1{,}93$ s y $\bar{\theta} = 0{,}13$ rad, obteniendo $\delta g = 3{,}3\,\mathrm{m/s^2}$.

Finalmente reportamos el valor de la aceleración de gravedad como: $g = 7{,}2 \pm 3{,}3$ m/s^2.

Para la siguiente parte del experimento, como ya obtuvimos el valor de g, mediremos la constante elastica de un resorte. Para ello, colgaremos diferentes masas al resorte y mediremos la deformación que sufre el resorte debido a la fuerza que ejerce la gravedad.

Por segunda Ley de Newton, tenemos que:

$$\sum F = ma \tag{13}$$

Considerando que la fuerza neta es la fuerza del resorte (Ley de Hooke) menos la fuerza de gravedad, y que el resorte está en equilibrio tenemos:

$$kx - mg = 0 \tag{14}$$

De donde podemos despejar la constante elastica k:

$$k = \frac{mg}{x} \tag{15}$$

donde m es la masa colgada del resorte, g es la aceleración de gravedad y x es la deformación del resorte.

Se tomaron un total de 14 mediciones con diferentes masas y se midió la deformación del resorte en cada caso, asi como la constante elastica usando la ecuación (11). A continuación se muestra una tabla con los datos obtenidos:

Masa (kg)	Deformación (m)	k (N/m)
0.2500	0.075	23.93
0.4997	0.154	23.29
0.9996	0.311	23.07
0.0477	0.009	38.05
0.0258	0.003	61.74
0.7975	0.249	22.99
0.3399	0.102	23.92
0.0406	0.004	72.87
1.1228	0.355	22.70
0.1872	0.053	25.36
0.0900	0.023	28.09
0.1054	0.030	25.22
0.7497	0.236	22.80
0.4168	0.128	23.37

Tabla 2: Mediciones de masa, deformación y constante elástica

Si nos damos cuenta, hay unos valores que se disparan, estos son los valores correspondientes a masas muy pequeñas, lo que genera una gran incertidumbre en la medición de la deformación del resorte. Por lo tanto, decidimos eliminar estos valores atípicos y quedarnos solo con los valores más confiables.

Usamos un codigo en python para calcular el promedio de las constantes elasticas obtenidas, resultando en un valor de $k = 31{,}24\,\mathrm{N/m}$ tomando todos los valores y $k = 24{,}07\,\mathrm{N/m}$ si solo consideramos los valores confiables. Con respecto al error del promedio este está dado por:

$$\delta k = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{16}$$

donde σ es la desviación estándar de los valores de k obtenidos y n es el número de mediciones. Calculando esto obtenemos un error de $0{,}462\,\mathrm{N/m}$.

Finalmente reportamos $k = 24{,}1 \pm 0{,}5$ N/m.

Resultados

Obtuvimos un valor de $g = 7{,}18\,\mathrm{m/s^2}$ con un error de 3,3 m/s^2 para la constante de gravedad y un valor de $k = 24{,}07\,\mathrm{N/m}$ con un error de $0{,}5\,\mathrm{N/m}$ para la constante elástica del resorte.

Discusión

Con respecto al valor de g, este se encuentra algo alejado del valor aceptado de $9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ y teniendo en cuenta el error asociado, este oscila entre $3{,}3\,\mathrm{m/s^2}$ y $10{,}11\,\mathrm{m/s^2}$. Lo más probable es que esto se deba a errores sistemáticos en la medición de tiempo, ya que usamos un cronómetro manual, lo que introduce un error humano. También asumimos condiciones ideales, como la ausencia de fricción, lo que pudo haber afectado el resultado.

En cuanto al valor de k, este se encuentra dentro de un rango aceptable, considerando que los valores atípicos fueron eliminados. Sin embargo, es importante destacar que la precisión del valor de k depende en gran medida del valor de g utilizado en los cálculos, asi que es importante mencionar que cualquier error en la medición de g se reflejará en el valor de k.

Conclusiones

Considerando que el experimento se realizó con herramientas básicas y que se asumieron condiciones ideales, los resultados obtenidos son razonables. Para mejorar la precisión, se podrían implementar métodos de medición mejores y controles experimentales más rigurosos. Sin embargo, los resultados obtenidos proporcionan una buena aproximación a los valores reales de g y k, demostrando que los principios de la fisica pueden ser aplicados con éxito incluso en condiciones de no tanto profesionalismo.

Esta experiencia nos permitió comprender mejor las principales leyes de la mecanica, específicamente la segunda Ley de Newton y la Ley de Hooke. Obligandonos a mezclar distintos modelos y conceptos con el fin de cumplir nuestros objetivos. Además, pudimos enriquecer nuestras habilidades en programación, ya que constantemente usamos programas en Python para analizar los datos obtenidos durante el experimento o simplemente para automatizar tareas. En resumen, todos los laboratorios que realizamos en lo que va del curso han sido de gran utilidad para nuestro aprendizaje y desarrollo como futuros profesionales.

Codigos utilizados

Listing 1: Código para importar librerias y datos

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
plt.style.use("bmh")
datos = np.genfromtxt("datos_crudos_movil.txt")
```

Listing 2: Código para calcular promedios de tiempos

```python
theta = datos[:,0]
tiempo = datos[:,1]

promedios = []
for i in range(0, len(valores), 5):
    bloque = valores[i:i+5]
    prom = np.mean(bloque)
    promedios.append(prom)
promedios = np.array(promedios)

thetas = np.unique(theta)
```

Listing 3: Código para graficar datos y promedios

```python
plt.scatter(theta,tiempo)
plt.grid(True)
plt.scatter(thetas,promedios,marker = "*")
plt.title("Angulo vs Tiempo")
plt.xlabel("$\theta$ (grados)")
plt.ylabel("$t$ (s)")
plt.show()
```

Listing 4: Código para pasar ángulos a radianes y linealizar modelo

```python
theta_radianes = thetas * np.pi / 180
x = 1 / np.sqrt(np.sin(theta_radianes))
```

Listing 5: Código para graficar modelo linealizado

```python
plt.scatter(x, promedios)
plt.xlabel("$x$")
plt.ylabel("$t$ (s)")
plt.title("$\dfrac{1}{\sqrt{\sin(\\theta)}}$ vs t")
plt.show()
```

Listing 6: Código para el ajuste lineal

```python
coef = np.polyfit(x,promedios,1)
m, b = coef
```

Listing 7: Código para calcular k

```python
g = 7.18

def constante_elastica(m,x):
    return(m*g / x)

k = constante_elastica(m_kilos,x_metros)

print(np.mean(k))

k_reales = k[[0,1,2,5,6,8,9,10,11,12,13]]
print(np.mean(k_reales))
```

Referencias

[1] MetAs, S.A. de C.V. *La Guía MetAs, Año 02 Nº 05. Aceleración de la Gravedad*. Accedido el día XX de YYYY. MetAs, S.A. de C.V. Calle Jalisco 313, Col. Centro, Cd. Guzmán, Jalisco, México, mayo de 2002. URL: `https://www.metas.com.mx/guia_metas/archivos/La-Guia-MetAs-02-05-gl.pdf`.

[2] FísicaLab. *Principio Fundamental*. Accedido el 18 de octubre de 2025. 2025. URL: `https://www.fisicalab.com/apartado/principio-fundamental`.

[3] Khan Academy. *¿Qué es la ley de Hooke?* Accedido el 18 de octubre de 2025. 2019. URL: `https://es.khanacademy.org/science/physics/work-and-energy/hookes-law/a/what-is-hookes-law`.

[4] Raymond A. Serway y John W. Jewett. *Physics for Scientists and Engineers*. 9th. Cengage Learning, 2014.