Problema de aplicación de la serie del Método Gauss-Seidel para resolver sistemas de ecuaciones en circuitos de mallas

Materia:

Seminario de Solución de Problemas de Métodos Matemáticos III

Sección:

D11

Integrantes:

Ignacio David Vázquez Pérez 218292866

Joanna Nataly Araiza Abarca 214782907

Profesora:

María Elena Olivares Pérez

Fecha de entrega: 21 de marzo de 2020

Índice:

Introducción:

La eliminación de Gauss es el método más familiar para resolver ecuaciones simultáneas. Consta de dos partes: la fase de eliminación y la fase de sustitución posterior. la función de la fase de eliminación es transformar las ecuaciones en la forma Ux=c.

El Método Gauss-Seidel es un método iterativo, donde dado **Ax = b, A y b** son conocidos, podemos determinar los valores de x. En este método si una matriz con dominancia diagonal o es simétrica y positiva definida, así como una suposición inicial para los valores de x se garantiza la convergencia (a menudo converge incluso si no se cumplen estas condiciones).

Donde**, 'A'** es una matriz (que a menudo representa una serie de ecuaciones), **'x'** es lo que estamos tratando de resolver (primero hacemos una suposición inicial) el método de Gauss-Seidel se usa para resolver este vector) y **'b'** es el vector solución. En el método de Gauss-Seidel**, dividimos la matriz A en matrices superior (U) e inferior (L)** (la matriz inferior en este caso también contiene la diagonal), luego iteramos usando el siguiente método:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = L_*^{-1}(\mathbf{b} - U\mathbf{x}^{(k)})$$

Marco Teórico:

Para solucionar el problema propuesto se usó el método de Gauss-Seidel el cual primero tiene que cumplir el criterio de convergencia y este criterio de convergencia es el siguiente:

530 > 220 + 0
700 > 240 + 220
510 > 240 + 0

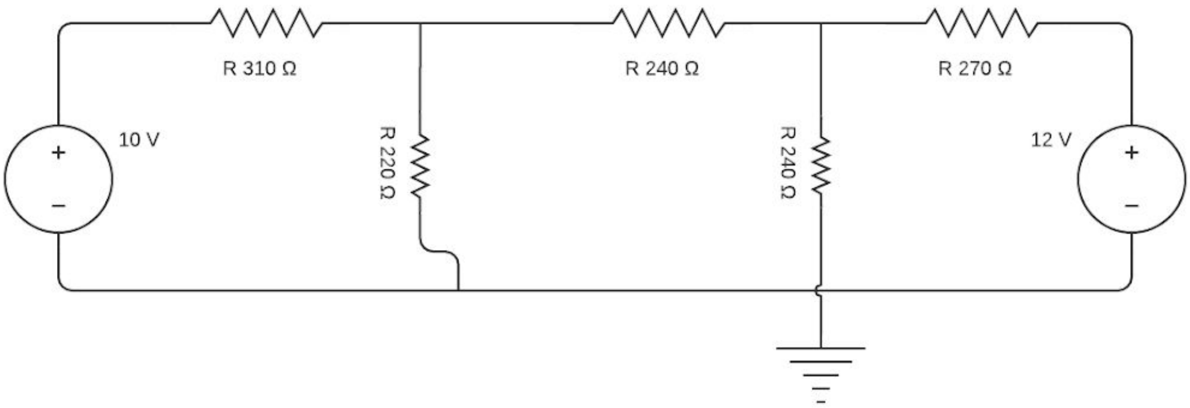
El número más grande de cada columna tiene que ser más grande que la suma de los valores absolutos de los demás números de su renglón, en este caso si converge el sistema de ecuaciones. Después de comprobar con el criterio de convergencia, se hace un despeje en cada ecuación o renglón del sistema y esto queda de la siguiente forma.

$$X_1 = \tfrac{1}{530}(10 + 220X_2 + 0X_3)$$
$$X_2 = \tfrac{1}{700}(220X_1 + 240X_3)$$
$$X_3 = \tfrac{1}{510}(12 + 240X_2)$$

Planteamiento del problema:

Análisis de Circuitos por Mallas

Este es un método el cual sirve para resolver circuitos y mediante este método conseguir los valores de las corrientes en las mallas y en las resistencias críticas, para este proyecto se propone el siguiente circuito a resolver:



Le ponemos un sentido arbitrario a las corrientes, esto quiere decir que no será el sentido definitivo de las corrientes.

En este circuito primero tenemos que identificar el número de ventanas o de agujeros que encontramos en el circuito y el número de estas será el número de ecuaciones que conseguiremos al terminar el análisis. Una Ventana se considera un recorrido en una malla cerrada.

Conseguir la Ecuación de cada Malla

MALLA I:

$-10 + 310I_1 + 220I_1 - 220I_2 = 0$

Ecuación 1: $\boxed{530I_1 + 220I_2 + 0I_3 = 10}$

MALLA II:

$0 + 220I_2 + 240I_2 + 240I_2 - 240I_3 - 220I_1 = 0$

Ecuación 2: $\boxed{-220_1 + 700I_2 - 240I_3 = 0}$

MALLA III:

$-12 + 240I_3 - 270I_3 - 12I_3 - 240I_2 + 0I_1 = 0$

Ecuación 3: $\boxed{0I_1 - 240I_2 + 510I_3 = 12}$

Solución:

Gauss-Seidel_Method.py

D: > Downloads > Gauss-Seidel_Method.py > ...

```python
import numpy as np

def gauss(A, b, x, n):
    print("\n")
    L = np.tril(A)
    U = A - L
    for i in range(n):
        x = np.dot(np.linalg.inv(L), b - np.dot(U, x))
        print(f"{str(i).zfill(3)}: {x}")
    return x

'''__MAIN__'''
A = np.array([[530.0, -220.0, 0.0], [-220.0, 700.0, -240.0], [0.0, -240.0, 510.0]])
b = [10.0, 0.0, 12.0]
x = [1, 1, 1]

print("Sistema de Ecuaciones:")
for i in range(A.shape[0]):
    row = ["{0:3g}*x{1}".format(A[i, j], j + 1) for j in range(A.shape[1])]
    print("[{0}] = [{1:3g}]".format(" + ".join(row), b[i]))
print("\n")

#No. Iteraciones
n = 20

#A representa la matriz
print("A:\n", A)

#representa la solución a Ax = b
print("b:\n", b)
print("\nGauss: ", gauss(A, b, x, n))
```

Procedimiento explicado

En el código definimos la matriz **A** y la matriz **B** que representan la matriz aumentada, también definimos la matriz **X** que es el vector inicial, en este caso escogimos el vector inicial **[1,1,1]** , el código muestra o imprime el sistema de ecuaciones, y se definen las iteraciones a realizar en este caso **20** iteraciones, se imprimen la matriz **A y B,** ya en la solución se imprime cada iteración, y la solución final del sistema de ecuaciones.

Sistema de Ecuaciones:
[530*x1 + -220*x2 +   0*x3] = [10]
[-220*x1 + 700*x2 + -240*x3] = [0]
[0*x1 + -240*x2 + 510*x3] = [12]

A:
 [[530. -220.   0.]
 [-220. 700. -240.]
 [0. -240. 510.]]
b:
 [10.0, 0.0, 12.0]

000: [0.43396226 0.47924528 0.2490566]
001: [0.21779993 0.15384224 0.09592576]
002: [0.08272697 0.05888874 0.05124176]
003: [0.04331231 0.03118104 0.03820284]
004: [0.031811   0.02309586 0.03439805]
005: [0.02845489 0.02073658 0.0332878]
006: [0.02747556 0.02004814 0.03296383]
007: [0.02718979 0.01984725 0.03286929]
008: [0.0271064 0.01978863 0.03284171]
009: [0.02708207 0.01977152 0.03283366]
010: [0.02707497 0.01976653 0.03283131]
011: [0.0270729 0.01976507 0.03283062]
012: [0.02707229 0.01976465 0.03283042]
013: [0.02707212 0.01976453 0.03283036]
014: [0.02707207 0.01976449 0.03283035]
015: [0.02707205 0.01976448 0.03283034]
016: [0.02707205 0.01976448 0.03283034]
017: [0.02707205 0.01976447 0.03283034]
018: [0.02707205 0.01976447 0.03283034]
019: [0.02707205 0.01976447 0.03283034]

Gauss: [0.02707205 0.01976447 0.03283034]

Conclusiones:

El Método de Gauss-Seidel, puede servir para demasiadas aplicaciones, pero en este caso sirvió demasiado, aunque el análisis de mallas es un método eficaz suele llevar algo de tiempo realizarlo, pero este método simplifica mucho las cosas, porque para resolver este sistema, solo hizo falta de obtener las ecuaciones de las mallas, e iterar con este método iterativo, lo cual nos llega a ahorrar mucho más tiempo al realizar circuitos conformados por más mallas de componentes, las corrientes coinciden con las obtenidas por el método de determinantes:

Por lo cual esta forma de resolver circuitos es rápida y precisa con los resultados, evitándose realizar 4 determinantes de 3x3 y yendo directamente al grano del problema.

Referencia Bibliográfica:

- Nilsson, James W., & Riedel, Susan A. (2002). Introductory Circuits for Electrical and Computer Engineering. New Jersey: Prentice Hall.
- http://test.cua.uam.mx/MN/Methods/EcLineales/Gauss-Seidel/Gauss.php
- http://panamahitek.com/ley-de-los-voltajes-de-kirchhoff-metodo-de-mallas/