


Apunte Único: Álgebra Lineal Computacional - Práctica 7

Por alumnos de ALC
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
UBA

última actualización 22/06/25 @ 13:05

Choose your destiny:

(click click  en el ejercicio para saltar)

☉ [Notas teóricas](#)

☉ Ejercicios de la guía:

1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.	15.
2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.

☉ Ejercicios de Parciales

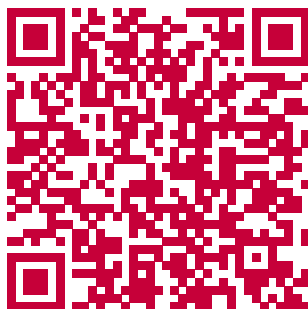
 [1.](#)

Esta Guía 7 que tenés se actualizó por última vez:

22/06/25 @ 13:05

Escaneá el QR para bajarte (quizás) una versión más nueva:

Guía 7



El resto de las guías repo en [github](#) para descargar las guías con los últimos updates.



Si querés mandar un ejercicio o avisar de algún error, lo más fácil es por [Telegram](#).



Notas teóricas:

✚ Matriz de iteraciones M_I :

Busco un sistema equivalente al clásico y querido $Ax = b$, porque invertir A se complica:

$$Ax = b \Leftrightarrow A = B + C \Leftrightarrow (B + C)x = b \stackrel{!}{\Leftrightarrow} x = \underbrace{-B^{-1}C}_{M_I}x + \underbrace{B^{-1}b}_{\tilde{b}} \Leftrightarrow \boxed{x = M_I x + \tilde{b}}^{\star^1}.$$

Donde B se elige porque es más fácil que invertir que A *sino me estaría pegando un tiro en el pie*. La matriz M_I es la *matriz de iteraciones*, la cual se va a usar así:

$$\begin{array}{rcl} \text{espectativa} & \rightarrow & x = M_I x + \tilde{b} \\ \text{—} & & \text{—} \\ \text{realidad} & \rightarrow & x_{k+1} = M_I x_k + \tilde{b} \\ \hline \text{error} & \rightarrow & x - x_{k+1} = e_{k+1} = M_I e_k \end{array}$$

Y ese error, si le mando M_I reiteradas veces:

$$e_{k+1} = M_I \cdot e_k = M_I \cdot M_I e_{k-1} = \dots = M_I^{k+1} e_0 \Leftrightarrow \boxed{e_{k+1} = M_I^{k+1} e_0}$$

Si el error de iterar $k + 1$ veces $e_{k+1} \rightarrow 0$, entonces quiere decir que $M_I^{k+1} \rightarrow 0$ entonces la *espectativa* y la *realidad* no van a diferir más que lo que diferían al principio antes de iterar:



$$\boxed{e_{k+1} \xrightarrow{k \rightarrow 0} 0 \Leftrightarrow M_I^{k+1} \xrightarrow{k \rightarrow 0} 0 \iff \rho(M_I) < 1}$$



Donde $\rho(M_I) = \lambda_{\max}$

✚ Jacobi y Gauss-Seidel: Si

$$\begin{array}{c} \text{diagonal} \\ \uparrow \\ A = L + D + U \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{triangular inferior} \quad \text{triangular superior} \end{array}$$

✚ Jacobi: Tomando en este caso $B = D$ entonces, me queda la *matriz de iteraciones* para resolver \star^1 :

$$\boxed{\begin{cases} M_J &= -D^{-1}(L + U) \\ C &= L + U \end{cases}}$$

✚ Gauss-Seidel: Tomando en este caso $B = L + D$ entonces, me queda la *matriz de iteraciones* para resolver \star^1 :

$$\boxed{\begin{cases} M_{GS} &= -(L + D)^{-1}U \\ C &= U \end{cases}}$$

- Si A es estrictamente diagonal dominante, es decir:

$$|a_{ii}| > \sum_{i \neq j} |a_{ij}|$$

entonces *Jacobi* y *Gauss-Seidel* convergen.

- Si A es tridiagonal entonces $\rho(T_{GS}) = \rho^2(T_J)$
- Si A es simétrica (hermitiana) y definida positiva entonces *Gauss-Seidel* converge.

Ejercicios de la guía:

Ejercicio 1. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 2. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 3. Considerar el sistema $Ax = b$ para $A = \begin{pmatrix} 64 & -6 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$ y $b = (1, 2)^t$.

- Demostrar que el método de Jacobi converge para todo dato inicial.
- Sea J la matriz de iteración. Hallar la normas 1, ∞ y 2 de J .
¿Contadice la convergencia del método?
- Hallar una norma $\|\cdot\|$ en la cual $\|J\|$ sea < 1 . *Sugerencia: Considerar una base de autovectores de J .*

🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 4. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 5. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 6. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 7. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 8. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 9. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 10. 🤖... hay que hacerlo! 🏠

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en \LaTeX → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 11. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 12. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 13. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 14. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 15. 🤖... hay que hacerlo! 🤖


Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicio 16. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ → [una pull request](#) al 🐙.

Ejercicios de parciales:

1. ... hay que hacerlo!

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en L^AT_EX → una *pull request* al .
