

# Apunte Único: Álgebra Lineal Computacional - Práctica 5

Por alumnos de ALC  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
UBA

última actualización 01/06/25 @ 18:39

*Choose your destiny:*

(click click  en el ejercicio para saltar)

☉ [Notas teóricas](#)

☉ Ejercicios de la guía:

<a href="#">1.</a>	<a href="#">4.</a>	<a href="#">7.</a>	<a href="#">10.</a>	<a href="#">13.</a>	<a href="#">16.</a>	<a href="#">19.</a>	<a href="#">22.</a>
<a href="#">2.</a>	<a href="#">5.</a>	<a href="#">8.</a>	<a href="#">11.</a>	<a href="#">14.</a>	<a href="#">17.</a>	<a href="#">20.</a>	<a href="#">??.</a>
<a href="#">3.</a>	<a href="#">6.</a>	<a href="#">9.</a>	<a href="#">12.</a>	<a href="#">15.</a>	<a href="#">18.</a>	<a href="#">21.</a>	

☉ Ejercicios de Parciales

 [1.](#)

Esta Guía 5 que tenés se actualizó por última vez:

01/06/25 @ 18:39

Escaneá el QR para bajarte (quizás) una versión más nueva:

Guía 5



El resto de las guías repo en [github](#) para descargar las guías con los últimos updates.



Si querés mandar un ejercicio o avisar de algún error, lo más fácil es por [Telegram](#).



## Notas teóricas:



## Ejercicios de la guía:

**Ejercicio 1.** 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗣️, o mejor aún si querés subirlo en IAT<sub>E</sub>X → [una pull request](#) al 🐙.

**Ejercicio 2.** Probar que si  $A \in K^{n \times n}$  es hermitiana, entonces los elementos de la diagonal  $a_{ii} \in \mathbb{R}$ .

Si  $A$  es hermitiana, entonces:

$$A \cdot A^* = A^* \cdot A$$

Para probar que los elementos diagonales pertenecen a  $\mathbb{R}$  se puede usar la definición:

$$A \cdot A^* \in K^{n \times n}$$

la matriz transpuesta y conjugada va a tener la misma diagonal:

$$a_{ii} \xrightarrow[\text{conjugar}]{\text{trasponer y}} \overline{(a_{ii})^t} = \overline{a_{ii}} \stackrel{!}{=} a_{ii}$$

Por lo tanto si  $a_{ii}$  es igual a su conjugado debe ser un número real.

Dale las gracias y un poco de amor ❤️ a los que contribuyeron! Gracias por tu aporte:

👤 naD GarRaz 🐙

**Ejercicio 3.** Dada  $A \in K^{n \times n}$  hermitiana, probar que existen matrices  $B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$  con  $B$  simétrica y  $C$  antisimétrica ( $C^t = -C$ ) tales que  $A = B + iC$ .

A partir de una matriz *hermitiana* me puedo construir las matrices  $B$  y  $C$  como:

$$B = \frac{A + A^*}{2} \quad \text{y} \quad C = \frac{A - A^*}{2},$$

Donde las matrices  $B$  y  $C \in \mathbb{R}$  y además son simétrica y antisimétrica respectivamente.

Ahora quiero ver la cuenta:

$$\begin{aligned} B + iC &= \frac{A+A^*}{2} + i\frac{A-A^*}{2} = \frac{A+A^*}{2} + i\frac{A-A^*}{2} = \frac{A+iA}{2} + \frac{A^*-iA^*}{2} \\ &\stackrel{!}{=} \frac{A+iA}{2} + \frac{A-iA}{2} \\ &\stackrel{!}{=} A \end{aligned}$$

Dale las gracias y un poco de amor ❤️ a los que contribuyeron! Gracias por tu aporte:

👤 naD GarRaz 🐙

**Ejercicio 4.** Dada  $A \in K^{n \times n}$  hermitiana y  $S \subset K^n$  un subespacio invariante por  $A$ , es decir  $Av \in S$  para todo  $v \in S$ . Probar que  $S^\perp$  es invariante por  $A$ .

Si tomo un  $v \in S$  y un  $w \in S^\perp$ :

$$\begin{array}{c} \in S \\ \uparrow \\ w^* \cdot v = 0 \\ \downarrow \\ \in S^\perp \end{array}$$

Ahora que sé que  $S$  es un subespacio invariante por  $A$ :

$$Av = \lambda v \xrightarrow{\times A^*} A^*Av \stackrel{!}{=} A^2\lambda v = \lambda^2 v \stackrel{!}{=} \lambda^2 v \in S$$

🐙 Aportá con correcciones, mandando ejercicios, ★ al repo, críticas, todo sirve.

La idea es que la guía esté actualizada y con el mínimo de errores.

[Ir al índice](#) ↑

Con esos ingredientes:

$$(Aw)^* \cdot \overset{\in S}{\uparrow} Av = w^* A^* \cdot Av \stackrel{\star^1}{=} \textcolor{blue}{k}(w^* \cdot v) = 0$$

Por lo tanto  $Aw \in S^\perp \quad \forall w \in S^\perp$ .

Dale las gracias y un poco de amor  a los que contribuyeron! Gracias por tu aporte:

 naD  GarRaz 

**Ejercicio 5.** Probar que  $A \in K^{n \times n}$  es hermitiana y definida positiva si y solo si  $A$  es unitariamente semejante a una matriz diagonal real con elementos de la diagonal positivos.

 ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 6.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 7.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 8.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 9.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 10.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 11.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 12.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 13.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

**Ejercicio 14.**  ... hay que hacerlo! 

Si querés mandá la solución  $\rightarrow$  [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en  $\text{\LaTeX}$   $\rightarrow$  [una pull request](#) al .

### Ejercicio 15. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en  $\text{IAT}_{\text{E}}\text{X}$  → [una pull request](#) al 🐙.

---

### Ejercicio 16. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en  $\text{IAT}_{\text{E}}\text{X}$  → [una pull request](#) al 🐙.

---

### Ejercicio 17. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en  $\text{IAT}_{\text{E}}\text{X}$  → [una pull request](#) al 🐙.

---

### Ejercicio 18. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en  $\text{IAT}_{\text{E}}\text{X}$  → [una pull request](#) al 🐙.

---

### Ejercicio 19. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en  $\text{IAT}_{\text{E}}\text{X}$  → [una pull request](#) al 🐙.

---

### Ejercicio 20. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en  $\text{IAT}_{\text{E}}\text{X}$  → [una pull request](#) al 🐙.

---

### Ejercicio 21. 🤖... hay que hacerlo! 🤖

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en  $\text{IAT}_{\text{E}}\text{X}$  → [una pull request](#) al 🐙.

---

### Ejercicio 22. 🤖... hay que hacerlo! 🤖


Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) 🗉, o mejor aún si querés subirlo en  $\text{IAT}_{\text{E}}\text{X}$  → [una pull request](#) al 🐙.

---

## Ejercicios de parciales:

---

### 1. ... hay que hacerlo!

Si querés mandá la solución → [al grupo de Telegram](#) , o mejor aún si querés subirlo en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X → una *pull request* al .

---