



## CC184 - Complejidad Algorítmica

Tema: Programación Dinámica – Caso del Cambio Mínimo de Monedas  
Formato: Esquema de Aprendizaje  
Elaborado por: Robert Zubieta  
Fuente: Propia

---

### Programación Dinámica: Caso del Cambio Mínimo de Monedas

#### I. Evaluación de Algoritmos

**PROBLEMA:**  
Encontrar la **Mínima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Valor: S/. 10      Monedas: S/. 1 | S/. 5

Sol. A	10 monedas de S/. 1	10 monedas
Sol. B	5 monedas de S/. 1 + 1 moneda de S/. 5	6 monedas
Sol. C	2 monedas de S/. 5	2 monedas OPTIMO

Valor: S/. 7      Monedas: S/. 1 | S/. 3 | S/. 4 | S/. 5

Sol. A	1 moneda de S/. 5 + 2 monedas de S/. 1	3 monedas [GREEDY]
Sol. B	1 moneda de S/. 3 + 1 moneda de S/. 4	2 monedas OPTIMO

Usando **Fuerza Bruta**  
- Busca todas las opciones posibles.  
[no es lo óptimo en este caso]

Si usamos el **Algoritmo de Greedy** en este caso, obtendremos directamente **2 monedas de S/. 5**.  
Entonces, Greedy nos brinda una **solución óptima** en este caso.

Usando **Algoritmo Codicioso (Greedy)**  
- Ordena y elige primero los elementos de mayor valor  
- **No es la solución óptima**, en este caso.

Entonces debemos usar otro paradigma que nos brinda una **solución óptima** en este caso.  
La **Programación Dinámica** es una opción recomendable en este caso.

## II. Etapas

### PROBLEMA:

Encontrar la **Mínima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Monedas S/. 1 S/. 3 S/. 4 S/. 5

Valor	< 0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cambio para el Valor	INF	0	1							

Subestructura

1	-	1	=	Cambio ( 0 )	=	0
		3	=	Cambio ( -2 )	=	INF
		4	=	Cambio ( -3 )	=	INF
		5	=	Cambio ( -4 )	=	INF

$$\text{MIN}(\text{cambio}(\text{Valor} - \text{Monedas}[i])) = 0$$

Se suma 1

Se suma 1 porque se está utilizando 1 moneda de la denominación dada.

**INTERPRETACIÓN:**  
Para un VALOR = 1  
utilizo 1 moneda:  
{1}

### PROBLEMA:

Encontrar la **Mínima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Monedas S/. 1 S/. 3 S/. 4 S/. 5

Valor	< 0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cambio para el Valor	INF	0	1	2						

Subestructura

2	-	1	=	Cambio ( 1 )	=	1
		3	=	Cambio ( -1 )	=	INF
		4	=	Cambio ( -2 )	=	INF
		5	=	Cambio ( -3 )	=	INF



Se reutiliza el cálculo anterior (MEMOIZACION)

$$\text{MIN}(\text{cambio}(\text{Valor} - \text{Monedas}[i])) = 1$$



Se suma 1

Se suma 1 porque se está utilizando 1 moneda de la denominación dada.

**INTERPRETACIÓN:**  
Para un VALOR = 2  
utilizo 2 monedas:  
{1, 1}

**PROBLEMA:**Encontrar la **Minima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Monedas S/. 1 S/. 3 S/. 4 S/. 5

Valor

Cambio para el Valor

< 0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
INF	0	1	2	1					

Subestructura

3	-	1	=	Cambio ( 2 )	=	2	⇒	Se reutiliza el cálculo anterior
		3	=	Cambio ( 0 )	=	0	⇒	Se reutiliza el cálculo anterior
		4	=	Cambio ( -1 )	=	INF		
		5	=	Cambio ( -2 )	=	INF		

MIN( cambio( Valor - Monedas[i] ) ) = 0 ⇒ Se suma 1

Se suma 1 porque se está utilizando 1 moneda de la denominación dada.

**INTERPRETACIÓN:**Para un VALOR = 3  
utilizo 1 moneda:  
{3}**PROBLEMA:**Encontrar la **Minima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Monedas S/. 1 S/. 3 S/. 4 S/. 5

Valor

Cambio para el Valor

< 0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
INF	0	1	2	1	1				

Subestructura

4	-	1	=	Cambio ( 3 )	=	1	⇒	Se reutiliza el cálculo anterior
		3	=	Cambio ( 1 )	=	1	⇒	Se reutiliza el cálculo anterior
		4	=	Cambio ( 0 )	=	0	⇒	Se reutiliza el cálculo anterior
		5	=	Cambio ( -1 )	=	INF		

MIN( cambio( Valor - Monedas[i] ) ) = 0 ⇒ Se suma 1

Se suma 1 porque se está utilizando 1 moneda de la denominación dada.

**INTERPRETACIÓN:**Para un VALOR = 4  
utilizo 1 moneda:  
{4}

**PROBLEMA:**Encontrar la **Minima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Monedas S/. 1 S/. 3 S/. 4 S/. 5

Valor

Cambio para el Valor

< 0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
INF	0	1	2	1	1	1			

Subestructura

5	-	1	=	Cambio (	4	) =	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		3	=	Cambio (	2	) =	2	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		4	=	Cambio (	1	) =	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		5	=	Cambio (	0	) =	0	→	Se reutiliza el cálculo anterior

$$\text{MIN}(\text{cambio}(\text{Valor} - \text{Monedas}[i])) = 0 \rightarrow \text{Se suma 1}$$

Se suma 1 porque se está utilizando 1 moneda de la denominación dada.

**INTERPRETACIÓN:**  
Para un VALOR = 5  
utilizo 1 moneda:  
{5}

**PROBLEMA:**Encontrar la **Minima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Monedas S/. 1 S/. 3 S/. 4 S/. 5

Valor

Cambio para el Valor

< 0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
INF	0	1	2	1	1	1	2		

Subestructura

6	-	1	=	Cambio (	5	) =	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		3	=	Cambio (	3	) =	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		4	=	Cambio (	2	) =	2	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		5	=	Cambio (	1	) =	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior

$$\text{MIN}(\text{cambio}(\text{Valor} - \text{Monedas}[i])) = 1 \rightarrow \text{Se suma 1}$$

Se suma 1 porque se está utilizando 1 moneda de la denominación dada.

**INTERPRETACIÓN:**  
Para un VALOR = 6  
utilizo 2 monedas:  
{3, 3}  
{1, 5}

**PROBLEMA:**

Encontrar la **Minima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Monedas	S/. 1	S/. 3	S/. 4	S/. 5
---------	-------	-------	-------	-------

Valor

Cambio para el Valor

< 0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
INF	0	1	2	1	1	1	2	2	

Subestructura

7	-	1	=	Cambio ( 6 )	=	2	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		3	=	Cambio ( 4 )	=	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		4	=	Cambio ( 3 )	=	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		5	=	Cambio ( 2 )	=	2	→	Se reutiliza el cálculo anterior

$$\text{MIN}(\text{cambio}(\text{Valor} - \text{Monedas}[i])) = 1 \rightarrow \text{Se suma 1}$$

Se suma 1 porque se está utilizando 1 moneda de la denominación dada.

**INTERPRETACIÓN:**

Para un VALOR = 7  
utilizo 2 monedas:  
{3, 4}

**PROBLEMA:**

Encontrar la **Minima Cantidad de Monedas** que nos permitan encontrar un VALOR

Monedas	S/. 1	S/. 3	S/. 4	S/. 5
---------	-------	-------	-------	-------

Valor

Cambio para el Valor

< 0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
INF	0	1	2	1	1	1	2	2	2	...

Subestructura

8	-	1	=	Cambio ( 7 )	=	2	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		3	=	Cambio ( 5 )	=	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		4	=	Cambio ( 4 )	=	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior
		5	=	Cambio ( 3 )	=	1	→	Se reutiliza el cálculo anterior

$$\text{MIN}(\text{cambio}(\text{Valor} - \text{Monedas}[i])) = 1 \rightarrow \text{Se suma 1}$$

Se suma 1 porque se está utilizando 1 moneda de la denominación dada.

**INTERPRETACIÓN:**

Para un VALOR = 8  
utilizo 2 monedas:  
{4, 4}  
{3, 5}