CC184 - Complejidad Algorítmica

Tema:	Programación Dinámica en Grafos – Algoritmo Floyd-Warshall
Formato:	Esquema de Aprendizaje
Elaborado por:	Robert Zubieta
Fuente:	Propia

Programación Dinámica en Grafos: Algoritmo Floyd-Warshall

I. Alcance

Algoritmo Floid-Warshall

Algoritmo Floid-Warshall

All Pairs Shortest Path

Encontrar el camino más corto para cada par de vértices en un grafo dirigido ponderado.

En el problema del camino más corto de todos los pares, necesitamos encontrar todos los caminos más cortos desde cada vértice a todos los demás vértices en el grafo.

Este algoritmo toma como entrada un **grafo ponderado dirigido** G (V, E).
Produce todos los **caminos más cortos por cada par de vértices** en G.

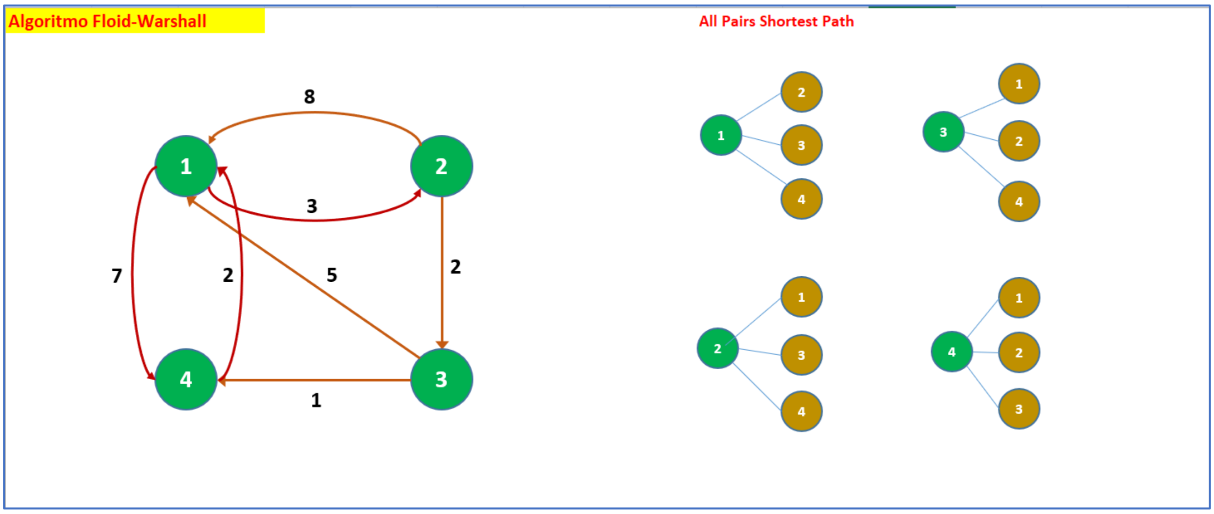
ALGORITMO

1. El **primer paso**:
• El algoritmo construye una **matriz gráfica** a partir del grafo inicial dado.
• Esta matriz incluye los pesos de los bordes en el gráfico.
• El resto de las posiciones se rellenan con los respectivos pesos de los bordes del gráfico de entrada.

2. El **segundo paso**, encontrar la distancia entre dos vértices
• Al encontrar la distancia, también verificamos si hay algún vértice intermedio entre dos vértices seleccionados.
• Si existe un vértice intermedio, comprobamos la distancia entre el par de vértices seleccionados que pasa por este vértice intermedio.
• Si esta distancia al atravesar el vértice intermedio es menor que la distancia entre dos vértices seleccionados sin pasar por el vértice intermedio, actualizamos el valor de la distancia más corta en la matriz.

• El **número de iteraciones** es igual a la **cardinalidad del conjunto de vértices**.
• El algoritmo devuelve la distancia más corta de cada vértice a otro en el grafo dado.

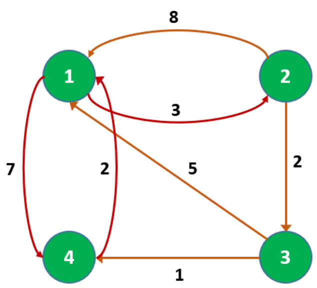
II. Escenario Inicial



III. Matrices

Matriz 0

Algoritmo Floid-Warshall

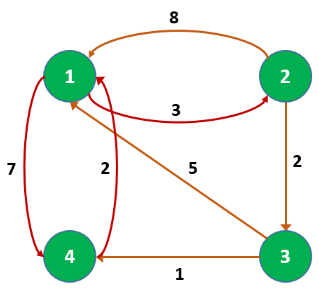


A0

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	inf
3	5	inf	0	1
4	2	inf	inf	0

Matriz 1

Algoritmo Floid-Warshall



A0

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	inf
3	5	inf	0	1
4	2	inf	inf	0

A1

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	15
3	5	8	0	1
4	2	5	inf	0

A0[2,3] ? A0[2,1] + A0[1,3]
2 < 8 + inf

A0[2,4] ? A0[2,1] + A0[1,4]
inf > 8 + 7

A0[3,2] ? A0[3,1] + A0[1,2]
inf > 5 + 3

A0[3,4] ? A0[3,1] + A0[1,4]
1 < 5 + 7

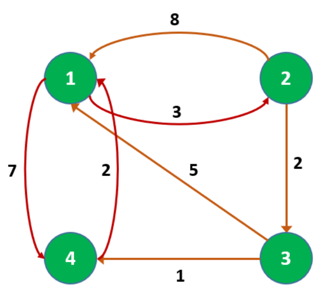
A0[4,2] ? A0[4,1] + A0[1,2]
inf > 2 + 3

A0[4,3] ? A0[4,1] + A0[1,3]
inf > 2 + inf

Usa de intermedio al nodo 1
No se considera la Fila 1 y Columna 1

Matriz 2

Algoritmo Floid-Warshall



A0

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	inf
3	5	inf	0	1
4	2	inf	inf	0

A1

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	15
3	5	8	0	1
4	2	5	inf	0

A2

	1	2	3	4
1	0	3	5	7
2	8	0	2	15
3	5	8	0	1
4	2	5	7	0

A1[1,3] ? A1[1,2] + A1[2,3]
inf > 3 + 2

A1[1,4] ? A1[1,2] + A1[2,4]
7 < 3 + 15

A1[3,1] ? A1[3,2] + A1[2,1]
5 < 8 + 8

A1[3,4] ? A1[3,2] + A1[2,4]
1 < 8 + 15

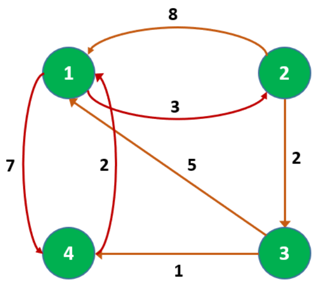
A1[4,1] ? A1[4,2] + A1[2,1]
2 < 5 + 8

A1[4,3] ? A1[4,2] + A1[2,3]
inf > 5 + 2

Usa de intermedio al nodo 2
No se considera la Fila 2 y Columna 2

Matriz 3

Algoritmo Floid-Warshall



A0

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	inf
3	5	inf	0	1
4	2	inf	inf	0

A1

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	15
3	5	8	0	1
4	2	5	inf	0

A2

	1	2	3	4
1	0	3	5	7
2	8	0	2	15
3	5	8	0	1
4	2	5	7	0

A3

	1	2	3	4
1	0	3	5	6
2	7	0	2	3
3	5	8	0	1
4	2	5	7	0

A2[1,2] ? A2[1,3] + A2[3,2]
3 < 5 + 8

A2[1,4] ? A2[1,3] + A2[3,4]
7 > 5 + 1

A2[2,1] ? A2[2,3] + A2[3,1]
8 > 2 + 5

A2[2,4] ? A2[2,3] + A2[3,4]
15 > 2 + 1

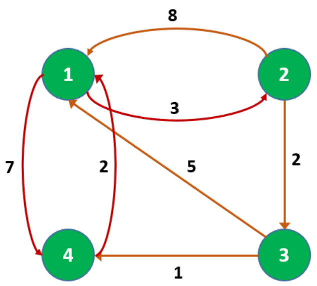
A2[4,1] ? A2[4,3] + A2[3,1]
2 < 7 + 5

A2[4,2] ? A2[4,3] + A2[3,2]
5 < 7 + 8

Usa de intermedio al nodo 3
No se considera la Fila 3 y Columna 3

Matriz 4

Algoritmo Floid-Warshall



A0

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	inf
3	5	inf	0	1
4	2	inf	inf	0

A1

	1	2	3	4
1	0	3	inf	7
2	8	0	2	15
3	5	8	0	1
4	2	5	inf	0

A2

	1	2	3	4
1	0	3	5	7
2	8	0	2	15
3	5	8	0	1
4	2	5	7	0

A3

	1	2	3	4
1	0	3	5	6
2	7	0	2	3
3	5	8	0	1
4	2	5	7	0

A4

	1	2	3	4
1	0	3	5	6
2	5	0	2	3
3	3	6	0	1
4	2	5	7	0

A3[1,2] ? A3[1,4] + A3[4,2]
3 < 6 + 5

A3[1,3] ? A3[1,4] + A3[4,3]
5 < 6 + 7

A3[2,1] ? A3[2,4] + A3[4,1]
7 > 3 + 2

A3[2,3] ? A3[2,4] + A3[4,3]
2 < 3 + 7

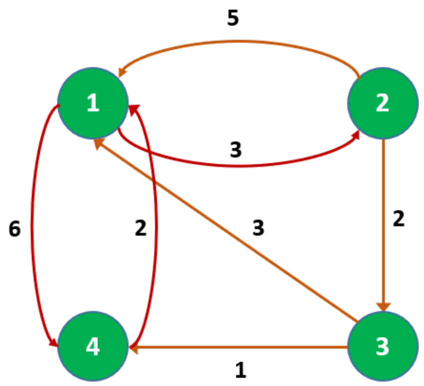
A3[3,1] ? A3[3,4] + A3[4,1]
5 > 1 + 2

A3[3,2] ? A3[3,4] + A3[4,2]
8 > 1 + 5

Usa de intermedio al nodo 4
No se considera la Fila 4 y Columna 4

IV. Escenario Final

Algoritmo Floid-Warshall



A

	1	2	3	4
1	0	3	5	6
2	5	0	2	3
3	3	6	0	1
4	2	5	7	0

FORMULA

```
for(k=1; k<=n; k++)
{
    for(i=1; i<=n; i++)
    {
      for(j=1; j<=n; j++)
      {
         A[i,j] = min( A[i,k] + A[k,j])
      }
    }
}
```