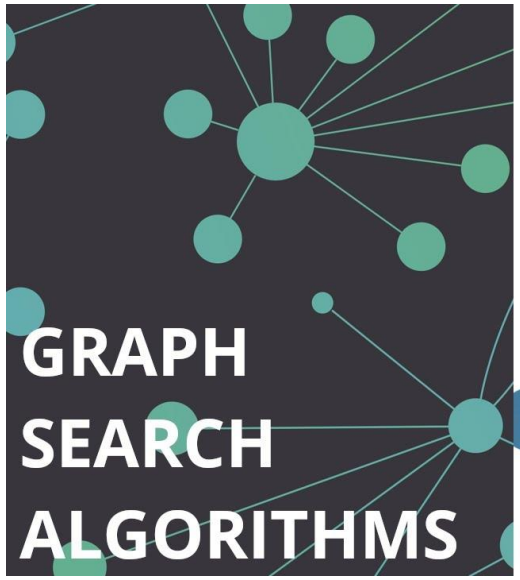
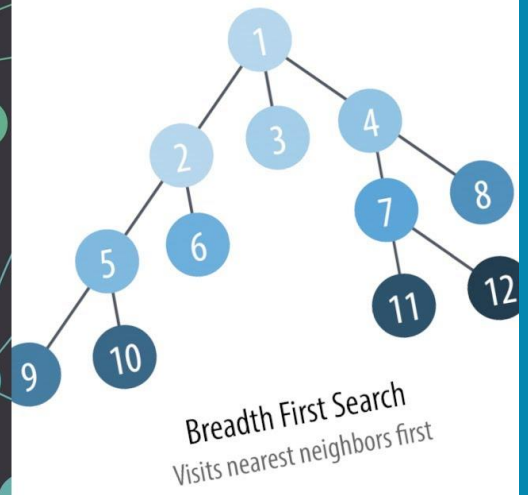




Complejidad Algorítmica

Unidad 1: Comportamiento asintótico, métodos de búsquedas y grafos

Módulo 5: Grafos - Técnicas de recorrido y búsquedas

Ing. Patricia Reyes Silva
pcsiprey@upc.edu.pe

2022

Complejidad Algorítmica

Semana 5 / Sesión 1

MÓDULO 5: Grafos - Técnicas de recorrido y búsquedas

Contenido

1. Caminos y recorridos en grafos
2. Búsquedas en grafos
3. Búsquedas por costo uniforme (UCS)
4. Búsquedas por profundidad limitada (DLS)
5. Búsquedas por profundidad iterativa (IDS)

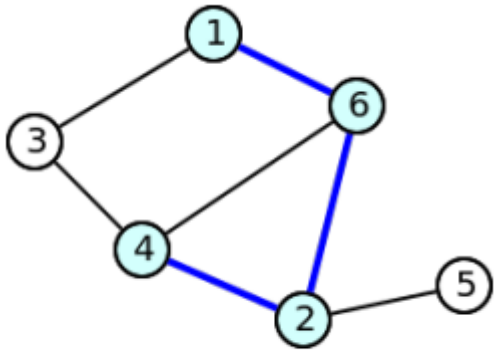
Preguntas

1. Caminos y recorridos en grafos

¿Qué es un CAMINO dentro de un Grafo?

- Un camino es una secuencia de vértices dentro de un grafo tal que existe una arista entre cada vértice y el siguiente.
- En un camino, se define también que:
  - ✓ Dos vértices están conectados si hay un camino entre ellos.
  - ✓ Dos vértices pueden estar conectados por varios caminos.
  - ✓ El número de aristas dentro de un camino es su **longitud**.
  - ✓ Un CICLO es un camino que empieza y termina en el mismo vértice.

1. Caminos y recorridos en grafos



$1 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 4$

- **CAMINO:** es una secuencia de vértices dentro de un grafo tal que existe una arista entre cada vértice y el siguiente.

Camino (Path) = $1 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 4$

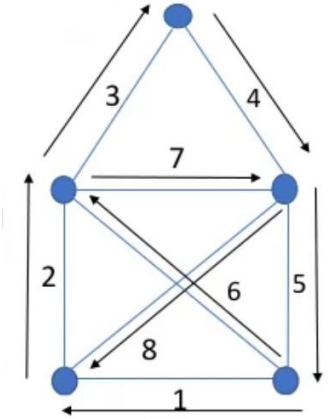
- **CICLO:** camino que comienza y termina en el mismo nodo (ej.: para el grafo, $1 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ es un ciclo)

1. Caminos y recorridos en grafos

TIPOS DE CAMINOS

Camino Euleriano

- Camino cerrado que empieza y termina en el mismo vértice.
- Pasa por cada vértice al menos una vez y sólo una vez por cada arista.
- No importa la repetición de vértices

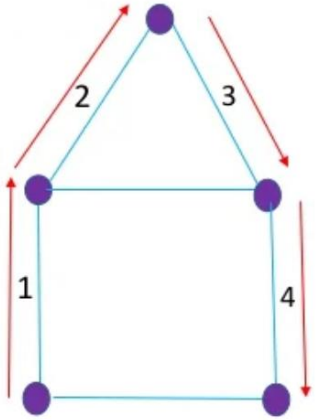


¿Cómo reconocemos un camino Euleriano?

Cuando hay 2 vértices de grado impar, es un camino euleriano

Camino Hamiltoniano

- Un ciclo hamiltoniano, es un camino donde el último vértice es adyacente al primero (no termina en el mismos vértice que inicia).
- Pasa por cada vértice exactamente una vez.



¿Cómo reconocemos un camino Hamiltoniano?

Si uno escoge una pareja de vértices, y sumando sus grados, el resultado tiene que ser mayor o igual a n-1 (donde n es el grado del grafo)

1. Caminos y recorridos en grafos

TIPOS DE RECORRIDOS EN GRAFOS

¿De que formas podemos recorrer un Grafo?

Existen dos formas de recorrer un grafo:

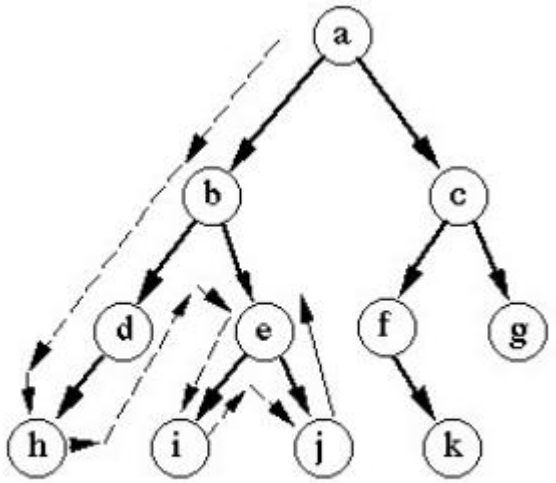
1. Recorrido en profundidad (Deep First Search – DFS)
2. Recorrido en amplitud o anchura (Breadth First Search – BFS)

- En esencia**, Deep First Search (DFS) y Breadth First Search (BFS)** hacen lo mismo: recorrer todos los nodos de un grafo.
- ¿Cuándo usar uno u otro? depende del problema y el orden en que nos interesa pasar por los nodos.

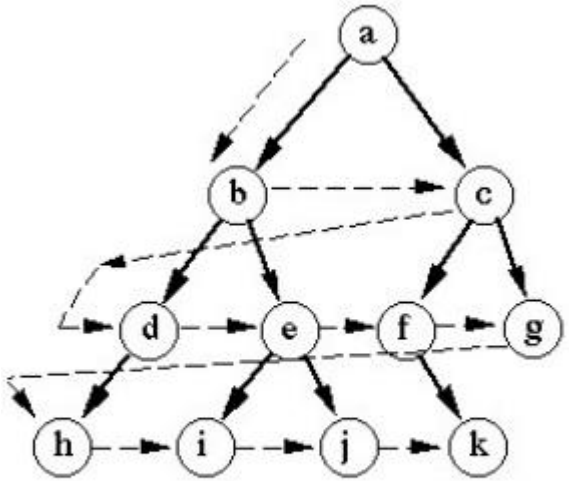
Veamos cómo implementar ambos…

1. Caminos y recorridos en grafos

TIPOS DE RECORRIDOS EN GRAFOS



Depth-first search



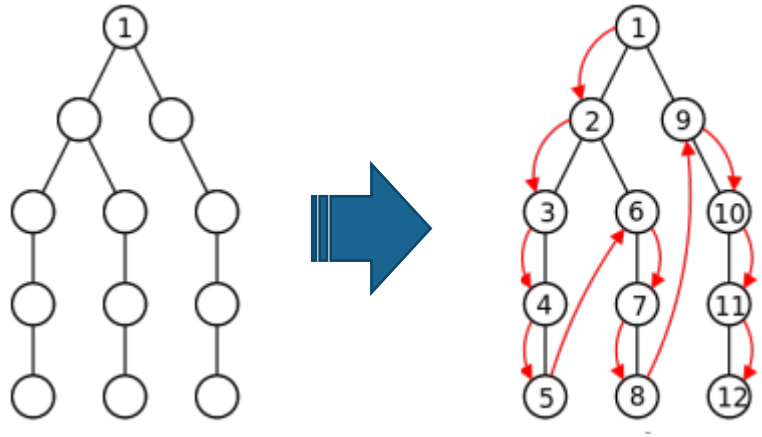
Breadth-first search

1. Caminos y recorridos en grafos

1. Recorrido en profundidad (Deep First Search – DFS)

¿Cómo se busca?

- Se busca en todo el gráfico conectado a un nodo adyacente antes de ingresar al siguiente nodo adyacente
- En esta búsqueda siempre se expande uno de los nodos que se encuentre en lo más profundo del árbol.
- Sólo si la búsqueda conduce a un callejón sin salida (un nodo que no es meta y que no tiene expansión), se revierte la búsqueda y se expanden los nodos de niveles menos profundos.



Puntos clave:

- Los nodos se visitan y generan buscando los nodos a mayor profundidad y retrocediendo cuando no se encuentran nodos sucesores
- La estructura para los nodos abiertos es una pila **(LIFO)**
- Para garantizar que el algoritmo acaba debe imponerse un límite en la profundidad de exploración

1. Caminos y recorridos en grafos

1. Recorrido en profundidad (Deep First Search – DFS)

Pseudocódigo:

DFS (versión recursiva)

```
dfs(nodo v):
    marcar v como visitado
    Para todos los nodos w adyacentes a v hacer
        Si w aún no ha sido visitado entonces
            DFS (w)
```

Complejidades

Temporal:

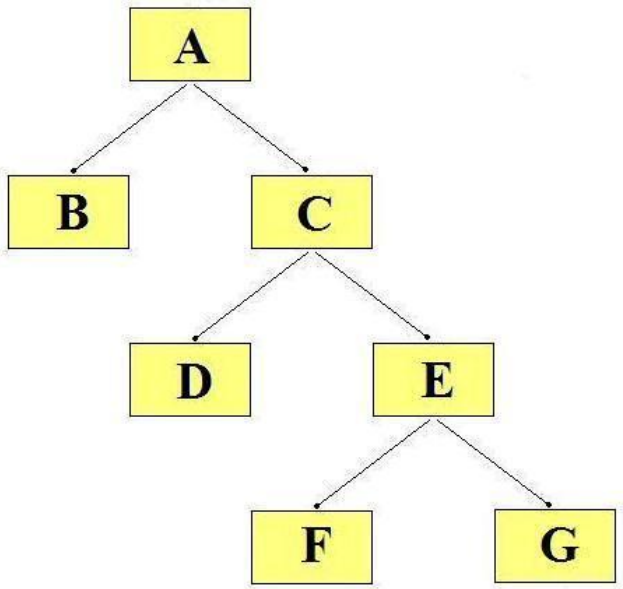
- Lista de adyacencia: $O(|V| + |E|)$
- Matriz de Adyacencia: $O(|V|^2)$

Espacial: $O(|V|)$

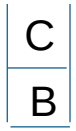
1. Caminos y recorridos en grafos

1. Recorrido en profundidad (Deep First Search – DFS)

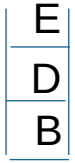
Recorrido de un árbol en profundidad (LIFO)



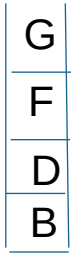
Recorrido LIFO



1. Generar hijos del nodo A y colocar estos nodos activos en una pila (B, C).



2. Quitar el elemento el ultimo ingresado a la pila y generar sus hijos, coloque esos nodos en la pila. C se quita de la pila. Los hijos de C son D, E.



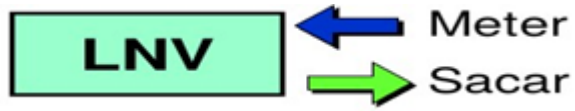
4. Nuevamente, elimine un elemento de la pila, es decir, se elimina el nodo E y los nodos generados por E son F, G que se introducen a la pila.

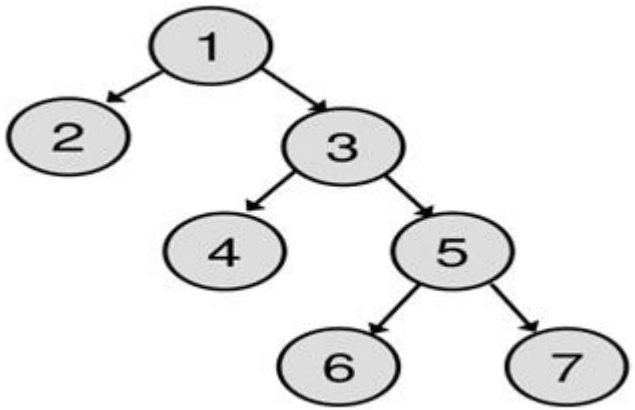
1. Caminos y recorridos en grafos

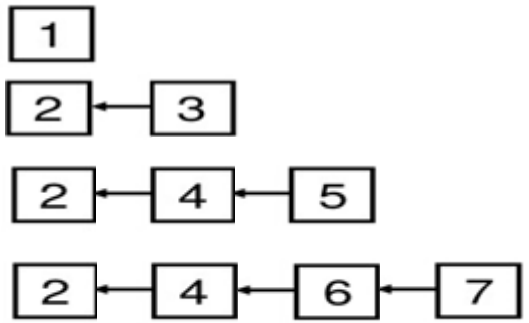
1. Recorrido en profundidad (Deep First Search – DFS)

Ejemplo: Recorrido de un árbol en profundidad (LIFO)

- La estructura de **la lista de nodos vivos (LNV)** se trata como **una pila (LIFO)**
- **LIFO** = **LAST IN FIRST OUT** = EL ULTIMO EN ENTRAR ES EL PRIMERO EN SALIR.







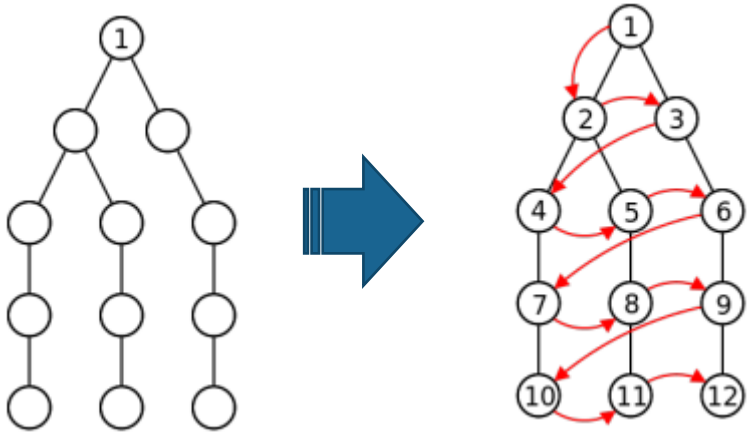
1. Caminos y recorridos en grafos

2. Recorrido en amplitud o anchura (Breadth First Search – BFS)

¿Cómo se busca?

- Primero se expande el nodo inicial (raíz) y luego todos los nodos generados por éste, luego sus sucesores y así sucesivamente.

- Todos los nodos que están a profundidad **d** se expanden primero, antes que los nodos con profundidad **d + 1**.



Puntos clave:

- Los nodos se visitan y generan por niveles.
- La estructura para los nodos abiertos es una cola **(FIFO)**
- Un nodo es visitado cuando todos los nodos de los niveles superiores y sus hermanos precedentes han sido visitados

1. Caminos y recorridos en grafos

2. Recorrido en amplitud o anchura (Breadth First Search – BFS)

- Una búsqueda de amplitud (BFS) es muy similar a un DFS.
- Solamente cambia el orden en el que se visitan los nodos
- En lugar de usar la recursividad, mantenemos explícitamente una cola de nodos no visitados (q)

Pseudocódigo:

```
BFS (nodo v):
q ← ∅ /* Cola de nodos no visitados */
q.inqueue (v)
marcar v como visitado
Mientras q != ∅ /* Mientras haya nodos a procesar */
    u ← q.ouqueue() /* Elimina el primer elemento de q */
    Para todos los nodos w adyacentes a u hacer
        Si w aún no ha sido visitado entonces /* ¡Nuevo nodo! */
            q.inqueue (w)
            marcar w como visitado
```

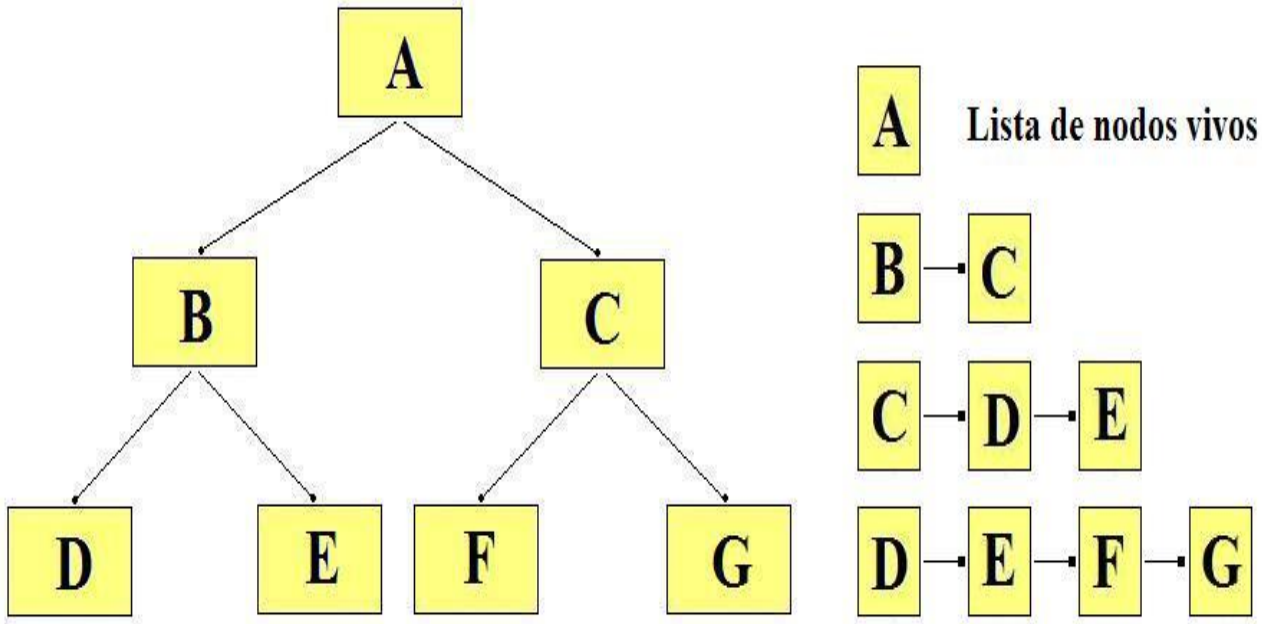
Complejidad:

- Temporal: O(V+E)

1. Caminos y recorridos en grafos

2. Recorrido en amplitud o anchura (Breadth First Search – BFS)

Recorrido de un árbol en anchura (FIFO)



Recorrido FIFO

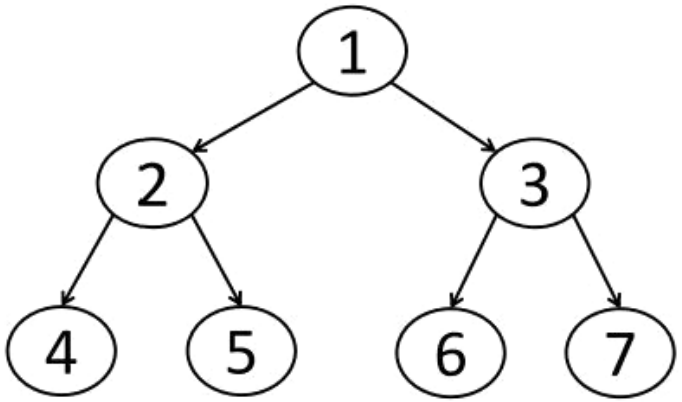
1. Inicia introduciendo en la LNV el nodo A.
2. Sacamos el nodo A de la cola y se expande generando los nodos B y C que son introducidos en la LNV.
3. Seguidamente se saca el primer nodo que es el B y se vuelve a expandir generando los nodos D y E que se introducen en la LNV.
4. Este proceso se repite mientras que quede algún elemento en la cola.

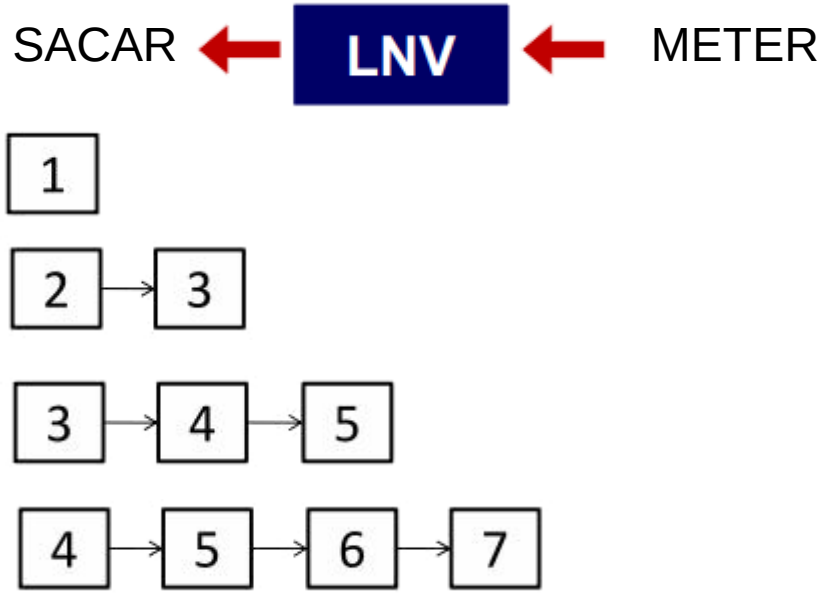
1. Caminos y recorridos en grafos

2. Recorrido en amplitud o anchura (Breadth First Search – BFS)

Ejemplo: Recorrido de un árbol en anchura (FIFO)

- La estructura de **la lista de nodos vivos (LNV)** se trata como **una cola (FIFO)**, dando lugar a un recorrido en anchura del árbol.
- **FIFO** = **FIRST IN FIRST OUT** = EL PRIMERO EN ENTRAR ES EL PRIMERO EN SALIR.





1. Caminos y recorridos en grafos

Ventajas y desventajas entre DFS y BFS

Deep First Search – DFS

- Si la cantidad de soluciones en un problema es grande, se recomienda esta búsqueda sobre la búsqueda por amplitud (BFS).
- La desventaja de esta búsqueda es que se puede quedar estancada al avanzar por una ruta equivocada, ya que muchos árboles de búsqueda pueden ser muy profundos o infinitos.
- Por lo tanto, la DFS no es ni completa ni óptima.

Breadth First Search – BFS

- Si hay solución, es seguro que se encontrará mediante la búsqueda preferente por amplitud (BFS).
- Si son varias soluciones, siempre encontrará primero el estado de meta más próximo (menos profundidad, más a la izquierda).
- La búsqueda preferente por amplitud es completa y óptima siempre y cuando el costo de ruta sea una función que no disminuya al aumentar la profundidad del nodo.

PREGUNTAS

Dudas y opiniones