

חישוביות וקוגניציה - תרגיל 1

להגשה עד: 26/10/2021 23:59

שימו לב: שאלה 1 היא שאלה אנליטית ושאלה 2 היא שאלת תכנות. לשימושכם, אלגוריתם הלמידה של הפרספטון מופיע בעמוד השני

שאלה 1

עבור הפרספטון הבינארי (ללא סף): $y = H(\vec{w} \cdot \vec{x})$, נתונות הדוגמאות הבאות וסיווגן:

$$\bullet y^1 = 1, \mathbf{x}^1 = (2, 2)$$

$$\bullet y^2 = 1, \mathbf{x}^2 = (1, 3)$$

$$\bullet y^3 = 0, \mathbf{x}^3 = (-1, 0)$$

$$\bullet y^4 = 0, \mathbf{x}^4 = (-1, 2)$$

סעיף א'

1. התחילו מוקטור משקולות $\mathbf{w} = [1, 1]$. הציגו את הדוגמאות הנתונות לפי הסדר, ועדכנו את המשקולות בהתאם לכלל הלמידה של הפרספטון עד להתכנסות (כלומר, עד שהפרספטון מסווג נכונה את כל ארבע הדוגמאות). ציירו באופן סכמטי את הנקודות, וקטור המשקולות, והישר המפריד בתנאי ההתחלה ולאחר ההתכנסות.

סעיף ב'

נתון פרספטון בינארי עם סף $y = H(w_1x_1 + w_2x_2 - T)$. מצאו ערכי w ו T עבור הכללים הבאים והסבירו:

$$1. y = 1 \text{ אם } 2x_1 + x_2 > 0$$

$$2. y = 1 \text{ אם } x_1 < 3x_2 + 4$$

סעיף ג'

בנו רשת של פרספטרונים שתממש את הפונקציה הבאה: $y = 1$ אם $x_2 < x_1 < 0$ (ו-0 אחרת). ציירו את מרחב הדוגמאות קודם. השתדלו לבנות את הרשת היעילה ביותר שניתן לבנות, כלומר, עם כמה שפחות תאים/נוירונים (רמז: בשכבה הראשונה שאיננה הקלט לא אמורים להיות יותר משניים).

שאלה 2

1. כתבו פונקציה שמקבלת אוסף של P נקודות במרחב N -מימדי (מטריצה של $N \times P$, במקרה שלנו $N = 2$) ואת התיג המתאים להן (וקטור באורך P), ומוצאת פרספטורן מתאים על פי אלגוריתם הלמידה של הפרספטורן.
2. הגרילו $P = 1000$ נקודות דו-מימדיות, כאשר כל קואורדינטה מתפלגת בהתפלגות אחידה (רציפה) בין -10 ל 10 . נקודות עבור $x_1 > x_2$ יתויגו $y = 1$ ונקודות עבור $x_1 < x_2$ יתויגו $y = 0$. הציגו את הנקודות כאשר הנקודות המתויגות ב 1 יוצגו בכחול והנקודות המתויגות ב- 0 יוצגו באדום.
3. השתמשו בפונקציה שכתבתם בסעיף 1 כדי למצוא מסווג לנקודות שהגרתם בסעיף 2. הציגו גרף עם הנקודות, וקטור המשקולות, והישר המפריד. הערה: ניתן לאתחל את האלגוריתם עם תנאי ההתחלה $w = [1, 1]$.
4. נגדיר את הגודל שיבטא את השגיאה של w אליו הפרספטורן התכנס ביחס לפתרון האופטימלי w^* (שימו לב שיש רק פתרון יחיד שעובד עבור כל הנקודות במרחב) כערך מוחלט של הזווית (במעלות) בין w ל w^* . נרצה לבדוק כיצד השגיאה הממוצעת משתנה כפונקציה של מספר הדוגמאות מהן למדנו. לצורך כך, עבור כל ערך של $P = 5, 20, 30, 50, 100, 150, 200, 500$ הריצו $M = 100$ סימולציות (בכל סימולציה הגרילו את הנקודות מחדש) וחשבו את השגיאה הממוצעת על פני M הסימולציות. הציגו גרף של השגיאה הממוצעת כפונקציה של P , והסבירו את התוצאה.

תזכורת: קוסינוס הזווית בין שני וקטורים u, v הוא $\frac{u^T v}{|u||v|}$. במטלב, הפונקציה acosd היא הפונקציה ההופכית לקוסינוס שמחזירה ערכים במעלות. בפייתון, ניתן להשתמש בפונקציות np.arccos ו np.rad2deg .

אלגוריתם הלמידה של הפרספטורן - תזכורת

קלט: נקודות x^1, \dots, x^P והסיווג לכל נקודה y^1, \dots, y^P ($y^\mu \in \{0, 1\}$)
אתחול: אתחל את w לוקטור כלשהו
איטרציות:

1. עבור על כל הנקודות בסדר מסוים קבוע
2. לכל נקודה, אם המסווג טועה לגביה עדכן את וקטור המשקולות באופן הבא:

$$\begin{cases} w \leftarrow w + x^\mu & y^\mu = 1 \\ w \leftarrow w - x^\mu & y^\mu = 0 \end{cases}$$
3. עצור כאשר כל הנקודות מסווגות נכונה, כלומר לא היה שינוי בערך של w בכל האיטרציה האחרונה