חישוביות וקוגניציה - תרגיל 7

להגשה עד: 22/12/2021, 23:59

שימו לב: שאלות 1 ו־2 הן שאלות אנליטיות, ושאלה 3 היא שאלת תכנות

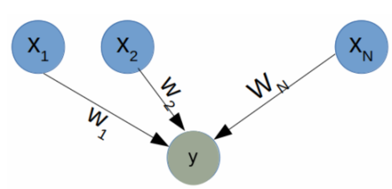
שאלה 1

בשאלה זו תשלימו את הדוגמא שנלמדה בתרגול - `קליעה למטרה` בעולם חד־מימדי, כאשר גם סטיית התקן ב`רעש` של קליעות הנבדק היא פרמטר נלמד.

נתונה משימת `קליעה למטרה` בעולם חד מימדי. בכל trial הנבדק זורק חץ למיקום y שנדגם מהתפלגות נורמלית עם ממוצע μ ושונות σ^2, כלומר $y \sim \mathcal{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$, ומקבל גמול R (שיוגדר בהמשך). שימו לב, μ ו σ שניהם פרמטרים פנימיים של הנבדק, ושניהם נלמדים לפי אלגוריתם REINFORCE.

1. רשמו את כלל הלימוד של σ (עבור גמול כלשהו R), והסבירו את התוצאה באופן איכותי.
2. נסמן את מיקום המטרה בתור m, ונניח שהגמול שניתן בכל trial הוא $R = -\left(y - m\right)^2$. מהו השינוי <u>הממוצע</u> ב σ? מהי ההתכנסות בממוצע?

שאלה 2



נתון פרספטרון בינארי כמתואר בציור שבו הפלט הוא <u>הסתברותי</u>. בהינתן קלט $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_N \end{bmatrix}^\top$, הפלט y מתפלג באופן הבא.

(סימנו על ידי p ו־$1-p$ את ההסתברות לקבל את הערך 1 ו־0, בהתאמה)

$$\mathbb{P}\left[y = 1 | \mathbf{x}; \mathbf{w}\right] = \frac{1}{1 + e^{-\mathbf{w}^\top \mathbf{x}}} = p$$
$$\mathbb{P}\left[y = 0 | \mathbf{x}; \mathbf{w}\right] = \frac{e^{-\mathbf{w}^\top \mathbf{x}}}{1 + e^{-\mathbf{w}^\top \mathbf{x}}} = 1 - p$$

1. חשבו את `ערך הזכאות` e_i ביחס לפרמטר w_i, כלומר את $\frac{\partial \ln \mathbb{P}(y|\mathbf{x};\mathbf{w})}{\partial w_i}$, עבור שני המקרים האפשריים: $y = 0$ ו $y = 1$
2. רשמו ביטוי אחד שמבטא את e_i עבור שני המקרים (בטאו אותו באמצעות y ו־p).
3. בהינתן שב trial מסויים הגמול היה R, רשמו את כלל העדכון של המשקולת ה־w_i.

שאלה 3

בשאלה זו תממשו פרספטרון בינארי סטוכסטי כפי שהוגדר בשאלה 2 שילמד לסווג ספרות 0 ו 1 מהדאטאסט MNIST.

1. טענו את הקובץ ex7_data.mat (בפייתון ניתן לטעון קבצי mat. בעזרת scipy.io.loadmat), הקובץ מכיל מדגם אימון (data, labels) ומדגם test (test_data, test_labels). כל דוגמא היא וקטור במימד 784.

2. למדו את הפרספטרון דוגמא אחר דוגמא באופן הבא: הציגו לרשת את הדוגמא הנוכחית, והגרילו את הפלט לפי ההתפלגות המתאימה (שהוגדרה בשאלה 2). נסמן ב y את הפלט של הרשת וב c את התיוג הנכון (0 או 1). הגמול יוגדר באופן הבא:

$$R = \begin{cases} 1 & y = c \\ 0 & y \neq c \end{cases}$$

עדכנו את המשקולות לפי כלל הלמידה של REINFORCE (שמצאתם בשאלה 2) לאחר הצגת כל דוגמא.

3. לאחר כל 50 צעדים (כלומר, הצגה של 50 דוגמאות), בדקו את הדיוק של הרשת על מדגם ה test (<u>מבלי</u> ללמוד מהדוגמאות הללו): הציגו לרשת את כל הדוגמאות מה test, ולכל דוגמה הגרילו את הפלט של הרשת והשוו אותו לתיוג הרצוי. חשבו את הדיוק על פני כל הדוגמאות ב test (כלומר, אחוז התמונות שהרשת מתייגת נכונה).

4. הציגו גרף שמתאר את התפתחות הדיוק על מדגם ה test כפונקציה של הלמידה (מספר הדוגמאות שהרשת למדה עד כה).

5. הציגו את וקטור המשקולות של הרשת, לאחר הלמידה, בתור תמונה. מה ניתן לומר על התוצאה?

<u>הערות:</u>

- השתמשו בקצב לימוד של $\eta = 0.01$
- אתחלו את וקטור המשקולות באקראי, למשל מהתפלגות נורמלית עם ממוצע אפס וסטיית תקן $\sigma = 0.01$
- מומלץ מאוד לכתוב פונקציה עבור סעיף 3, כלומר פונקציה שמקבלת את וקטור המשקולות הנוכחי ואוסף דוגמאות מתוייגות, ומחזירה את הדיוק הממוצע על פני הדוגמאות שהתקבלו (מבלי לשנות את המשקולות ברשת).
- מימדים:
  - שימו לב שבפייתון המערכים של התיוגים ייטענו בתור מטריצת numpy מגודל $\#\text{examples} \times 1$. מומלץ להפוך אותם לוקטורים ע"י labels = labels.reshape(-1), או שימוש בפונקציה squeeze.
  - כאשר מציגים את התמונות, שימו לב שבמטלב יש לבצע reshape של כל דוגמא (או של וקטור המשקולות) למימדים 28×28