

פרוייקט בקורס נושאים נבחרים בעיבוד תמונה

אינטרפולציה בתמונה באמצעות אופטימיזציה ריבועית של מקדמי אדוות

בפרק זה נתייחס לבעיה הבאה: בתמונה בגודל n על n שאת וקטור הפיקסלים שלה נסמן ב- x ,

אוסף הפיקסלים נחלק לשתי קבוצות, P_a קבוצת הפיקסלים שערכם ידוע, ו- P_b הקבוצה

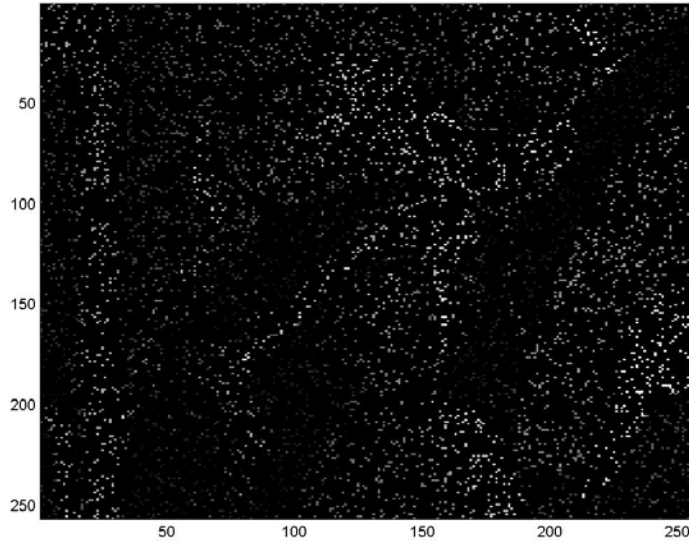
המשלימה של הפיקסלים שערכם אינו נתון. המטרה היא לאמוד את ערכם של הפיקסלים

החסרים על ידי אינטרפולציה "חכמה" הלוקחת בחשבון את התכונות והמאפיינים הייחודיים של

$$x(p_i) = \begin{cases} x_i & \text{if } p_i \in P_a \\ ? & \text{if } p_i \in P_b \end{cases} \quad \text{ניתן לנסח את הבעיה באופן הבא:}$$

להלן דוגמא של תמונה בה ערכם של 92.5% מהפיקסלים חסר, כאשר מיקומם של הפיקסלים

החסרים נדגם אקראית



בהנחה שהתמונה המקורית מאוחסנת במשתנה X , להלן אופן יצירת המסכה הבינארית ומחיקת הפיקסלים.

$$M = \text{rand}(\text{size}(X)) > 0.925; \quad X_Corrupted = X .* M;$$

את השלמת הפיקסלים החסרים ניתן לבצע באמצעות פיתרון בעיית האופטימיזציה הבאה:

$$\min_{w_j^s} \left\{ \sum_s \sum_{j_s} 2^{p \times s} |w_{j_s}^s|^2 \right\}$$
$$s.t.: \quad p_i = x_i \quad \forall p_i \in P_b$$

כאשר s זוהי הרמה של מקדמי האדוות, $L-1 \leq s \leq L, L+1, L+2, \dots, \log_2(n)-1$ היא הרמה הגסה ביותר הנבחרת של מקדמי האדוות (רמת הקירוב אותה יש להזין לפונקציית התמרת האדוות כדי להגדיר את התמרה באופן מדויק)

תזכורת, בהתמרת אדוות דו ממדית ישנם 3 סוגי מקדמי פרטים (High Pass) ורמה אחת של מקדמי קירוב (Low pass) שהיא הרמה הנמוכה ביותר – L . להלן הדגמה של קביעת הרמות בניתוח אדוות בעל 3 רמות

$$(L = \log_2(n) - 3)$$

Log2(n)-3	Log2(n)-3	Log2(n)-2	Log2(n)-1
Log2(n)-3	Log2(n)-3		
Log2(n)-2		Log2(n)-2	
Log2(n)-1		Log2(n)-1	

את בעיית האופטימיזציה ניתן לפתור באמצעות אלגוריתם CG אשר קוד למימושו נמצא באתר כאשר במקום להשתמש באופרטור מטריצה, יש להשתמש באופרטור של פונקציה המבצעת את התמרת האדוות.

כדי להתחשב באילוצים ניתן להגדיר בעיית אופטימיזציה לא מאולצת בה פונקציית המטרה כוללת את האילוצים, או לפתור את בעיית הריבועים הפחותים הרלוונטית (על ידי פיתרון המשוואות הנורמליות) עם וקטור אגף ימין השווה לאפס, כאשר בכל איטרציה של אלגוריתם ה-CG משווים את ערכם של הפיקסלים הידועים לערכם הנתון כך שהאילוצים לא יופרו. ניתן גם להשתמש בכל שיטות אופטימיזציה אחרת הפותרת את הבעיה.

יש לקבוע את הפרמטרים השונים בבעיה (L, p) ואת סוג ה-wavelets על ידי ניסוי וטעייה.

דברים נוספים שניתן לעשות במסגרת העבודה (אם כי לא חובה). הם שימוש בקוד כדי לבצע אינטרפולצית זום בתמונה בדומה למה שעשינו בתחילת הקורס. כמו כן ניתן לנסות לבחור את הפיקסלים השורדים בצורה מושכלת כך שיכילו מקסימום מידע ויניבו שחזור מיטבי עבור פורפוזיית הפיקסלים (לדוגמא: זה לא יעיל לדגום הרבה נקודות בתמונה באיזורים אחידים)

בהצלחה!