

## עבודה 5 - עקרונות שפות תכנות

### חלק 1

(ב)

נוכיח את נכונות הטענה באינדוקציה על אורך המערך  $fs$ , כלומר מס' הפונקציות הנשלחות ל $pipe$ .

בסיס: עבור  $fs = []$ :

$$a-e [(pipe\$ [] cont)] \Rightarrow a-e [(cont [])] = a-e [(cont (pipe []))] \Rightarrow a-e [(cont [])]$$

ונשים לב כי הביטויים זהים.

ה"א: נניח את נכונות הטענה עבור  $i$   $|fs| = i$

צעד: עבור  $|fs| = i + 1$ , נסמן  $fs = [f_1, f_2, \dots, f_{i+1}]$ , מתקיים כי:

$$a-e [(pipe\$ fs cont)] \Rightarrow$$

$$a-e [(pipe\$ [f_2, f_3, \dots, f_{i+1}] (\lambda res\_pipe (compose\$ f_1 res\_pipe cont)))]$$

מה"א נקבל כי:

$$a-e [((\lambda res\_pipe (compose\$ f_1 res\_pipe cont)) (pipe [f_2, f_3, \dots, f_{i+1}]))] \Rightarrow$$

$$a-e [(compose\$ f_1 (pipe [f_2, f_3, \dots, f_{i+1}]) cont)] \Rightarrow$$

$$a-e [(cont (compose f_1 (pipe [f_2, f_3, \dots, f_{i+1}])))] = a-e [(cont (pipe fs))]$$

### חלק 2

(א)

יהיו 2 רשימות עצלות  $l_1, l_2$ . נאמר כי  $l_1, l_2$  שוות אם מתקיים:

1. אם הרשימות אינוספיות:

```
(equal? (head (tail (tail (tail (tail ... (tail l1) ...))))))  
        (head (tail (tail (tail (tail ... (tail l2) ...))))))
```

כלומר כי לכל  $i$ , הפעלה של הפונ'  $tail$  על שתי הרשימות  $i$  פעמים ולאחריה הפעלה של הפונ'  $head$  תתן ערך זהה.

2. אם הרשימות סופיות:

אורך הרשימות זהה, ולכל  $i$  קטן מאורך הרשימות מתקיים התנאי שתואר ב-1.

(ב)

ראשית נשים לב כי הרשימות העצלות המתקבלות מהפעלה של הפונקציות הללו הינם אינוספיות, לכן נוכיח את ההגדרה שלנו הרלוונטית למקרה זה.

נוכיח את הטענה באינדוקציה על מס' הפעלות הפונ'  $tail$  על שתי הרשימות לפני הפעלה של הפונ'

$head$ . נסמן את מס' הפעלות הפונ'  $tail$  ב- $i$ .

מקרה בסיס (נראה 2 מקרים בסיס):

עבור  $i=0$ :

נשים לב כי הפונ'  $fibs1$  מפעילה פונ' בשם  $fibgen$  שמוגדרת בתוך  $letrec$ . הפונ'  $fibgen$  מחזירה

רשימה עצלה, אשר מוגדרת תחילה עם הפרמטרים 0,1 ולכן האיבר הראשון שחוזר מ- $fibs1$  הינו:

$$(0 \ . \ (\lambda () (fibgen \ 1 \ (+ \ 0 \ 1))))$$

ולכן הפעלה של  $head$  תתן את הערך 0.

נשים לב כי הפונ'  $fibs2$  מחזירה איבר מהצורה:

$$(0 \ . \ (\lambda () \dots))$$

ולכן הפעלה של  $head$  תתן את הערך 0.

## עבודה 5 - עקרונות שפות תכנות

עבור  $i=1$ :

בצורה דומה הפעלה של הפונ'  $\text{tail}$  פעם אחת על  $\text{fibs1}$  תחזיר איבר מהצורה:

$(\lambda () (\text{fibgen } 1 (+ 1 1)))$

והפעלה של הפונ'  $\text{tail}$  פעם אחת על  $\text{fibs2}$  תחזיר איבר מהצורה:

$(\lambda () (\lambda () \dots))$

ולכן הפעלה של  $\text{head}$  בשני המקרים תתן את הערך 1.

כלומר הטענה מתקיימת עבור מקרה הבסיס.

ה"א: נניח את נכונות הטענה עבור  $\text{tail}$  הפעלות של הפונ'  $\text{tail}$  על שתי הפונ'.

צעד: נוכיח את נכונות הטענה עבור  $i+1$  הפעלות של הפונ'  $\text{tail}$  ולאחריה הפעלה של הפונ'  $\text{head}$ . מה"א נקבל כי לאחר  $i-1$  הפעלות של הפונ'  $\text{tail}$  על שתי הפונ' ולאחריה הפעלה של הפונ'  $\text{head}$  חזרו ערכים זהים, נסמן ערכים אלו ב  $x_i$ ,  $x_{i-1}$  בהתאמה.

אזי לאחר  $i$  הפעלות של הפונ'  $\text{tail}$  על שתי הפונ' נקבל עבור הפונ'  $\text{fibs1}$  איבר מהצורה:

$(\lambda () (\lambda () (\text{fibgen } (+ x_{i-1} x_i) (+ x_i (+ x_{i-1} x_i))))$

ולכן הפעלה נוספת של הפונ'  $\text{tail}$  ולאחריה הפעלה של  $\text{head}$  תחזיר את האיבר  $(+ x_{i-1} x_i)$ .

נשים לב כי  $\text{fibs2}$  מפעילה פונקציית עזר בשם  $\text{lz-lst-add}$  אשר בתורה מחזירה  $\text{lazy-list}$  בו בכל הפעלה איבר הראש מורכב מאיבר הראש בקלט  $\text{lz1}$  ובקלט  $\text{lz2}$ , כאשר נשים לב כי הפונ'  $\text{lz-lst-add}$  מופעלת תחילה עם הפרמטרים  $\text{fibs2}$ ,  $\text{tail fibs2}$  ולכן מתקיים:

$(\text{tail } \text{lz2}) = \text{lz1}$

לכן מה"א ומהסימונים לעיל נקבל כי לאחר  $i$  הפעלות של הפונ'  $\text{tail}$  על  $\text{fibs2}$  נקבל:

$(\lambda () (\lambda () (\dots)))$

$(\lambda () (\lambda () (\text{lz-lst-add } (\text{tail } \text{lz1}) (\text{tail } \text{lz2}))))$

נפעיל שוב את  $\text{tail}$  על הרשימה העצלה התחתונה ונקבל:

$((+ x_{i-1} x_i) . (\lambda () (\dots)))$

שכן הפונ'  $((\lambda () (\text{lz-lst-add } (\text{tail } \text{lz1}) (\text{tail } \text{lz2})))$  יוצרת זוג חדש בו איבר הראש מורכב

מסכימת איברי הראש של שני איברי הראש ברשימות העצלות הקודמות אשר ציינו.

והפעלה של  $\text{head}$  על רשימה זו תתן ערך זהה לערך אשר התקבל בשלב זה מ  $\text{fibs1}$ .

חלק 3

(3.1)

$\text{unify}[p(v(d(M), M, \text{ntuf3}), X), p(v(d(B), v(B, \text{ntuf3}), KtM))] =$

$\{v(d(M), M, \text{ntuf3}), X = v(d(B), v(B, \text{ntuf3}), KtM)\}$

**False, the expression contains a different number of parameters of v**

$\text{unify}[n(d(D), D, d, k, n(N), K), n(d(d), D, d, k, n(N), d)] \Rightarrow$

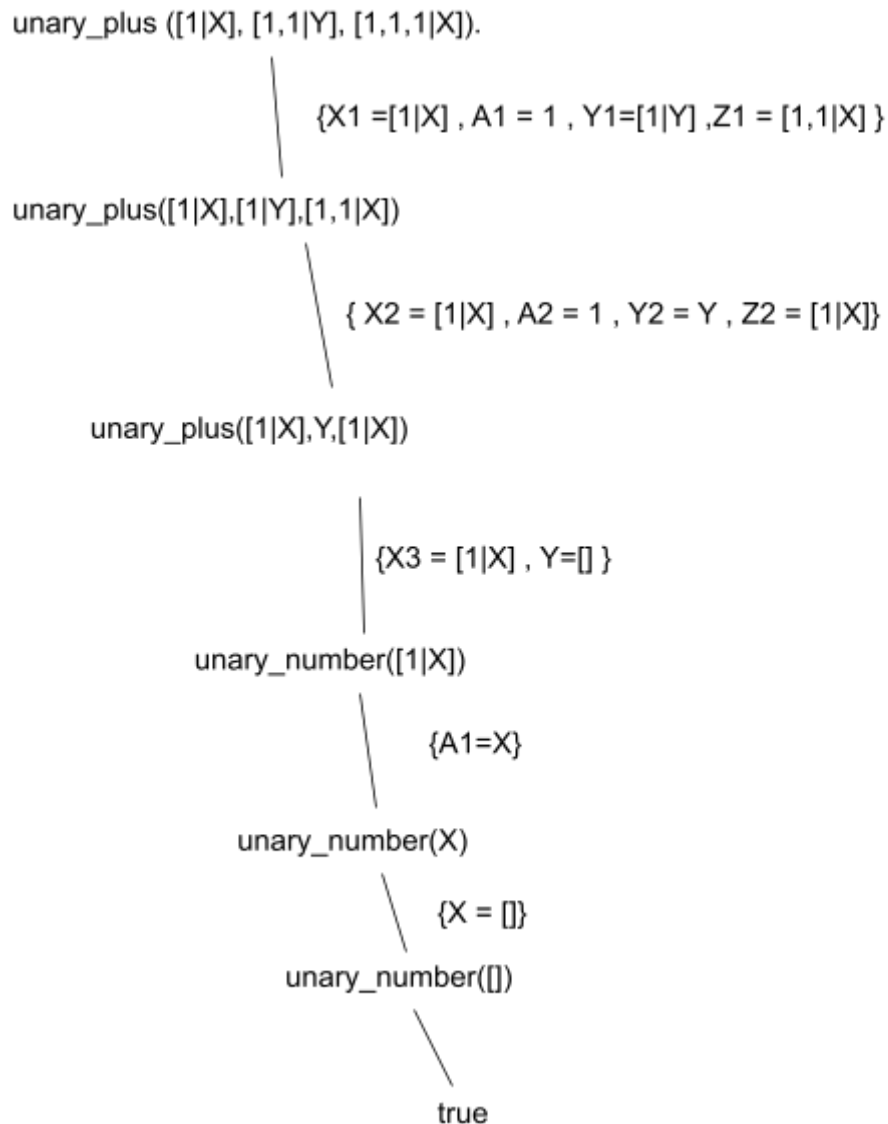
$\{d(D) = d(d), D=D, d=d, k=k, n(N) = n(N), K=d\} \Rightarrow$

$\{D = d ; D=D ; d=d ; k=k , N=N , K= d\} \Rightarrow$

**$\{D = d ; K = d\}$**

## עבודה 5 - עקרונות שפות תכנות

(3.3  
(κ



בעלה ההצלחה קיבלנו:

$\{X1 =[1|X] , A1 = 1 , Y1=[1|Y] ,Z1 = [1,1|X]\} \circ$

$\{ X2 = [1|X] , A2 = 1 , Y2 = Y , Z2 = [1|X]\} \circ$

$\{X3 = [1|X] , Y=[] \} \circ$

$\{A1=X\} \circ$

$\{X = []\}$

=

$\{X1 =X2, A1 = A2, Y1=[1|Y], Y2 = Y, Z1 = [1,1|X], Z2 = [1|X]\} \circ$

$\{X3 = [1|X] , Y=[] \} \circ$

$\{A1=X\} \circ$

$\{X = []\}$

=

## עבודה 5 - עקרונות שפות תכנות

$\{X1 = X2, A1 = A2, Y1 = [1 | []], Y2 = [], Z1 = [1, 1|X], , Z2 = [1|X], X3 = [1|X], Y = []\}^\circ$

$\{A1 = X\}^\circ$

$\{X = []\}$

=

$\{X1 = X2, A1 = X, A2 = X, Y1 = [1 | []], Y2 = [], Z1 = [1, 1|X], , Z2 = [1|X], X3 =$

$[1|X], Y = []\}^\circ$

$\{X = []\}$

=

$\{X1 = X2, A1 = [], A2 = [], Y1 = [1 | []], Y2 = [], Z1 = [1, 1|[]], , Z2 = [1|[]], X3 = [1|[]], X =$

$[], Y = []\}$

בחרים רק את המשתנים שמופיעים בשאלתה:

$\{X = [], Y = []\}$

(ב) עץ ההוכחה הוא עץ הצלחה כיוון שמכיל ענף שמגיע לtrue

(ג) עץ ההוכחה הוא אינסופי שכן קיימים אינסוף השמות לX

(ד) השאלתה הינה ברת הוכחה מהתוכנית הנתונה שכן קיימים Rsel ו Gsel שניתן לחשב על פיהם את עץ ההצלחה (מופיע בציור).

(ה) לא נכון