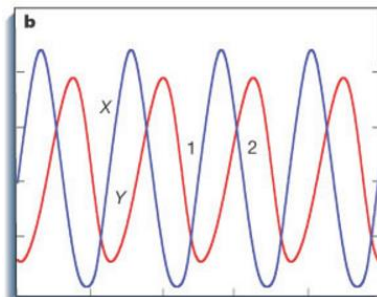
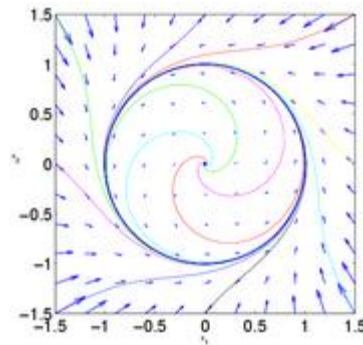


מעבדה מתקדמת בבקרה

מעגל גבול, פונקציה מתארת, Dither



1. מטרות הניסוי.

- הכרת המושג פונקציה מתארת (Describing Function) עבור אלמנטים לא-ליניאריים שונים.
- הכרת תופעת ה- Limit Cycle כתוצאה מרכיבים לא-ליניאריים במערכת.
- שימוש בטכניקת Dither על מנת לשכך את תופעת ה- Limit Cycle.

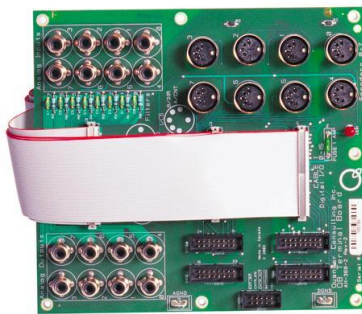
2. תיאור המערכת.

2.1. מערכת Quanser Qube Analog.



מדובר בקופסה ובתוכה מנוע, אנקודר, מגבר ואלקטרוניקה נוספת. המערכת מקבלת מתח מספק כוח רגיל, ואות בקרה אנלוגי (מתח למנוע) המתקבל מכרטיס איסוף הנתונים (ראו סעיף הבא). המגבר ממיר את המתח לאות PWM ושולח אותו אל המנוע על מנת שישתובב. לקופסה קיימות שתי יציאות אנקודרים המתחברות לכרטיס איסוף המידע (נעשה שימוש רק באחת), אשר דרכו המחשב יכול לקבל מידע לגבי הזווית הנוכחית של המנוע. ציר המנוע מכיל תושבת מגנטית עליה ניתן להרכיב דיסקות או רכיבים שונים (כגון מטוטלת הפוכה).

2.2. כרטיס מסוג Quanser Q4 DAQ.



יחידה זו מאפשרת למחשב אינטראקציה עם הרכיבים השונים בניסוי. לכרטיס זה ישנן 4 כניסות אנלוגיות, 4 יציאות אנלוגיות, 4 חיבורים ייעודיים לאנקודר ו-8 ערוצים דיגיטליים.

2.3. קופסת בקרה וספק מתח.

ספק המתח מכיל יציאות של ± 15 [V] ואדמה משותפת בכדי להפעיל את קופסת הבקרה. בקופסה זו נשתמש אך ורק בחלק השמאלי, ובו מגברי שרת אשר מטרתם לסכום מתחים.

3. רקע תיאורטי.

3.1 פונקציה מתארת.

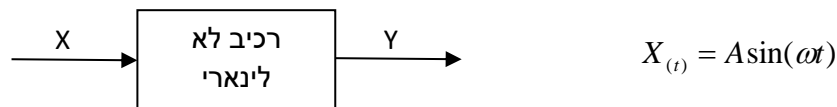
פונקציה מתארת היא קוואזי-לינאריות של אלמנטים לא-לינאריים, ע"י שימוש בטורי פורייה

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t) \cos(n\omega t) dt$$

באופן הבא:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t) \sin(n\omega t) dt$$

אנו נתמקד בניתוח של כניסה הרמונית (סינוס) אל תוך האלמנט לא-לינארי, באופן הבא:



ע"פ ההגדרה של הפונקציה, מתייחסים אך ורק להרמוניה הראשונה של הטור.

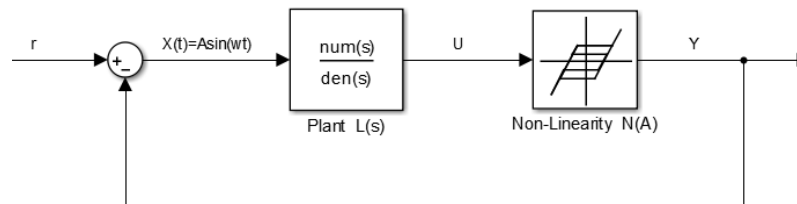
הפונקציה מוגדרת כך: $N(A) = n_p(A) + jn_q(A)$, כאשר: $n_p(A) = \frac{b_1}{A}$, $n_q(A) = \frac{a_1}{A}$.

עבור רכיבים "ללא זיכרון", כגון: ממסר (Relay), שטח-מת (Deadzone), ורוויה (Saturation), הרכיב $n_q(A)$ יהיה שווה לאפס, לעומת רכיבים בעלי זיכרון, כגון Hysteresis או Backlash, עבורם לרכיב יהיה ערך כלשהו.

ישנן גם פונקציות תמסורת אשר תלויות בתדירות: $N(A, \omega)$, אולם לא נדון בהן בתדריך זה.

3.2 מעגל גבול.

מעגל גבול מוגדר כמסלול סגור במרחב-פאזה (phase-space) דו מימדי של מערכת דינאמית (כגון מרחב של מיקום כנגד מהירות), באופן כזה שלפחות מסלול אחד בתוך המרחב מביא אליו. מרגע הכניסה למסלול סגור, התנועה במרחב זה תחזור על עצמה בצורה מחזורית. נביט באיור הבא:



נשים לב כי גם תחת אות ייחוס $r=0$, יתקבל שעבור תנאי התחלה כלשהו או ערעור חיצוני של המערכת, אות הכניסה $X(t)$ יהיה אות הרמוני כלשהו, ואם המערכת מתכנסת אזי הוא ידעך.

ניתן לראות בבירור מהדיאגרמה כי:

$$\begin{aligned} X_{(s)} &= -U_{(s)} \cdot N_{(A)} \\ U_{(s)} &= X_{(s)} \cdot L_{(s)} \end{aligned} \rightarrow \begin{bmatrix} L_{(s)} & -1 \\ 1 & N_{(A)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{(s)} \\ U_{(s)} \end{bmatrix} = 0$$

קיים פיתרון לא טריויאלי למשוואה המטריציונית כאשר הדטרמיננטה שווה ל-0, כלומר כאשר: $L_{(s)} \cdot N_{(A)} = -1$. פיתרון זה מעיד על העובדה כי $X_{(s)}$ יישאר קבוע, ולמעשה זהו התנאי לקבלת מעגל גבול במערכת עם רכיב לא-לינארי.

ישנן מספר דרכים לחשב באיזו אמפליטודה ותדר יתרחש מעגל גבול, ביניהן:

- חישוב אנליטי – פיתרון המשוואה באופן חישובי. הצבה של ω במקום s בתוך פונקציית התמסורת $L_{(s)}$ מביאה אוטומטית את המשוואה למצב מרוכב, גם אם הפונקציה המתארת $N_{(A)}$ היא חסרת זיכרון. מתקבלות שתי משוואות, מהן ניתן לחלץ את ω , A .
- חישוב גרפי – שרטוט גרף ניקולס או ניקוויסט של פונקציית התמסורת. במקרה של אינטגרטור טהור, עדיף להיצמד לניקולס. לאחר מכן ניתן לשרטט על אותו הגרף גם את $\frac{-1}{N_{(A)}}$ (לאחר שהומר לאמפליטודה ופאזה). נקודת המפגש ביניהם גוררת את פתרון המשוואה $L_{(s)} \cdot N_{(A)} = -1$ (בדקו זאת), ועל כן תספק את ההגבר ואת התדר.

רקע תאורטי מלא בנושא פונקציה מתארת ו-Limit Cycle ניתן למצוא ב:

Gelb, Arthur; Multiple-input describing functions and nonlinear system design; New York : McGraw-Hill, 1968, PP 49-60, 67-71, 110-125.
(בספרייה: GEL 629.84)

Link:

http://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-30-estimation-and-control-of-aerospace-systems-spring-2004/readings/gelb_ch2_ocr.pdf

3.3 Dither - עקרונות כלליים של Dither ניתן למצוא בויקיפדיה.

הרעיון הוא להזריק אות בתחום מסויים ותדר מסויים בכדי ליצור מיצוע של האות בתחום הנ"ל, ובכך לדמות הימצאות האות בערכים שבאופן רגיל הוא לא היה מגיע אליהם.

4. שאלות לדו"ח מכין.

$$G(s) = \frac{K}{s(s+a)(s+b)}$$

נתונה מערכת בעלת פונקציית התמסורת הבאה:

ידוע כי בכניסה למערכת ישנה אי לינאריות מסוג Relay בגובה D. כמו כן למערכת משוב יחידה וכניסת מדרגה.

א. ציירו את דיאגרמת הבלוקים של המערכת.

ב. מצאו את הפונקציה המתארת של אי הלינאריות במערכת.

ג. מהם התנאים לקיום Limit Cycle עבור המערכת הנתונה?

ד. חשבו בצורה אלגברית את תדר מעגל הגבול והאמפליטודה שלו עבור הנתונים הבאים:

$$D=1, K=1, a=2, b=3$$

ה. חשבו בצורה גרפית את התדר והאמפליטודה, תוך שימוש באותם הנתונים מהסעיף הקודם.

השתמשו בעקומת Nichols, ודאגו לכך שיהיה חיתוך נראה לעין בין 2 עקומות.

יש להיעזר במטלב.

ו. בנו מודל סימוליןק אשר מתאר את המערכת, והראו בסימולציה כי המערכת נכנסת

ל- Limit Cycle עבור כניסת מדרגה. מדדו את האמפליטודה והתדר של מעגל הגבול.

ז. הוסיפו Dither למערכת. הראו את ההשפעה עבור צורות גל, אמפליטודות ותדרים שונים.

5. מהלך הניסוי.

בניסוי זה נצפה בתופעת מעגל הגבול אשר קיימת במערכת המנוע-סרבו שבמעבדה. התופעה

נגרמת ע"י אלמנטים לא לינאריים במערכת, שהם חיכוך קולוני במנוע הגורם ל- Dead Zone

ותופעת ה- Back-Lash שמקורה בגלגלי שיניים שבתיבת התמסורת.

המודל מתאר חוג פתוח של מערכת המנוע. לפני שנמדל אותו נרצה להביא למינימום את

השפעות ה- dead zone הקיימות במערכת.

האיזור המת נובע מחיכוך קולוני (סטאטי) עליו המנוע צריך להתגבר ממצב של עמידה במקום.

לכן תמיד ישנו טווח מסויים של מתחים עבורם המנוע יעמוד מלכת. אנו ננסה להתגבר על

ההשפעות הללו ע"י הוספת קבוע של מתחים ב"קדם מגבר".

5.2. זיהוי המערכת.

כאן נרצה לזהות את הפרמטרים של

פונקציית התמסורת בין מתח הכניסה לזווית

המוצא של המערכת. שימו לב שהכניסה

היא כניסת מדרגה (ראו איור).

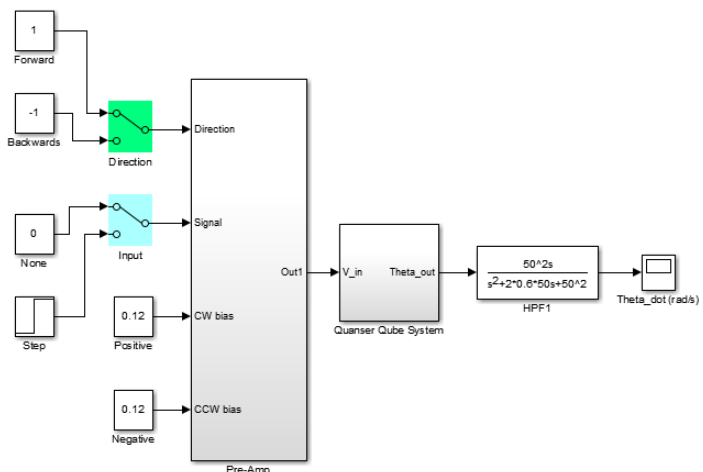
א. בהנחה שבין מתח הכניסה למנוע

ומהירות הסיבוב ישנה פונקציית תמסורת

ממעלה ראשונה וללא אפסים, פונקציית

התמסורת בין מתח הכניסה (V_{in}) למהירות

הסיבוב של המנוע ($\dot{\theta}$) היא:



$$42.69 e^{0.0001776t} - 42.94 e^{-0.4384t}$$

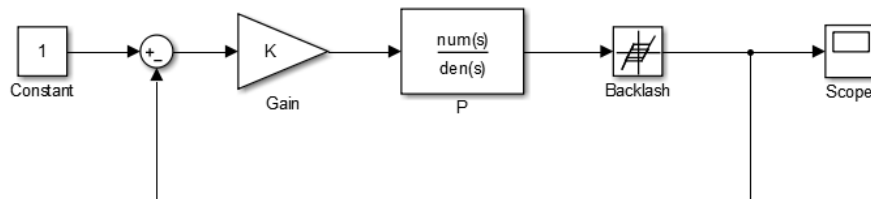
ב. בסופו של דבר אנו לא מחפשים את פונקציית התמסורת בין מתח הכניסה מהירות הסיבוב, אלא בין מתח הכניסה וזווית המנוע עצמה (θ). בצעו אדפטציה לביטוי מהסעיף הקודם כך

$$\frac{\theta}{V_{in}} \text{ : פונקציית התמסורת}$$

6. שאלות לדו"ח המסכם.

על הדו"ח המסכם להכיל תשובות לכל השאלות ממהלך הניסוי, בנוסף לשאלות הבאות:

- חשבו את הביטוי האנליטי לפונקציה המתארת עבור ה- Back Lash.
- מה ההבדל המהותי בין הביטוי הנ"ל לבין פונקציית תמסורת של, למשל, Deadzone ?
- הביטוי במודל הבא:



- עבור מערכת בקונפיגורציה כזו (כאשר k הגבר כללי), מהם התנאים לקבלת Limit Cycle ?
- ג. ממשו את המודל בסביבת Simulink. הזינו ב- P את המערכת שזיהיתם בסעיף 5.2. ב', backlash הציבו 0.2, ובין P ל- K הציבו בלוק של Deadzone, עם טווח של ± 0.015 . חפשו את ההגבר הקריטי במקרה הזה.
- ד. הריצו את הסימולציה עם ערכים שבועדאות מביאים למעגל גבול. הוסיפו Dither לשגיאה כפי שנעשה בניסוי (בצורת גל סינוס), ובדקו האם ניתן לייצב את המערכת על אות הייחוס בעזרת שינוי התדר והאמפליטודה בסימולציה.
- ה. בהתחשב בכך שהכנסה של תדרים גבוהים (מעל 40 [Hz]) גורמים לזמזומים ורעש מהמנוע, מה ניתן לומר על היתרונות והחסרונות של הזרקת Dither כתלות בתדרים?
- ו. שרטטו גרף בודה של המערכת שאותה חישבתם בסעיף 5.2. ב' **בחוג סגור**. תוך התייחסות לגרף, באיזה תדר אסור להזריק Dither מחזורי? הסבירו.
- ז. הסבירו כיצד ניתן להשתמש ב- dither על מנת להתמודד עם שגיאת קוונטיזציה בדגימת אות שמע.