

# ניתוח התנהגות של מטוטלת הפוכה רוטציונית



## 1. מטרות הניסוי

- התנסות עם מערכת בלתי יציבה אינהרנטית.
- מידול מתמטי בשימוש שיטת לגראנג' ולינארזציה סביב נקודת שיווי משקל.
- שימוש בבקרת LQR אופטימלית לייצוב המערכת.
- הנפת המטוטלת משיווי משקל יציב לשיווי משקל לא-יציב.

## 2. תיאור המערכת

היחידה של המטוטלת ההפוכה מורכבת מזרוע אופקית שטוחה הכוללת חיישן בקצה אליו מחובר מוט אנכי היוצר את המטוטלת ההפוכה.

### 2.1. רכיבי המערכת

1. SRV02 (יחידת בסיס)
2. בורג-כנפיים
3. זרוע שטוחה מקשרת
4. חיישן המטוטלת (אנקודר אופטי)
5. ציר המטוטלת
6. נקודת חיבור מוט המטוטלת
7. מוט המטוטלת
8. SRV02 (יחידת בסיס)
9. חיישן המטוטלת (אנקודר אופטי)
10. מוט המטוטלת

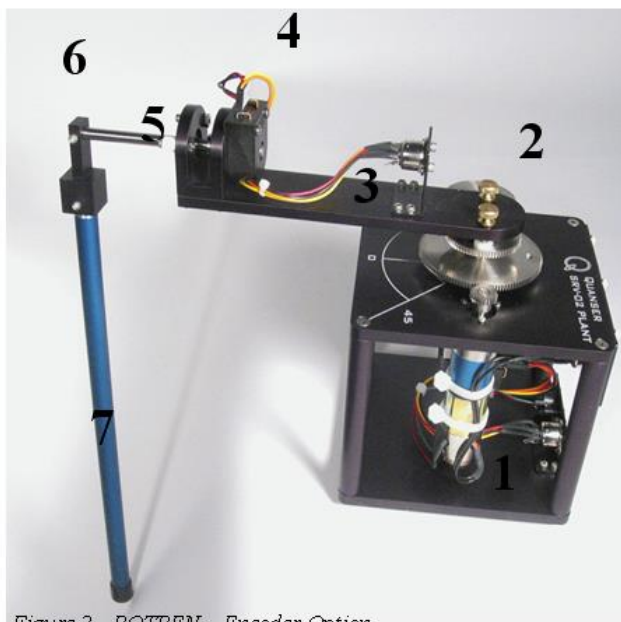


Figure 2 - ROTPEN – Encoder Option

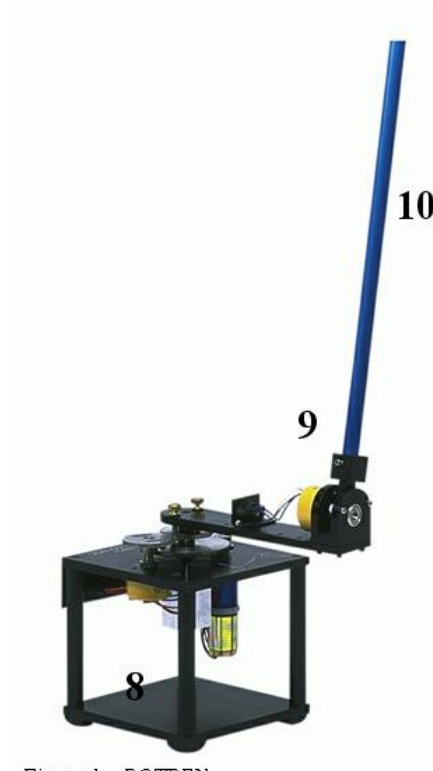
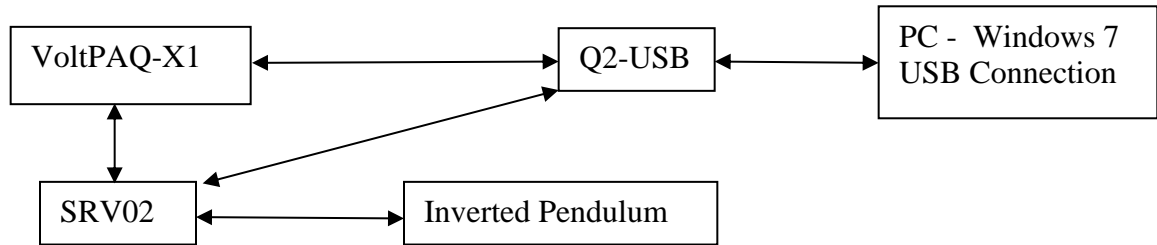


Figure 1 - ROTPEN

## 2.2. מבנה מערכת הבקרה

המודל נבנה על גבי פלטפורמת SIMULINK ולכן ניתוח המודל יתבצע בעזרת MATLAB. המערכת בכללותה נשלטת ע"י מערכת התוכנה QUARC של חברת Quanser, תחת MATLAB. הפרויקט כולל שימוש בחומרת Quanser וכן מחשב נייד כפי שמתואר בדיאגרמת בלוקים הבאה:



הסבר הדיאגרמה :

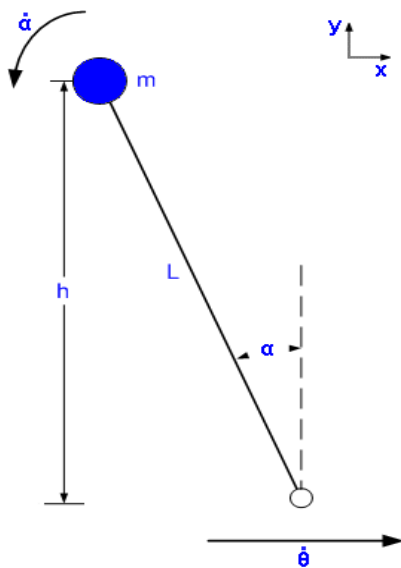
- אלגוריתם הבקרה רץ על המחשב, מקבל מידע על המיקומים האמיתיים ומחשב את הפקודה למנוע על מנת לבצע את התיקון הנדרש.
- ממשק Q2-USB מקשר בין המחשב לעולם החיצון דרך USB. ממשק זה דוגם את הזוויות, מעבירן למחשב, ופוקד על המגבר בהתאם לפקודה שמגיעה מהמחשב.
- VoltPAQ-X1 מגבר הממיר פקודות מתח בהספק נמוך לפקודות מתח בהספק גבוה.
- מערכת SRV02 הכוללת בתוכה מנוע מזיזה את המערכת (מנוע רוטציוני).
- Inverted Pendulum - החומרה הפיזית של המטוטלת ההפוכה היושבת על המנוע

### 3. רקע תיאורטי:

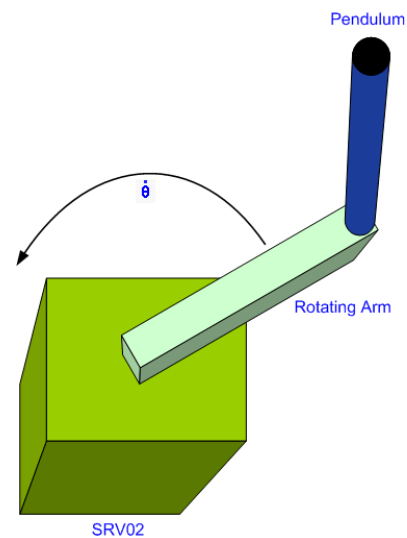
ניסוי המטוטלת הפוכה הוא ניסוי קלאסי להדגמת שימוש בבקר לייצוב מערכת בלתי יציבה. מודל המטוטלת הפוכה הנו, למשל, הבסיס למודל של גלגול וסבסוב של טיל במעוף, וכן ניתן להשתמש במודל זה על מנת לבקר מערכות לא לינאריות שונות.

#### סימנים מוסכמים:

סימון	תיאור	סימון	תיאור
L	אורך למרכז המסה של המטוטלת	h	מרחק מרכז המסה של המטוטלת מהאדמה
R	אורך כל המטוטלת	$J_{cm}$	מומנט המטוטלת סביב ציר $\alpha$
m	מסת המטוטלת	$V_x$	מהירות מרכז המסה של המטוטלת בכיוון X
z	אורך זרוע הבסיס (מחוברת למנוע)	$V_y$	מהירות מרכז המסה של המטוטלת בכיוון Y
$\theta$	זווית הזרוע הסובבת ברדיאנים	$K_m$	קבוע ה- Back emf של המנוע
$\alpha$	זווית הטיית המטוטלת ברדיאנים	$K_t$	קבוע המומנט של המנוע
$K_g$	יחס הגיר	$R_m$	התנגדות של המנוע
T	סך האנרגיה הקינטית	$B_{eq}$	מקדם חיכוך ויסקוסי
V	סך האנרגיה הפוטנציאלית	$\eta_m$	נצילות מנוע
$J_{eq}$	מומנט זרוע המנוע סביב ציר $\theta$	$\eta_g$	נצילות תיבת התמסורת



איור 2- מטוטלת הפוכה – מבט צד



איור 1- מטוטלת הפוכה - מבט על

### 3.1. מידול מתמטי.

נרצה למדל את המערכת מנקודת מבט אנרגטית – שיטת לגראנז' לשם כך יש לתת ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית והאנרגיה הקינטית של המערכת. במערכת אין קפיצים, ולכן האנרגיה הפוטנציאלית במערכת היא הגרביטציה בלבד –  $V = mgh = mgL\cos\alpha$ . האנרגיה הקינטית במערכת נובעת מתנועת הזרוע המחזיקה את המטוטלת (ומחוברת למנוע), מהירות מרכז מסת המטוטלת בציר X, מהירות מרכז המסה בציר Y ותנועת המטוטלת סביב הציר אליו היא מחוברת:

$$T = K.E_{\text{זרוע}} + K.E_{V_x} + K.E_{V_y} + K.E_{\text{מטוטלת}}$$

באיור 2 מציגים את המטוטלת כמסה נקודתית בחצי האורך של המטוטלת. המטוטלת נוטה בזווית  $\alpha$ . שימו לב שכעת תנועת  $\theta$  היא בכיוון X.

נבחן את תנועת המטוטלת לפי חישוב תנועת מרכז המסה שלה. תנועת מרכז המסה של המטוטלת בכיוון X מורכבת מהתנועה הקווית של בסיס המטוטלת (התלויה ב- $\theta$ ) ומתנועת הסיבוב סביב צירה (התלויה ב- $\alpha$ ). לעומת זאת, תנועת מרכז המסה של המטוטלת בכיוון Y תלויה בסיבוב המטוטלת סביב צירה בלבד. מכאן נוכל לבטא את מהירות המטוטלת על שני הצירים:

$$V_x = r\dot{\theta} - L\cos\alpha(\dot{\alpha})$$

$$V_y = -L\sin\alpha(\dot{\alpha})$$

באופן כללי, אנרגיה קינטית של גוף נע במרחב מוגדרת כמחצית המסה שלו כפול מהירות הגוף בריבוע. אנרגיה קינטית של גוף מסתובב מוגדרת כמחצית מומנט האינרציה שלו כפול המהירות הזוויתית שלו בריבוע. לפיכך, ניתן לרשום את סך האנרגיה הקינטית כ:

$$T = \frac{1}{2}J_{eq}\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(r\dot{\theta} - L\cos(\alpha)\dot{\alpha})^2 + \frac{1}{2}m(-L\sin(\alpha)\dot{\alpha})^2 + \frac{1}{2}J_{cm}\dot{\alpha}^2$$

מומנט האינרציה של מוט (המטוטלת) הסובב סביב אחת הקצוות שלו הוא:  $J_{cm} = \frac{1}{3}mR^2$ . נשתמש בביטויים לאנרגיה הקינטית והפוטנציאלית בכדי לפתח את לגראנז'יאן המערכת:

$$L = T - V = \frac{1}{2}J_{eq}\dot{\theta}^2 + \frac{2}{3}mL^2\dot{\alpha}^2 - mLr\cos(\alpha)\cdot\dot{\alpha}\cdot\dot{\theta} + \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2 - mgL\cos\alpha$$

שני המשתנים שלנו הם  $\alpha$  ו  $\theta$  ולכן נקבל שתי משוואות:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau_{output} - B_{eq}\dot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0$$

לאחר פתרון המשוואות ולינאריזציה סביב  $\alpha = 0$  נקבל:

$$(J_{eq} + mr^2)\ddot{\theta} - mLr\ddot{\alpha} = \tau_{output} - B_{eq}\dot{\theta}$$

$$\frac{4}{3}mL^2\ddot{\alpha} - mLr\ddot{\theta} - mgL\alpha = 0$$

$$\tau_{output} = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g (V_m - K_g K_m \dot{\theta})}{R_m} \quad \text{מניסויים קודמים ידוע כי:}$$

ולבסוף, מחיבור המשוואות הנ"ל ופישוטן נקבל את ייצוג המערכת בצורה הבאה:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{bd}{E} & \frac{-cG}{E} & 0 \\ 0 & \frac{ad}{E} & \frac{-bG}{E} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{R_m E} \\ b \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{R_m E} \end{bmatrix} V_m$$

כאשר:

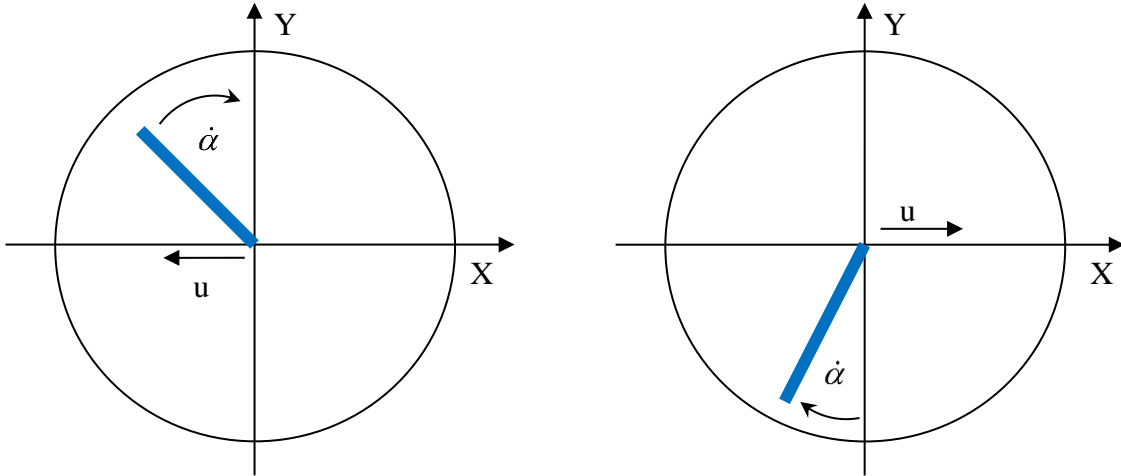
$$\begin{aligned} a &= J_{eq} + mr^2 \\ b &= mLr \\ E &= ac - b^2 \\ c &= \frac{4}{3}mL^2 \\ G &= \frac{\eta_m \eta_g K_t K_m K_g^2 + B_{eq} R_m}{R_m} \\ d &= mgL \end{aligned}$$

### 3.2. הנפת המטוטלת (Swing-Up)

גם כאן ננסה להסתכל על המערכת מנקודת מבט אנרגטית. בכדי להניף את המטוטלת נתייחס לאנרגיה שלה בלבד, ללא התחשבות באנרגיית הזרוע שמניעה אותה. הביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית והקינטית של המטוטלת, תוך התחשבות בכל המשוואות שפותרו, הוא:

$$E = E_p + E_k = mgh + \frac{1}{2} J \dot{\alpha}^2 = mgL(1 - \cos \alpha) + \frac{1}{6} mR^2 \dot{\alpha}^2$$

קל לראות כי הביטוי לאנרגיה איננו לינארי, ובמקרה שלנו לא ניתן לבצע לינאריזציה מכיוון שאנחנו לא נשארים תחת הנחת תזוזות קטנות (המטוטלת מתחילה בתחתית ומסיימת בחלק העליון). לכן, לא נוכל להשתמש בכלים של תורת הברקה הלינארית בכדי לתכנן בקר. אנחנו נרצה ליצור תנועה המבוססת על החוק הבא:



איור 3 – המטוטלת בחצי המישור התחתון      איור 4 – המטוטלת בחצי המישור העליון

לצורך המידול, נאמר כי המהירות של  $\alpha$  מוגדרת כחיובית עם כיוון השעון (בניגוד להסכם הסימנים בסעיף הקודם), והתאוצה  $u$  מוגדרת כחיובי עם כיוון ציר ה-X. כאשר המהירות הזוויתית של המטוטלת חיובית, והיא נמצאת בחלקו התחתון של המישור, יש להפעיל כוח חיובי (החלת תאוצה) על בסיס הציר בכדי להעלות את מפלס האנרגיה שלה. אך כאשר היא נמצאת בחלקו העליון של המישור, צריך דווקא להפעיל כוח בכיוון השלילי כדי להוסיף אנרגיה. המטוטלת כמובן מתנדנדת מצד לצד, ולכן כאשר כיוון המהירות משתנה כך גם כיוון הפעלת הכוח (מהירות שלילית + חצי תחתון = כוח שלילי, מהירות שלילית + חצי עליון = כוח חיובי).

ישנם חוקי בקרה רבים אשר מטרתם להניף מטוטלת, רובם ככולם לא-לינאריים. אחד החוקים אשר מקיים את התנאים שהוזכרו לעיל הוא:

$$u = \mu \cdot (E_{ref} - E) \cdot \text{sign}(\dot{\alpha} \cdot \cos \alpha)$$

כאשר  $u$  הוא התאוצה של בסיס המטוטלת,  $\mu$  הוא קבוע פרופורציונלי,  $E$  היא אנרגיית המערכת ברגע נתון, ו- $E_{ref}$  היא אנרגיית הייחוס אליה אנו רוצים להגיע. כלומר, תאוצת בסיס המטוטלת צריכה להיות פרופורציונלית לשגיאה בין אנרגיית המערכת הנוכחית לבין רמת האנרגיה הרצויה, בסימן המקיים את התנאי אשר תואר באיורים 3, 4.

כעת נוסיף למשוואה קישור לאות הבקרה אותו אנו שולחים למנוע. ידוע כי הקשר בין המומנט שמפעיל המנוע לבין הזווית  $\theta$  הוא:  $\tau = J_{eq} \ddot{\theta}$ .

נוכל לומר בקירוב כי:  $\theta \cdot r = X$ , ומכאן, היות ו- $r$  (אורך זרוע הבסיס) קבוע,  $\ddot{\theta} = \frac{\ddot{X}}{r}$ .

אם ניקח את הביטוי ל- $\tau_{output}$  שהוצג קודם לכן ונבודד את  $V_m$ , נקבל:

$$V_m = \frac{\tau \cdot R_m}{\eta_m \eta_g K_t K_g} + K_g K_m \dot{\theta}.$$

נזכור כי בחוק הבקרה שלנו,  $u$  מבטא את  $\ddot{X}$ .

כעת ניתן להציב את כל הביטויים ולקבל קשר בין מתח המנוע לבין תאוצת קצה זרוע הבסיס (הנקודה בה זרוע הבסיס וציר המטוטלת מתלכדים):

$$V_m = \frac{J_{eq} \cdot R_m}{r \cdot \eta_m \eta_g K_t K_g} \cdot u + K_g K_m \dot{\theta}$$

בסופו של דבר, מתקבל משוב מהמערכת. בעזרת משוב זה נעשה חישוב של הרמה האנרגטית של המערכת. משם מחושבת השגיאה, וביחד עם המקדם הפרופורציונלי  $\mu$  נקבעים עוצמת התאוצה הרצויה וכיוונה. בתאוצה זו משתמשים בכדי לחשב את  $V_m$  ומשם הוא נשלח למנוע.

שימו לב! הביטוי לשגיאה אינו לינארי ולכן אופי הבקרה הוא לא לפי חישוב מתמטי של התגובה בזמן או בתדר אלא לפי ניסוי וטעיה. יש חשיבות גבוהה להכנסת סטורציה (רוויה) על ערכים בכדי למנוע אפשרות לפגיעה במיכשור.



#### 4. שאלות לדו"ח מכין:

המשימה הראשונה של המעבדה תהיה לבצע בו זמנית סימולציה של מודל לא לינארי של המטוטלת ושל המודל הלינארי המתואר למעלה. מטרת המשימה היא לבדוק את גבולות המודל הלינארי (כלומר, עד איזה זווית  $\alpha$  מתאר המודל הלינארי את תנועת המטוטלת באופן אמין?). המשוואות הבאות מתארות את המערכת הלא לינארית:

$$a\ddot{\theta} - b\cos(\alpha)\ddot{\alpha} + b\sin(\alpha)\dot{\alpha}^2 + G\dot{\theta} = \frac{\eta_m\eta_g K_t K_g}{R_m} V_m$$

$$c\ddot{\alpha} - b\cos(\alpha)\ddot{\theta} - d\sin(\alpha) = 0$$

מערכת המשוואות הלינארית ניתנה בסעיף הקודם.

יש לממש בסימולציה במודל סימולינק יחיד את המודל הלינארי ואת המודל הלא לינארי של המטוטלת ההפוכה, ולהשוות את התפתחות הזווית  $\alpha$  כפונקציה של הזמן. יש להריץ את הסימולציה למשך 2 שניות, כאשר  $\alpha(0) = 0.00002 \text{ rad}$ . יש להציג בדו"ח המכין את המודל שנבנה בסימולינק ולשרטט על גרף את התוצאות (לא לשכוח כותרת גרף / צירים ויחידות). להלן הפרמטרים החסרים עבור המודל הלא לינארי. הציבו נתונים אלו גם בביטוי למערכת הלינארית (המטריצה בסוף סעיף 2) בכדי לקבל ערכים נומריים במטריצה.

סימון	ערך	סימון	ערך
a	0.0067	$\eta_m$	0.69
b	0.0033	$\eta_g$	0.9
c	0.0047	$K_t$	0.0077
d	0.2054	$K_g$	70
G	0.0730	$R_m$	2.6

מטרת המעבדה היא לתכנן בקר משוב שיאזן את המטוטלת כך שתעמוד בצורה אנכית. הבקר צריך לשמור על יציבות המטוטלת גם בזמן שינוי זרוע הבסיס. דרישות המערכת לניסוי זה:

- הבקר צריך לשמור על יציבות המערכת.
- הבקר צריך להזיז את זרוע הבסיס לזווית מצוינת תוך שמירה על איזון המטוטלת.
- על זווית המטוטלת  $\alpha$  להיות קטנה מ-  $\pm 8^\circ$  מעלות בזמן שינוי בזווית הזרוע  $\theta$ . בנוסף, טווח העבודה (peak to peak) של הזווית בכל מדרגה לא יעלה על 12 מעלות.
- מתח הבקר צריך להיות מוגבל ל-  $\pm 2.5V$ .
- זמן התייצבות המטוטלת בזוויות  $\alpha$  ו-  $\theta$  צריך להיות קטן מ-1.5 שניות לכניסת מדרגה.

א. צרפו גרף של התוצאה של הסימולציה (2 עקומות). מהתבוננות בתוצאות שהרצתם:

- למשך כמה זמן בערך המודל הלינארי עוקב אחר המודל הלא-לינארי בקירוב טוב?
- עד איזו זווית בערך הקירוב הזה מתקיים?
- מה ניתן להסיק מכך על טיב תכנון הבקר שלנו, בהתחשב בדרישות המערכת?

ב. הביטוי בביטוי לפרמטר  $u$  וענו:

- באילו מצבים הסימן של כיוון  $u$  אינו מוגדר? האם ניתן "להיתקע" בהם?
- תארו מה קורה כאשר המערכת נמצאת בכל אחד מהמצבים הללו, ואיך ניתן להתגבר עליהם במידה ויש צורך בהתערבות חיצונית.

ג. נתון כי  $\alpha$  נמדדת מהכיוון החיובי של ציר ה- $Y$ .

נגדיר כי אנרגיית המערכת היא 0 כאשר המטוטלת נחה בתחתית ללא תנועה.

כמו-כן נתון כי מסת המטוטלת היא 127 גרם ואורכה הוא 33.7 ס"מ.

אנו מעוניינים להביא את המערכת למצב בו המטוטלת מאונכת כלפי מעלה (הפוכה) וללא

מהירות זוויתית. הביטוי באיורים ובביטוי לאנרגיית המטוטלת בסעיף 3,

וחשבו מהי רמת האנרגיה (בג'אול) אותה נרצה להזין למערכת בתור נקודת ייחוס.

ד. בשיטת LQR מתכננים בקר ע"י מטריצות משקלים:  $Q$  ו- $R$ . על איזה חלק מהבקרה אחראית

כל אחת מהמטריצות? מה המשמעות של המספרים המופיעים בתוכן? (כלומר, ככל שמגדילים

את  $q_i$ , מה תהיה ההשפעה על אותו משתנה מצב?).

## 5. מהלך הניסוי:

### 5.1. תכנון וביצוע סימולציה עבור הבקר.

לאחר שנכחנו שהמודל הלינארי מדויק בטווח שאנו צריכים, נשתמש במודל זה כדי לתכנן

בקר לייצוב המטוטלת ההפוכה. שיטת חישוב הקטבים ומציאת המשוב תהיה באמצעות

פונקציית ה-LQR במטלב.

פונקציה זו מחזירה ערכים מחושבים של הגברים המבוססים על מערכת המטריצות  $B$  ו- $A$

ומטריצות  $Q$  ו- $R$ .

בחלק זה תבצע איטרציות של  $Q$  כדי להבחין בהשפעת השינויים על תגובת המערכת

המסומלצת. מטריצת  $R$  מוחזקת בערך 1. מטריצת  $Q$  מכילה שני אלמנטים  $q_1, q_2$ .

הגבלנו את התכנון לשני משתנים כדי לראות את תכונת ההדגשה של תכנון LQR.

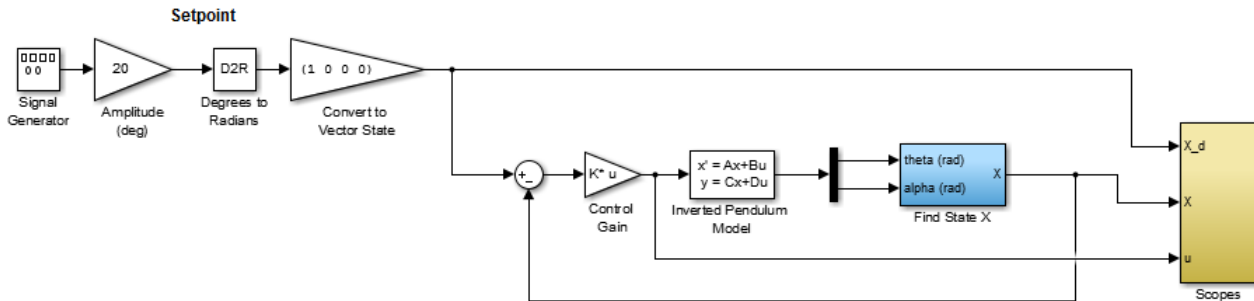
הפרמטר  $q_1$  משפיע על זווית  $\theta$ , בעוד  $q_2$  משפיע על זווית  $\alpha$ .

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$Q$  לעיל הנה המטריצה הפשוטה בה נשתמש עבור הבקר. במציאות יכול המשתמש

לשנות את כל הערכים במטריצה להשגת בקר אופטימלי, אך במעבדה זו אין צורך בכך.

הריצו את הקובץ "setup\_rotpen.m" (נמצא ב-moodle) בתוך תיקיית הקבצים של המעבדה.  
 נשים לב כי אחד התנאים לשימוש בטכניקת ה-LQR היא שהמערכת קונטרולבילית.  
 כעת בדקו כי המערכת מקיימת את התנאי הנ"ל.  
 תחת אותה תיקיה פתחו את המודל "s\_rotpen\_bal.mdl". זו סימולציה של המודל הלינארי עם משוב של  $u = -kx$ .



לפני תחילת הסימולציה פתחו את קובץ המטלב "Iteration\_RotPen.m" (נמצא ב-moodle). קובץ זה מייצר את המטריצות המבוקשות ואת הבקר K ע"י הפקודה lqr. הריצו את הקובץ ולאחר מכן את הסימולציה. יתקבלו 2 גרפים של  $\alpha$  ו- $\theta$ . בלחיצה על מקש ימני בעכבר על תגובות אלו, תחת *Characteristics->Settling Time* תוכלו לראות את זמן ההתייצבות.  
 את גבולות הנתונים  $V_m$  (אות הבקרה – מתח) והזווית  $\alpha$  (במעלות) עבור כל K ניתן לשלוף מתוך הסקופ לאחר הפעלת הסימולציה. נתוני הסקופ גם מועברים למטלב בתור משתנים, למקרה שתעדיפו להשתמש בפקודה כלשהי לשליפת ערכי הגבולות.  
 נתוני הבסיס של Q הם  $Q = \text{diag}([1 \ 1 \ 0 \ 0])$ .  
 כעת, שנו את q1 ו-q2 בקובץ "Iteration\_RotPen.m", והריצו את הקובץ שוב (וגם את הסימולציה על מנת לראות את תוצאות המתח).

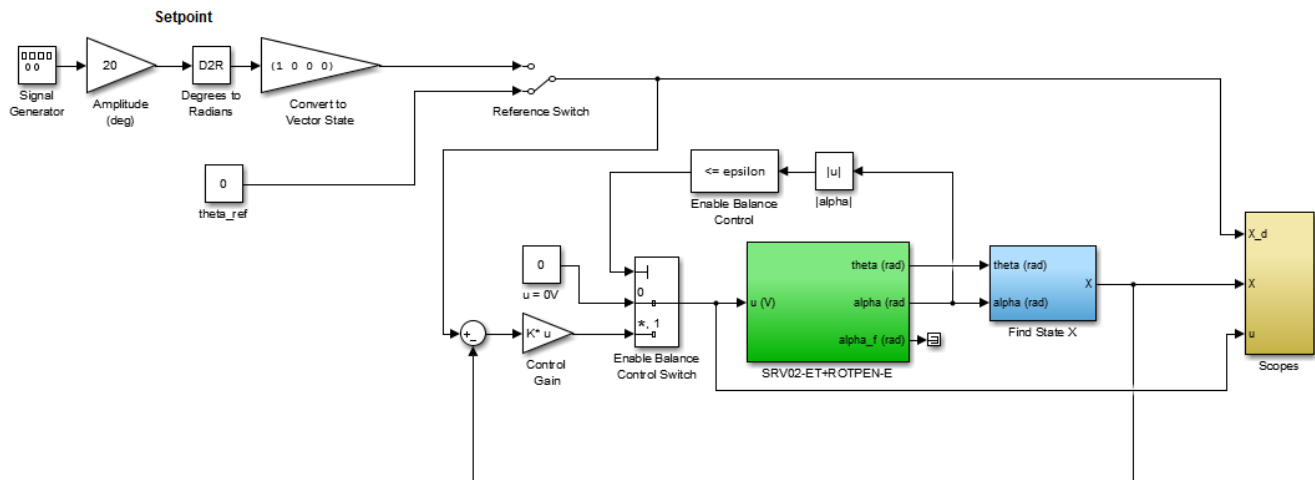
רכזו בטבלה בעמוד הבא את כל הנתונים מתוך האיטרציות שביצעתם על המעגל הסגור מבחינת – זמן ייצוב  $\alpha$ , זמן ייצוב  $\theta$ , טווח  $\alpha$  וטווח המתח  $V_m$ .



q1	q2	Theta ( $\theta$ ) Settling time (s)	Alpha ( $\alpha$ ) Settling time (s)	Alpha Range	control Signal (Vm) Range
1	1				
1	10	2.45	2.54	- 3.12 < $\alpha$ < 1.56	-0.69 v < u < 0.48 v
5	15	1.32	1.7	- 5.88 < $\alpha$ < 2.94	-1.56v < u < 0.86 v
5	1	1.31	1.65	- 6.18 < $\alpha$ < 3.09	-1.56 v < u < 0.9 v
5	25	1.32	1.74	-5.7 < $\alpha$ < 2.85	-0.56v < u < 0.82 v
10	5	1.07	1.45	-7.8 < $\alpha$ < 3.9	-2.2 v < u < 1.14 v
10	10	1.08	1.46	-7.7 < $\alpha$ < 3.85	-2.20 v < u < 1.12 v
10	12				
10	30	1.1	1.52	-7.29 < $\alpha$ < 3.64	-2.2 v < u < 1.1 v
15	5	0.975	1.35	-8.95 < $\alpha$ < 4.47	-2.7 v < u < 1.35 v
15	15	0.98	1.37	-8.72 < $\alpha$ < 4.36	-2.7 v < u < 1.35 v
15	25	0.99	1.4	-8.5 < $\alpha$ < 4.26	-2.7 v < u < 1.35 v
15	35	1	1.42	-8.232 < $\alpha$ < 4.16	-2.7 v < u < 1.35 v
20	5	0.921	1.29	-9.8 < $\alpha$ < 4.9	-3.12 v < u < 1.56 v
20	10	0.92	1.3	-9.69 < $\alpha$ < 4.85	-3.12 v < u < 1.56 v
20	15	0.928	1.31	-9.58 < $\alpha$ < 4.79	-3.12 v < u < 1.56 v
10	8	1.07	1.46	-7.74 < $\alpha$ < 3.87	-2.2 v < u < 1.12 v
10	3	1.07	1.44	-7.86 < $\alpha$ < 3.93	-2.20 v < u < 1.15 v
10	1	1.07	1.44	-7.9 < $\alpha$ < 3.95	-2.2 v < u < 1.16 v

## 5.2. יישום הבקר בפועל

באותה ספריה פתחו את מודל סימולניק "q\_rotpen\_bal". לפני הפעלת הבקר קרא למדריך להסבר ולאישור. וודאו במודל כי המתג "Reference Switch" מכון לייחוס 0.



## אזהרה:

- \* אם בשלב כלשהו המערכת לא מתנהגת כצפוי, כבו אותה מיידית בעזרת לחצן החירום.
- \* אם בשלב כלשהו קיים זמזום בתדר גבוה במערכת, זה מצביע על כך שההגבר גבוה מידי ויש צורך לחשב את הבהק מחדש.
- \* הפסקה של המערכת גורמת לנפילה חופשית של המטוטלת. יש לשמור מרחק מן המערכת לפני כל לחיצה על Stop.

הדליקו את ספק הכוח של המערכת (ע"י המתג הנמצא בצידו האחורי. תוכלו להיעזר במדריך).  
וודאו כי המטוטלת נחה ללא כל תנועה. בצעו בנייה למודל (Quarc -> build)  
ולחצו על Connect to target. לאחר ההתחברות, הלחצן Play יהיה זמין. לחצו עליו.  
המערכת מתחילה לעבוד רק כאשר המטוטלת מכוונת כלפי מעלה. הרימו את המטוטלת  
באיטיות (חשבו, מדוע?) אל עבר התנוחה של  $\alpha=0$ .  
ברגע שהמטוטלת תהיה קטנה מ-17 מעלות, הבקר ייכנס לפעולה ויחזיק את המטוטלת במצב  
הפוך, כאשר גם  $\alpha$  וגם  $\theta$  שואפות לייחוס אפס.  
כעת העבירו את Reference Switch למצב השני ע"י לחיצה כפולה. זה יגרום לזווית  $\theta$  לקבל  
אות רפרנס משתנה בצורת גל ריבועי.  
יש להחזיר את המתג למצב 0 לאחר כל הפסקה של המערכת!

באמצעות ה-Simulink פתחו 2 גרפים עבור שני המדדים:  $u, \alpha$ . עליכם למדוד עבור כל מדד את הנתונים המופיעים בטבלה שמתחת עבור מדרגה יחידה. יש לחזור על פעולה זו 5 פעמים, לאסוף 5 מדידות ולחשב ממוצע. צרו טבלה בדומה לזו המוצגת מטה.

דגימה מס'	טווח מתח המגבר	טווח זווית אלפא
1	$-2.6 \text{ V} < u < 2.3 \text{ V}$	$-5 < \alpha < 8$
2	$-2.1 \text{ V} < u < 2.5 \text{ V}$	$-7 < \alpha < 6$
3	$-2.4 \text{ V} < u < 2.2 \text{ V}$	$-7 < \alpha < 6$
4	$-2 \text{ V} < u < 2.5 \text{ V}$	$-4.5 < \alpha < 8$
5	$-2.6 \text{ V} < u < 2.1 \text{ V}$	$-6.1 < \alpha < 6$
ממוצע		

השתמשו בממוצע שחישבתם ובדקו אם הבקר שיצרתם עומד בדרישות. אם הבקר אינו עומד בדרישות חזרו לסימולציה ובצעו טבלת איטרציות חדשה עד ליצירת בקר שיעמוד בדרישות. משעמדתם בדרישות שמרו את הגרפים האחרונים של  $V_m$ ,  $\alpha$  שמדדתם, וגם גרף של  $\theta$  אליו תידרשו בשאלות הדו"ח המסכם. ניתן לשמור את הגרפים ע"י השימוש בפקודה:

```
plot(data_theta(:,1),data_theta(:,2),data_theta(:,1),data_theta(:,3));
plot(data_vm(:,1),data_vm(:,2));
plot(data_alpha(:,1),data_alpha(:,2));
```



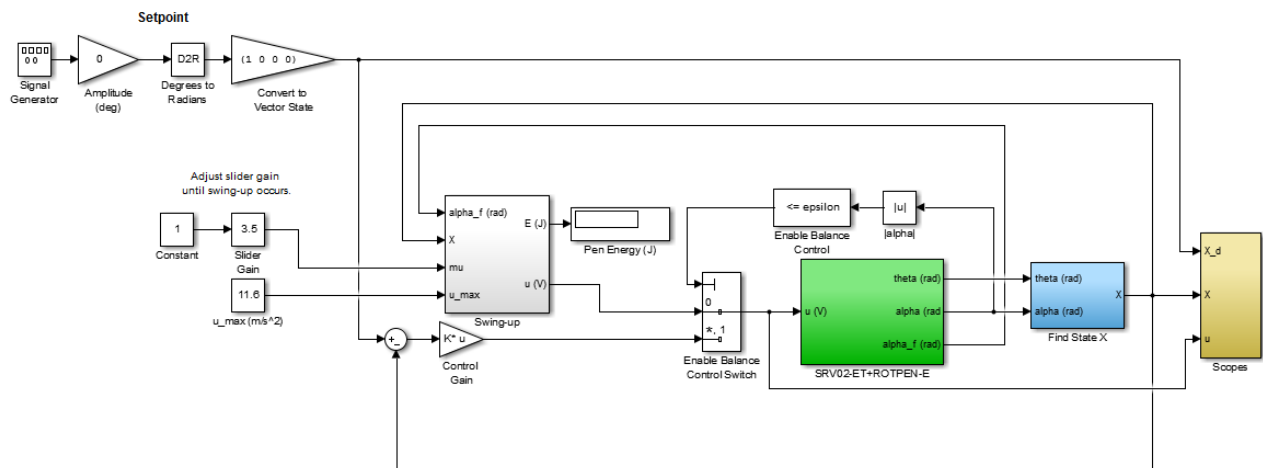
סעיף 5.2

לביצוע סעיף זה יש לצפות בסרטון

### 5.3. פרוצדורת Swing-Up

בחלק הזה, לאחר שחישבתם בקר המייצב את המערכת, נוכל להשתמש בו כדי לייצב את המערכת מרגע הגעתה של הזווית  $\alpha$  לערך קטן מ-17 מעלות. למעשה, המודל מתפקד בדומה למודל בסעיף הקודם, אלא שבמקום שהמתח על המנוע הוא 0 עד שמרימים את המטוטלת מספיק, מתבצעת רוטינה של הנפת המטוטלת ע"י מערכת הבקרה כמתואר בסעיף 3. כלומר, במקום הרמה ידנית של המטוטלת עד לכניסת הבקר המחושב  $K$ , המטוטלת תתנדנד עד שרמת האנרגיה תביא אותה קרוב למצב מהופך, ואז הבקר  $K$  ייכנס לפעולה.

פתחו בתיקייה במטלב את הקובץ "q\_rotpen\_swingup.mdl", יפתח המודל הבא:



## אזהרה:

**\* המטוטלת צפויה להתנדנד בצורה חופשית. יש לשמור מרחק מן המערכת לאורך כל המשך הניסוי!**

\* אם בשלב כלשהו המערכת לא מתנהגת כצפוי, כבו אותה מיידית בעזרת לחצן החירום.  
\* בכל מקרה, על המדריך להיות נוכח בעת הפעלת המערכת בחלק זה של הניסוי.

כפי שנאמר בסעיף 3, ישנו פרמטר  $\mu$  אשר אחראי על עוצמת הנדנוד. אנו נעבוד בשיטה של ניסוי וטעייה, כאשר הערך ההתחלתי יהיה 1. ישנו בלוק בשם Slider Gain, המצביע על הערך של  $\mu$  ומאפשר לשנות אותו בגבול הערכים המותרים לניסוי זה.

**הגביהו את מעמד המטוטלת עד אשר הקצה שלה יהיה גבוה ממשטח המדף בכ- 5 ס"מ.**

וודאו כי המטוטלת נחה ללא כל תנועה וכי Slider Gain במודל עומד על הערך 1.  
בצעו בנייה למודל ולחצו על Connect.  
שמרו מרחק מהמערכת ולחצו על Play.  
בעוד המטוטלת מתנדנדת, פיתחו את Slider Gain.  
אם לאחר כ-10 שניות המטוטלת לא התייצבה, הגדילו את הערך הנקוב ב-0.5.  
המשיכו כך מספר פעמים עד שהמטוטלת תתייצב במאונך.  
לאחר ההתייצבות, שימרו את הערך, התרחקו מן המערכת ולחצו על Stop.



הביאו את המערכת למצב של מנוחה והריצו את ניסוי מההתחלה עם הערך שהתקבל מהשלב הקודם. כאשר המטוטלת מתייצבת לחצו על Stop. שימרו את הגרף של  $\theta$ . הגדילו את הערך הנוכחי של  $\mu$  ב-0.5, חיזרו על השלבים האחרונים פעם נוספת (לא לשכוח מטוטלת במצב מנוחה!) ושימרו את הגרף שוב.

סעיף 5.3 

לביצוע סעיף זה יש לצפות בסרטון

## 6. דו"ח מסכם

- הציגו את מודל הסימולינק שבניתם בחלק א' בדו"ח המכין (לינארי מול לא לינארי).
- הציגו את המטריצה A נומרית (לאחר הצבת הפרמטרים של המערכת).
- הציגו את טבלת האיטרציות מחלק א' של הניסוי.
- הציגו את טבלת המדידות מחלק ב' של הניסוי ואת גרפי המוצא של  $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $v_m$ .
- הציגו את נתוני הבקר הסופיים (כולל K) וטבלת איטרציות חוזרת אם נזקקתם לה.
- הציגו את שני הגרפים ששמרתם בחלק ג' של הניסוי (הנפה-מעלה). השוו בין הזמן שלקח ובין מספר ההנפות שנדרשו למטוטלת להתייצב בכל אחד מן הגרפים.

## שאלות סיכום:

- באילו עוד טכניקות ניתן ליישם בקר עבור מערכת זו בנוסף לטכניקת ה-LQR?
- ידוע כי בבקרה אופטימלית ישנה פונקציית מחיר (J) עם הפרמטרים Q ו-R. למה הגדרנו בקובץ כי  $R=1$  וביצענו שינויים ב-Q בלבד?
- נתחו את טבלת האיטרציות שדגמתם, והסבירו:
  - כיצד  $q_1$ ,  $q_2$  משפיעים על שאר הפרמטרים שמדדתם?
  - התוצאות הרשומות בטבלה מעידות על מגמה של Trade-off אופייני לבקרה אופטימלית. זהו אותו והסבירו כיצד בא לידי ביטוי.
- השוו בין המדידות שנעשו על הבקר המעשי לבין הבקר שנבדק בסימולציה. האם ישנה סטיה? אם כן מהי, והסבירו ממה היא נובעת?
- לאחר יישום הבקר בניסוי ראינו את תופעת ה-Limit Cycle המתבטאת בתנודות ב- $\theta$ . כיצד ניתן להכניס תופעה זו למודל כך שתיראה גם בסימולציה?
- מבין הגרפים האחרונים ששמרתם, איזה אחד גורם להעלאה מהירה יותר של המטוטלת למצב מאונך? מדוע לא להמשיך להעלות את  $\mu$ ?
- נסו לשער: מה היה קורה באופן תיאורטי אם היינו מעלים את הערך של- $\mu$  בעוד 10? 100? 1000?
- האם ניתן לממש את זה באופן מעשי במערכת של המעבדה שלנו? הסבירו מדוע, בתשובתכם התייחסו למקרה בו המספרים קטנים (לדוגמה 10) ולמקרה בו המספרים גדולים (כמו 1000).

**נספח 1 - נתוני מערכת SRV-02**

<b>Symbol</b>	<b>Name</b>	<b>Value</b>	<b>Units</b>	<b>Variation</b>
<b><math>K_t</math></b>	Motor Torque Constant	<b>0.00767</b>	N·m	<b>±12%</b>
<b><math>K_m</math></b>	Back EMF Constant	<b>0.00767</b>	V/(rd/s)	<b>±12%</b>
<b><math>R_m</math></b>	Armature Resistance	<b>2.6</b>	$\Omega$	<b>±12%</b>
<b><math>K_{gi}</math></b>	Gearbox Ratio (Internal)	<b>14:1</b>	N/A	
<b><math>K_{ge-low}</math></b>	External Low Gear Ratio	<b>1:1</b>	N/A	
<b><math>K_{ge-high}</math></b>	External High Gear Ratio	<b>5:1</b>	N/A	
<b><math>J_m</math></b>	Motor Inertia	<b>3.87 e-7</b>	kg·m <sup>2</sup>	<b>±10%</b>
<b><math>J_{tach}</math></b>	Tachometer Inertia	<b>0.7 e-7</b>	kg·m <sup>2</sup>	<b>±10%</b>
<b><math>J_{eq-low}</math></b>	Equivalent Low Gear Inertia	<b>9.3 e-5</b>	kg·m <sup>2</sup>	<b>±10%</b>
<b><math>J_{eq-high}</math></b>	Equivalent High Gear Inertia	<b>2.0 e-3</b>	kg·m <sup>2</sup>	<b>±10%</b>
<b><math>B_{eq-low}</math></b>	Viscous Damping Coefficient (Low)	<b>1.5 e-3</b>	N·m/(rd/s)	<b>±20%</b>
<b><math>B_{eq-high}</math></b>	Viscous Damping Coefficient (High)	<b>4.0 e-3</b>	N·m/(rd/s)	<b>±20%</b>
<b><math>Eff_g</math></b>	Gearbox Efficiency	<b>0.85</b>	N/A	<b>±10%</b>
<b><math>Eff_m</math></b>	Motor Efficiency	<b>0.69</b>	N/A	<b>±5%</b>
<b><math>K_{pot}</math></b>	Potentiometer Sensitivity	<b>35.2</b>	Deg/V	<b>±2%</b>
<b><math>K_{Enc}</math></b>	Encoder Resolution (E option)	<b>4096</b>	Counts/rev.	
<b><math>K_{EncH}</math></b>	Encoder Resolution (EHR option)	<b>8192</b>	Counts/rev.	
<b><math>K_{tach}</math></b>	Tachometer Sensitivity	<b>1.5</b>	V/1000RPM	<b>±2%</b>
<b><math>M_{max}</math></b>	Maximum Load on Output Shaft	<b>5</b>	kg	
<b><math>f_{max}</math></b>	Maximum Input Frequency	<b>50</b>	Hz	
<b><math>V_{rated}</math></b>	Rated Motor Voltage	<b>6</b>	V	