# экспериментальные квантовые гейты: оптимизация с помощью стандартных каналов и поиск когерентных ошибок

H.B. Храпай<sup>1,2</sup>, E.O. Киктенко<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Российский квантовый центр , г. Москва
<sup>2</sup> Московский физико-технический институт, г.Долгопрудный
<sup>3</sup>Национальный исследовательский технологический университет "МИСИС", Москва

### Постановка задачи

Мне были предоставлены матрицы Чоя соответствующие реализации экспериментальных квантовых гейтов на ионном процессоре, которые в рамках задачи нужно приблизить набором стандартных каналов действующих последовательно с каналом, реализующим идеальный гейт.

То есть, чтобы лучше понимать, как работает реальный квантовый процессор, мы хотим проверить, можно ли с помощью стандартных демпинга, деполяризующего или дефазирующего каналов, разрушающих состояние, действующих последовательно с идеальным гейтом, получить канал максимально близкий к экспериментальному.

То, как сильно отличаются исследуемые матрицы, будем определять с помощью фиделити - метрики двух матриц, определяющейся следующим образом:

$$F = tr^2(\sqrt{\sqrt{\rho}\sigma\sqrt{\rho}})$$

Набор исследуемых гейтов :

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & -i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ -i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix}$$

$$R_{XX}\left( heta=rac{\pi}{2}
ight)=rac{1}{\sqrt{2}}egin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -i \ 0 & 1 & -i & 0 \ 0 & -i & 1 & 0 \ -i & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

name	start F
Rx	0,894
Ry	0,937
Rxx	0,825

# Метод исследования

Матрица Чоя для гейта с матрицей U (2n×2n):

$$(U \otimes I_{2n})|\psi_{+}> <\psi_{+}|(U \otimes I_{2n})^{\dagger}$$

Матрица Чоя для стандартного канала:

$$\sum_{i=1} A_i |\psi_+> <\psi_+|A_i^{\dagger}$$

Где  $|\psi_{+}>$  - максимально запутанное состояние размерности  $4n^2 \times 1$ .

 $A_i$  - операторы Крауса квантового канала, зависящие от параметра 0 этого канала (этим параметром определяется степень разрушения состояния).

Теперь необходимо понять, чему будет равна матрица Чоя последовательности одного из стандартных каналов и канала идеального гейта. Для этого будем использовать супероператоры.

Если взять матрицу Чоя  $4 \times 4$  и сделать из нее тензор 4ого ранга размерности  $2 \times 2 \times 2 \times 2$ , поменять местами 2ой и 3ий индекс местами, то получим супероператор, причем если перемножить такие супероператоры, а затем сделать обратный решейп их произведения в матрицу, получится матрица Чоя последовательности каналов.

Чтобы лучше понять, как работают супероператоры, стоит рассмотреть из с точки зрения тензорных сетей.

Таким образом, матрица Чоя последовательности двух каналов может быть найдена как произведение супероператоров (тензоров  $2n \times 2n \times 2n \times 2n$ ), размерность которых изменена на  $4n^2 \times 4n^2$ 

## Имеем:

У нас есть матрицы Чоя экспериментального канала и последовательности каналов, причем последняя зависит от некоторого параметра р.

По этому параметру и будет происходить оптимизация, то есть проходясь по значениям р от 0 до 1, необходимо найти максимальное значение фиделити между матрицами Чоя композиции каналов и экспериментального канала.

Получим графики зависимости F от р для каждого из стандартных каналов, сравним результаты и сделаем некоторые выводы.

#### Благодарности

Работа выполнена при поддержке госкорпорации "Росатом" в рамках Дорожной карты по квантовым вычислениям (контракт № 868-1.3-15/15-2021 от 5 октября 2021).

#### Литература

Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация

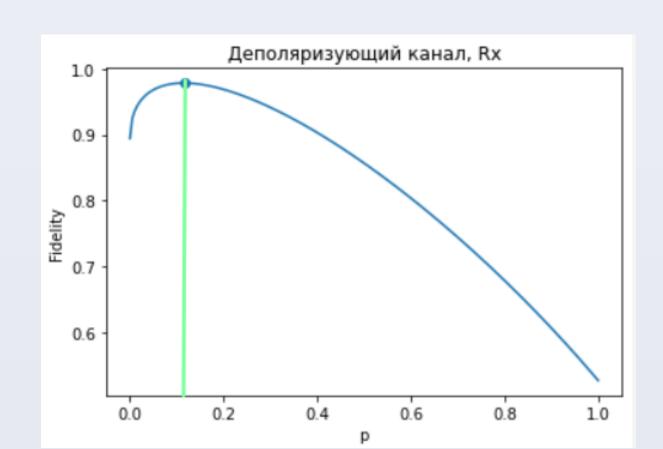
# Результаты оптимизации

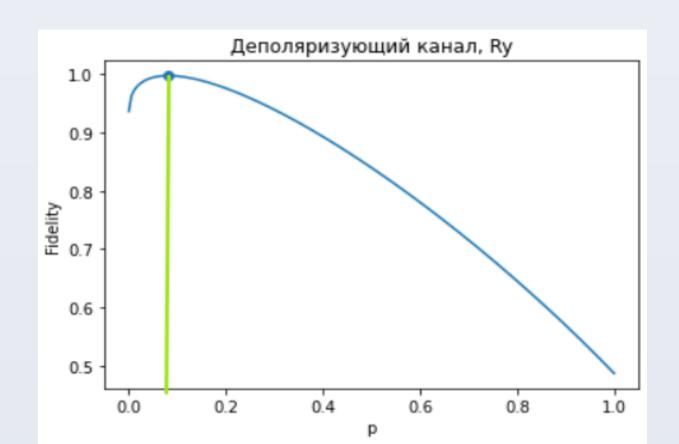
#### Однокубитные гейты:

name	$F_{max\ depol}$	$p_{max\ depol}$	$F_{max\ damp}$	$p_{max\ damp}$	$F_{max\ deph}$	$p_{max\ deph}$
Rx	0,978	0,116	0,941	0,095	0,907	0,030
Ry	0,998	0,081	0,955	0,040	0,960	0,051

Видно, что деполяризующий канал действительно неплохо аппроксимирует экспериментальные данные, кроме того, заметим, что максимальные значения F наблюдаются при р ~ 0,1 (при применении деполяризатора как на однокубитные, так и на двухкубитный гейт), что свидетельствует о симметричности квантовых шумов на кубитах.

Схожесть динамики процессов демонстрируют и графики зависимости F от p:

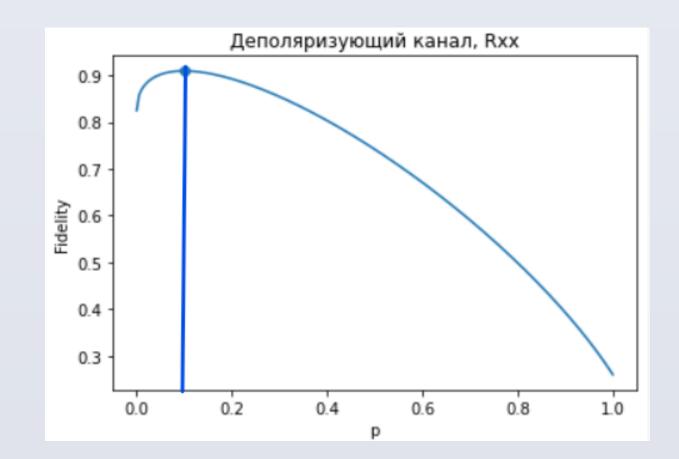




#### Двухкубитный гейт (Rxx):

channels	F	p	q
2-кубитный depol	0,909	0,101	-
два 1-кубитных depol	0,966	0,44	0,33
два 1-кубитных damp	0,873	0,11	0,11

Мы видим, что графики для каждого случая очень похожи, что для нас означает "предсказуемость" поведения шумов в нашей схеме.



Кроме того, идеальный гейт в последовательности с деполяризующим каналом дает наилучший результаты и для однокубитных и для двухкубитных операций.

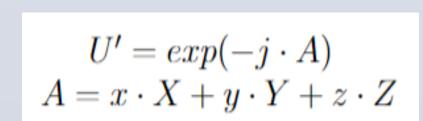
## Поиск когерентной ошибки

Для более точного понимания того, как работает квантовый процессор, хочется не только научиться раскладывать экспериментальные гейты на последовательность простых идеальных операций, но и понять, существует ли когерентная ошибка?

То есть, можно ли экспериментальный гейт (унитарную операцию) представить как немного другую унитарную операцию.

Для ответа на этот вопрос мы воспользовались следующим разложением:

Где U' - некоторая унитарная матрица, A - эрмитова матрица, X, Y, Z - соответствующие матрицы Паули



Таким образом, используя оптимизатор "COBYLA", получилось максимизировать F и найти параметры x,y,z, такие, что  $F(\rho_{Choi\ id}(U'),\,\rho_{Choi\ exp}(U))=0,906$  для Rx Аналогичное значение F=0,937 для Ry

U' - искомая унитарная матрица, зависящая от параметров x,y,z.

# Выводы

- В ходе работы удалось приблизить канал, реализующий экспериментальный гейт с помощью стандартных каналов, было показано, что деполяризующий канал лучше всего подходит для данной задачи (с помощью него получилось поднять F на 9% и 7% для 1-кубитных и на 10% и 17% для 2-кубитных гейтов)
- Было показано, что при оптимизации с помощью деполяризующего канала, оптимальные параметры были схожи, как и динамика процессов в целом.
- При поиске когерентной ошибки были найдены параметры, при которых F между экспериментальной и идеальной матрицами Чоя, зависящих от разных унитарных матриц, поднимается на 1% для Rx.





