

Formatting

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono toc: false slide_level: 2 theme: metropolis header-includes:

- \metroset{progressbar=frametitle,sectionpage=progressbar,numbering=fraction}
- '\makeatletter'
- '\beamer@ignorenonframefalse'
- '\makeatother' aspectratio: 43 section-titles: true

Цели и задачи

Цель лабораторной работы

Изучение алгоритма Евклида нахождения Наибольший общий делитель и его вариаций.

Выполнение лабораторной работы

Наибольший общий делитель

Наибольший общий делитель (НОД) – это наибольшее целое число, на которое два или более целых числа можно поделить без остатка. Например, НОД чисел 12 и 18 равен 6, потому что 6 является наибольшим числом, которое делит оба этих числа на целое.

Алгоритм Евклида

Вход. Целые числа a, b ; $0 < b < a$. Выход. $d = \text{НОД}(a, b)$.

- шаг 1. Положить $r_0 = a$, $r_1 = b$, $i = 1$.
 - шаг 2. Найти остаток r_{i+1} от деления r_{i-1} на r_i .
 - шаг 3. Если $r_{i+1} = 0$, то положить $d = r_i$. В противном случае положить $i = i + 1$ и вернуться на шаг 2.
 - шаг 4. Результат: d .
-

Бинарный алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа a, b ; $0 < b \leq a$.
 - Выход. $d = \text{НОД}(a, b)$.
1. Положить $g = 1$.
 2. Пока оба числа a и b четные, выполнять $a = a/2$, $b = b/2$, $g = 2g$ до получения хотя бы одного нечетного значения a или b .
 3. Положить $u = a$, $v = b$.

4. Пока $u \neq 0$, выполнять следующие действия.
 - Пока u четное, полагать $u = u/2$.
 - Пока v четное, полагать $v = v/2$.
 - При $u \geq v$ положить $u = u - v$. В противном случае положить $v = v - u$.
 5. Положить $d = gv$.
 6. Результат: d .
-

Расширенный алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа a, b ; $0 < b \leq a$.
 - Выход: $d = \text{НОД}(a, b)$; такие целые числа x, y , что $ax + by = d$.
1. Положить $r_0 = a, r_1 = b, x_0 = 1, x_1 = 0, y_0 = 0, y_1 = 1, i = 1$
 2. Разделить с остатком r_{i-1} на r_i : $r_{i-1} = q_i r_i + r_{i+1}$
 3. Если $r_{i+1} = 0$, то положить $d = r_i, x = x_i, y = y_i$. В противном случае положить $x_{i+1} = (x_{i-1} - q_i x_i), y_{i+1} = (y_{i-1} - q_i y_i), i = i + 1$ и вернуться на шаг 2.
 4. Результат: d, x, y .
-

Пример работы алгоритма

Введите значение a : 48
 Введите значение b : 12
 Начальные значения: $r_0 = 48, r_1 = 12$
 Итерация 1: $r_0 = 48, r_1 = 12$, остаток $r_{\text{next}} = 0$
 Остаток равен 0. НОД найден: 12
 НОД чисел 48 и 12 = 12

Введите значение a : 48
 Введите значение b : 12
 Делим оба числа на 2: $a = 24, b = 6, g = 2$
 Делим оба числа на 2: $a = 12, b = 3, g = 4$
 Делим u на 2: $u = 6$
 Делим u на 2: $u = 3$
 Вычитаем v из u : $u = 0$
 НОД найден: НОД = 12
 НОД чисел 48 и 12 = 12

Введите значение a: 48
Введите значение b: 12
Итерация 1: $q = 4$, $r_{\text{next}} = 0$, $r_0 = 48$, $r_1 = 12$
НОД найден: $d = 12$, $x = 0$, $y = 1$
НОД чисел 48 и 12 = 12, коэффициенты: $x = 0$, $y = 1$

Введите значение a: 48
Введите значение b: 12
Делим оба числа на 2: $a = 24$, $b = 6$, $g = 2$
Делим оба числа на 2: $a = 12$, $b = 3$, $g = 4$
Делим u и коэффициенты: $u = 6$, $A = 2$, $B = -6$
Делим u и коэффициенты: $u = 3$, $A = 1$, $B = -3$
 $u \geq v$: $u = 0$, $A = 1$, $B = -4$
НОД найден: $d = 12$, $x = 0$, $y = 1$
НОД чисел 48 и 12 = 12, коэффициенты: $x = 0$, $y = 1$

Выводы

Результаты выполнения лабораторной работы

Изучила алгоритм Евклида нахождения Наибольший общий делитель.