E adesso un po' di esercizi da fare. Ciascuno studente scelga un esercizio nel seguente modo. Prendere l'iniziale del proprio cognome e associargli il numero d'ordine $n \in \{0, 1, 2, \ldots, 26\}$ nell'alfabeto internazionale partendo da 0

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

calcolare $m = n \mod k$ dove k è il numero degli esercizi disponibili; scegliere l'esercizio m corrispondente. Ad esempio, se ci sono 6 esercizi disponibili numerati da 0 a 5, lo studente R. King, avendo il proprio cognome di iniziale K che ha numero d'ordine 10 (infatti si parte a contare da 0), deve scegliere l'esercizio il cui numero è dato da 10 modulo 6, cioè il numero 4.

Una volta risolto l'esercizio lo studente deve caricare sul sito del corso sia il codice Matlab o Octave che l'immagine nel formato jpg o png dell'immagine ottenuta.

Esercizio B0. Evidenziare i numeri primi nel triangolo di Klauber in cui la riga i-esima contiene i numeri da $(i-1)^2 + 1$ a i^2. Cioè la numerazione avviene nel seguente modo

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 2 & 3 & 4 & & & \\
 & & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & & \\
 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{array}$$

Utilizzare una matrice $n \times n$ con $n = 500$ per costruire l'immagine. Due immagini del triangolo di Klauber relativo ai primi 150^2 numeri interi e relativo ai primi 300^2 numeri interi sono riportate nelle figure 1 e 2.

Si possono notare gli allineamenti lungo segmenti verticali. In particolare i numeri del tipo $f(n) = n^2 + n + 17$ per $n = 0, 1, 2, 3, \ldots, 15$

Per maggiori informazioni sul triangolo di Klauber si veda sempre la pagina di Wikipedia sulla spirale di Ulam.

Esercizio B1. Evidenziare i numeri primi in una matrice $n \times n$, $n = 500$, in cui la numerazione avviene nel seguente modo

$$\begin{array}{cccccc}
1 & 2 & 6 & 7 & 15 & 16 \\
3 & 5 & 8 & 14 & 17 & \\
4 & 9 & 13 & 18 & \cdot & \\
10 & 12 & 19 & \cdot & & \\
11 & 20 & \cdot & & & \\
21 & 23 & & & & \\
22 & & & & &
\end{array}$$

L'immagine che si ottiene in questo caso è riportata in figura 3.

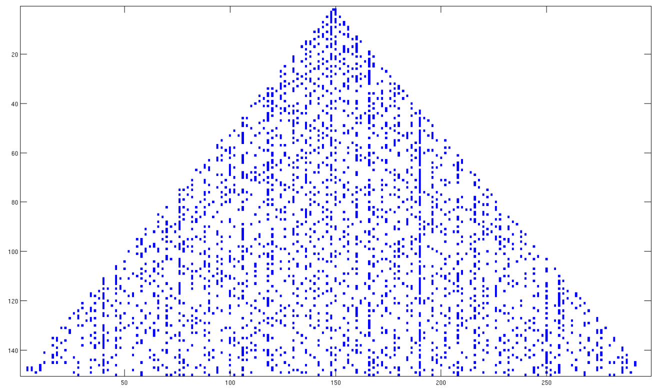

Figura 1: Triangolo di Klauber dei numeri primi da 2 a 150^2.

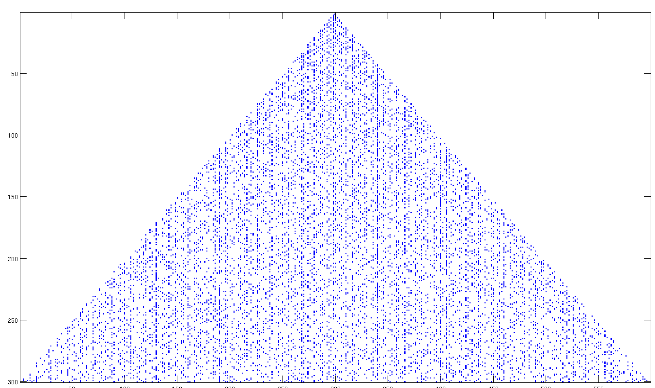

Figura 2: Triangolo di Klauber dei numeri primi da 2 a 300^2.

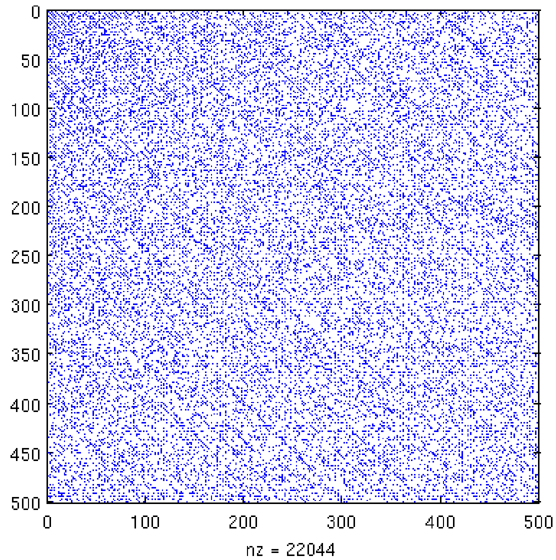

Figura 3: Risultato dell'esercizio B1

Esercizio B2. Evidenziare i numeri primi in una matrice $n \times n$, $n = 500$, in cui la numerazione avviene nel seguente modo

$$\begin{array}{cccccc}
1 & 2 & 9 & 10 & 25 & 26 \\
4 & 3 & 8 & 11 & 24 & 27 \\
5 & 6 & 7 & 12 & 23 & 28 \\
16 & 15 & 14 & 13 & 22 & 29 \\
17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 30 \\
36 & 35 & 34 & 33 & 32 & 31 \\
37 & 38 & ... & & &
\end{array}$$

L'immagine che si ottiene in questo caso è riportata in figura 4.

Esercizio B3. Evidenziare i numeri primi in una matrice $n \times n$, $n = 500$, in cui la numerazione avviene nel seguente modo

$$\begin{array}{ccccccc}
1 & 2 & 5 & 10 & 17 & 26 & 37 \\
4 & 3 & 6 & 11 & 18 & 27 & 38 \\
9 & 8 & 7 & 12 & 19 & 28 & . \\
16 & 15 & 14 & 13 & 20 & 29 & . \\
25 & 24 & 23 & 22 & 21 & 30 & . \\
36 & 35 & 34 & 33 & 32 & 31 &
\end{array}$$

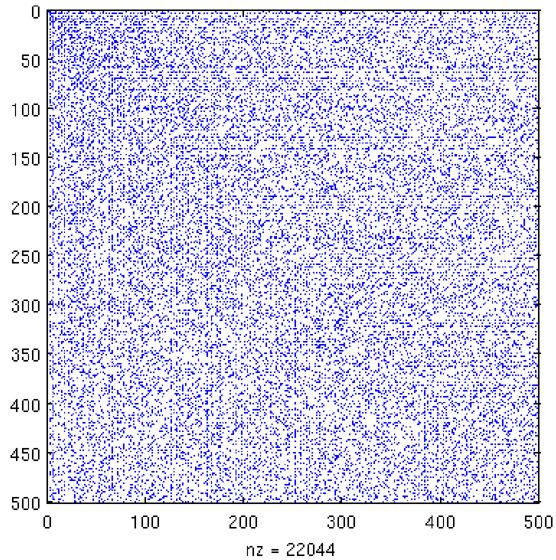

Figura 4: Risultato dell'esercizio B2

L'immagine che si ottiene in questo caso è riportata in figura 5.

Esercizio B4. Evidenziare i numeri primi in una matrice $n \times n$, $n = 500$, in cui la numerazione (dei soli numeri dispari) avviene nel seguente modo (si veda il "Boustrophedon" e le sue proprietà a `http://haslock.com/Boustrophedon.html`).

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & 3 & 5 & & & \\
 & & & 11 & 9 & 7 & & & \\
 & & & 13 & 15 & 17 & 19 & & \\
 & & 29 & 27 & 25 & 23 & 21 & & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{array}
$$

L'immagine che si ottiene in questo caso è riportata in figura 6.

Esercizio B5. Per evidenziare graficamente la maggiore o minore concentrazione di numeri primi in $\mathbb{N}$ si costruisca una immagine $A = (a_{i,j})$ di dimensione $n \times n$ così fatta. Per ogni coppia di interi (i, j) con $j < i$ si considerino gli intervalli $\mathcal{I}_+ = [i, i + j]$ e $\mathcal{I}_- = [i - j, i]$. Se il numero di primi nell'intervallo

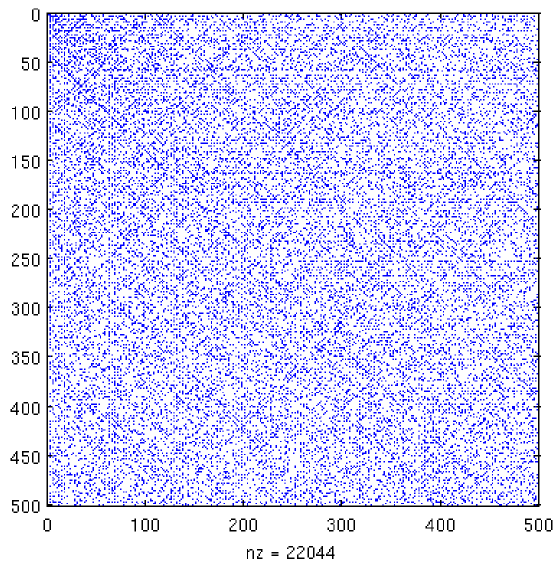

Figura 5: Risultato dell'esercizio B3

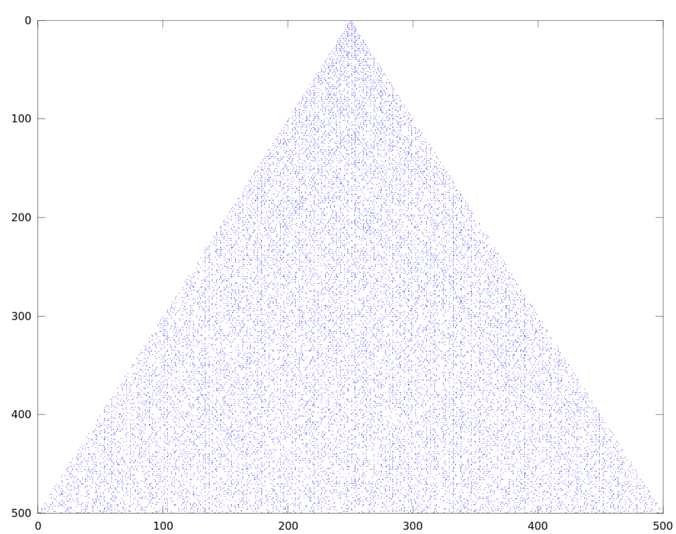

Figura 6: Risultato dell'esercizio B4

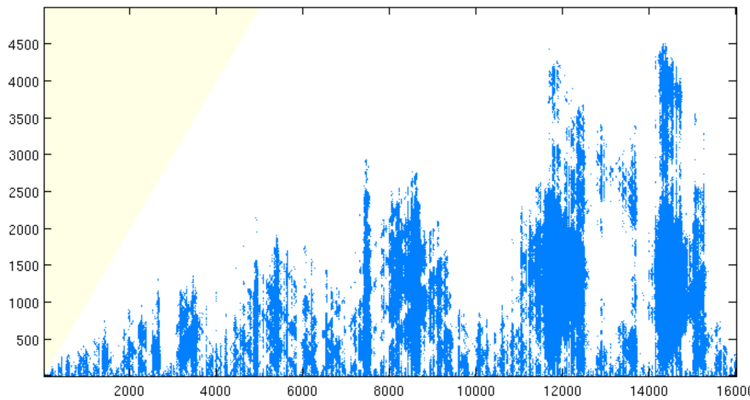

Figura 7: Risultato dell'esercizio B5. Densità dei numeri primi: il pixel $(n-j+1, i)$ è acceso se il numero di primi nell'intervallo $[i-j, i]$ è minore del numero di primi nell'intervallo $[i, i+j]$.

$\mathcal{I}_+$ è maggiore del numero di primi in $\mathcal{I}_-$ allora si accende il pixel di coordinate $(n-j+1, i)$, cioè si pone $a(n-j+1, i) = 1$ altrimenti si pone $a(n-j+1, i) = 0$.

L'immagine che si ottiene in questo caso con i primi 16000 interi ($n = 16000$), tagliata a dimensione $\frac{n}{2} \times n$ è riportata in figura 7

La figura 8 riporta le immagini ottenute con vari valori di n

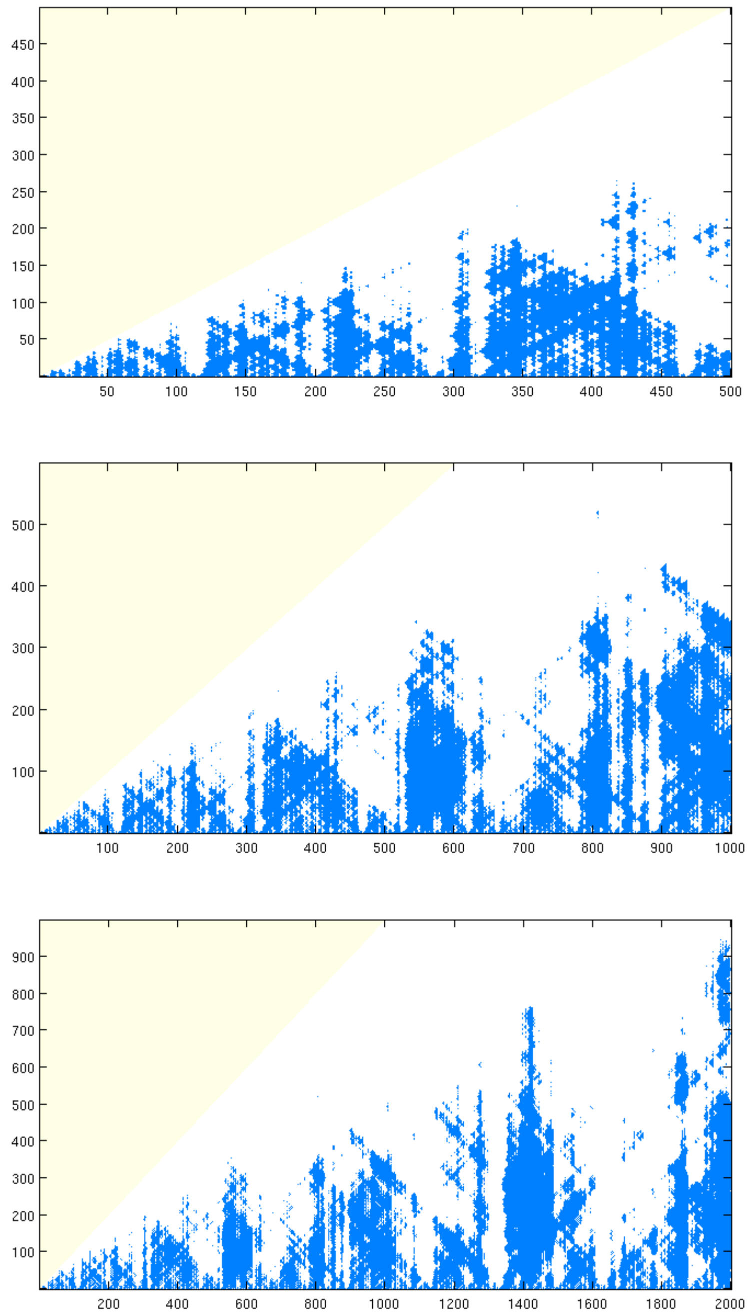

Figura 8: Risultato dell'esercizio B5. Densità dei numeri primi con valori di $n = 500, 1000, 2000$.