Mécanique du solide

Table des matières

Première partie

Introduction

La mécanique consiste à décrire le mouvement et le prédire. La cinématique consiste à décrire le mouvement tandis que la dynamique consiste à le prédire. chap 1 : rappels chap 2 : cinématique chap 3 : dynamique

Définition 1. *un solide est un ensemble de points. On s'interesse plus particulièrement au modèle du solide indéformable.*

0.1 différence entre le mouvement d'un point et le mouvement d'un solide

on ajoute des degrès de liberté dû au fait que le point d'application de la force influe sur le mouvement.

1 Rappels de mécanique du point

1.1 Objectif

On veut décrire et prédire le mouvement d'un point.

1.2 referentiel

Il nous faut alors un réferentiel (repère d'espace et du temps)

1.2.1 repère d'espace

repère d'espace : une origine et une base

- coordonnées cartésiennes $\vec{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$
- coordonnées cylindriques $\vec{OM} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z$
- coodrdonnées sphériques $\vec{OM} = r\vec{u}_r$

1.2.2 repère de temps

on a la même horloge dans tous les réferentiels (on est en mécanique classique)

1.3 degrès de liberté

nombre de données indépendantes nécessaires pour définir de manière univoque la position d'un système. pour déterminer le nombre de degrès de liberté d'un système, on somme les ddl de chaque point auxquels on soustrait le nombre de contraintes.

1.4 cinématique du point

on souhaite décrire le mouvement $\vec{OM}(t)$ la vitesse $v = \frac{d\vec{OM}}{dt}_{\mathscr{R}}$ quantité de mouvement $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ l'expression de la vitesse dépend du réferentiel. en cartésien : $\vec{v} =$en cylindrique : $\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z$ en sphérique : $\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{theta}\vec{u}_\theta + r\dot{\varphi}\vec{u}_\varphi$

expression de l'accélération :

On introduit alors la ... : $\vec{d} = m \cdot \vec{a}$

le moment cinétique : moment cinétique du point M par rapport au point A. $\vec{L_A} = \vec{AM} \wedge \vec{p}$

1.5 dynamique du point

principe fonda de la dynamique : $\sum_i F_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$ où les forces F_i sont les forces appliquées au point. uniquement quand $\mathscr{R}$ est galiléen

th du moment cinétique : $\frac{d\vec{L_A}}{dt} = \sum_i \vec{\mathscr{M}}_A(\vec{F_i})$

attention, ces équations sont des équations vectorielles quand on peut ne pas projeter, on ne projète pas

remarque : projection d'abord on écrit les équation vectorielles puis dans un second temps, si nécessaire, on projète

remarque : le PFD produit trois équations scalaires un point materiel possède trois degrès de libertés on peut alors décrire le mouvement d'un point avec le PFD

idem pour le th du moment cinétique (qui produit aussi trois équations scalaires)

ramarque : dans le théorème du moment cinétique, on fait aparaitre le moment des force, on peut le décrire formellemnt comme suit : $\vec{\mathscr{M}}_A(\vec{F_i}) = \vec{AM} \wedge \vec{F_i}$

remarque : l'intéret du th du moment cinétique : le moment en A est nul permet de montrer qu'une orbite est contenue dans un plan contenant lui même le centre de gravité.

1.6 l'aspect énergétique de la mécanique du point

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i F_i$$

$$\vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \cdot \sum_i F_i$$

$$\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m\vec{v}^2) = \cdot \sum_i F_i \cdot \frac{d}{dt}\vec{l} \quad dF_C = \delta W F_C = 1$$

$$\frac{\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m\vec{v}^2) = \cdot \sum_i F_i \cdot \frac{d}{dt}\vec{l}}{2mv^2 \qquad \delta W = \sum_i \vec{F_i} d\vec{l}}$$

jusqu'à la fin de l'exemple du pendule

2 en mécanique du solide

pour résoudre des problèmes : d'abord, la cinématique puis soit de la dynamique avec le pfd soit un étude énergétique

Deuxième partie

Chapitre 2 : Cinématique du solide

3 Système de points materiels - solide indéformable

Définition 2. *système de points materiels*
avec un système de n points notés $M_i = (x_i, y_i, z_i)$ avec $i \in \{1, n\}$ on veut connaitre le mouvement de chaque points

Exemple. *exemple du modèle terre lune, utilisation du module fictif*

nombre de degrès de liberté = 3n (n points de 3 coordonnées) une contrainte indépendante des précédentes retire un degrès de liberté exemples des points liés

Définition 3. *solide : ensemble continu de points materiels*

Définition 4. *solide indéformable : modèle un solide est dit indéformable si la distance entre deux quelconques de ses points est indépendante du temps.*