

# Électromagnétisme

## Table des matières

<b>1 informations utiles</b>	<b>2</b>
<b>I Charge élémentaire, densité de charges</b>	<b>2</b>
<b>2 Introductions</b>	<b>2</b>
<b>3 Répartition de charges, densité de charges</b>	<b>2</b>
3.1 Densité volumique de charges . . . . .	2
3.2 Densité surfacique de charges . . . . .	3
3.3 Densité linéique de charges . . . . .	3
3.4 Charges ponctuelles . . . . .	3
<b>II Loi de coulomb et champs et potentiels électrostatiques</b>	<b>4</b>
<b>4 Loi de Coulomb</b>	<b>4</b>
<b>5 Champs électrostatique</b>	<b>5</b>
5.1 Champs créé par une charge ponctuelle . . . . .	5
<b>6 Champ créé par un ensemble de charges ponctuelles</b>	<b>5</b>
<b>7 Champ créé par une distribution quelconque de charges</b>	<b>6</b>
<b>8 Lignes de champ</b>	<b>6</b>
<b>III Énergie potentielle et Potentiel</b>	<b>6</b>
<b>9 Énergie potentielle d'interaction d'une particule chargée avec un système de charges</b>	<b>7</b>
9.1 Travail élémentaire de la force électrostatique . . . . .	7
9.2 Energie potentielle associée . . . . .	7

## 1 informations utiles

### Première partie

# Charge élémentaire, densité de charges

## 2 Introductions

### Proposition 1.

- les corps électrisés exercent des forces
- l'électrisation peut être transférée d'un corps à l'autre
- par convention, l'électron possède une charge négative
- deux corps de même électrisation se repoussent
- deux corps d'électrisation différente s'attirent
- la charge électrique est une grandeur extensive
- invariance de la charge électrique
- la charge est conservative

## 3 Répartition de charges, densité de charges

Dans la matière, des quantités astronomiques de charges impliquent qu'on introduise la notion de densité de charges : densités de charges volumiques, surfaciques, linéiques, ponctuelles

### 3.1 Densité volumique de charges

Le volume  $dV$  contient  $dQ$  charges

Soit  $\rho_c$ , le nombre de charges par unité de volume

on a donc  $[\rho_c] = C \cdot m^{-3}$

$dQ = \rho_c dV$  On appelle  $\rho_c$  la densité volumique de charges

$$Q = \int dQ = \iiint_V \rho_c dV$$

Si  $\rho_c$  est constant, alors  $Q = \rho_c \cdot V$  avec  $V$ , le volume de système total.

En général,  $\rho_c$  varie dans l'espace :

$$\rho_c = \rho_c(x, y, z)$$

$$\rho_c = \rho_c(r, \vartheta, \varphi)$$

$$\rho_c = \rho_c(\rho, \varphi, z)$$

### 3.2 Densité surfacique de charges

Les charges sont ici distribuées sur une surface.  
On introduit la densité surfacique de charges, notée  $\sigma$  Soit  $dQ$ , les charges sur  $dS$   
 $dQ = \sigma dS$

$$Q = \iint \sigma dS$$

vaut  $\sigma S$  si  $\sigma$  est constant  
sinon il faudra connaître  $\sigma(x, y, z)$  et l'intégrer

$$[\sigma] = C \cdot m^{-2}$$

### 3.3 Densité linéique de charges

Les charges sont ici distribuées sur une ligne (système dont deux des dimensions sont négligeables devant la troisième)  
On introduit la densité linéique de charges, notée  $\lambda$   
Soit  $dQ$ , les charges sur  $dL$

$$dQ = \lambda dL$$

$$Q = \int \lambda dL$$

vaut  $\lambda L$  si  $\lambda$  est constant  
sinon il faudra intégrer  $\lambda(x, y, z)$

$$[\lambda] = C \cdot m^{-1}$$

### 3.4 Charges ponctuelles

Pour les charges ponctuelles, on ne définit pas de densité de charges.

## Deuxième partie

# Loi de coulomb et champs et potentiels électrostatiques

## 4 Loi de Coulomb

dans la charge ponctuelle : décrit la relation entre le potentiel, la charge et la force de manière empirique : on s'aperçoit que la force qui s'exerce entre les deux charges est inversement proportionnelle au carré de la distance la force est portée par la droite donnée par les deux charges additivité vectorielle des forces si deux charges de même nature, elles s'attirent de nature différentes, elle se repoussent

vrai truc : repose sur des constatations expérimentales :

— on a additivité vectorielle des actions entre charges ponctuelles :

Si  $F_{A \rightarrow C}$  est la force exercée par  $q_A$  sur  $q_C$

Si  $F_{B \rightarrow C}$  est la force exercée par  $q_B$  sur  $q_C$

alors  $F_{A \rightarrow C} + F_{B \rightarrow C}$  est l'action simultanée de  $q_A$  et  $q_B$  sur  $q_C$

— on a opposition des actions réciproques

$$F_{A \rightarrow B} = -F_{B \rightarrow A}$$

— expérimentalement, on met en évidence que  $\|F_{A \rightarrow B}\| = \frac{\varphi(AB)}{AB^2}$  où  $\varphi(AB)$  est un scalaire indépendant des positions de  $A$  et  $B$

— expérimentalement, on met en évidence que  $F_{A \rightarrow B}$  est porté par  $\vec{AB}$

$$F_{A \rightarrow B} = \frac{\varphi(AB)}{AB^2} \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|}$$

le dernier rapport est alors  $\vec{u}$ , vecteur unitaire de  $\vec{AB}$

— on montre expérimentalement que

$$\frac{F_{A \rightarrow B}}{q_A} = \frac{F_{A' \rightarrow B}}{q'_A}$$

La comparaison des forces permet la mesure des charges

— on a l'expression de la force de Coulomb, force électrostatique qui s'exerce entre deux charges  $q_A$  et  $q_B$  placées dans le vide aux points  $A$  et  $B$  :

$$F_{A \rightarrow B} = \frac{q_A \cdot q_B}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}}{AB^2}$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité électrique du vide

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$  dans le SI

La force électrique est très grande devant la force gravitationnelle à très petite échelle

## 5 Champs électrostatique

### 5.1 Champs créé par une charge ponctuelle

Soit  $q_A$  au point  $A$ , si on approche  $q_{B_1}, q_{B_2}, \dots$  du point  $B$  :

$$\frac{F_{A \rightarrow B_1}}{q_{B_1}} = \frac{F_{A \rightarrow B_2}}{q_{B_2}} = \dots$$

Ce rapport dépend de  $q_A$  et du point  $B$ .

Ce rapport est appelé champs électrostatique (ou champs électrique) créé par la charge  $q_A$  au point  $B$ .

$$\vec{E}_A(\vec{B}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A}{AB^2} \vec{u}$$

est l'expression du champs électrostatique, son unité est le  $V \cdot m^{-1}$

$$[E] = V \cdot m^{-1}$$

en général, on a la notation suivante :

avec  $P$ , le point où se trouve la charge

et  $M$ , le point dans lequel on observe le champ

$$\vec{E}_P(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{PM}}{PM^3}$$

avec  $\frac{\vec{PM}}{PM^3} = \frac{1}{PM^2} \frac{\vec{PM}}{PM}$

**Remarque 1.** Si  $q_M$  se trouve en  $M$

et  $F_{P \rightarrow M} = q_M \vec{E}_P(M)$ , l'expression de la loi de Coulomb

La mesure de la force correspond à la mesure du champs électrostatique

**Remarque 2.**  $E_P(M)$  n'est pas défini en sa source car  $\frac{1}{PM^2} \rightarrow \infty$  Correspond à la limite de validité du concept de charge ponctuelle

## 6 Champ créé par un ensemble de charges ponctuelles

$q$  en  $M$  est soumis à l'action de  $N$  charges  $q_i$  aux points  $P_i$  :

$$F(\vec{M}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \frac{\vec{P_i M}}{P_i M^3}$$
$$\Rightarrow E(\vec{M}) = \frac{F(\vec{M})}{q} = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P_i M}}{P_i M^3}$$

## 7 Champ créé par une distribution quelconque de charges

Soit  $\Sigma$ , une distribution de charges volumique de charges de densité volumique  $\rho_c$  située dans un volume  $V$ .

Soit  $M$ , un point de l'espace situé assez loin de la distribution  $\Sigma$  de charges.

$dq$ , la charge élémentaire dans  $dV$  est égale à  $dq = \rho_c dV$ .

Le champ élémentaire  $dE(\vec{M})$  créé par  $dq$  au point  $P$  s'écrit :

$$\begin{aligned} dE(\vec{M}) &= \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{P\vec{M}}{PM^3} \\ &= \frac{\rho_c(P)dV(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{P\vec{M}}{PM^3} \end{aligned}$$

Le champ  $E(\vec{M})$  créé par la distribution  $\Sigma$  s'écrit :

$$E(\vec{M}) = \int dE(\vec{M}) = \iiint_V \frac{\rho_c(P)dV}{4\pi\epsilon_0} \frac{P\vec{M}}{PM^3}$$

L'intégration porte sur les variables qui caractérisent le point  $P$  (appelé point potentiel;  $M$ , fixe, étant le point potentiel).

Si  $\vec{OM} = \vec{r}$  et  $\vec{OP} = \vec{r}'$ , alors :

$$E(\vec{M}) = \iiint_V \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{4\pi\epsilon_0 ||\vec{r} - \vec{r}'||^3} \rho_c(\vec{r}') dV(\vec{r}')$$

De même, si la distribution de charges est surfacique :

$$E(\vec{M}) = \int dE(\vec{M}) = \iint_S \frac{\sigma(P)dS}{4\pi\epsilon_0} \frac{P\vec{M}}{PM^3}$$

De même, si la distribution de charges est linéique :

$$E(\vec{M}) = \int dE(\vec{M}) = \int_l \frac{\lambda(P)dl}{4\pi\epsilon_0} \frac{P\vec{M}}{PM^3}$$

## 8 Lignes de champ

Le champ est un vecteur que l'on peut visualiser à l'aide de lignes de champ.

Ces lignes de champ correspondent à l'ensemble des courbes orientées telles que leur tangente en chaque point ait la même direction et le même sens que le champ.

## Troisième partie

# Énergie potentielle et Potentiel

## 9 Énergie potentielle d'interaction d'une particule chargée avec un système de charges

Soit  $q_i$ , des charges aux points  $p_i$ , elles exercent sur la charge  $q$  placée en  $M$ , une force  $\vec{F}$  telle que :

$$\vec{F} = q \sum_i \frac{q_i P_i \vec{M}}{4\pi\epsilon_0 P_i M^3}$$

### 9.1 Travail élémentaire de la force électrostatique

Le travail  $\delta\tau$  élémentaire de la force  $\vec{F}$  au cours d'un déplacement  $d\vec{r}$  de  $q$  qui se situe en  $M$  s'écrit :

$$\delta\tau = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i P_i \vec{M}}{P_i M^3} \cdot d\vec{r}$$

### 9.2 Énergie potentielle associée

Le travail élémentaire de la force électrostatique apparaît comme l'opposé de la différentielle d'une fonction notée  $\epsilon_{p_e}$  et appelée énergie potentielle d'interaction de la charge  $q$  avec le système  $\{q_i\}$

On écrit  $\delta\tau = -d\epsilon_{p_e}$  avec  $\epsilon_{p_e}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{\|\vec{r} - \vec{r}_i\|} + C$  où  $C$  est une constante.

Par conséquent, le travail apparaît comme la variation d'une fonction de la position.

Le travail  $\tau$  ne dépend pas des différents chemins suivis par la particule entre les positions initiales et finales.

**Remarque 3.** On dit que la force est à "circulation" conservative. On dit aussi que cette force dérive d'une énergie potentielle.

Il en résulte que  $\oint_{\mathcal{C}} \vec{F} d\vec{r} = 0$  Pour tout chemin  $\mathcal{C}$  emprunté.

$$\epsilon_{p_e} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{\|\vec{r} - \vec{r}_i\|} + C$$

## 10 qsd